

Лабораторная работа № 9 по курсу дискретного анализа: Графы

Выполнил студент группы 08-208 МАИ *Левитанов Денис*.

Условие

1. Разработать программу на языке C или C++, реализующую указанный алгоритм. Формат входных и выходных данных описан в варианте задания. Первый тест в проверяющей системе совпадает с примером.

2. Поиск кратчайших путей между всеми парами вершин алгоритмом Джонсона

Задан взвешенный ориентированный граф, состоящий из n вершин и m ребер. Вершины пронумерованы целыми числами от 1 до n . Необходимо найти длины кратчайших путей между всеми парами вершин при помощи алгоритма Джонсона. Длина пути равна сумме весов ребер на этом пути. Обратите внимание, что в данном варианте веса ребер могут быть отрицательными, поскольку алгоритм умеет с ними работать. Граф не содержит петель и кратных ребер.

Метод решения

Считывается количество вершин и ребер, затем считываются существующие пути и их вес. В алгоритме Джонсона строится новый граф с одной дополнительной вершиной и для нее запускается алгоритм Беллмана-Форда. При наличии отрицательного цикла программа завершает работу, иначе с помощью вычисленных значений веса в исходном графе делаются неотрицательными и для каждой вершины запускается алгоритм Дейкстры. В конце вес путей нормализуется.

Описание программы

1. `struct TEdge`(структура для хранения ребра)
2. `struct TGraph`(структура для хранения графа)
3. `void Dijkstra(AdjMatrix& gr, size_t givenNode, AdjMatrix& dist, size_t n)`(алгоритм Дейкстры)
4. `bool BellmanFord(TGraph& gr, size_t givenNode, AdjMatrix& dist)`(алгоритм Беллмана-Форда)
5. `bool Johnson(TGraph& gr, AdjMatrix& dist)`(алгоритм Джонсона)
6. `main.cpp`(Считывание данных, управление программой):

Дневник отладки

Программа не проходила 16 тест из-за нехватки времени и 19 теста из-за нехватки памяти. Решилось все использованием другой структуры для хранения графа и оптимизации программы.

Выводы

Поиск кратчайших путей в графе очень распространенная и используемая в реальной жизни задача и существуют множество алгоритмов для ее решения. Например, есть два алгоритма (Дейкстры и Беллмана-Форда) для поиска путей из одной вершины в остальные. Однако у каждого из них свои недостатки - Дейкстра не работает с отрицательными весами, а Беллмана-Форд медленнее первого. Алгоритм Джонсона объединяет эти 2 алгоритма делая общую сложность $O(V^2 \log E + VE)$