

Tópicos de Economía Aplicada

*Êstimaciones*

Experimentos naturales  
y  
Diferencias en Diferencias

# Experimentos naturales y el estimador de diferencias en diferencias

- ▶ La comparación de asignación aleatoria es

$$\hat{\alpha}^{ATE} = \bar{y}_{t1}^1 - \bar{y}_{t1}^0 \quad (1)$$

donde  $\bar{y}_{t1}^j$  es la media de la variable resultado para el período post-tratamiento ( $t_1$ ) para tratados,  $j = 1$ , y no tratados,  $j = 0$ .

- ▶ Se asume que, en ausencia de tratamiento, ambos grupos tendrían el mismo resultado
- ▶ Una forma indirecta de testear este supuesto es analizando el balance entre observables
- ▶ Otra forma más directa de testear esto es calcular  $\bar{y}_{t0}^1 - \bar{y}_{t0}^0$  (las medias antes del tratamiento)
- ▶ Si antes del tratamiento hay diferencias entre los grupos, una medida más razonable del efecto será

$$\hat{\alpha}^{DD} = [\bar{y}_{t1}^1 - \bar{y}_{t0}^1] - [\bar{y}_{t1}^0 - \bar{y}_{t0}^0]$$

# Experimentos naturales y el estimador de DD

- ▶ Los experimentos naturales utilizan asignaciones al tratamiento que surgen naturalmente
- ▶ Algunas de estas asignaciones son aleatorias. (Por ejemplo, El servicio militar obligatorio era aleatorio en Argentina, aunque luego había desviaciones de estas asignaciones. Algunos programas públicos son aleatorios, como el PROCREAR)
- ▶ En otros casos la asignación no es aleatoria pero sí es exógena (no correlacionada con variables de resultado). (Un caso típico: por razones políticas un programa se implementa en una provincia y no en otra similar.)
- ▶ En algunas de estas asignaciones es posible que no se cumpla un balance en observables y que sin tratamiento (o antes del tratamiento) ambos grupos sean distintos.
- ▶ Una forma de evaluar el impacto es medir ambos grupos antes y después del tratamiento y comparar los resultados entre grupos (medir los cambios en cada grupo, y luego la diferencia del cambio entre grupos). (Nos preguntamos cuál grupo cambió más)
- ▶ Para eso, debe haber información antes del tratamiento y después del tratamiento

# Experimentos naturales y el estimador de diferencias en diferencias

- ▶ Un uso típico del estimador de diferencias en diferencias es cuando la asignación no es aleatoria sino que surge de un cambio sólo para un grupo de personas (Ejemplo: por ley aumenta el impuesto al cigarrillo en la Ciudad de Buenos Aires; aumenta el salario mínimo en Nueva York; etc.)
- ▶ Los cambios (primera diferencia) antes-después dentro del grupo tratado pueden deberse al efecto del tratamiento pero también pueden deberse a otros factores (tendencia, cambios macro, etc.)
- ▶ La idea de diferencias en diferencias es la de considerar a los no tratados (aquellos que no están afectados por el cambio de política) como control y computar también el cambio antes-después de ese grupo. Este cambio es el que tomaremos como aproximación de los “otros factores” (tendencia, factores macro)
- ▶ La diferencia entre los cambios es entonces el estimador de diferencias en diferencias.

# El estimador de diferencias en diferencias

- ▶ El principal supuesto del estimador de diferencia en diferencias es que las unidades tratadas y no tratadas son afectados por factores externos de igual manera
- ▶ Este supuesto se denomina supuesto de **tendencia común** (*common trend assumption*)
- ▶ Por ejemplo, este supuesto se cumpliría si hubiera dos grupos, tratamiento y control, no necesariamente iguales, pero entre ellos la variable resultado se mueve de manera similar en el tiempo

# Supuesto de tendencia común

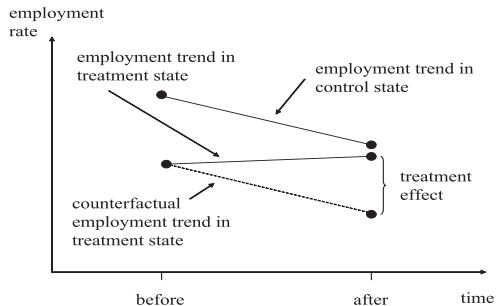


Figura 1: Common trend assumption

# El estimador de diferencias en diferencias

- ▶ Supongamos que la política se implementa en el período  $k$
- ▶ Supongamos que hay información longitudinal (datos en panel) para  $t_0 < k$  y para  $t_1 > k$ , con datos de tratados y no tratados
- ▶ El grupo tratado (grupo que recibirá tratamiento en  $t = k$ ) se identifica por  $d_i = 1$ . El status tratado (individuo que ya recibió tratamiento) se identifica por  $d_i \times t_t$ , donde  $t_t$  toma valor 1 para el período post-tratamiento.
- ▶ Escribimos el resultado

$$y_{it} = \beta + \alpha_i(d_i \times t_t) + u_{it}$$

donde esta ecuación está vinculada al modelo causal de Rubin

- ▶ Observamos  $d_i$ ,  $y_{it}$ . Pero  $u_{it}$  puede tener efectos del tiempo que debemos tener en cuenta.
- ▶ Por ello asumimos  $\mathbb{E}[u_{it}|d_i, t] = \mathbb{E}[n_i|d_i, t] + m_t$ , a partir del supuesto de tendencia común, donde hay un efecto fijo por individuo y un factor macroeconómico en cada período

# El estimador de diferencias en diferencias

- Por el supuesto de tendencia común

$$\mathbb{E}[y_{it}|d_i, t] = \begin{cases} \beta + \mathbb{E}[\alpha_i|d_i = 1] + \mathbb{E}[n_i|d_i = 1] + m_{t_1} & \text{si } d_i = 1 \text{ y } t = t_1 \\ \beta + \mathbb{E}[n_i|d_i = 1] + m_t & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Cambios:

$$\mathbb{E}[y_{it}|d_i = 1, t = t_1] - \mathbb{E}[y_{it}|d_i = 1, t = t_0] = \mathbb{E}[\alpha_i|d_i = 1] + m_{t_1} - m_{t_0}$$

$$\mathbb{E}[y_{it}|d_i = 0, t = t_1] - \mathbb{E}[y_{it}|d_i = 0, t = t_0] = m_{t_1} - m_{t_0}$$

lo que implica que los cambios en el grupo de tratamiento incluyen los efectos del tratamiento como también cambios macroeconómicos ( $m$ ).



# El estimador de Diferencias en Diferencias

- Diferencia de cambios eliminan el componente macro ( $m$ ) presente en los dos grupos, que por el supuesto de tendencia común, es idéntico en el grupo de tratamiento y control.

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}[y_{it}|d_i = 1, t = t_1] - \mathbb{E}[y_{it}|d_i = 1, t = t_0] \\ & - \\ & \mathbb{E}[y_{it}|d_i = 0, t = t_1] - \mathbb{E}[y_{it}|d_i = 0, t = t_0] \\ = & \mathbb{E}[\alpha_i|d_i = 1] = \alpha^{ATT} \end{aligned}$$

- El estimador es

$$\hat{\alpha}^{ATT} = [\bar{y}_{t_1}^1 - \bar{y}_{t_0}^1] - [\bar{y}_{t_1}^0 - \bar{y}_{t_0}^0]$$

# El estimador de Diferencias en Diferencias

- El mismo estimador se encuentra por medio de una regresión:

$$\begin{aligned}y_{it} &= \beta_0 + \beta_1 d_i + \beta_2 t_t + \beta_3 d_i t_t + \epsilon_{it} \\ \hat{\alpha}^{ATT} &= \hat{\beta}_3\end{aligned}$$

donde  $t_t = \mathbf{1}\{t = t_1\}$  es una variable indicadora que toma valor 1 para los períodos post-tratamiento (tanto para tratados como para no tratados), y donde se asume que  $\mathbb{E}[\epsilon|d, t] = 0$ .

- Utilizando esperanzas condicionadas sobre la ecuación anterior, se muestra que  $\hat{\alpha}^{ATT} = \hat{\beta}_3$

# Diferencias en Diferencias en el modelo de educación (datos simulados)

- ▶ Nuestros datos simulados se basan en la siguiente ecuación de ingresos

$$y_i = 1 + ,2x_{1i} + ,09x_{2i} + ,07\theta_i + \alpha_id_i + ,06\tau + 0,7u_{1i}$$

- ▶ En nuestros datos se simula el siguiente caso:
  - ▶ en la región 2 ( $x_3 = 2$ ) no hay nadie con educación en el momento  $\tau = 0$ , y todos tienen educación en  $\tau = 1$
  - ▶ en la región 3 nadie se educa
- ▶ Nuestra estimación DD debería comparar estas dos regiones

## Diferencias en Diferencias en el modelo de educación (datos simulados)

- ▶ El parámetro que querríamos estimar es el ATE del grupo tratado (recordar que  $\alpha_i = y_{1i} - y_{0i}$ , pero estos valores no son observables: observamos o bien  $y_{1i}$  si  $i$  es tratado o  $y_{0i}$  si  $i$  es no tratado)

```
. sum alfai if x3==2
```

- ▶ Como todos pasan a ser tratados, el ATT no difiere del ATE en  $\tau = 1$  para la población de la región 2 (t1 es la variable dummy que identifica el período post-tratamiento)

```
. sum alfai if x3==2&t1==1
```

- ▶ Vemos los cambios antes-después en el grupo tratado y el cambio en el no tratado

```
. ttest y if x3==2, by(t1)
```

```
. ttest y if x3==3, by(t1)
```

- ▶ Además, las diferencias entre estos dos grupos en cada momento del tiempo

```
. ttest y if t1==0 & (x3==2|x3==3), by(x3)  
. ttest y if t1==1 & (x3==2|x3==3), by(x3)
```

- ▶ Luego hacemos la regresión de diferencias en diferencias:  
dummy de tratamiento (xd, región 2), dummy de tiempo (t1)  
e interacción entre ambas (t1\*xd)

```
. gen xd=x3==2  
. gen xdt1 = t1*xd  
. reg y xdt1 xd t1 if x3==2|x3==3
```

# Diferencias-en-Diferencias: potenciales problemas

- ▶ El procedimiento de diferencias en diferencias tiene algunos problemas o debilidades. Algunos son similares a los que ya consideramos para asignación aleatoria
- 1. El grupo de tratamiento podría estar afectado por la **decisión de no tratarse**. Supongamos que consideramos una política de capacitación. Podría ser que el asignado a tratamiento cuando debiera tratarse decide no hacerlo. En este caso, se trata de un tratamiento endógeno (los que deciden no tratarse serán probablemente los que tengan menos retorno a la capacitación). Sería erróneo, en ese caso, usar diferencias en diferencias comparando tratados y no tratados. Debería usarse la asignación inicial al tratamiento e interpretar el resultado como un Intention To Treat (ITT).
- 2. El grupo de tratamiento puede estar afectado por drop-out, por el **abandono**, o más en general, por **cambios de composición o attrition**. Esto es igual que en asignación aleatoria: si el abandono o attrition está basado en decisiones entonces el estimador DD podría estar sesgado. En la práctica debe seguirse a todos para tener *información de todos los que fueron asignados al tratamiento*.

3. El supuesto esencial de DD es el de **tendencia común**. Shocks inobservables por unidad de tratamiento (por ejemplo, shocks distintos entre regiones) hacen que el estimador DD sea inadecuado. Además, si las características no están balanceadas, o si son dos lugares diferentes ¿por qué suponer una tendencia común? Es un supuesto que no es posible testear si sólo hay dos períodos. Se puede *testear el supuesto de tendencia común si hay una serie de tiempo* (aunque sea con variables o resultados agregados; veremos un ejemplo en la aplicación sobre salario mínimo).
4. Se puede utilizar DD tanto con datos de corte transversal (repetidos en dos momentos del tiempo) o con datos longitudinales (panel) en donde cada individuo tiene dos observaciones (antes-después). La implementación podría variar. (a) Para **corte transversal** conviene confirmar que las características (observables explicativas de  $y$ ) no hayan variado entre ambos períodos. (b) Con datos de **panel** suele ser conveniente incluir efectos fijos por individuo.
5. **Controlar por observables**. (a) Controlar por observables no es recomendable si el observable puede estar correlacionado con el tratamiento (ejemplo, para estimar el efecto sobre el acceso a la universidad de un programa de becas a estudiantes secundarios sería mala idea controlar por resultados de un test en la secundaria). (b) Puede tener sentido controlar por observables (variables predeterminadas) si se trata de datos de corte transversal .

6. Ojo con las unidades. Si comparamos dos grupos que tienen niveles muy diferentes de las variables y los cambios son proporcionales podríamos tener conclusiones erróneas.
7. Timing de los efectos. Algunos efectos pueden darse inmediatamente, pero otros con fuertes rezagos (efectos de cambios en educación). Esto introduce el problema de cuándo medir el resultado: muy pronto no hay resultados, muy lejos en el tiempo más afectado por problemas como attrition, composición, etc.
8. Cuidado con los errores estándar. Cuando hay correlación en los errores por estado puede haber una subestimación fuerte de los errores estándar. Puede usarse el test exacto de Fisher.

Ahora profundizamos algunos de estos puntos



# Diferencias-en-Diferencias: potenciales problemas con los datos simulados: abandono y attrition

- ▶ Si hay decisión endógena se calcula el ITT. La estimación es exactamente igual al DD, lo que cambia es el parámetro estimado

```
. reg yx xdt1 xd t1 if x3==2|x3==3
```

donde la variable resultado `yx` se genera simulando que sólo los más hábiles de la región 2 se educan

- ▶ Si hay attrition la estimación de DD genera un sesgo

```
. reg yx1 xdt1 xd t1 if x3==2|x3==3
```

donde la variable resultado `yx1` se genera simulando que no hay datos para algunas observaciones

- Cambios de composición: la simulación es un corte transversal repetido. Chequeamos que no haya cambiado la composición

```
. ttest x1 if x3==2, by(t1)
```

- Control por observables: Es importante incluir controles que no sean afectados por la política

```
. reg y xdt1 xd t1 x1 x2 if x3==2|x3==3
```

# Supuesto de tendencia común

- El supuesto de tendencia común nos dice que

$$\mathbb{E}[u_{it_1}|d_i = 1] - \mathbb{E}[u_{it_0}|d_i = 1] = \mathbb{E}[u_{it_1}|d_i = 0] - \mathbb{E}[u_{it_0}|d_i = 0]$$

dado que  $u_{it}$  es independiente en media de  $d_i$  y en ambos casos  $\mathbb{E}[u_{it_1}|d_i, t] - \mathbb{E}[u_{it_0}|d_i, t] = m_{t_1} - m_{t_0}$ , porque los efectos fijos individuales se netean en la primera diferencia

- Intuitivamente, este supuesto implica que no hay componentes individuales en los efectos macroeconómicos
  - todos los efectos individuales son constantes en el tiempo

- ▶ Además, elimina la posibilidad de selección basada en efectos individuales transitorios
  - ▶ los tratados no pueden seleccionarse en el tratamiento por un shock transitorio (por ejemplo: un error común al evaluar AUH: los que son seleccionados al tratamiento en un período de tiempo tienen características que los hacen más pobres -no tienen empleo formal-)
- ▶ Elimina la posibilidad de que el tratamiento surja por anticipación a un shock en el grupo tratado
  - ▶ La derivación anterior asume que el tratamiento no está correlacionado con cambios en inobservables
  - ▶ Si una región implementa un programa de capacitación porque espera ser especialmente afectada por un incremento del desempleo entonces el tratamiento es endógeno (está correlacionado con  $u_{t1}$ ) y se viola el supuesto de tendencia común (en ausencia de tratamiento la variable resultado -empleo- en la región tratada no hubiera cambiado como en la región no tratada).

# El estimador de Diferencias en Diferencias con datos longitudinales y cortes transversales repetidos

- ▶ Es posible realizar la misma regresión de DD con **cortes transversales repetidos** (una muestra representativa de cada grupo antes, y otra muestra representativa después).

$$y_{it} = \beta_0 + \beta_1 d_i + \beta_2 t_t + \beta_3 d_i t_t + \epsilon_{it}$$

- ▶ El supuesto requerido es que la media de los efectos fijos individuales se mantienen con el cambio de muestra:  
 $\mathbb{E}[n_i | d_i, t = t_1] = \mathbb{E}[n_i | d_i, t = t_0]$ .
- ▶ Si tenemos **datos de panel**, por otro lado, la forma de realmente aprovecharlos es identificar esos efectos fijos (estimar el  $n_i$  para cada individuo)
- ▶ Alternativamente, con datos de panel, el mismo modelo empírico se puede escribir tomando primeras diferencias

$$\Delta y_{it} = \beta_2 + \beta_3 d_i + \epsilon_i$$

- ▶ Esta ecuación se puede estimar mediante una regresión que genera un resultado idéntico a la anterior pero gana en precisión.

## Niveles y unidades - ejemplo

- ▶ Ejemplo, hay un tratamiento en Concordia en 1981 y se toman datos de Comodoro Rivadavia como control. Hay información para 1980 y para 1987 para ambos aglomerados.
- ▶ Para implementar la regresión anterior, las variables dummy deben estar definidas como en este ejemplo (cada línea es una observación de un hogar):

aglomerado	ano4( $t_t$ )	ipcf( $y_{it}$ )	Treat ( $d_i$ )	Post ( $t_t$ )	TreatxPost ( $d_i \times t_t$ )
Comodoro	1980	2500	0	0	0
Concordia	1980	1533.33	1	0	0
Comodoro	1987	26000	0	1	0
Concordia	1987	18000	1	1	1

## Niveles y unidades

- Unidades: en el siguiente caso, el hecho de partir de niveles muy diferentes hace que el efecto pareciera negativo o nulo. Se sugiere tomar logaritmos de la variable resultado en ese caso.

### Efectos del tratamiento sobre el ingreso:

	(1)		(2)		(3)=(2)-(1)
	Tratado		No tratado		Diferencia
t=0	2333.06 (16.08)	***	18667.31 (130.21)	***	-16334.25 (130.04)
t=1	2911.78 (18.28)	***	19319.23 (128.75)	***	-16407.45 (131.18)
dif	578.72 (24.34)	***	651.92 (183.12)	***	-73.20 (184.73)
Cambio porcentual	0.25		0.03		0.21

# Placebos y permutación

- ▶ Tests placebos para errores estándar e inferencia.  
Especialmente recomendable para hacer inferencia cuando los errores pueden estar correlacionados. Se basa en la pregunta: si el método se aplica a casos sin ningún tratamiento, ¿la estimación es cero efecto? Para eso:
  - ▶ Usar grupos de tratamiento falsos (usar unidades -provincias- no afectadas por la política, usar años previos, usar grupos no afectados).
  - ▶ Usar variables que no deberían estar afectadas

En nuestros datos simulados un placebo sería tomar una variable no afectada por la política

```
. reg s xdt1 xd t1 if x3==2|x3==3
```



Los test placebos se suelen utilizar para

1. hacer inferencia (estudiar la significatividad de la estimación)
2. testear algún tipo de causalidad inversa. (Ejemplo de causalidad inversa: si una política de fomento a empresas pequeñas en una provincia genera una estimación DD positiva para empresas grandes es probable que la política se haya implementado previendo una expansión económica; la estimación sobre las empresas pequeñas puede estar afectada por esta expansión y no sólo por la política).

# Diferencias en Diferencias - Test de permutación

- ▶ Duflo (2004, The Quarterly Journal of Economics) [\[link\]](#) realiza el siguiente test para mostrar potenciales problemas de los estimadores DD:
  - ▶ Utiliza datos del Current Population Survey (CPS, análogo a la EPH de US) varios años
  - ▶ Simula (como si) una ley fuera implementada para 25 estados aleatorios en un determinado año (aleatoriamente definido) entre 1985 y 1995
  - ▶ Estima el cambio en una variable resultados (ingresos laborales) con un DD de este cambio
  - ▶ Estudia la cantidad de leyes “placebo” con efectos DD significativos al 5 %

# Diferencias en Diferencias - Test de permutación

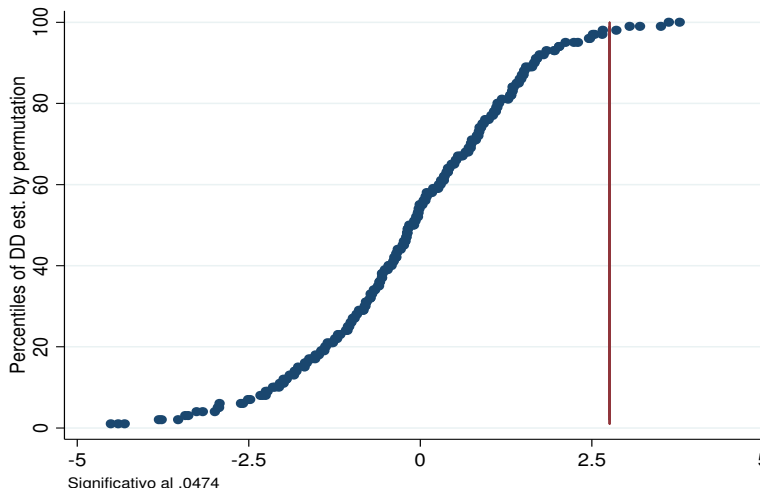
- ▶ Encuentra que el 45 % de las simulaciones generan resultados significativos al 5 %
- ▶ Entre las medidas remediales para este problema proponen implementar un test exacto

- ▶ Test exacto de Fisher para inferencia
  - ▶ Realizar una permutación y tomar estados que no han tenido cambios, uno a la vez y computar el estimador DD
  - ▶ Considerar la distribución de todos los estimadores puntuales computados de este modo
  - ▶ Computar la proporción de los ejercicios que tienen resultados más fuertes que el DD de interés
  - ▶ El  $p$  valor de un test de dos colas será entonces  $\sum 1\{|\hat{\alpha}_i| \geq |\hat{\alpha}|\} / P$  donde  $\hat{\alpha}$  es la estimación de DD a evaluar,  $\hat{\alpha}_i$  es la estimación en una permutación, y  $P$  es la cantidad de permutaciones.

# Diferencias en Diferencias - Test de permutación

Test exacto de Fisher para inferencia

Se puede adaptar el comando de STATA `permute`



# Referencias

Angrist & Pischke, "Mostly Harmless Econometrics: An empiricist's Companion", Cap 5.1 y 5.2

STATA: hay una serie de comandos que aplican diff-in-diff