| | | | |
|---|---|---|---|
| **MECÂNICA E CAMPO ELETROMAGNÉTICO 2022/2023** | **UNIVERSIDADE DE AVEIRO** | 1º Semestre | **Cotação** |
| | | **TESTE** | **1 (4,0)** |
| | | **Data:** 11/01/2023 | **2 (4,0)** |
| | DEPARTAMENTO DE FÍSICA | **Hora:** 10:00 horas | **3 (2,0)** |
| | **3810-193 AVEIRO** | **Duração:** 1,5h + 30 min | **4 (3,0)** |
| | | **Anf. 12.1.1, Anf. 12.1.18,** | **5 (3,0)** |
| | | **Anf. 12.2.1** | **6 (4,0)** |

***Não é permitido o uso de máquina de calcular. Apresente todos os cálculos efetuados.***

***Considere g=10 m/s²***

**ATENÇÃO : PARTE A numa folha e PARTE B noutra folha**

## PARTE A

**1.** Um corpo descreve uma circunferência de acordo com a lei $s = t^3+2t^2$ ($s$ em metro e $t$ em segundo). Em t=2s, a aceleração total do corpo é $16\sqrt{2}$ $ms^{-2}$.

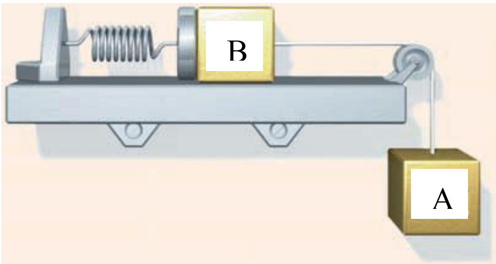
a) Determine a expressão da velocidade.

b) Calcule o valor da aceleração tangencial para t= 2 s.

c) Determine o valor do raio da circunferência.

Sol: a) $v(t)=3t^2+4t$ (m/s); b) $a_t=16$ m/s² ; r =25 m

**2.** Um bloco A, de 4,0 kg, está pendurado por um fio que passa por uma roldana, sem massa e sem atrito, e está ligado a um bloco B, de 6,0 kg, como na figura. O bloco B empurra uma mola contra o suporte, comprimindo-a 30 cm. Esta tem uma constante de força de 180 N/m. A mola solta-se e o bloco B desliza na horizontal, com coeficiente de atrito 0,20, enquanto o bloco A desce uma distância de 40 cm na vertical. (Considere que o bloco B está inicialmente afastado da roldana de uma distância ≥ 40 cm).




a) Determine o valor da energia potencial elástica.

Sol: $EP_{el}$= 8,1 (J)

b) Qual o valor do trabalho realizado pelo corpo A entre as posições inicial e final (40 cm abaixo)?

Sol: $W_A$ = 16 (J)

c) Determine a velocidade dos blocos, ao fim desse deslocamento.

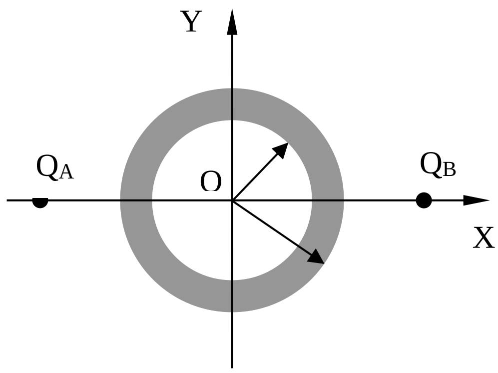
Sol: $v_f$ = 2,0 (m/s)

**3.** Um pêndulo simples tem um período de 2 s e uma amplitude de 2,0 °. Após 10 oscilações completas, a sua amplitude foi reduzida para 1,5°. Determine o coeficiente de amortecimento. Discuta a influência da viscosidade do ar no período do pêndulo.

Sol: $f = 1{,}43 \times 10^{-2}$ $s^{-1}$

## PARTE B

**4.** No sistema de eixos $XY$ representado na figura a partícula $A$, de carga $Q_A = +10\ \mu\text{C}$, e a partícula $B$, de carga $Q_B = -10\ \mu\text{C}$, estão colocadas a 10 cm da origem, de acordo com a figura. A coroa esférica tem raio interior $R_i = 1$ cm, raio exterior $R_e = 1{,}2$ cm, é condutora e a sua carga total é nula.




a) Calcule o campo e o potencial elétrico na origem, na ausência da coroa esférica.

Sol: $\vec{E}(0) = \frac{5\times10^{-4}}{\pi\varepsilon_0}\hat{\imath}$ (V/m) ; $V(0) = 0$ (V)

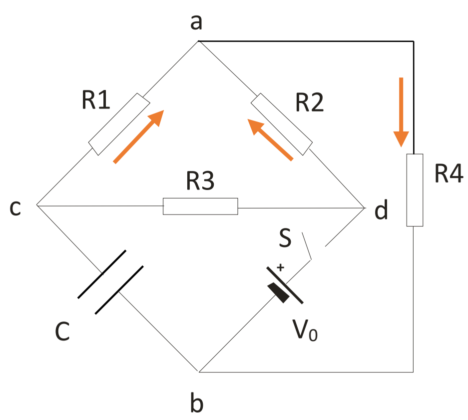
b) Repita a alínea anterior se a coroa condutora, descarregada, for colocada centrada na origem.

Sol: $\vec{E}(0) = \vec{0}$ (V/m) ; $V(0) = 0$ (V)

c) Determine o fluxo do campo elétrico que atravessa uma segunda superfície esférica centrada na origem e raio de 12 cm. Justifique de forma clara a sua resposta.

Sol: $\Phi_E = 0$ (V.m)

5. No circuito da figura ao lado, $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 5\ \Omega$, $R_4 = 5\ \Omega$, $C = 100\ \mu\text{F}$ e $V_0 = 20$ V. Considerando o interruptor <u>$S$ fechado</u>:




a) Calcule as correntes estacionárias $(t \to \infty)$ em todas as resistências.

Sol: $I_{R_1} = I_{R_2} = I_{R_3} = 1$ A ; $I_{R_4} = 2$ A (sentidos indicados)

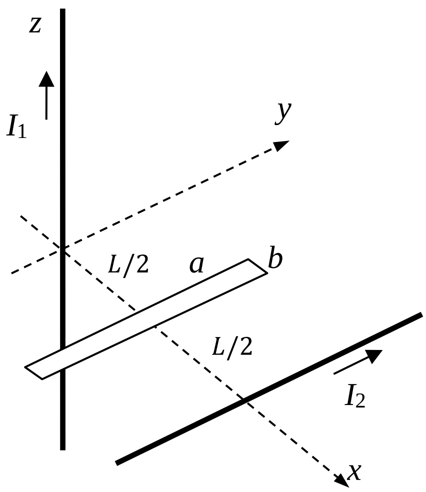
b) Calcule a diferença de potencial nos terminais do condensador carregado ($\Delta V_{cb} = V_c - V_b$).

Sol: $V_c - V_b = +15$ V

c) <u>Abre-se o interruptor $S$</u>. Calcule a corrente elétrica fornecida pelo condensador em função do tempo.

Sol: $i(t) = \frac{12}{7}e^{-\frac{t}{\tau}}$ ; $\tau = 8{,}75 \times 10^{-4}$ s

**6.** Considere uma corrente $I_1$ coincidente com o eixo-$zz$ e outra corrente $I_2$ paralela ao eixo-$yy$, separadas de uma distância $L$, de comprimentos considerados infinitos. Entre as duas linhas de corrente está colocada, no plano $OXY$, uma espira retangular de lados $a$ e $b$, conforme mostra a figura. O centro da espira está colocado no ponto $x = L/2$ e o lado $a$ é paralelo ao eixo-$yy$. As intensidades das correntes elétricas são $I_1 = I_2 = I_o + ct$, em que $I_o$ e $c$ são constantes positivas. Determine:




a) O vetor campo magnético $\vec{B}$ no centro da espira. Justique todos os cálculos.

Sol: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{\pi L}\hat{\jmath} + \frac{\mu_0 I_2}{\pi L}\hat{k}$ (T)

b) O fluxo total do campo magnético que atravessa a espira (suponha que $b << L$)

Sol: $\Phi_B = \frac{\mu_o I_2 ab}{\pi L}(\mathrm{T \cdot m^2})$

c) A intensidade da corrente elétrica induzida na espira, com resistência elétrica $R$, e o seu sentido. (Represente e justifique de forma clara o sentido da corrente induzida)

Sol: $\mathrm{I}_{ind} = \frac{\mu_o abc}{\pi LR}$ (A), (campo induzido com sentido $-zz$)

**FORMULÁRIO**

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2}; \quad \vec{a}_c = \frac{v^2}{r}\hat{u}_n; \quad \vec{a}_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt}\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = \frac{dv}{dt}\hat{u}_t;$$

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}; \quad \alpha(t) = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}; \quad \alpha(t) = \frac{a_t}{R}, \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}; \quad \vec{p} = m\vec{v}; \quad \|\vec{F}_a\| = \mu\|\vec{N}\|$$

$$\vec{I} = \Delta\vec{P}; \qquad \vec{I} = \int_{t_i}^{t_f}\vec{F}\cdot dt; \qquad E_c = \frac{1}{2}mv^2; \; \vec{r}_{cm} = \frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i};$$

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{u}_r; \qquad E_{pg} = -G\frac{M_T m}{r}; \qquad \left\|\vec{I}_{impulsão}\right\| = \rho Vg; \vec{F} = -\vec{\nabla}E_p; \; \vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F};$$

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f}\vec{F}\cdot d\vec{r}; \quad W = \Delta E_c; \; W_c = -\Delta E_p; \qquad \vec{v}_f - \vec{v}_i = \vec{v}_e \ln\frac{M_i}{M_f}; \qquad F = M\frac{dv}{dt} = v_e\left|\frac{dM}{dt}\right|$$

$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}; \quad \vec{L} = I\,\vec{\omega}; \quad I = \sum_i m_i r_i^2; \; \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}; \; \vec{\tau} = I\,\vec{\alpha}; \; E_c = \frac{1}{2}I\omega^2; \; I = I_{CM} + Md^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2; \; \omega = \sqrt{\frac{K_{mola}}{M}}; \; \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}; \; \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}; \; \omega_{ress} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}; \; \gamma = \left(\frac{b}{2m}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}; \; v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}; \qquad y(t) = Asen(\omega t + \delta); \qquad y(x,t) = Ae^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t + \phi)$$

$y(x,t) = Asen\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T}\right) + \delta\right] = Asen(kx \mp \omega t + \delta)$; $y(x,t) = [Asen(kx) + B\cos(kx)]sen(\omega t)$; $A = \dfrac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\omega_f^{\,2} - \omega_0^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$ ;

$tg\varphi = \dfrac{\omega_f^{\,2} - \omega_0^{\,2}}{\frac{b\omega_f}{m}}$ ; $R = \dfrac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} = \dfrac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \dfrac{\mu_1 v_1 - \mu_2 v_2}{\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2}$; $T = \dfrac{2v_2}{v_1 + v_2} = \dfrac{2k_1}{k_1 + k_2} = \dfrac{2\mu_1 v_1}{\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2}$

$y(x,t) = \left(2A\cos\frac{\varphi}{2}\right)sen\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$; $y(t) = 2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)sen\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$

$\dfrac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = v^2 \dfrac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$ ; $sen\alpha \pm sen\beta = 2A\cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)sen\left[\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right]$; $\cos\alpha + \cos\beta = 2A\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left[\frac{\alpha - \beta}{2}\right]$;

$\cos\alpha - \cos\beta = -2Asen\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)sen\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$; $sen2\alpha = 2sen\alpha\cos\alpha$

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$ , $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ , $\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$ , $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$ , $\overrightarrow{F_E} = q\vec{E}$

$C = \frac{Q}{V}$ , $R = \rho\frac{L}{A}$ , $P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ , $\overrightarrow{F_B} = q\vec{v} \times \vec{B}$ , $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o I$ , $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12}$ $C^2$ / N·m, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T·m / A