Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Cálculo II — Exame de Recorrência

17 de Junho de 2005

Duração: **2 horas**

Classificação: ________

20 Pontos

1. Considere a região do plano

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ -\sqrt{1 - x^2} \leq y \leq (x - 1)^2\}.$$

   (a) Represente geometricamente a região D.

   (b) Indique um integral cujo valor é a área da região D (não calcule o integral).

40
Pontos

3. Considere a função f definida por $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$, $x \in]0, +\infty[$.

   (a) Estude a natureza do integral $\displaystyle\int_1^{+\infty} f(x)\, dx$.

40
Pontos

7. (a) Considere uma equação diferencial linear $y'' + a_1y' + a_2y = 0$, com $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$. Determine os coeficientes a_1 e a_2 sabendo que as raízes da sua equação característica são $r = -1$ e $r = -3$.

(b) Considere a equação diferencial linear **completa**

$$y'' + a_1y' + a_2y = x, \text{ em que } a_1, a_2 \text{ foram obtidos na alínea (a).}$$

Nota: Se não respondeu à alínea (a), faça $a_1 = 6$ e $a_2 = 8$.

i. Encontre a solução geral da equação homogénea associada à equação.

ii. Determine uma solução particular, y_p, da equação diferencial linear completa, sabendo que é da forma $y_p(x) = A_0x + A_1$.

iii. Determine a solução geral da equação diferencial linear completa.

Cálculo III - Teste 2

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Novembro de 2005

2. Calcule a área da região plana $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 1, \ x^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$.
(Sugestão: tenha em conta a simetria da região).

2. Calcule a área da região plana D limitada pelas curvas de equação $y = x^2 + 1$ e $y = 3 - x^2$.

2. Calcule a área da região plana $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y,\ x^2 + y^2 \leq 9\}$.

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Cálculo II - Semestre Extraordinário — Primeiro Mini-Teste
18 de Novembro de 2009
Duração: **1 hora e 30 minutos**

Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.

30 Pontos

2. Estude a convergência do integral impróprio $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}}\,dx$.

100 Pontos

3. Considere a seguinte EDO:
$$y''' + 2y'' + 2y' = 3e^{-x}.$$
   (a) Verifique se a função $y = e^{-x}$ $(x \in \mathbb{R})$ é solução da equação dada.

   (b) Determine a sua solução geral.

40 Pontos

4. Determine a solução geral da equação diferencial
$$(x^2+1)y' - \frac{1}{\operatorname{arctg} y} = 0.$$

2. (5 valores) Diga, justificando, se os seguintes integrais impróprios convergem ou divergem e, no caso de convergência, se são simplesmente ou absolutamente convergentes:

(a) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{1}{x}\, dx$; (b) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^4+2}\, dx$; (c) $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\sin x}{\sqrt{x}}\, dx$; (d) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$.

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

CÁLCULO II - Agrup. 1 **13/06/2018**

Teste 2 - avaliação discreta Duração: 1h30 + 15 min de tolerância

---

Os resultados usados devem ser enunciados com precisão e rigor. A qualidade e cuidado na redação da resposta são elementos importantes para a avaliação. Dúvidas na interpretação das questões devem ser explicitadas na prova.

5,0 val. **1.** Determine a solução da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$1 + y^2 - xy' = 0$$

que satisfaz a condição inicial $y(1) = 1$.

6,0 val. **2.** Determine a solução da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$(1 - x^2)y' - xy = xy^2$$

que satisfaz a condição inicial $y(0) = 0,5$.

6,0 val. **3.** Determine a solução geral da seguinte equação com derivadas ordinárias

$$y'' + 4y = x^2 + 5\cos x.$$

3,0 val. **4.** Sabendo a fórmula $\mathcal{L}\{\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau\}(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}(s)\mathcal{L}\{g(t)\}(s)$ determine uma solução $y(t)$ da equação

$$y(t) + \int_0^t \sin(t-\tau)y(\tau)d\tau = 1.$$

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Cálculo II (Agrupamento 1) — Exame Final

8 de Julho de 2015

Duração: **2h30m**

Classificação: ________
Valores

[30 pt.] 1. Determine, usando a transformada de Laplace, a solução do problema de Cauchy $\begin{cases} 12\,y + 4\,y' = 5\,e^{-3\,t} \\ y(0) = 5 \end{cases}$

[20 pt.] 2. Considere a equação diferencial $y' = -\dfrac{x}{y}$. Determine o seu integral geral e esboce a solução que satisfaz a condição inicial $y(0) = 1$.

[20 pt.] 3. Resolva a equação diferencial $y' = -\dfrac{2\,xy}{x^2 - 5} - 7\,x + 6$ utilizando o método do fator integrante.

[30 pt.] 4. Determine, justificando, a EDO linear de coeficientes constantes cuja solução geral é dada por

$$y = c_1 \mathrm{e}^x \cos(2x) + c_2 \mathrm{e}^x \sin(2x) + \frac{\mathrm{e}^{-2x}}{6}.$$

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Cálculo II - Semestre Extraordinário — Exame de Recurso

25 de Janeiro de 2010

Duração: **2 horas e 30 minutos**

Questão	1	2	3	4	5 (a)	5 (b)	6	7	8 (a)	8 (b)	9 (a)	9 (b)
Cotação	20	30	20	15	20	20	10	15	10	15	15	10

2. Determine a solução geral da equação $y''' + y'' + y' = x - 3$.

3. Determine a solução do problema de Cauchy $\begin{cases} y'' - y = e^t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$.

4. Determine a solução geral da equação $y' = \left(\dfrac{2y+13}{x-1}\right)^3$.