Primeiro teste de **Algoritmos e Estruturas de Dados**

13 de Outubro de 2017 **Duração: 1 hora**

Justifique todas as suas respostas.

Nome: André Almeida Oliveira

N. Mec.: 107637

Fórmulas:

- $\sum_{k=1}^{n} 1 = n$
- $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$
- $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$
- $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \approx \log n$
- $n! \approx n^n e^{-n}\sqrt{2\pi n}$

3.0 **1:** No seguinte código,

```
#include <stdio.h>

int f(int x) { return 2 * x + 3; }
int g(int x) { return x * x - 7; }

int main(void)
{
  for(int i = -5;i <= 5;i++)
    if( (f(i) > 0) || (g(i) > 0) )
      printf("%d\n",i);
  return 0;
}
```

1.5 **a)** para que valores da variável `i` é avaliada a função `g(x)`? -5, -4, -3 e -2

1.5 **b)** que valores de `i` são impressos? -5, -4, -3, -1, 0, 1, 2, 3, 4 e 5

1.5 **2:** No seguinte código,

```
int a[10],*b = &a[7];
```

qual é o índice do elemento do array `a` que é referenciado por `b[-4]`? b[-4] = a[7-4] = a[3] =

4.0 **3:** A complexidade computacional de muitos algoritmos é expressa usando a notação "big Oh" ($\boldsymbol{O}$) em vez da notação "Big Theta" ($\boldsymbol{\Theta}$). Porquê? (Nota: dois terços da cotação para uma boa explicação das duas notações, um terço para uma boa explicação do porquê.)

3.0 **4:** Ordene as seguintes funções por ordem crescente de ritmo de crescimento. Responda nesta folha, usando o número das funções na sua resposta.

Número da função	função	termo dominante	ordem
1	$\frac{n!}{n^{100}} - 1$	$\frac{n!}{n^{100}}$	5
2	$n \log n + \sqrt{n}$	$n \log n$	2
3	$1.2^n + 17 + n^3$	1.2^n	4
4	$23 + \frac{\log n}{n}$	$\frac{\log n}{n}$	1
5	$n^4 + \frac{1000}{n}$	n^4	3

Resposta:

3.0 **5:** Para a seguinte função,

```
int f(int x)
{
  int i,j,r = 0;

  for(i = 0;i <= x;i++)
    for(j = i;j >= 0;j--)
      r += i - j;
  return r;
}
```

1.5 **a)** quantas vezes é executada a linha `r += i - j;`? $\frac{x^2+x+2}{2}$

1.5 **b)** que valor é devolvido pela função? $\sum_{i=0}^{x} \sum_{j=0}^{i} (i-j)$

4.0 **6:** O seguinte trecho de código reserva espaço para uma matriz com n linhas com uma determinada forma. Não é reservado espaço para os elementos da matriz fora dessa forma.

não sei fazer

```
int n;    // the number of rows of the matrix
int **a;  // the matrix

void init_a(void)
{
  int i,k,s,*p; // auxiliary variables

  // the total number of elements of the matrix
  s = ;

  // allocate memory for the array of pointers
  a = (int **)malloc((size_t)n * sizeof(int *));
  // the memory for ALL elements
  p = (int *)malloc((size_t)s * sizeof(int));
  for(i = 0;i < n;i++)
  {
    // the number of valid elements on the i-th line
    k = 2 * i + 1;
    // the pointer for the i-th line; this line uses p[0], p[1], ..., p[k-1];
    // the remaining elements of this line will never be used by a correct program
    a[i] = p - (n - 1) + i;
    // advance p
    p += k;
  }
}
```

1.5 **a)** Calcule o valor a dar à variável `s` de modo a que seja alocado o número exato de elementos da matriz.

1.5 **b)** Num acesso á matriz usando `a[i][j]`, qual é a gama de valores válidos para `j`?

1.0 **c)** Qual é a forma da matriz?

1.5 **7:** Dê um exemplo de uma função que tenha uma complexidade computacional de $\Theta(n^2)$.

(3) – A notação "Big Oh" é usada para expressar o limite superior da complexidade de um algoritmo, ou seja, o pior caso do mesmo.
A notação "Big Theta" usa a média da complexidade do algoritmo, ou seja, generalidade dos casos.
A primeira é mais usada pois, saber o limite superior da complexidade de um algoritmo, é útil para comparar com outros algoritmos, escolhendo o mais adequado a usar.

(5) – a) $\sum_{i=0}^{x} \sum_{j=0}^{i} 1 = \sum_{i=0}^{x} \sum_{j=1}^{i+1} 1 = \sum_{i=0}^{x} (i+1) = \sum_{i=1}^{x+1} i = \frac{(x+1)(x+2)}{2} = \frac{x^2+3x+2}{2}$

(7) –
```
for (int i=0; i<m; i++)
    for (int j=0; j<m; j++)
        printf("da");
```

Segundo teste de **Algoritmos e Estruturas de Dados**

22 de Novembro de 2017 **Duração máxima: 1 hora 30 minutos**

Justifique todas as suas respostas.

Nome: André Almeida Oliveira

N. Mec.: 107637

Nas perguntas sobre árvores binárias, cada nó da árvore usa a seguinte estrutura de dados:

```
typedef struct tree_node
{
  struct tree_node *left;   // pointer to the left branch (a sub-tree)
  struct tree_node *right;  // pointer to the right branch (a sub-tree)
  struct tree_node *parent; // pointer to the parent node (NULL for the root node)
  int data;                 // the data (only one node can have a given data value)
}
tree_node;
```

2.0 **1:** Escreva uma função recursiva que, dada a raíz de uma árvore binária **não ordenada**, e um valor `v`, conta o número de nós da árvore que armazenam valores menores ou iguais a `v`. Qual é a complexidade computacional da sua função?

não sai

3.0 **2:** Escreva uma função recursiva **eficiente** que, dada a raíz de uma árvore binária **ordenada**, e um valor `v`, conta o número de nós da árvore que armazenam valores menores ou iguais a `v`. Qual é a complexidade computacional da sua função?

não sai

2.0 **3:** Explique como está organizada a informação num *min-heap*. Ilustre a sua exposição inserindo os números, por esta ordem, num *min-heap* inicialmente vazio: **7**, **3**, **9**, **1**, **2**.

3.0 **4:** É possível implementar eficientemente uma fila (*queue*) usando uma lista simplesmente ligada. Como?

2.0 **5:** Dos vários algoritmos de ordenação que conhece, existem alguns que funcionam naturalmente de uma forma recursiva. Explique o funcionamento de um deles (recursivo!).

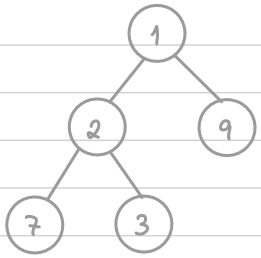
2.0 **6:** Compare dois algoritmos de ordenação à sua escolha no que diz respeito a i) complexidade computacional, ii) melhor caso, iii) pior caso.

3.0 **7:** Explique como pode procurar informação numa lista biligada. Explique também como pode tornar a procura mais eficiente quando a informação de que se está à procura não estiver uniformemente distribuida.

3.0 **8:** Explique como funciona uma *hash table*. Indique as vantagens e desvantagens das implementações de *hash tables* usando *open-addressing* e *chaining*.

3 – Uma min-heap é uma árvore binária em que cada nó é menor que a seus ramos.

7		
7	3	
3	7	
3	7 9	
3	7 9	1
1	3 9	7
1	3 9	7 2
1	2 9	7 3



4 – Uma queue é uma estrutura de dados do tipo FIFO (first in, first out). Para esta ser implementada eficientemente por uma linked list teremos que usar dois ponteiros, um aponta para o primeiro elemento da linked list (head) e outro aponta para o último (tail).
Para adicionar um elemento, usaremos o ponteiro tail para adicionar o elemento no fim e para remover um elemento, usaremos o ponteiro head para remover o elemento do início.

5 – Um exemplo é o quick sort que escolhe um pivot e divide o array em dois arrays, um com valores maiores que o pivot e outro com menores.
Fazemos o processo anterior recursivamente até obtermos apenas um elemento e, de seguida, juntamos tudo de forma a formar um array ordenado.

6 – O algoritmo merge sort tem uma complexidade computacional $O(n \log n)$, o seu melhor caso é a ordenação de um array que está na ordem inversa e o melhor caso é de um que já está ordenado.
O algoritmo quick sort tem uma complexidade computacional $O(n^2)$, o seu melhor caso é a ordenação de um array que está na ordem inversa e o melhor caso é de um que já está ordenado.

7 – Tendo a lista não ordenada, teremos de percorrer todos os elementos da lista e, para cada um, avaliar se é igual ao pretendido ou não. Este algoritmo tem complexidade $O(n)$, pois no pior dos casos terá que percorrer a lista toda.
Uma maneira de tornar esta procura mais eficiente, é colocar a informação com maior procura no início da lista.

8 – Uma hash table, é uma estrutura de dados que armazena pares key-value e permite o acesso rápido aos valores a partir das chaves. Estas chaves são obtidas através de hash functions que, consoante um input, retornam um valor correspondente que, em princípio, será o índice onde o valor será armazenado na hash table.
Existem duas formas de implementar hash tables. A primeira é o método open addressing em que todos os elementos são armazenados diretamente na hash table, ou seja, quando existem colisões será necessário encontrar um novo índice para o valor (geralmente fica no nó mais próximo vazio). Uma vantagem é que é mais rápido aceder aos elementos, mas uma desvantagem é que a memória alocada pode não ser suficiente. O segundo método é o separate chaining em que os elementos são armazenados em linked lists, ou seja, colisões já não são um problema. Uma vantagem é que não há limite de elementos armazenados, mas uma desvantagem é que o acesso a elementos é mais lento.