Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2022/23

Folha Semana 7 (27 de Março de 2023 – 31 de Março de 2023)

1. Justifique, utilizando um argumento de *combinatória*, a igualdade

$$\binom{n}{k}k = n\binom{n-1}{k-1},$$

para todos os números naturais $n, k \geq 1$.

Sugestão: Utilize que $\binom{n}{k}k$ é o número de pares (A, x) tal que $A \subseteq \{1, 2, \ldots, n\}$ com $|A| = k$ e $x \in A$; ou seja, o número de maneiras de escolher um subconjunto A de $\{1, 2 \ldots, n\}$ de k elementos e depois escolher um elemento de A. Por outro lado, $n\binom{n-1}{k-1}$ é o número de maneiras de escolher um elemento em $\{1, 2, \ldots, n\}$ e depois ...

2. Determine o número a_n de sequências nos símbolos «A», «B», «C» de comprimento $n \in \mathbb{N}$ em que o número de «B»'s consecutivos e o número de «C»'s consecutivos é par. (por exemplo, «ABBACCCC» conta mas «ABACC» e «ABBACCC» não contam).

Mais concretamente,

a) determine uma equação de recorrência para os termos da sucessão $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$,

b) indique as condições inicias, e

c) resolva esta equação de recorrência (possivelmente, aqui têm de esperar até vão aprender resolver equações de recorrência homogéneas).

3. **Boa Pascoa!!**