Considere a função $f(x) = -x^4 + 4x^3 + \frac{15}{2}x^2 + 4x - \frac{1}{2}$.

Exame final
19/07/2020

1. Verifique que $f'(x) = -(2x+1)^2(x-4)$
2. Estude a monotonia da função
3. Utilize o Teorema de Bolzano para mostrar que a função tem um zero no intervalo $]-\frac{1}{2}, 4[$
4. Utilize o Teorema de Rolle para justificar que a função não pode ter dois zeros no intervalo $]-\frac{1}{2}, 4[$

De 1 a derivada só tem as raízes $-1/2$ e 4.

Logo, são raízes consecutivas, logo, pelo T. Rolle existe quando muito entre $-1/2$ e 4 uma raiz de f.
Portanto não pode ter dois zeros em $]-1/2, 4[$.

2. (3 valores) Considere a função definida por $g(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

Exame Final

2021/2022

(a) Enuncie o Teorema de Lagrange e mostre, usando o teorema, que existe pelo menos um ponto $(c, f(c))$ do gráfico de g, com $c \in]1,3[$, onde a tangente ao gráfico da função é horizontal.

(b) Determine todos os pontos do gráfico de g em que a tangente ao gráfico é horizontal.

$$T: \exists c \in]1,3[: g'(c) = \frac{g(3) - g(1)}{3 - 1}$$

$$g(1) = 1 - 6 + 11 - 6 = 0$$

$$g(3) = 0$$

21. Seja f uma função real de variável real definida por: **Virgínia Santos**

$$f(x) = \begin{cases} x\ln x & \text{se } x > 0 \\ \text{sen}(5x) - x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

(a) Estude f quanto à continuidade.

(b) Averigue se a função f é diferenciável para $x = 0$.

(c) Enuncie o Teorema de Rolle. Mostre que é aplicável à função f no intervalo $[0, 1]$ e determine o ponto b desse intervalo tal que $f'(b) = 0$.