

Signal Detection Theory(SDT)

独宇涵 231880151

信号检测论试图解决当刺激信号与背景噪音有重叠时，如何区分观察者的敏感性（sensitivity）和反应偏差（bias）

SDT简介

在SDT理论框架下，存在噪声信号*Noise*与刺激信号*Signal*，从代码中可看出，本次实验将二者都建模成了服从正太分布的形式来表示

$$Noise = N(0, 1) \tag{1}$$

$$Signal = N(d, 1) \tag{2}$$

除此之外，还设置一个观察者的判断标准 Criterion

$$Signal + Noise \geq Cirterion \rightarrow report 'signal' (response)$$

进行上述实验我们有四种可能的结果，可以用如下所示的表格来表示

实际情况	观察者反应	结果类型
有信号	报告有信号	命中 (Hit)
有信号	报告无信号	漏报 (Miss)
无信号	报告有信号	虚警 (False Alarm)
无信号	报告无信号	正确拒绝 (Correct Rejection)

通过统计上述结果，可以计算得到

命中率 (*HitRate*) = $P(S + N \geq c | SignalPresent)$

虚警率 (*FalseAlarmRate*) = $P(S + N \geq c | SignalnotPresent)$

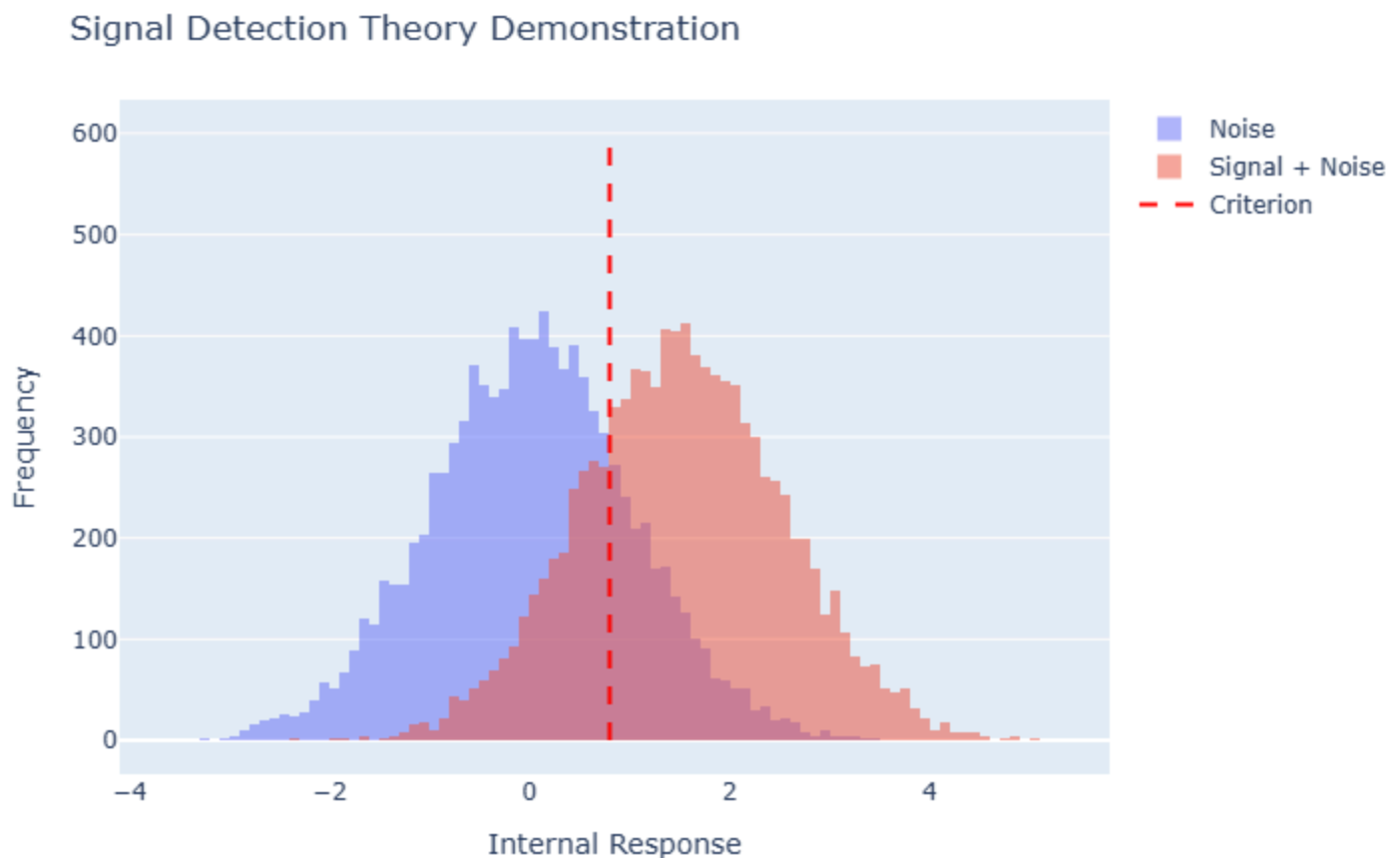
Part one

代码补全

有了上述知识，很容易可以补全片段一的空白部分代码的内容

```
# 观察者是否做出反应
responses = stimuli .>= criterion
# 四种结果的统计
hits = sum(responses .& (signalPresent .== 1))
misses = sum((.!responses) .& (signalPresent .== 1))
falseAlarms = sum(responses .& (signalPresent .== 0))
correctRejections = sum((.!responses) .& (signalPresent .== 0))
```

运行结果如下所示



d' : 1.5
Criterion: 0.8
Hits: 349 (73.32%)
Misses: 127 (26.68%)
False Alarms: 99 (18.89%)
Correct Rejections: 425 (81.11%)

Discussion

在阅读了一些参考文章后，发现信号检测模型中有两个重要指标

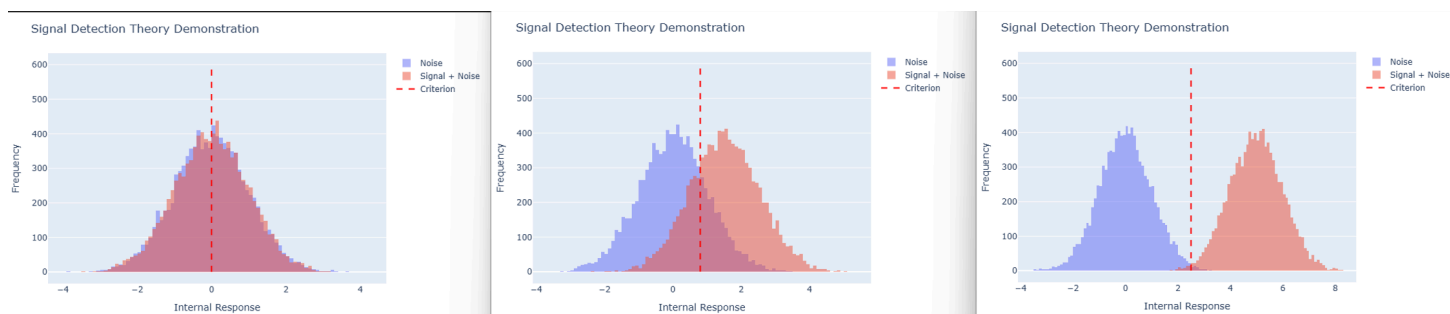
- 感受性 (sensitivity)
- 反应偏向 (response bias)

感受性 (sensitivity)

$$d' = \phi^{-1}(\text{HitRate}) - \phi^{-1}(\text{FalseAlarmRate})$$

在标准正态分布的前提下，上述计算实际上是两个正态分布的均值之差，在之前的结果图片中不难看出，当 d' 增大时，两个正态分布之间的距离增大，噪声和信号更容易区分，当 d' 减小的时候，正态分布之间的距离减小，噪声和信号区分困难，虚警率和命中率会下降，当 d' 减小为0时，噪声和信号完全重合，无法区分（此时相当于随机猜测）

用图像可以形象展示出不同 d' 对最终结果的影响



反应偏向 (response bias)

$$c = -\frac{\phi^{-1}(H) + \phi^{-1}(F)}{2}$$

在噪声和信号分布固定不变时，改变反应偏向的值的大小会对命中率和虚警率产生影响，当 c 接近 $\phi^{-1}(\text{hitrate})$ 时，此时虚警率降低（更少的Noise会被误判为信号），但是命中率也会降低（更多的信号被误判为噪声）。当 c 更接近 $\phi^{-1}(\text{FalseAlarmRate})$ 时，此时虚警率升高，但是命中率也在升高

在 $d' = 1.5$ 的前提下，不同反应偏向对实验结果的影响如下表所示

	c = 0	c = 0.5	c = 1	c = 1.5
Hits	473 (94.04%)	439 (86.59%)	341 (70.02%)	244 (48.51%)
Misses	30 (5.96%)	68 (13.41%)	146 (29.98%)	259 (51.49%)
False Alarms	211 (42.45%)	154 (31.24%)	84 (16.37%)	46 (9.26%)
Correct Rejections	286 (57.55%)	339 (68.76%)	429 (83.63%)	451 (90.74%)

Part Two

ROC曲线横坐标是False Alarm Rate、纵坐标是Hit Rate，绘制时是在固定分布 d' 下，改变反应偏向 c 得到一系列（FAR，HR）并将其连接绘制成曲线

曲线越偏向左上角远离对角线则表示检测性能越好，可以使用AUC（Area Under Curve）来衡量， $AUC = 0.5$ 表示 $d' = 0$ (纯随机过程)，AUC越大表示信号检测的性能越高

在上一部分对反应偏向的讨论中可以看出，随着 C 的增大，命中率和虚警率都在减小，而随着 c 的减小，虚警率和命中率都在增大，而在不同的 d' 的设置下，FAR和HR关于 c 的增长曲线不同，使得在 d' 增大时，ROC曲线越来越接近右上角，AUC也随之增大 (这和Part one 中对感受性部分的讨论结论相同——感受性越大，信号和噪声的区分越容易)

片段二需要补全的部分和代码一实质相同，补全部分的代码如下所示

```
for (i, criterion) in enumerate(criteria)
    responses = stimuli .>= criterion
    hits = sum(responses .& (signalPresent .== 1))
    falseAlarms = sum(responses .& (signalPresent .== 0))

    hitRates[i] = hits / sum(signalPresent)
    falseAlarmRates[i] = falseAlarms / sum(!signalPresent)
```

最终结果

ROC Curves for Different d'

