



Mecânica e Campo Electromagnético

Problemas

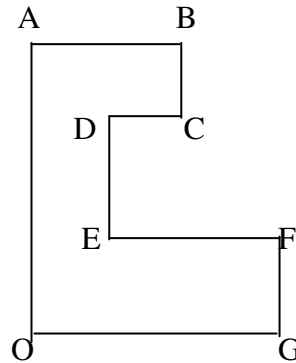
Capítulo 1.4: Dinâmica de um sistema de partículas

2011-12

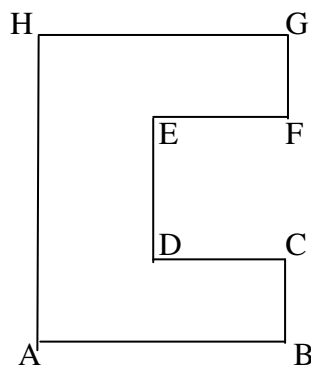
I.4.-a)

- 1 Determine as coordenadas do centro de massa do corpo homogéneo representado na figura.

$AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 2 \text{ cm}$, $CD = 1.5 \text{ cm}$, $DE = 6 \text{ cm}$, $EF = 4 \text{ cm}$, $FG = 2 \text{ cm}$



- 2 Pretende-se suspender, por um fio, uma placa com a forma indicada na figura, de modo que fique horizontal. Determinar o ponto por onde se deve suspender e justifique a resposta.



$$AB = GH = 10 \text{ cm}$$

$$BC = CD = EF = FG = 4 \text{ cm}$$

$$AH = 16 \text{ cm}$$

- 3 *Uma lâmina rectangular homogénea de lados a e $b = 4a$ tem um orifício circular cujo diâmetro é igual a $a/2$. O seu centro está sobre a linha média paralela aos lados b , a meia distância entre o centro da lâmina e um dos lados de comprimento a . Determine o centro de massa.
- 4 Uma placa metálica tem a forma de uma rectângulo de 20 cm de comprimento e de largura a . Qual é o deslocamento do centro de massa se a 2 cm do lado mais curto se dobrar a lâmina sobre si mesma, de tal modo que fique assente sobre a outra parte ?
- 5 Uma partícula, cuja massa é 0,2 kg, move-se ao longo o eixo dos XX com uma velocidade de 0,4 m/s quando colide com outra partícula de massa 0,3 kg que está em repouso. Depois da colisão, a primeira partícula move-se com uma velocidade de 0,2 m/s na direcção que faz um ângulo de 40° com o eixo dos XX. Calcule:

- a) A intensidade e a direcção da velocidade da segunda partícula depois da colisão.
 - b) As variações da velocidade e da quantidade de movimento de cada partícula.
- 6**
- a) Calcule a quantidade de movimento adquirida pelas massas de 1 g, 1 kg e 106 kg, quando cada uma cai de uma altura de 100 m.
 - b) Uma vez que a quantidade de movimento adquirida pela Terra é igual em módulo e de sentido oposto, determine a velocidade (no sentido de baixo para cima) da Terra. A massa da Terra é de $5,98 \times 10^{24}$ kg.
- 7** Dois carros, **A** e **B**, são empurrados um contra o outro. Inicialmente **B** está em repouso, enquanto **A** se move para a direita com uma velocidade de 0,5 m/s. Depois da colisão, **A** volta para trás à velocidade de 0,1 m/s enquanto **B** se move para a direita com uma velocidade de 0,3 m/s. Numa segunda experiência, **A** é sobrecarregado com uma massa de 1 kg e empurrado de encontro a **B** com a velocidade de 0,5 m/s. Depois da colisão, **A** fica em repouso enquanto **B** se move para a direita à velocidade de 0,5 m/s. Determine a massa de cada carro.
- 8** Dois objectos, **A** e **B**, que se movem sem fricção numa linha horizontal, colidem. A quantidade de movimento de **A** no instante t é $\mathbf{P}_A = \mathbf{P}_0 - \mathbf{b}t$ sendo t contado a partir da colisão, e em que \mathbf{P}_0 e \mathbf{b} são constantes. Determine a quantidade de movimento de **B** em função do tempo se:
- a) **B** estiver inicialmente em repouso.
 - b) a quantidade de movimento inicial de **B** for $-\mathbf{P}_0$.
- 9** Uma arma cuja massa é 0,8 kg dispara uma bala de massa 0,016 kg com uma velocidade de 700 m/s. Calcule a velocidade de recuo da arma.
- 10** Um vagonete com massa de 1,5 kg move-se ao longo da linha à velocidade de 0,2 m/s, até que bate numa trave fixa no final da linha. Qual é a variação de momento linear e a força média exercida no vagonete, se em 0,1 s ela
- a) ficar em repouso.
 - b) mudar de direcção com uma velocidade de 0,1 m/s ?
 - c) Discuta a conservação do momento linear na colisão.
- 11** *Um pêndulo balístico é constituído por um corpo suspenso dum fio. Um projectil de massa $m_1 = 30$ g penetra no corpo e fica cravado nele. O centro de massa do corpo eleva-se até uma altura $h = 30$ cm. A massa do corpo é $m_2 = 3,0$ kg.
- a) Deduza uma expressão para a velocidade do projectil em função destes dados.
 - b) Calcule o valor numérico da velocidade do projectil quando este atinge o corpo.
- 12** Um corpo de massa igual a 5,0 kg colide elasticamente com outro que se encontra inicialmente em repouso e continua a sua trajectória no mesmo sentido. Porém, o

módulo da velocidade reduz-se a um quinto do módulo inicial. Calcule a massa do corpo atingido.

- 13 Uma bola de aço de massa 0,5 kg é amarrada a uma corda de 70 cm de comprimento e é largada quando a corda está na horizontal. Na parte mais baixa da sua trajectória a bola atinge um bloco de aço de massa igual a 2,5 kg, inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito. Sabendo que a colisão é elástica, determine:
 - a) a velocidade da bola antes e depois da colisão.
 - b) a velocidade do bloco logo após a colisão.
- 14 Duas partículas, uma com o dobro da massa da outra e tendo uma mola comprimida entre elas, são mantidas juntas. A energia armazenada na mola é de 60 J. Qual a energia cinética de cada partícula após elas terem sido soltas?
- 15 A massa m_1 colide frontalmente com a massa m_2 , inicialmente em repouso, numa colisão perfeitamente inelástica.
 - a) Qual é a energia cinética do sistema antes da colisão?
 - b) Qual é a energia cinética do sistema após a colisão?
 - c) Que fracção da energia cinética original foi convertida em calor?
 - d) Seja v_c a velocidade inicial do centro de massa do sistema. Observe a colisão de um referencial que se move com o centro de massa, tal que $v_{1i}' = v_{1i} - v_c$ e $v_{2i}' = v_{2i} - v_c$. Repita as alíneas a), b) e c) para um observador situado no referencial do centro de massa.
- 16 *Duas bolas, **A** e **B**, tendo massas diferentes e desconhecidas, colidem. **A** está inicialmente em repouso, quando **B** tem uma velocidade v . Após a colisão, **B** passa a ter uma velocidade $v/2$ e desloca-se fazendo um ângulo recto com a direcção do seu movimento inicial.
 - a) Determine a direcção em que a bola **A** se desloca após a colisão.
 - b) A velocidade de **A** pode determinar-se a partir do enunciado? Porquê?
- 17 Uma partícula alfa colide com um núcleo de oxigénio, inicialmente em repouso. A partícula alfa é desviada de um ângulo de 64° , em relação à direcção inicial do movimento, e o núcleo de oxigénio recua segundo uma direcção que faz um ângulo de 51° com a direcção inicial mencionada. Sabendo que a massa do núcleo de oxigénio é quatro vezes maior do que a massa da partícula alfa, calcule a relação de velocidades das duas partículas?
- 18 *Um certo núcleo, em repouso, desintegra-se em três partículas. Duas delas têm massas e velocidades respectivamente $m_1 = 17 \times 10^{-27}$ kg, $v_1 = 6,0 \times 10^6$ m/s, e $m_2 = 8,0 \times 10^{-27}$ kg e $v_2 = 8,0 \times 10^6$ m/s. As duas velocidades fazem um ângulo de 90° entre si.
 - a) Calcule o momento linear da terceira partícula, sabendo que ela tem uma massa de 12×10^{-27} kg.
 - b) Qual é o valor da variação de energia cinética nesta reacção?
- 19 Um neutrão (massa = 1 u.m.a.) que se move com uma velocidade igual a 104 m/s; é deflectido segundo um ângulo de 90° , depois de colidir elasticamente com um átomo de carbono (massa = 12 u.m.a.).

- a) Calcule o ângulo de recuo do átomo de carbono.
 - b) Calcule as energias cinéticas do neutrão e do átomo de carbono depois da colisão.
- 20** *Uma bala de 20 g, movendo-se com velocidade v , fica cravada num bloco de massa 980 g. O bloco está ligado a uma mola ($K=1000 \text{ N/m}$) que sofre uma compressão de 10 cm. Calcule:
- a) A velocidade final do conjunto bloco/bala.
 - b) A velocidade inicial da bala.
 - c) A energia cinética perdida na colisão.
- 21** Um camião de 7,5 toneladas que viaja com uma velocidade de 65 km/h na direcção leste-oeste, choca com um automóvel de 1100 kg que se movia de norte para sul à velocidade de 93 km/h. Devido à violência do choque, os dois veículos ficam enfaixados um no outro.
- a) Com que velocidade e em que direcção se movem os dois veículos após o choque?
 - b) Qual é o valor da energia dissipada na colisão?
- 22** Uma granada que se move horizontalmente com velocidade igual a 8 km/s relativamente à Terra, explode fragmentando-se em três fragmentos iguais. Um deles continua a mover-se horizontalmente com velocidade igual a 16 km/s, outro move-se para cima segundo um ângulo de 45° e o terceiro move-se segundo um ângulo de 45° para baixo da horizontal. Calcule as velocidades do segundo e terceiro fragmentos.
- 23** *Um foguete desloca-se no espaço sideral com a velocidade de $3 \times 10^3 \text{ m/s}$. Num certo instante, os seus motores são ligados e os gases da combustão são expelidos com uma velocidade de $5 \times 10^3 \text{ m/s}$ em relação ao foguete.
- a) Qual a velocidade do foguete quando a sua massa se reduzir a metade.
 - b) Qual a reacção sobre o foguete se a taxa de combustão for 50 kg/s.
- 24** Um foguete sofre uma reacção de $24 \times 10^6 \text{ N}$ quando os gases são expelidos à velocidade de 3 000 m/s.
- a) Qual a quantidade de massa que está sendo libertada pela descarga do foguete em cada segundo.
 - b) Sendo o combustível 90% da massa inicial do foguete, qual a velocidade máxima que ele pode atingir se partir do repouso, numa região livre de forças externas.

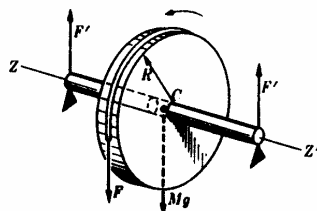
Soluções I.4.-a)

1. $1,77\hat{i} + 4,23\hat{j}$ (cm).
2. $4,25\hat{i} + 8,00\hat{j}$ (cm) (origem do referencial - ponto A). Qualquer ponto da recta paralela a g e que passe pelo centro de massa.
3. $2,05\hat{i} + a/2\hat{j}$. Origem do referencial no vértice do rectângulo do lado do orifício circular.
4. - y_c inicial = y_c final, x_c inicial = 10 cm, x_c final = 9.8 cm, $\Delta x = 0.2$ cm.
5. - a) $v_2 = 0,19$ m/s; $a = 27,5^\circ$ com o eixo dos x ; b) $\Delta v_1 = -0,25\hat{i} + 0,3\hat{j}$ m/s; $\Delta v_2 = 0,17\hat{i} - 0,09\hat{j}$ m/s; $\Delta p_1 = -0,05\hat{i} + 0,026\hat{j}$ kgm/s; $\Delta p_2 = 0,05\hat{i} - 0,027\hat{j}$ kgm/s.
6. - a) $p_1 = 44,1 \times 10^{-3}$ kgm/s; $p^2 = 44,1$ kgm/s ; $p_3 = 44,1 \times 10^6$ kgm/s; b) $v_{t1} = 7,37 \times 10^{-27}$ m/s ; $v_{t2} = 7,37 \times 10^{-24}$ m/s ; $v_{t3} = 7,37 \times 10^{-18}$ m/s.
7. $m_A = 1$ kg ; $m_B = 2$ kg.
8. a) $P_B = bt$; b) $P_B = -P_o + bt$.
9. - $v_1 = -14$ m/s.
10. -a) $\Delta p = -0,3$ kgm/s, $F = -3$ N; b) $\Delta p = -0,45$ kgm/s, $F = -4.5$ N.
11. a) $v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$ (m/s); b) $v = 245$ m/s.
12. 3,33 kg.
13. a) 3,7 m/s, -2,5 m/s; b) 1,24 m/s.
14. 20 J para a partícula de maior massa e 40 J para a outra.
15. a) $m_1 v_{1i}^2/2$; b) $m_1^2 v_{1i}^2 / [2(m_1 + m_2)]$; c) $m_2 / (m_1 + m_2)$; d) $m_1 m_2 v_{1i}^2 / 2(m_1 + m_2)$, zero; 1.
16. S $63,4^\circ$ E; Não.
17. 3,46.
18. a) $(-1,0\hat{i} - 0,64\hat{j}) \times (10^{-19})$ kgm/s; b) $1,1 \times 10^{-12}$ kgm/s.
19. a) 3,16 m/s; b) 158 m/s; c) 245 J.
20. a) 48,9 km/h, N 55° W ; b) $0,8 \times 10^6$ J.
21. $v_2 = v_3 = 5,66$ km/s.
22. a) $6,47 \times 10^3$ m/s; b) $2,5 \times 10^5$ N
23. a) 8×10^3 kg/s; b) $6,91 \times 10^3$ m/s

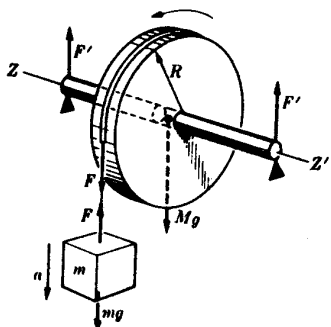
I.4.b)

- 1 Uma haste de massa desprezável e com 1m de comprimento sustém cinco corpos de 1 kg colocados ao longo dela e equidistantes. Calcule o momento de inércia do sistema relativamente a um eixo perpendicular à haste e que passe
 - a) por uma extremidade
 - b) pela segunda massa
 - c) pelo centro de massa.
 - d) Calcule o raio de giração para cada caso.
 - e) Verifique o teorema de Steiner.
- 2 Resolva o problema anterior para uma haste de massa igual a 0,20 kg.
- 3 Calcule o momento de inércia da molécula de CO₂, relativamente a um eixo que passe através do centro de massa da molécula., sabendo que a molécula é linear e tem o átomo de carbono no centro. A distância da ligação C - O tem o valor de $1,13 \times 10^{-10}$ m.
- 4 *Duas crianças, com 25 kg, estão sentadas nas extremidades de uma prancha de 2,6 m de comprimento e de 10 kg de massa. A prancha gira com velocidade de cinco rotações por minuto, em torno de um eixo que passa pelo seu centro.
 - a) Se cada uma das crianças se sentar 60 cm mais à frente, em direcção ao centro, como se altera a velocidade angular do sistema?
 - b) E como varia a energia cinética do sistema?
- 5 Calcule o momento de inércia de uma barra homogénea e estreita em relação a um eixo perpendicular à barra, que passe: a) por uma extremidade desta; b) pelo seu centro.
- 6 Calcule o momento de inércia de um disco homogéneo em relação a um eixo perpendicular ao disco, que passe pelo seu centro.
- 7 Uma roda, em rotação, está submetida a um momento de força de 10 N.m, por causa do atrito com o eixo de rotação. A roda tem um raio de 0,6 m, massa de 100 kg e a sua velocidade angular é de 175 rad.s^{-1} . Quanto tempo demora a parar?
- 8 O raio e a massa de uma moeda são 1 cm e 5 g, respectivamente. A moeda rola num plano inclinado com uma velocidade de seis rotações por segundo. Determine:
 - a) a sua energia cinética de rotação
 - b) a sua energia cinética de translação
 - c) a sua energia cinética total.
- 9 Calcule o momento de inércia de um rectângulo em relação a um dos lados.
- 10 Calcule o momento de inércia de um rectângulo em relação a um eixo de simetria.
- 11 Calcule o momento de inércia de um rectângulo em relação a um eixo perpendicular ao plano do mesmo.

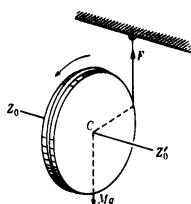
- 12 Determine o momento de inércia de um cilindro em relação:
- a um eixo de simetria
 - a uma geratriz.
- 13 Calcule o momento de inércia de uma esfera em relação a um diâmetro.
- 14 *Uma esfera, um cilindro e um anel, com o mesmo raio e a mesma massa, rolam num plano inclinado, a partir da altura y_0 . Determine, para cada caso, a velocidade de chegada à base do plano.
- 15 Um disco, de raio 0,5 m e massa 20 kg, pode rodar livremente em torno de um eixo que passa através do seu centro. A corda que passa na periferia do disco tem aplicada uma força de 9,8 N. Calcule a aceleração do disco e a sua velocidade angular, após 2s.



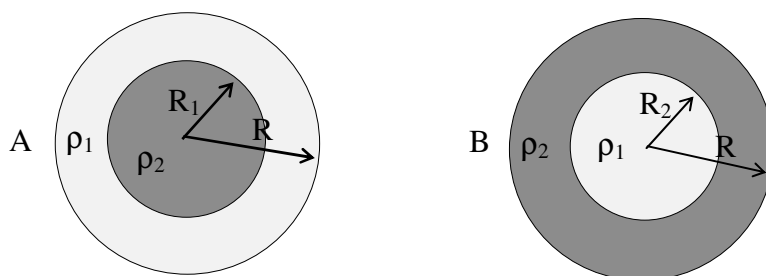
- 16 Calcule a aceleração angular do sistema ilustrado na figura, para um corpo cuja massa é de 1 kg. Os dados do disco são os mesmos do problema anterior. O eixo dos ZZ' é fixo e é um eixo principal.



- 17 *Calcule a aceleração angular de um iô-iô, sabendo que o disco tem as mesmas características do disco do problema anterior. Determine também a aceleração do seu centro de massa.



- 18** Um homem está em pé, no centro de uma mesa giratória sem atrito, e mantém os braços estendidos horizontalmente, segurando uma massa de 5,0 kg em cada mão. A mesa é posta em rotação por um agente exterior, com uma velocidade angular de uma rotação em 2,0 s.
- Determine o valor da velocidade angular após o homem deixar cair os braços ao longo do corpo.
 - Considere o momento de inércia do homem constante e igual a 5,0 kg.m².
 - A distância original das massas ao eixo de rotação é 90 cm e a final é 15 cm.
- 19** Considere dois cilindros A e B, com a mesma altura e raio. Ambos são constituídos por dois materiais diferentes, de massas volúmicas ρ_1 e ρ_2 .
- Determine a relação entre R_1 , R_2 e R , quando as massas dos cilindros são iguais, $M_A = M_B$.



- Calcule os momentos de inércia, I_A e I_B , respectivamente, quando $M_A = M_B$.
- Determine a relação entre R_1 , R_2 e R , de modo que $I_A - I_B$ seja máxima.
- Se $\rho_1 < \rho_2$, qual dos cilindros apresenta maior momento de inércia?
- Considere um cilindro que, a partir do repouso, rola num plano inclinado, sem escorregar. A equação dos espaços é dada por

$$S = \frac{M g t^2 \sin \alpha}{2 \left(M + \frac{1}{R^2} \right)}, \text{ sendo } \alpha, \text{ a inclinação do plano.}$$

- Mostre, usando as relações obtidas em a) e em c), que a diferença ($S_A - S_B$) entre os espaços percorridos pelos cilindros, num mesmo intervalo de tempo, é tanto maior quanto maior for a diferença entre ρ_1 e ρ_2 .
- 20** Uma barra uniforme AB de 4 m tem massa $m = 50$ kg. Existe um ponto fixo C em torno do qual a barra pode rodar. A barra está apoiada no ponto A. Um homem com massa igual a 75 kg anda ao longo da barra partindo de A. Calcule a distância máxima que o homem pode ir, mantendo o equilíbrio.

- 21** *A figura representa uma escada de massa = 40 kg e as forças que nela actuam. O peso da mesma actua no centro CM. As forças de módulo F_1 e $0.3 F_3$ impedem que a escada escorregue e resultam do atrito. As forças de módulo F_2 e F_3 são reacções normais ao chão e à parede vertical, respectivamente. Determine o valor das forças.

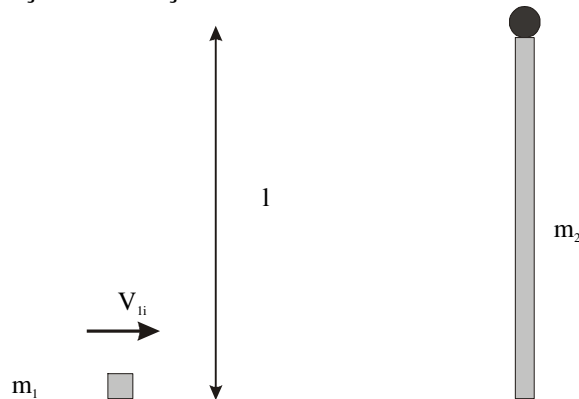
60°

- 22** Uma barra de massa desprezável, de comprimento L está apoiada num ponto O . Em cada extremidade está suspensa uma massa, $m_A = 10$ kg e $m_B = 16$ kg.
- A que distância do ponto A deve estar o apoio O ?
 - Qual é a reacção no ponto O ?

- 23** Uma escada dupla está apoiada num plano horizontal. As duas escadas estão ligadas por uma corda AB horizontal. A e B estão ligadas no meio das escadas de comprimento l e de peso 2 N. Sabendo que a tensão máxima suportada pela corda é 1,1 N, verifique se o equilíbrio é possível (despreze o atrito entre a escada e o chão)?

47°

- 24** Uma massa m_1 com uma velocidade V_{li} colide com uma barra, de massa m_2 e de comprimento l m, inicialmente em repouso e fica cravada nela. Exprima a velocidade de rotação em função da velocidade inicial de m_1 ($m=m_1=m_2$).



- 25** Considere a colisão do problema 25 mas agora o sistema está horizontal sobre numa superfície sem atrito. Devido ao atrito no eixo de rotação da barra, ela é sujeita a um momento τ .
- Calcule a aceleração angular?
 - Calcule a distância percorrida pela extremidade da barra antes de parar.
 - Calcule o deslocamento do centro de massa?
- 26** Considere o pêndulo cônico. Usando a expressão obtida em d) demonstre que o momento angular da massa é:

$$L = ml^2 \sin^2 \theta \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}}$$

- 27** Um homem de massa m_H está sobre um mesa circular de raio R e massa m_m . A mesa pode rodar verticalmente sem atrito. O homem começa a andar com uma velocidade v_H relativamente ao chão (na direcção tangencial).
- Qual é a velocidade de rotação da mesa?
 - Qual é o trabalho por ele realizado para pôr a mesa em movimento?

Soluções I.4.b)

1. a) $1,88 \text{ kg.m}^2$; $0,61 \text{ m}$; b) $0,94 \text{ kg.m}^2$; $0,43 \text{ m}$; c) $0,63 \text{ kg.m}^2$; d) $0,35 \text{ m}$
2. a) $3,75 \text{ kg.m}^2$; $3,162 \text{ m}$; b) $1,875 \text{ kg.m}^2$; $3,162 \text{ m}$; c) $1,25 \text{ kg.m}^2$; $0,353 \text{ m}$
3. $6,79 \times 10^{-46} \text{ kg.m}^2$
4. $1,57 \text{ rad.s}^{-1}$; $24,65 \text{ J}$
5. a) $\frac{1}{3} \text{ ML}^2$; b) $\frac{1}{12} \text{ ML}^2$
6. $\frac{1}{2} \text{ MR}^2$
7. $5,25 \text{ min}$
8. a) $1,78 \times 10^{-4} \text{ J}$; b) $3,55 \times 10^{-4} \text{ J}$; c) $5,33 \times 10^{-4}$
9. $\frac{1}{3} \text{ Ma}^2$
10. $\frac{1}{12} \text{ Ma}^2$
11. $M \frac{a^2 + b^2}{12}$
12. a) $\frac{1}{2} \text{ MR}^2$; b) $\frac{3}{2} \text{ MR}^2$
13. $\frac{2}{5} \text{ MR}^2$
14. $10/4 \text{ g y}_0$; $4/3 \text{ g y}_0$; g y_0
15. $1,96 \text{ rad.s}^{-2}$; $3,92 \text{ rad.s}^{-1}$
16. $1,8 \text{ rad.s}^{-2}$
17. $13,07 \text{ rad.s}^{-2}$; $6,53 \text{ m.s}^{-2}$
18. $7,88 \text{ rad.s}^{-1}$
19. a) $R^2 = R_1^2 + R_2^2$;
 b) $I_a = \frac{1}{2} \pi \rho_1 h R_1^4 + \frac{1}{2} \pi \rho_2 h R_2^4 + \pi \rho_2 h R_1^2 R_2^2$; $I_b = \frac{1}{2} \pi \rho_1 h R_1^4 + \frac{1}{2} \pi \rho_2 h R_2^4 + \pi \rho_1 h R_1^2 R_2^2$
 c) $\rho_1 \langle \rho_2 \Rightarrow I_a \rangle I_b$
20. $x = 2.83 \text{ m}$
21. - $F_1 = 96 \text{ N}$; $F_2 = 36 \text{ N}$; $F_3 = 96 \text{ N}$
22. - a) 0.62 L ; b) $254,8 \text{ N}$
23. - Não
24. - $\omega = \frac{3}{4l} v$
25. $\alpha = \frac{3\tau}{4ml^2}$; $S = \frac{3mlv^2}{8\tau}$; $S_{CM} = \frac{3}{4} S$
28. a) $\omega_m = -\frac{2m_H}{m_m} \frac{v_H}{R}$; b) $W_H = \Delta E_C = \frac{1}{2} m_H v_H^2 + \frac{1}{4} m R^2 \omega_m^2$