

1. Цель работы

Исследовать функционирование простейшей нейронной сети (НС) на базе нейрона с нелинейной функцией активации и обучить ее по правилу Видроу-Хоффа.

2. Постановка задачи

Получить модель булевой функции (БФ) на основе однослойной НС (единичный нейрон) с двоичными входами $x_1x_2x_3x_4 \in \{0,1\}$, единичным входом смещения $x_0 = 1$, синаптическими весами w_0, w_1, w_2, w_3, w_4 , двоичным выходом $y \in \{0,1\}$ и заданной нелинейной функцией активации (ФА) $f: R \rightarrow (0,1)$.

Для заданной БФ реализовать обучение НС с использованием:

1) всех комбинаций переменных $x_1x_2x_3x_4$;

2) части возможных комбинаций переменных $x_1x_2x_3x_4$; остальные комбинации являются тестовыми.

3. Практическая часть

Булева функция: $\overline{x_3x_4}(\overline{x_1} + x_2)$

Таблица истинности:

x_1	x_2	x_3	x_4	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Функции активации:

$$1) f(net) = \begin{cases} 1, net \geq 0, \\ 0, net < 0 \end{cases}$$

$$2) f(net) = \frac{1}{1 + e^{-net}}$$

Сигмоидальная функция активации												
Эпоха: 0	Вектор весов:	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	Вых. вектор y:	1111111111111111	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 1	Вектор весов:	0,075	0,000	0,000	0,299	-0,002	Вых. вектор y:	1111111111111111	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 2	Вектор весов:	0,000	0,000	-0,075	0,299	-0,152	Вых. вектор y:	0011001100110011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	5
Эпоха: 3	Вектор весов:	0,151	0,000	-0,075	0,299	-0,152	Вых. вектор y:	1011101110111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 4	Вектор весов:	0,151	0,000	-0,150	0,299	-0,153	Вых. вектор y:	1011101110111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 5	Вектор весов:	0,151	0,000	-0,225	0,299	-0,152	Вых. вектор y:	1011001110110011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 6	Вектор весов:	0,226	0,000	-0,150	0,299	-0,152	Вых. вектор y:	1111101111111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 7	Вектор весов:	0,226	0,075	-0,150	0,299	-0,153	Вых. вектор y:	1111101111111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 8	Вектор весов:	0,151	0,075	-0,225	0,299	-0,228	Вых. вектор y:	1011001010111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 9	Вектор весов:	0,226	0,075	-0,150	0,299	-0,228	Вых. вектор y:	1011101111111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	0

Рисунок 1. Параметры НС на последовательных эпохах (логическая ФА)

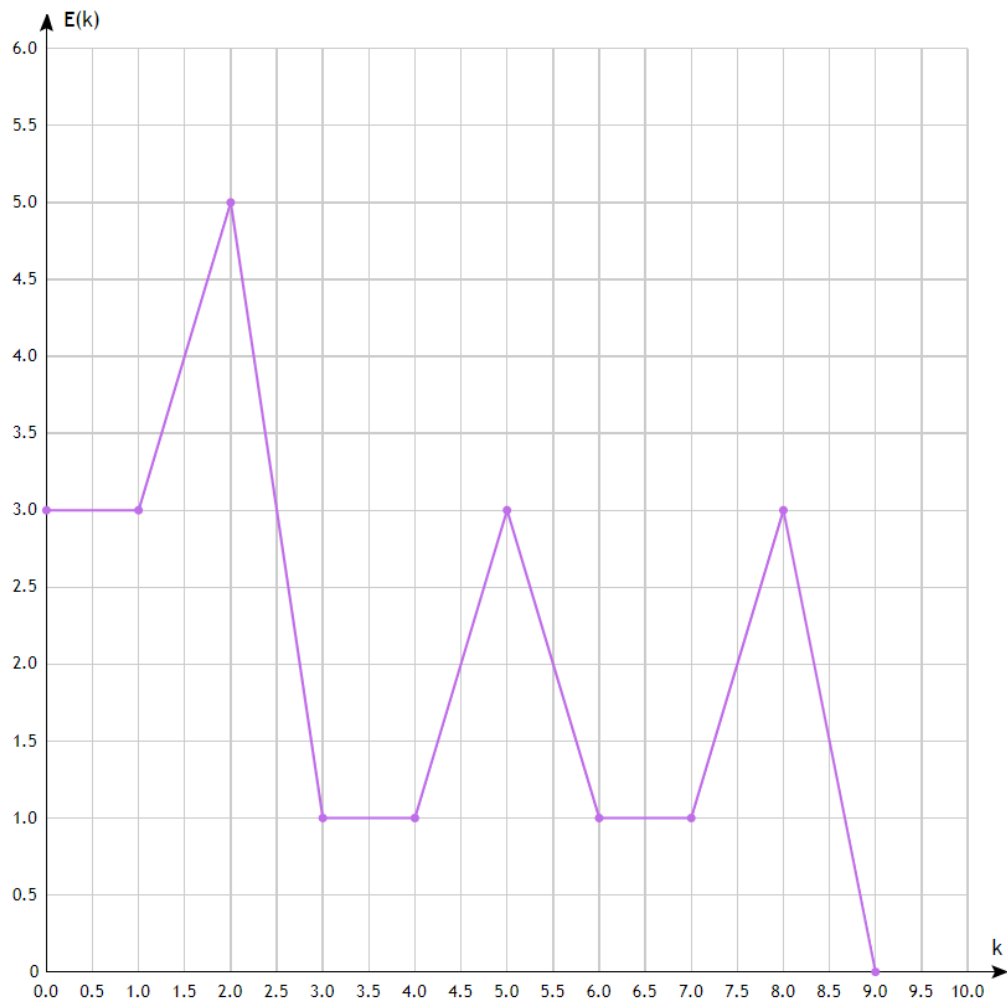


Рисунок 2. График суммарной ошибки НС по эпохам обучения (логическая ФА)

Пороговая функция активации												
Эпоха: 0	Вектор весов:	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	Вых. вектор y:	1111111111111111	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 1	Вектор весов:	0,300	0,300	0,000	0,600	0,000	Вых. вектор y:	1111111111111111	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 2	Вектор весов:	0,000	0,300	0,000	0,900	-0,300	Вых. вектор y:	1011101111111111	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 3	Вектор весов:	0,000	0,300	0,000	1,200	-0,300	Вых. вектор y:	1011101111111111	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 4	Вектор весов:	-0,300	0,000	-0,300	1,200	-0,600	Вых. вектор y:	0011001100110011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	5
Эпоха: 5	Вектор весов:	0,300	0,000	-0,300	1,200	-0,600	Вых. вектор y:	1011101110111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 6	Вектор весов:	0,300	0,000	-0,600	1,200	-0,600	Вых. вектор y:	1011001110110011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 7	Вектор весов:	0,600	0,000	-0,300	1,200	-0,600	Вых. вектор y:	1111101111111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 8	Вектор весов:	0,300	0,000	-0,600	1,200	-0,900	Вых. вектор y:	1011001110110011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 9	Вектор весов:	0,600	0,000	-0,600	1,200	-0,900	Вых. вектор y:	1011001110110011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	3
Эпоха: 10	Вектор весов:	0,900	0,000	-0,300	1,200	-0,900	Вых. вектор y:	1111101111111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	1
Эпоха: 11	Вектор весов:	0,900	0,300	-0,300	1,500	-0,900	Вых. вектор y:	1111101111111111	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	2
Эпоха: 12	Вектор весов:	0,600	0,300	-0,600	1,500	-1,200	Вых. вектор y:	1011001110111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	2
Эпоха: 13	Вектор весов:	0,900	0,300	-0,300	1,500	-1,200	Вых. вектор y:	1011101111111011	Цел. вектор t:	1011101111111011	Суммар. ошибка:	0

Рисунок 3. Параметры НС на последовательных эпохах (пороговая ФА)

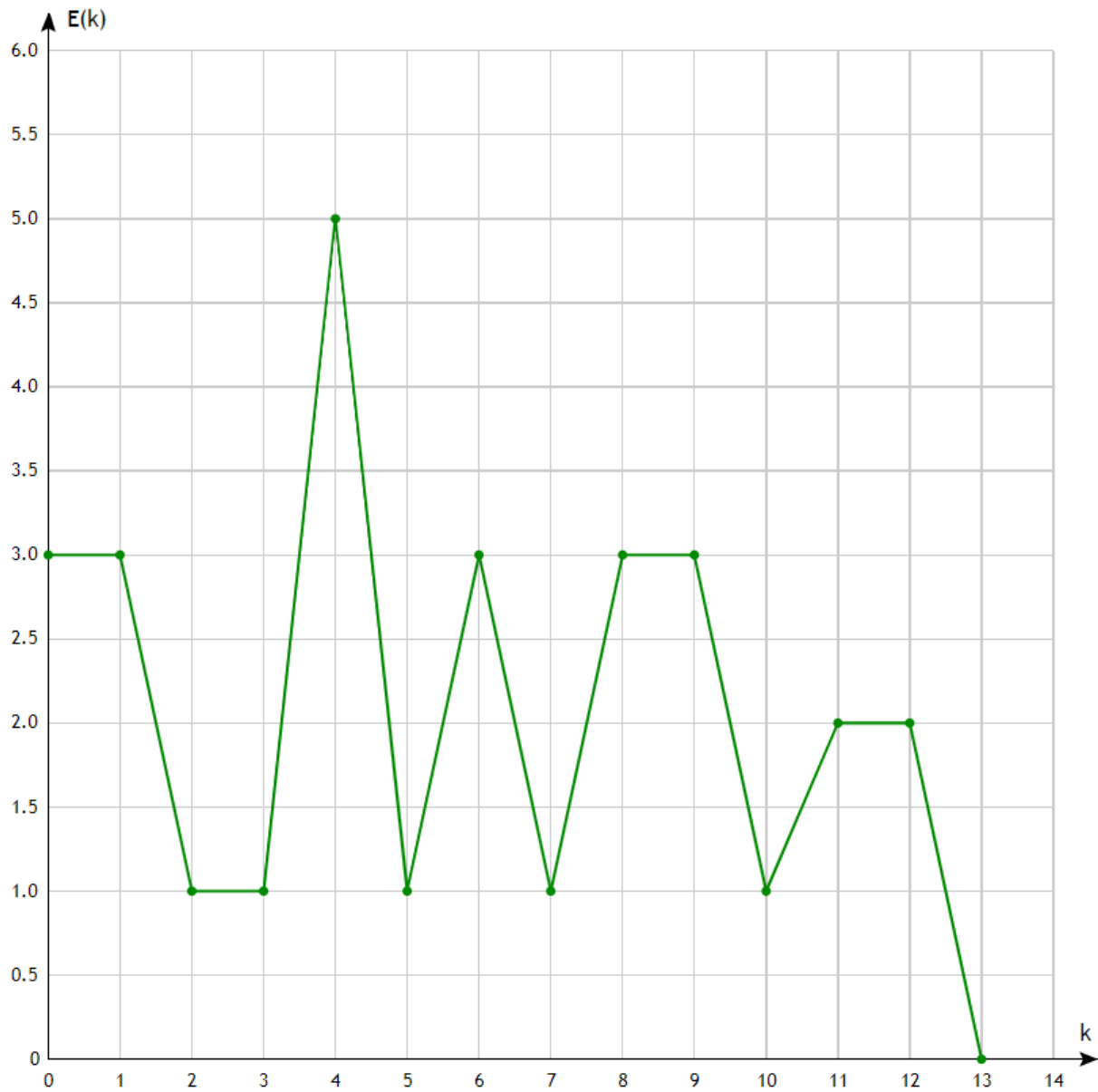


Рисунок 4. График суммарной ошибки НС по эпохам обучения (пороговая ФА)

Минимальный набор из 6 векторов (пороговая ФА): $x^1 = (1,0,0,0,0)$; $x^2 = (1,0,0,0,1)$; $x^9 = (1,1,0,0,0)$; $x^{11} = (1,1,0,1,0)$; $x^{12} = (1,1,0,1,1)$; $x^{14} = (1,1,1,0,1)$, дающий следующие синаптические коэффициенты: $w = (0.3, 0.6, -0.3, 0.6, -0.6)$. При этом для полного обучения потребовалось лишь 2 эпохи.

Минимальный набор из 7 векторов (логическая ФА): $x^1 = (1,0,0,0,0)$; $x^2 = (1,0,0,0,1)$; $x^3 = (1,0,0,1,0)$; $x^5 = (1,0,1,0,0)$; $x^6 = (1,0,1,0,1)$; $x^8 = (1,0,1,1,1)$; $x^{11} = (1,1,0,1,0)$, дающий следующие синаптические коэффициенты: $w = (0.075, 0.075, 0.0, 0.075, -0.15)$. При этом для полного обучения потребовалось лишь 1 эпоха

4. Выводы

Таким образом, было исследовано функционирование простейшей нейронной сети на базе нейрона с нелинейной функцией активации. Нейронная сеть была успешно обучена по правилу Видроу-Хоффа, о чем свидетельствуют результаты программы.