



# **Mecânica e Campo Electromagnético**

## **Problemas**

### **Capítulo 1.1: cinemática**

**2011-12**

### I.1.1.

**1** - A posição de um objecto que se move segundo uma linha recta é dada por:

$x = 3,0 t - 4,0 t^2 + t^3$  em que  $x$  é expresso em metros e  $t$  em segundos.

- Calcule a posição do objecto para  $t = 1, 2, 3$  e  $4$  s.
- Qual a distância total percorrida entre  $t = 0$  e  $t = 4$  s?
- Qual a velocidade média no intervalo de tempo  $t = 2$  e  $t = 4$  s?
- Determine a expressão para a velocidade em função do tempo.

**2** - Uma partícula material, na origem, parte do repouso com uma aceleração de  $10 \text{ m s}^{-2}$ , que decresce linearmente até se reduzir a metade ao fim de  $2$  s. A partir desse instante a partícula move-se com aceleração constante durante  $60$  s, findos os quais fica sujeita apenas ao atrito do meio, que lhe comunica uma aceleração constante, obrigando-a a parar ao fim de  $10$  s.

- Interprete graficamente a variação da aceleração e da velocidade no tempo;
- Calcule a velocidade máxima atingida pela partícula e o valor da aceleração devida ao atrito do meio.

**3** - Um carro parte do repouso com uma aceleração de  $4 \text{ m s}^{-2}$  durante  $4$  s. Durante os  $10$  s seguintes move-se com movimento uniforme. Em seguida, aplicam-se os travões e o carro trava com aceleração de  $8 \text{ m s}^{-2}$  até que pára.

- Faça a representação gráfica da velocidade em função do tempo
- Determine a distância percorrida desde a partida.

**4** - Um móvel A, inicialmente em repouso num ponto O, parte deste ponto, seguindo uma trajectória rectilínea, com uma aceleração constante de  $2 \text{ m s}^{-2}$ . Decorridos  $4$  s, um outro móvel B parte do repouso, mesmo ponto, seguindo a mesma trajectória porém acelerado constantemente à razão de  $3 \text{ m s}^{-2}$ . A que distância de O o móvel B ultrapassará o móvel A?

**5** - Um móvel que se desloca com movimento rectilíneo uniformemente acelerado percorre  $17 \text{ m}$  em  $2 \text{ s}$ . Durante os dois segundos imediatos percorre  $24 \text{ m}$ .

- Calcule a velocidade inicial do corpo e a sua aceleração.
- Que distância percorrerá nos  $4 \text{ s}$  seguintes?

**6** - As coordenadas de um corpo são  $x = 2 \sin \omega t$ ,  $y = 2 \cos \omega t$  onde  $x$  e  $y$  são em centímetros

Determine:

- a equação da trajectória em coordenadas cartesianas
- o valor da velocidade num instante qualquer
- as componentes tangencial e normal da aceleração num instante qualquer
- identificar o tipo de movimento descrito pelas equações

**7** - Confirme a fórmula da aceleração centrípeta por análise dimensional.

**8 -** A aceleração de um corpo que se move ao longo de uma linha recta é dada por  $\vec{a} = (4 - t^2) \hat{i}$  em que as unidades de  $a$  são  $\text{m s}^{-2}$  e  $t$  está em segundos. Determinar a velocidade e a posição em função do tempo, sabendo que quando  $t = 3 \text{ s}$ ,  $v = 2 \text{ m s}^{-1}$  e  $x = 9 \text{ m}$ .

**9 -** Estabeleça a lei do movimento  $x(t)$  de um ponto material cuja trajectória é rectilínea com aceleração  $(2 - 6t) \text{ m s}^{-2}$ , cuja velocidade inicial é  $1 \text{ m s}^{-1}$ , e que em  $t=1\text{s}$  se encontra na origem.

**10 -** O módulo da velocidade dum móvel é dado por:

$$\begin{aligned} v &= 2t && \text{para } 0 < t < 10 \\ v &= 20 && \text{para } 10 < t < 30 \\ v &= 140 - 4t && \text{para } 30 < t < 35 \end{aligned}$$

em que  $v$  é velocidade em  $\text{m s}^{-1}$  e  $t$  em  $\text{s}$ . No intervalo de 0 a 35 s:

- Represente graficamente  $v(t)$
- Represente graficamente  $a(t)$
- Represente graficamente  $x(t)$

**11 -** A velocidade de um corpo que se desloca em linha recta é  $v = 1 + 6t^2$ , onde  $v$  é dado em  $\text{cm s}^{-1}$  e  $t$  em segundos. Em  $t = 2 \text{ s}$ , a posição é  $x = 20 \text{ cm}$ . Determine:

- As expressões da aceleração e da posição do móvel em qualquer instante
- A posição e velocidade em  $t=0$ .

**12 -** Um homem, no cimo de um edifício, lança uma bola verticalmente para cima, com uma velocidade inicial de  $10 \text{ m s}^{-1}$ . A bola atinge a rua 4,25 s depois do instante em que é lançada.

- Qual a altura máxima atingida pela bola?
- Qual a altura do edifício?
- Com que velocidade a bola atinge a rua?

**13 -** Lançam-se dois projecteis simultaneamente, um para cima na direcção vertical, e outro numa direcção que faz um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal. Determine a relação das velocidades iniciais para que, quando o primeiro atinja o solo, o segundo atinja a altura máxima. Verifique que esta relação se reduz a metade se os dois projecteis atingirem simultaneamente o solo.

**14 -** \*Um projectil é lançado com uma velocidade de  $100 \text{ m s}^{-1}$  fazendo um ângulo de  $60^\circ$  com a horizontal. Calcule:

- O alcance do projectil.
- A altura máxima.
- A velocidade e a altura 10 s após o lançamento.

**15 -** Determine o módulo da velocidade e a aceleração centrípeta da Terra no seu movimento em torno do Sol. O raio da órbita da Terra é de  $1,49 \times 10^{11} \text{ m}$ .

**16 -** A Lua gravita à volta da Terra completando uma volta em 27,3 dias. Suponha a órbita circular com raio de 384.000 km. Qual a intensidade da aceleração da Lua em torno da Terra?

**17 -** Um corpo desloca-se num arco de circunferência de raio  $r=10$  m obedecendo à seguinte lei:  $s(t) = 2 \cos(0,2t)$ . Em  $t=0$   $s=0$  e o sentido positivo de  $s$  é no sentido retrógrado. Determine:

- a) O vector velocidade em qualquer instante.
- b) O vector aceleração em qualquer instante.
- c) As componentes tangencial e normal da aceleração em  $t=1$  s.
- d) Os instantes em que a velocidade é nula.

**18 -** \*Um corpo desloca-se num arco de circunferência de raio  $r=1,0$  m no plano OXY obedecendo à seguinte lei:  $s(t) = 2t - t^2$ . Em  $t=0$  encontra-se na origem (0,0) e o sentido positivo de  $s$  é no sentido retrógrado. Determine, usando coordenadas cartesianas:

- a) O vector de posição da partícula em qualquer instante.
- b) O vector velocidade em qualquer instante. Determine o módulo.
- c) O vector aceleração em qualquer instante.
- d) As componentes tangencial e normal da aceleração em  $t=0,5$  s.
- e) A distância percorrida até  $t=2$  s. Qual a posição?

**19 -** Um objecto move-se com trajectória circular e uma velocidade, de módulo constante,  $v = 50 \text{ cm s}^{-1}$ . O vector posição muda de direcção de  $30^\circ$  em cada 2 s.

- a) Calcule o raio da trajectória.
- b) Qual é a aceleração centrípeta?

**20 -** Um corpo descreve uma trajectória circular de raio igual a 2 m, com velocidade angular  $\omega = 3t + 1$ ;  $t$  é expresso em segundos.

- a) Calcule o vector aceleração do corpo no instante  $t = 1$  s (módulo e ângulo do vector com a tangente à circunferência).
- b) Determine a equação que descreve o espaço percorrido em função do tempo.

### Soluções de I.1.1

1 - a)  $x(1) = 0$  m;  $x(2) = -2$  m;  $x(3) = 0$  m;  $x(4) = 12$  m; b)  $d = 17,5$  m;  
c)  $v_{med} = 7$  m/s; d)  $v = 3,0 - 8,0t + 3t^2$

2 - b)  $v_{max} = 315$  m/s;  $a = -31,5$  m/s<sup>2</sup>.

3 - b)  $d = 208$  m

4 -  $d = 475,1$  m (encontram-se ao fim de 21,8s)

5 - a)  $v_0 = 6,75$  m/s;  $a = 1,75$  m/s<sup>2</sup>; b)  $d = 69$  m

6 - a)  $x^2 + y^2 = 4$  b)  $2 \omega$  cm s<sup>-1</sup> c)  $a_T = 0$ ,  $a_N = 2 \omega$  cm s<sup>-2</sup>

7 -  $a_N = v^2/r$  :  $[L][T]^{-2} = ([L][T]^{-1})^2/[L]$

8 -  $v = -1 + 4t - t^3/3$  m/s;

$x = 0,75 - t + 2t^2 - t^4/12$  m

9 -  $x = -1 + t + t^2 - t^3$  m

11 - a)  $a = 12t$  cm/s<sup>2</sup>;  $x = 2 + t + 2t^3$  cm; b)  $v(0) = 1$  cm/s;  $x(0) = 2$  cm

12 - a)  $h_{max} = 51,1$  m (desde a rua) ; b)  $h = 46$  m; c)  $v(4,25) = -31,5$  m/s

14 - a)  $x(2t_h) = 884$  m; b)  $h = 383$  m; c)  $v(10) = 51,3$  m/s;  $h(10) = 376$  m

15 -  $|v| = 29,7 \times 10^4$  m/s;  $a_c = 5,9 \times 10^{-3}$  m/s<sup>2</sup>

16 -  $a_c = 2,72 \times 10^{-3}$  m/s<sup>2</sup>

17 - a)  $\vec{v} = 0,4 \sin(0,2t) \hat{u}_t$  b)  $\vec{a} = -0,08 \cos(0,2t) \hat{u}_t + 0,016 \sin^2(0,2t) \hat{u}_n$  ; c)  $a_t = -0,078$  m/s<sup>2</sup>;  $a_n = 6,32 \times 10^{-4}$  m/s<sup>2</sup> ; d)  $t_v = 0 = 5n\pi$   $n = 0, 1, 2, \dots$

18 - a)  $x = -1 + \cos(2t - t^2)$ ,  $y = \sin(2t - t^2)$

b)  $v_x = -(2 - 2t) \sin(2t - t^2)$ ,  $v_y = (2 - 2t) \cos(2t - t^2)$ ,  $|v| = 2 - 2t$

c)  $a_x = -(2 - 2t)^2 \cos(2t - t^2) + 2 \sin(2t - t^2)$  ;  $a_y = -(2 - 2t)^2 \sin(2t - t^2) - 2 \cos(2t - t^2)$

d)  $a_t = -2$  m/s<sup>2</sup>;  $a_n = 1$  m/s<sup>2</sup> e)  $d = 2$  m;  $s = 0$ ; ponto (0,0)

19 - a)  $r = 1,9$  m; b)  $a_c = 0,13$  m/s<sup>2</sup>

20 - a)  $\vec{a}(1) = 6\hat{u}_t + 32\hat{u}_n$  ;  $a(1) = 32,6$  m/s<sup>2</sup>;  $\phi = 79,4^\circ$  ; b)  $s(t) = 2t + 3t^2$