**מבני נתונים** – 0368215809

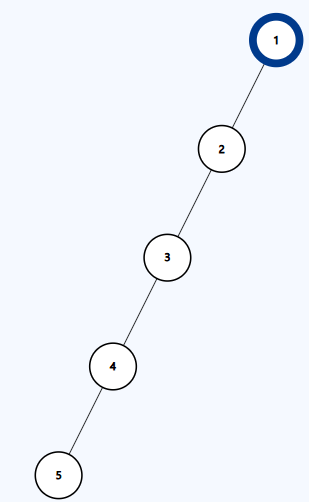
**תאריך הגשה:** 25.05.2025

**מגישים:** דני ליברמן – 217416866; ליאם ישי – 332090224.

תרגיל מעשי 1

**חלק א'**

1. מדד איזון גלובלי
2. התנאי ההכרחי על עבורו קיים עץ עם צמתים המקיים הוא שn אי זוגי. קיים כך ש- . תנאי זה הכרחי משום שצריך שלכל צומת בעץ יהיה bf = 0, כלומר נקבל שלכל צומת צריכים להיות בדיוק שני בנים. כלומר ברמה ה-0 יש , צמתים, הרמה ה-1 יש ,..., ברמה האחרונה שנסמן k-1 יש , כלומר סה"כ נקבל צמתים. לכן n אי זוגי לא מספיק אך הכרחי.



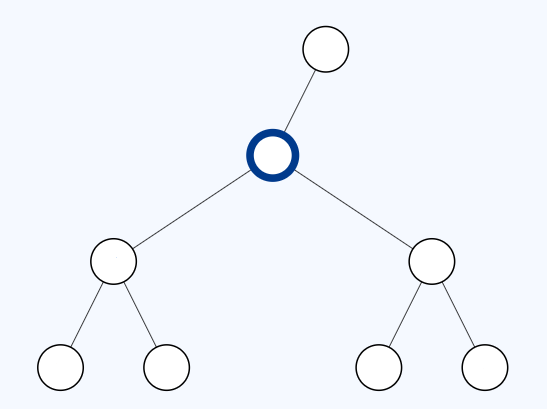
1. הערך המינימלי הוא . ניתן להוכיח (לדעתנו לא צריך) שבכל עץ יש לפחות עלה אחד. לעלה זה אין בנים לכן ערך הbf שלו הוא 0. כלומר לא יכולים להיות פחות מ-1 צמתים בעלי ערך bf = 0. העץ הכללי שמקיים זאת הוא שרוך שמאלי, למשל. נראה דוגמה לעץ כזה עבור n = 5:

לכל צומת מלבד העלה האחרון, גובה העץ

הימני הוא 0 והשמאלי גדול ממש מ-0, מה

שיוצר bf ≠ 0. רק לעלה יש bf = 0, לכן

סה"כ נקבל .

1. דוגמה עבור עץ לא מאוזן עם :

בדוגמה המצורפת בצד שמאל, נראה שמבנה העץ הוא תת עץ מושלם (שהשורש שלו מסומן בכחול) שמחובר לקודקוד אחר. נשים לב שבגלל שתת העץ הזה מושלם, כל הצמתים בו הם בעלי bf = 0, ויש 7 כאלה. סה"כ בדוגמה יש 8 צמתים ומתוכם 7 בעלי bf = 0, לכן . העץ לא מאוזן כי גובה תת העץ הימני היוצא מהשורש הוא 0, וגובה תת העץ השמאלי הוא 3, כלומר .

1. דוגמה נגדית עבור עץ מאוזן עם : ניקח עץ פיבונאצ'י. לפי ההגדרה, כל הצמתים מלבד העלים הם בעלי BF!=0.
2. כאשר x מסמל את מספר הצמתים שהתת עץ שלהם הוא עץ מלא (כלומר גודל תת העץ שלהם שווה ל2 בחזקת הגובה של הצומת פחות 1)
3. מיון הכנסה

מימוש סטנדרטי במערך:

1. נשים לב שאנחנו צריכים לעשות בדיוק I החלפות בין שני איברים במערך. לפי הגדרת האלגוריתם, כאשר אנחנו מזיזים איבר שמאלה, החלפנו אותו עם איבר שהאינדקס שלו היה קטן מהאינדקס של האיבר המקורי אך ערכו היה גדול. זאת ההגדרה של היפוך ולכן לאחר החלפה אחת נשאר לנו I-1 היפוכים לבצע. עלות כל היפוך היא קבועה (השוואה והחלפה בין שני איברים), ואנחנו מבצעים n פעולות השוואה לכל הפחות לאורך כל המערך בניסיון למצוא היפוכים. לכן סה"כ הסיבוכיות היא O(n+I)
2. מינימלי: 0 היפוכים בסיבוכיות O(n)

מקסימלי: n היפוכים בסיבוכיות O( n choose 2) = O(n^2).

1. ניתן לומר שהמערך עד k האיברים הראשונים הוא ממוין.
2. הסיבוכיות לא משתנה כי במקרה הכי גרוע, חישוב הסיבוכיות הוא N איטרציות כפול זמן לינארי בשני המקרים, במקורי זמן לינארי גם עבור חיפוש האינדקס וגם עבור דחיפת האיבר למערך, ובהצעה של אמיר החיפוש אומנם בזמן לוגריתמי אבל דחיפת האיברים נשארת לינארית והסיבוכיות האסימפטוטית שלה גוברת על זמן החיפוש, לכן זה נשאר O(n^2)

מימוש בעזרת עץ חיפוש:

1. במקרה הכי גרוע: O(n^2) כאשר המערך כבר ממוין וניצור שרוך, ההכנסה תדרוש סכום מ1 עד N.

במקרה הכי טוב: העץ יוצא מושלם, ההכנסות יהיו בעלות הגובה של הצומת אותה אנחנו מכניסים. בכל "קומה" בעץ יש 2^i צמתים. לכן סיבוכיות ההכנסה תהיה:

*סיור בעץ בשני המקרים הוא O(n) ולכן נתעלם ממנו בחישוב הסיבוכיות.*

1. את ההכנסות נחסום מלמעלה על ידי O(nlogn). את הסיור נחסום על ידי O(n). המקרה הכי טוב זהה לסעיף הקודם על פי אותם חסמים.
2. במקרה הכי טוב: O(n) ההכנסה לעץ אצבע במקסימום שלו (כלומר הכנסת האיבר הכי גדול במערך עד כה) היא O(1) לכן אם נכניס את האיברים בסדר עולה, כל הכנסה תהיה O(1) ולכן סך כל ההכנסות יהיה O(n). הסיור גם מתבצע בO(n) ולכן סה"כ הסיבוכיות היא O(n).

במקרה הגרוע: O(n^2) נכניס את האיברים בסדר יורד, כלומר נתחיל בלהכניס את האיברים הגדולים ברשימה וכל פעם נכניס איבר יותר קטן. כך ניצור שרוך כמו בסעיף e ולכן הסיבוכיות תהיה O(n^2)

1. במקרה הטוב: O(n) עדיין נכניס בסדר עולה את האיברים, ולכן עלות ההכנסה תהיה O(1), אנחנו יודעים שעלות amortized של תיקון היא O(1) ולכן סה"כ במקרה הטוב נקבל O(n).

במקרה הגרוע: O(nlogn).כל הכנסה תהיה O(logn) במקרה הגרוע מהיותו עץ AVL, כל התיקונים יהיו O(1) amortized ולכן סה"כ O(nlogn).

**חלק ג'**

1. מדד איזון גלובלי

TODO

1. מיון הכנסה

TODO

1. TODO
2. TODO