

# 1. Цель работы

Изучить возможности однослойных НС в задачах прогнозирования временных рядов методов скользящего окна.

## 2. Постановка задачи

На временном интервале  $[a, b]$  задан дискретный набор значений функции  $x(t)$ . Количество точек  $N = 20$ , расположение – равномерное. Методом «скользящего окна» спрогнозировать поведение функции  $x(t)$  на  $N$  точках последующего интервала  $(b, 2b-a]$ . Для решения использовать однослойную НС с количеством нейронов  $p$  и линейной функцией активации. Исходное количество нейронов (длина окна)  $p = 4$ . Обучение проводить методом Видроу-Хоффа. Исследовать влияние количества эпох  $M$  обучения и коэффициента обучения  $\eta$  на среднюю квадратичную погрешность приближения  $\varepsilon = \sqrt{\sum_i [x(t_i) - \tilde{x}(t_i)]^2}$ . Исследовать процесс прогнозирования при постепенном изменении (увеличении \ уменьшении) размера окна  $p$ . Сделать выводы по результатам численного эксперимента.

## 3. Практическая часть

	Функция $x(t)$	$a$	$b$
	$t^2 \sin(t)$	-1	1

Исследование влияния количества эпох  $M$  обучения на среднюю квадратичную погрешность приближения:

```
Эпоха: 2999 | Вектор весов: 0,000 -0,561 0,824 0,554 -0,415 -1,100 -0,528 2,226 | Суммар. ошибка: 0,00144261617580512
Эпоха: 3000 | Вектор весов: 0,000 -0,561 0,824 0,554 -0,415 -1,100 -0,529 2,226 | Суммар. ошибка: 0,00144061050410243

Прогноз на интервале [1, 3]:
(1,00000000000000; 0,84159958672240)
(1,10526315789474; 1,09245751739872)
(1,21052631578947; 1,37422994008798)
(1,31578947368421; 1,68298611962869)
(1,42105263157895; 2,01379885244800)
(1,52631578947368; 2,36090991032775)
(1,63157894736842; 2,71796169691838)
(1,73684210526316; 3,07824057609082)
(1,84210526315789; 3,43485907916854)
(1,94736842105263; 3,78102619378038)
(2,05263157894737; 4,11024460824243)
(2,15789473684210; 4,41650129617171)
(2,26315789473684; 4,69444740932925)
(2,36842105263158; 4,93954028830779)
(2,47368421052631; 5,14813629369588)
(2,57894736842105; 5,31757514218713)
(2,68421052631579; 5,44620411700798)
(2,78947368421052; 5,53337232141366)
(2,89473684210526; 5,57939372815696)
(3,00000000000000; 5,58547380674051)
```

**Рисунок 1.** Исследование влияния количества эпох  $M$  обучения на среднюю квадратичную погрешность приближения. Максимальное количество эпох  $M = 3000$ , размер окна  $p = 7$ ,  $\eta = 1$

Эпоха: 3998	Вектор весов:	0,000	-0,571	0,836	0,564	-0,417	-1,113	-0,540	2,239	Суммар. ошибка:	0,000359329052258383
Эпоха: 3999	Вектор весов:	0,000	-0,571	0,836	0,564	-0,417	-1,113	-0,540	2,239	Суммар. ошибка:	0,000358829387899767
Эпоха: 4000	Вектор весов:	0,000	-0,571	0,836	0,564	-0,417	-1,113	-0,540	2,239	Суммар. ошибка:	0,000358330418191691

Прогноз на интервале [1, 3]:

```
(1,000000000000000; 0,84150310683149)
(1,10526315789474; 1,09182148856348)
(1,21052631578947; 1,37204766556354)
(1,31578947368421; 1,67729080969675)
(1,42105263157895; 2,00121348598017)
(1,52631578947368; 2,33614627497752)
(1,63157894736842; 2,67325374178326)
(1,73684210526316; 3,00273747980004)
(1,84210526315789; 3,31405502342839)
(1,94736842105263; 3,59619036130259)
(2,05263157894737; 3,83793149129107)
(2,15789473684210; 4,02816744905946)
(2,26315789473684; 4,15619889504926)
(2,36842105263158; 4,21204982224346)
(2,47368421052631; 4,18677105777112)
(2,57894736842105; 4,07273962360333)
(2,68421052631579; 3,86393377940768)
(2,78947368421052; 3,55618443409903)
(2,89473684210526; 3,14739566635408)
(3,00000000000000; 2,63772621047664)
```

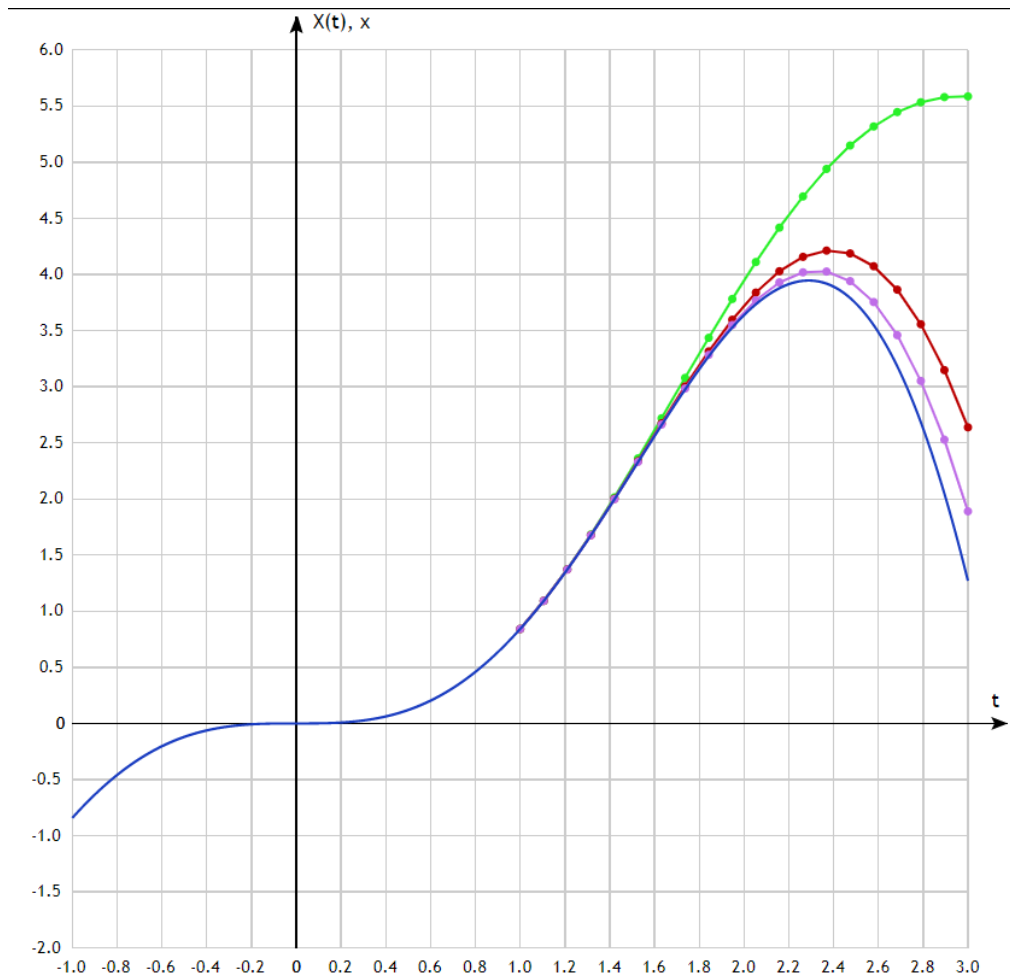
**Рисунок 2.** Исследование влияния количества эпох  $M$  обучения на среднюю квадратичную погрешность приближения. Максимальное количество эпох  $M = 4000$ , размер окна  $p = 7$ ,  $\eta = 1$

Эпоха: 4999	Вектор весов:	0,000	-0,573	0,838	0,567	-0,417	-1,116	-0,543	2,242	Суммар. ошибка:	8,92109624470875E-05
Эпоха: 5000	Вектор весов:	0,000	-0,573	0,838	0,567	-0,417	-1,116	-0,543	2,242	Суммар. ошибка:	8,90868414802246E-05

Прогноз на интервале [1, 3]:

```
(1,000000000000000; 0,84147910446880)
(1,10526315789474; 1,09166289151039)
(1,21052631578947; 1,37150188373411)
(1,31578947368421; 1,67586212284366)
(1,42105263157895; 1,99804693836937)
(1,52631578947368; 2,32989727684645)
(1,63157894736842; 2,66193979975383)
(1,73684210526316; 2,98357881054056)
(1,84210526315789; 3,28332421210754)
(1,94736842105263; 3,54906329255019)
(2,05263157894737; 3,76836146221614)
(2,15789473684210; 3,92879145700849)
(2,26315789473684; 4,01828506774527)
(2,36842105263158; 4,02549911136059)
(2,47368421052631; 3,94018718482864)
(2,57894736842105; 3,75357214622793)
(2,68421052631579; 3,45870708584378)
(2,78947368421052; 3,05081775132444)
(2,89473684210526; 2,52761707098478)
(3,00000000000000; 1,88958205170192)
```

**Рисунок 3.** Исследование влияния количества эпох  $M$  обучения на среднюю квадратичную погрешность приближения. Максимальное количество эпох  $M = 5000$ , размер окна  $p = 7$ ,  $\eta = 1$



**Рисунок 4.** Исходная функция и ее прогноз при различном количестве эпох обучения. Синий цвет – исходная функция. Зеленый цвет -  $M = 3000$ . Красный цвет -  $M = 4000$ . Фиолетовый цвет -  $M = 5000$ .

Исследование влияния коэффициента обучения  $\eta$  на среднюю квадратичную погрешность приближения:

Эпоха: 5998	Вектор весов:	0,000 -0,574 0,839 0,568 -0,417 -1,117 -0,544 2,242	Суммар. ошибка: 2,21946082011154E-05
Эпоха: 5999	Вектор весов:	0,000 -0,574 0,839 0,568 -0,417 -1,117 -0,544 2,242	Суммар. ошибка: 2,21637394922177E-05
Эпоха: 6000	Вектор весов:	0,000 -0,574 0,839 0,568 -0,417 -1,117 -0,544 2,242	Суммар. ошибка: 2,21329138558224E-05
Прогноз на интервале [1, 3]:			
(1,00000000000000; 0,84147313313727)			
(1,10526315789474; 1,00162341297754)			
(1,21052631578947; 1,37136592538853)			
(1,31578947368421; 1,67550595896451)			
(1,42105263157895; 1,99725694565035)			
(1,52631578947368; 2,32833712727236)			
(1,63157894736842; 2,65911310661287)			
(1,73684210526316; 2,97878893379662)			
(1,84210526315789; 3,27563630157275)			
(1,94736842105263; 3,53726671856006)			
(2,05263157894737; 3,75093821278113)			
(2,15789473684210; 3,90389290218124)			
(2,26315789473684; 3,98371951756314)			
(2,36842105263158; 3,97873366152875)			
(2,47368421052631; 3,87836758802796)			
(2,57894736842105; 3,67356218073517)			
(2,68421052631579; 3,35715087722833)			
(2,78947368421052; 2,92422655694854)			
(2,89473684210526; 2,37248147377220)			
(3,00000000000000; 1,70251005449358)			

**Рисунок 5.** Исследование влияния коэффициента обучения  $\eta$  на среднюю квадратичную погрешность приближения. Максимальное количество эпох  $M = 6000$ , размер окна  $p = 7$ ,  $\eta = 1$

Эпоха: 5999	Вектор весов:	0,000	-0,571	0,836	0,565	-0,417	-1,113	-0,541	2,239	Суммар. ошибка:	0,000286470802443169
Эпоха: 6000	Вектор весов:	0,000	-0,571	0,836	0,565	-0,417	-1,113	-0,541	2,239	Суммар. ошибка:	0,00028619592161305

Прогноз на интервале [1, 3]:

```

(1,000000000000000; 0,84151629822993)
(1,10526315789474; 1,09184988066336)
(1,21052631578947; 1,37208472424219)
(1,31578947368421; 1,67730247256547)
(1,42105263157895; 2,00111600099672)
(1,52631578947368; 2,33578164170063)
(1,63157894736842; 2,67236413871057)
(1,73684210526316; 3,00092755680500)
(1,84210526315789; 3,31076337135135)
(1,94736842105263; 3,59065491163888)
(2,05263157894737; 3,82915860506613)
(2,15789473684210; 4,01490660344569)
(2,26315789473684; 4,13692449046555)
(2,36842105263158; 4,18494991495162)
(2,47368421052631; 4,14975112914712)
(2,57894736842105; 4,02343775766180)
(2,68421052631579; 3,79975226018239)
(2,78947368421052; 3,47433888460324)
(2,89473684210526; 3,04498226586511)
(3,00000000000000; 2,51180706303885)

```

**Рисунок 6.** Исследование влияния коэффициента обучения  $\eta$  на среднюю квадратичную погрешность приближения. Максимальное количество эпох  $M = 6000$ , размер окна  $p = 7$ ,  $\eta = 0.7$

Эпоха: 5998	Вектор весов:	0,000	-0,559	0,822	0,552	-0,415	-1,098	-0,527	2,225	Суммар. ошибка:	0,00153270261291803
Эпоха: 5999	Вектор весов:	0,000	-0,559	0,822	0,552	-0,415	-1,098	-0,527	2,225	Суммар. ошибка:	0,00153166338406471
Эпоха: 6000	Вектор весов:	0,000	-0,559	0,822	0,552	-0,415	-1,098	-0,527	2,225	Суммар. ошибка:	0,00153062485981804

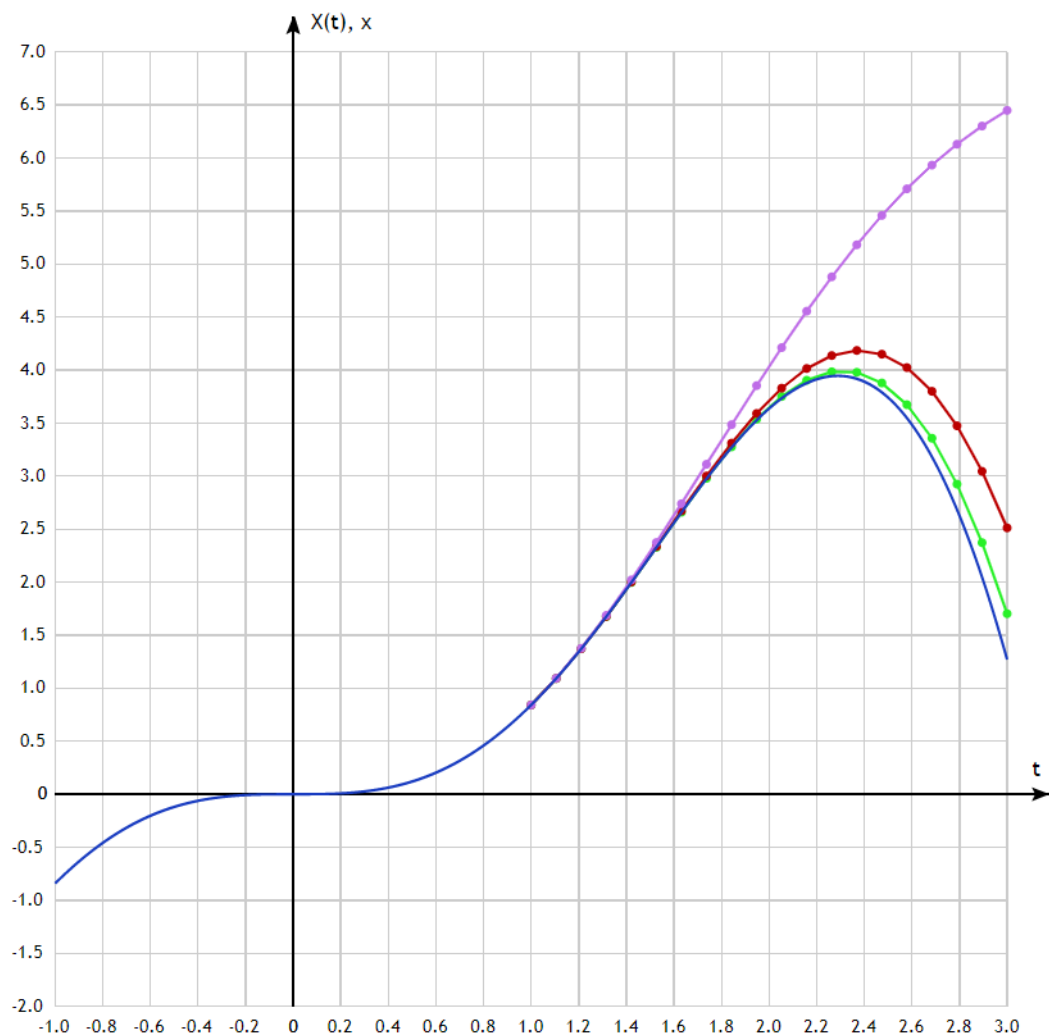
Прогноз на интервале [1, 3]:

```

(1,000000000000000; 0,84177818577766)
(1,10526315789474; 1,09311935521281)
(1,21052631578947; 1,37597018509879)
(1,31578947368421; 1,68678228104283)
(1,42105263157895; 2,02111175044678)
(1,52631578947368; 2,37379950844092)
(1,63157894736842; 2,73924005663735)
(1,73684210526316; 3,11154961538920)
(1,84210526315789; 3,48480931913263)
(1,94736842105263; 3,85328750930193)
(2,05263157894737; 4,21162192422532)
(2,15789473684210; 4,55499392528402)
(2,26315789473684; 4,87928802808739)
(2,36842105263158; 5,18118483595605)
(2,47368421052631; 5,45824542981174)
(2,57894736842105; 5,70894996477855)
(2,68421052631579; 5,93269244667693)
(2,78947368421052; 6,12974694158476)
(2,89473684210526; 6,30120276239370)
(3,00000000000000; 6,44886155748188)

```

**Рисунок 7.** Исследование влияния коэффициента обучения  $\eta$  на среднюю квадратичную погрешность приближения. Максимальное количество эпох  $M = 6000$ , размер окна  $p = 7$ ,  $\eta = 0.5$



**Рисунок 8.** Исходная функция и ее прогноз при различной норме обучения.  
 Синий цвет – исходная функция. Зеленый цвет -  $\eta = 1$ . Красный цвет -  $\eta = 0.7$ .  
 Фиолетовый цвет -  $\eta = 0.5$ .

Исследование процесса прогнозирования при постепенном изменении (увеличении \ уменьшении) размера окна  $p$ :

```

Эпоха: 6999 | Вектор весов: 0,000 -0,632 1,258 0,305 -1,274 -1,241 2,585 | Суммар. ошибка: 0,00243353170690319
Эпоха: 7000 | Вектор весов: 0,000 -0,632 1,258 0,305 -1,274 -1,241 2,585 | Суммар. ошибка: 0,00243236259097801

Прогноз на интервале [1, 3]:
(1,000000000000000; 0,84166566153604)
(1,10526315789474; 1,09288449428405)
(1,21052631578947; 1,37582460109998)
(1,31578947368421; 1,68742327098257)
(1,42105263157895; 2,02402004758219)
(1,52631578947368; 2,38160248403711)
(1,63157894736842; 2,75607434586242)
(1,73684210526316; 3,14343549496123)
(1,84210526315789; 3,54002755837811)
(1,94736842105263; 3,94268635172721)
(2,05263157894737; 4,34888816586911)
(2,15789473684210; 4,75686252402929)
(2,26315789473684; 5,16563948668606)
(2,36842105263158; 5,57508736050871)
(2,47368421052631; 5,98588878521181)
(2,57894736842105; 6,39949387274884)
(2,68421052631579; 6,81804446472377)
(2,78947368421052; 7,24426668166780)
(2,89473684210526; 7,68135711679848)
(3,00000000000000; 8,13285030677039)

```

**Рисунок 9.** Исследование процесса прогнозирования при постепенном изменении (увеличении \ уменьшении) размера окна  $p$ . Максимальное количество эпох  $M = 7000$ , размер окна  $p = 6$ ,  $\eta = 1$

```

Эпоха: 6998 | Вектор весов: 0,000 -0,574 0,839 0,568 -0,417 -1,117 -0,544 2,243 | Суммар. ошибка: 5,60620565928247E-06
Эпоха: 6999 | Вектор весов: 0,000 -0,574 0,839 0,568 -0,417 -1,117 -0,544 2,243 | Суммар. ошибка: 5,59873622949944E-06
Эпоха: 7000 | Вектор весов: 0,000 -0,574 0,839 0,568 -0,417 -1,117 -0,544 2,243 | Суммар. ошибка: 5,59127779093291E-06

Прогноз на интервале [1, 3]:
(1,000000000000000; 0,84147164758351)
(1,10526315789474; 1,09161359007027)
(1,21052631578947; 1,37133209050200)
(1,31578947368421; 1,67541730669818)
(1,42105263157895; 1,99706027309208)
(1,52631578947368; 2,32794864938355)
(1,63157894736842; 2,65840913409734)
(1,73684210526316; 2,97759583951415)
(1,84210526315789; 3,27372104279514)
(1,94736842105263; 3,53432745994541)
(2,05263157894737; 3,74659644603269)
(2,15789473684210; 3,89768766991705)
(2,26315789473684; 3,97510435733982)
(2,36842105263158; 3,96707715382516)
(2,47368421052631; 3,86295845442452)
(2,57894736842105; 3,65361931497922)
(2,68421052631579; 3,33183918605433)
(2,78947368421052; 2,89267900184211)
(2,89473684210526; 2,33382756208320)
(3,00000000000000; 1,65591091108131)

```

**Рисунок 10.** Исследование процесса прогнозирования при постепенном изменении (увеличении \ уменьшении) размера окна  $p$ . Максимальное количество эпох  $M = 7000$ , размер окна  $p = 7$ ,  $\eta = 1$

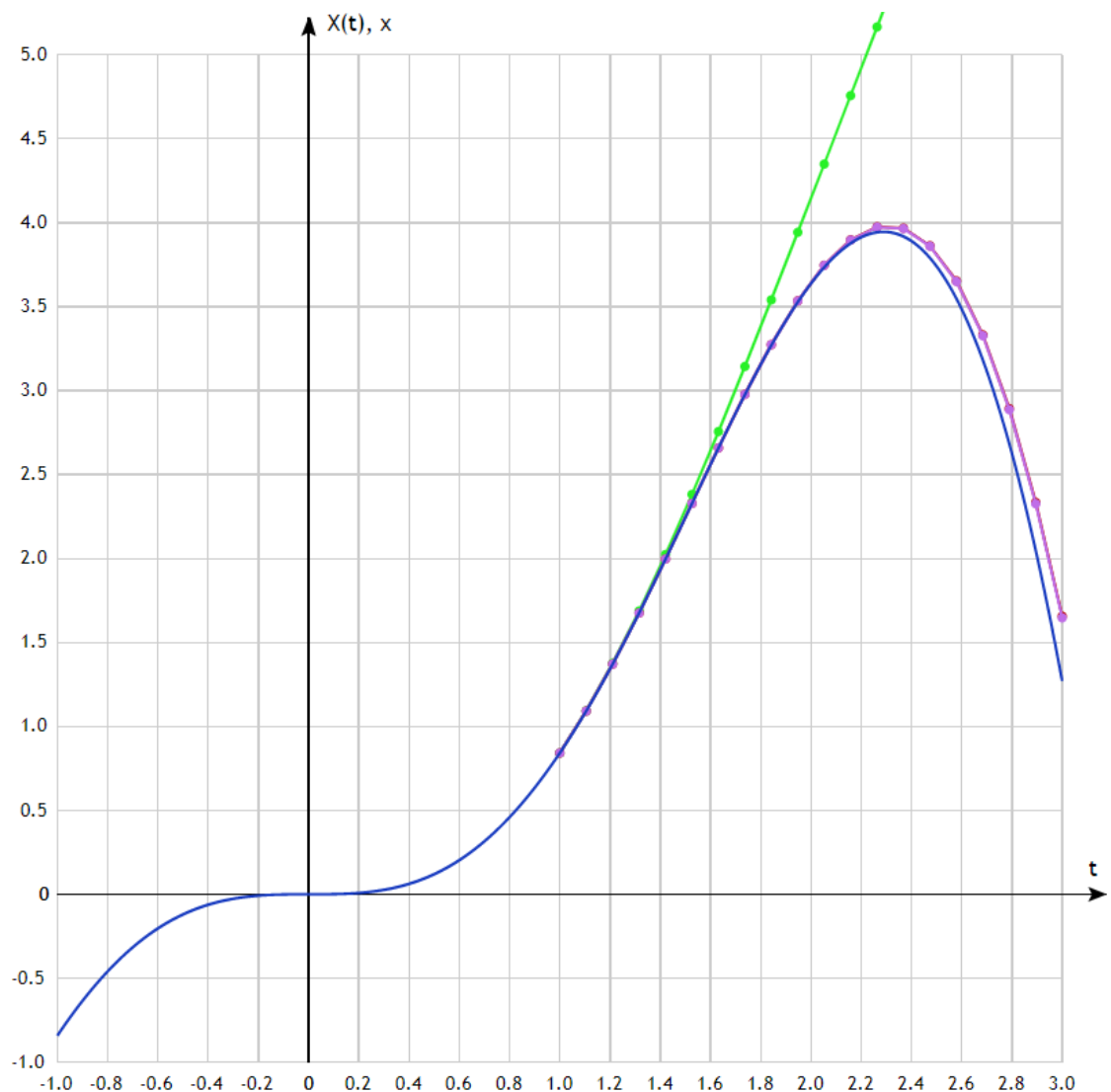
```

Эпоха: 6999 | Вектор весов: 0,000 -0,449 0,373 0,500 0,193 -0,276 -0,624 -0,577 0,127 1,728 | Суммар. ошибка: 1,18939452939694E-06
Эпоха: 7000 | Вектор весов: 0,000 -0,449 0,373 0,500 0,193 -0,276 -0,624 -0,577 0,127 1,728 | Суммар. ошибка: 1,1893945292754E-06

Прогноз на интервале [1, 3]:
(1,00000000000000; 0,84147113940801)
(1,10526315789474; 1,09161124723462)
(1,21052631578947; 1,37132485836332)
(1,31578947368421; 1,67539899520521)
(1,42105263157895; 1,99701993696200)
(1,52631578947368; 2,32786898764780)
(1,63157894736842; 2,65826467938967)
(1,73684210526316; 2,97735046140807)
(1,84210526315789; 3,27332616213227)
(1,94736842105263; 3,53372038546030)
(2,05263157894737; 3,74569852257269)
(2,15789473684210; 3,89640336142581)
(2,26315789473684; 3,97332086604536)
(2,36842105263158; 3,96466474899590)
(2,47368421052631; 3,85977192051552)
(2,57894736842105; 3,64950033095629)
(2,68421052631579; 3,32662003647224)
(2,78947368421052; 2,88618763275886)
(2,89473684210526; 2,32589381189496)
(3,00000000000000; 1,64637417791928)

```

**Рисунок 11.** Исследование процесса прогнозирования при постепенном изменении (увеличении \ уменьшении) размера окна  $p$ . Максимальное количество эпох  $M = 7000$ , размер окна  $p = 9$ ,  $\eta = 1$



**Рисунок 12.** Исходная функция и ее прогноз при различном размере окна. Синий цвет – исходная функция. Зеленый цвет -  $p = 6$ . Красный цвет -  $p = 7$ . Фиолетовый цвет -  $p = 9$ .

## 4. Выводы

Таким образом,  
при увеличении количества эпох  $M$  обучения средняя квадратичная погрешность приближения уменьшается.  
при увеличении коэффициента обучения  $\eta$  средняя квадратичная погрешность приближения уменьшается.  
при увеличении размера окна  $p$  средняя квадратичная погрешность приближения уменьшается.