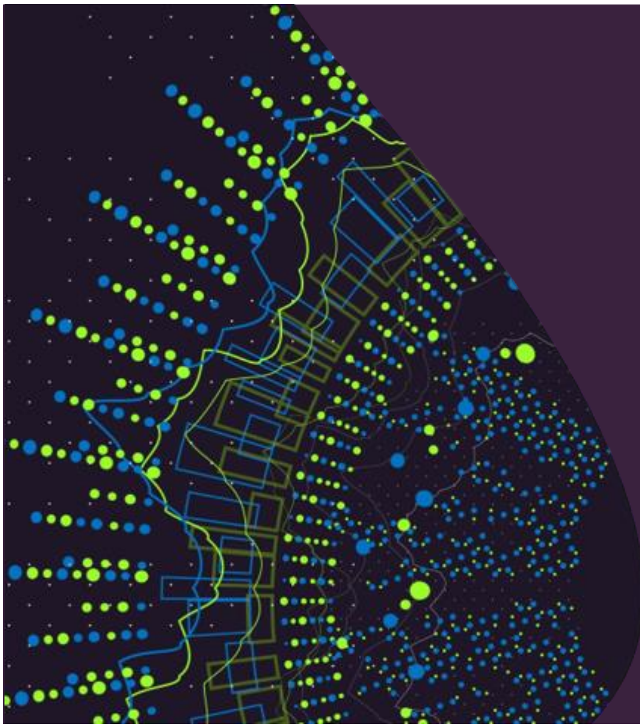


Mecânica e Campo Eletromagnético

11 Jan 2022

Cap. 3 – Lei de Faraday. Lei de Lenz. Indução e auto-indução

- Exemplos

Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
Gab. 13.3.16

1

1

LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA

$$\in = -N\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

N = nº espiras

Não referimos ainda qual é o sentido das forças electromotrizes induzidas. Ainda que este possa ser descoberto por análise formal da Lei de Faraday, podemos especificá-lo através do princípio da conservação da energia que, neste caso, toma a forma da chamada **LEI DE LENZ**

O sentido da corrente induzida tende sempre a opor-se à variação da grandeza que o produziu

O sinal menos na Lei de Faraday exprime este tipo de oposição.
A **LEI DE LENZ** refere-se às ***correntes*** induzidas, pelo que se aplica **apenas a circuitos fechados**.

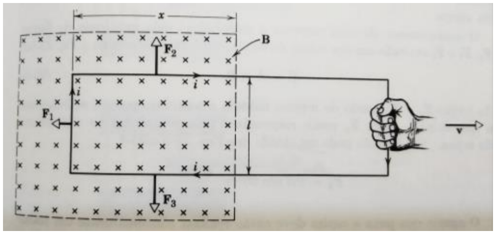
Analogamente ao que acontece na Mecânica, vamos utilizar o princípio da conservação da energia para o estudo da lei de Lenz.

MCE_IM_2021-2022

2

2

ESTUDO QUANTITATIVO DA INDUÇÃO



Espira rectangular de largura l, com um dos seus extremos imerso num campo magnético $\vec{B}$, perpendicular ao plano da folha.
A espira é puxada para a direita, de modo que se mova com uma velocidade constante v.

$$\emptyset_B = Blx$$

Pela **LEI DE FARADAY**, tem-se uma **f.e.m. induzida** (ou *f.e.m. de movimento*) $\epsilon = -\frac{d\emptyset_B}{dt}$ $\epsilon = -Blv$

que origina uma **corrente** na espira $I = \frac{\epsilon}{R}$ ⟶ $I = \frac{Blv}{R}$ R = resistência da espira

O sentido da corrente (e da f.e.m. induzida) é o mesmo do dos ponteiros do relógio, pois, pela **LEI DE LENZ**, ela **deve opor-se à diminuição do fluxo magnético, $\emptyset_B$** o que implica no aparecimento de uma indução B paralela ao campo magnético externo na região da espira.

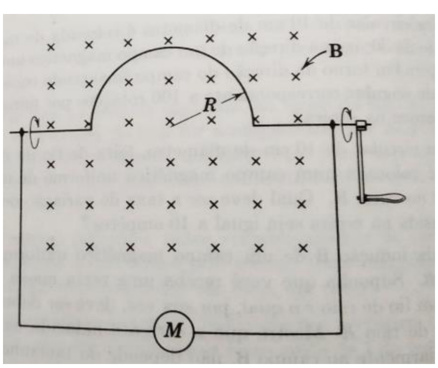
O aparecimento de I ⟶ $\vec{F_1}$ $\vec{F_2}$ e $\vec{F_3}$ $\boxed{\vec{F} = I\,\vec{l}\times\vec{B}}$ $\boxed{F_1 = \frac{B^2 l^2 v}{R}}$ Potência $P = F_1 v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$

$\vec{F_2} = \vec{F_3} = 0$

análogo ao Problema I - 4ª série

Um fio rígido, dobrado em forma de uma semi-circunferência de raio R, é girado com uma frequência, f, na presença de um campo magnético uniforme de indução $\vec{B}$, conforme o esquema. Supondo que a resistência do medidor M seja igual a RM e que o resto do circuito tenha uma resistência desprezável, CALCULAR - a amplitude e a frequência da corrente e da diferença de potencial induzida entre os seus extremos.

Princípio do GERADOR DE CORRENTE ALTERNADA



$$\epsilon = -\frac{d\emptyset_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}.d\vec{S}$$

$$\emptyset_B = \int \vec{B}.d\vec{S} = |\vec{B}||área\ A|\cos(\omega t)$$

no início: $d\vec{S}$ aponta no mesmo sentido de $\vec{B}$

$\boxed{\epsilon = -BA\,\omega\,\text{sen}\,(\omega t)}$ $\boxed{\epsilon_{max} = B\,\pi^2 R^2 f}$ $A = \frac{\pi R^2}{2}$

$\epsilon_{max} = R_M I_{max}$ $\boxed{I_{max} = \frac{B\,\pi^2 R^2 f}{R_M}}$

a corrente I tende a opor-se à causa que lhe deu origem – **LEI DE LENZ**

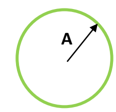
O gerador tem uma espira completa ou mesmo N espiras

Problemas 4ª série

2. Um campo magnético uniforme varia em grandeza a uma taxa constante (dB/dt). Um fio de cobre de massa m e de raio r, é dobrado de modo a formar um círculo de raio **A** (r<<**A**). Mostre que a corrente induzida no anel não depende do tamanho do fio ou do anel formado pelo fio, e é dada por

$$I = \frac{m}{4\pi\rho\delta}\left(\frac{dB}{dt}\right)$$

$\rho =$ resistividade ; $\delta =$ massa volúmica do cobre



comprimento do fio = $2\pi A$

área do anel = πA^2

secção do fio = s = πr^2

constante

$R = \rho \frac{l}{s}$

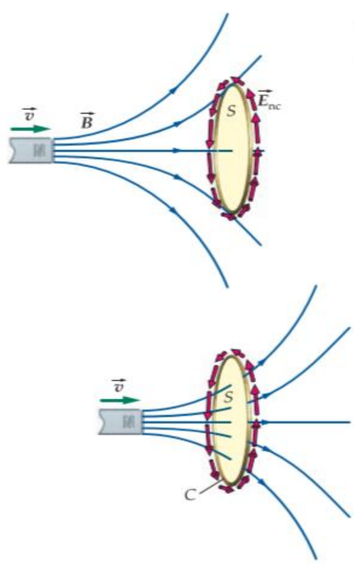
$\emptyset_B = \boxed{B}\, \pi A^2$

$\in = -\pi A^2 \frac{dB}{dt} = K.\pi A^2$

$I = \frac{\in}{R}$ ⇒ $I = \frac{K\pi A^2}{R}$ $\quad R = \rho\frac{2\pi A}{\pi r^2}$ $\quad I = \frac{A\pi r^2}{2\rho}\left(\frac{dB}{dt}\right)$

$\delta = \frac{m}{V}$ $\quad m = \delta . 2\pi A . \pi r^2$ ⇒ $A\pi r^2 = \frac{m}{2\pi\delta}$ ⇒ $I = \left(\frac{dB}{dt}\right)\frac{m}{2\pi\delta}\frac{1}{2\rho}$ $\quad \boxed{I = \left(\frac{dB}{dt}\right)\frac{m}{4\pi\delta\rho}}$ c.q.d.

LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA

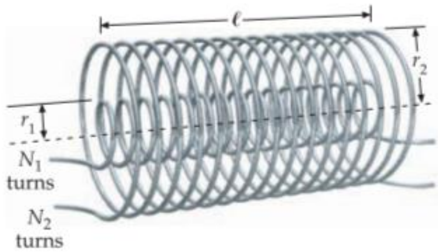


Se o fluxo magnético através de uma espira estacionária variar, é induzida uma f.e.m. na espira. A f.e.m. é distribuída ao longo da espira, que é devida a um campo eléctrico não conservativo $\vec{E}_{nc}$ tangente à espira. O caminho fechado C está dentro do material da espira condutora.

$$\in = \oint \overrightarrow{E_{nc}} . d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}.\hat{n}\, dA = -\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

f.e.m. induzida para um circuito estacionário num campo magnético variável

INDUÇÃO MÚTUA



O campo magnético B_1 devido à corrente no **solenóide interno** é uniforme no interior deste solenóide interno e tem a grandeza

$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1 = \mu_0 n_1 I_1 \qquad r < r_1$$

Fora do solenóide interno o campo B_1 é ≈ zero

O **fluxo de B_1** através do **solenóide externo** é

$$\emptyset_{m2} = N_2 B_1 (\pi r_1^2) = n_2 l\, B_1 (\pi r_1^2)$$

$$\boldsymbol{\emptyset_{m2} = \mu_0\, n_2\, n_1 l\, (\pi r_1^2)\, I_1}$$

Nota: a área usada no cálculo do fluxo através do solenóide externo não é a área da secção deste solenóide, mas a do solenóide interno, pois o campo magnético do solenóide interno é zero fora deste

A **INDUTÂNCIA MÚTUA,** $M_{12} = \frac{\emptyset_{m12}}{I_1} = \mu_0\, n_2\, n_1 l\, (\pi r_1^2)$

INDUÇÃO MÚTUA

As variações de corrente num circuito fechado induzem o surgimento de uma f.e.m. num outro circuito fechado, situado nas proximidades.

CIRCUITO 2

$$\in_{21} = -N_2 \frac{d\emptyset_{21}}{dt} = - \frac{d}{dt} \int_{circuito\ 2} \overrightarrow{B_1} . d\overrightarrow{S_2}$$

$$-N_2 \frac{d\emptyset_{21}}{dt} = M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

$$M_{21} = N_2 \frac{\emptyset_{21}}{I_1}$$

Unidade SI de indutância – henry

1 henry = 1 tesla.metro quadrado por ampère

1 H = 1 T.m^2 /A

CIRCUITO 1

A alteração do fluxo através do circuito 1 é proporcional à variação de corrente no circuito 2

$$N_1 \frac{d\emptyset_{12}}{dt} = M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

$$M_{12} = N_1 \frac{\emptyset_{12}}{I_2}$$

$$M_{21} = M_{12}$$

AUTO-INDUÇÃO

Qualquer circuito fechado tem uma AUTO-INDUÇÃO, i. é, a capacidade de se opor ao campo magnético próprio, quando ocorrem variações na corrente.

A auto-indução ocorre sempre que, num circuito,

- a corrente aumenta **dI /dt**, de que resultam um aumento do campo **B** e também do fluxo **ϕ**. O aumento da variação do fluxo **(dφ/dt)** implica o aparecimento de uma f.e.m. induzida que cria uma corrente induzida que se opõe à variação da corrente I.

- a corrente diminui **dI /dt**, de que resultam uma diminuição do campo **B** e também do fluxo **ϕ**. A diminuição da variação do fluxo **(dφ/dt)** implica o aparecimento de uma f.e.m. induzida que cria uma corrente induzida que se opõe à variação da corrente I.

AUTO-INDUÇÃO

Se **dI /dt > 0**, a corrente induzida flui no sentido da rotação dos ponteiros do relógio

Se **dI /dt < 0**, a corrente induzida flui no sentido contrário ao da rotação dos ponteiros do relógio

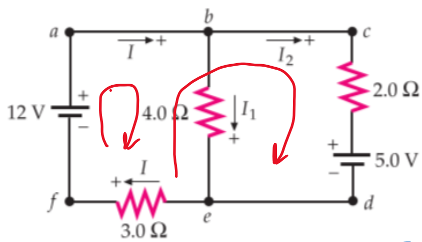
$$\epsilon_L = -N \frac{d\emptyset_B}{dt} = -N \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} . d\vec{S}$$

$$\epsilon_L = -\boxed{L} \frac{dI}{dt}$$

AUTO-INDUÇÃO

INDUTOR – elemento com elevado coeficiente de auto-indução

LEIS DE KIRCHHOFF



1. Determinar a corrente em cada ramo do circuito.
2. Calcular a energia dissipada na resistência de 4,0 Ω após 3,0 s.

1.

Lei dos nós: $I = I_2 + I_1$

Lei das malhas:

$$\begin{cases} -12{,}0 + 4{,}0 . I_1 + 3{,}0 . I = 0 \\ -12 + 2{,}0 . I_2 + 5{,}0 + 3{,}0 . I = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -12{,}0 + 3{,}0 . (I_2 + I_1) + 4{,}0 . I_1 = 0 \\ -7{,}0 + 2{,}0 . I_2 + 3{,}0 . (I_2 + I_1) = 0 \end{cases}$$

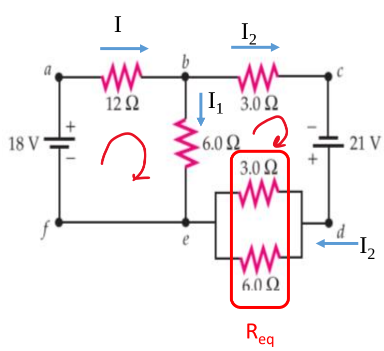
$\mathbf{I_2 = 0{,}5\ A}$
$\mathbf{I_1 = 1{,}5\ A}$

2.

A potência distribuída na resistência de 4,0 Ω é dada por $\mathbf{P = R\, I^2}$ ⇨ $P = 4{,}0 . 1{,}5^2$ (W) = 9,0 W

A energia total dissipada em R = 4,0 Ω após 3,0 s é dada por **W = P. Δt** = 9,0. 3,0 = 27,0 J

LEIS DE KIRCHHOFF



1. Calcular a corrente em cada ramo do circuito.
2. Considere V = 0 no ponto *c* e determine o potencial em cada ponto de ***a*** até ***f***.

1.

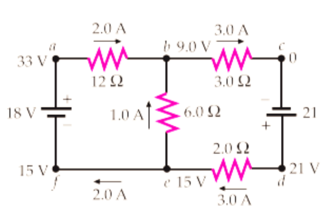
Em b (Lei dos nós): $I = I_1 + I_2$

Lei das malhas:

$$\begin{cases} -18 + 12 . I + 6 . I_1 = 0 \\ -21 + 3 . I_2 + 2 . I_2 - 6 . I_1 = 0 \end{cases}$$

$R_{eq} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ $\quad R_{eq} = 2\ \Omega$

$I = 2\ A;\ I_1 = -1 A;\ I_2 = 3\ A$



2.

$V = R_{eq} I_2$

redesenho do circuito face aos valores de corrente encontrados e respectivos valores das diferentes quedas de tensão