

Tópicos de Economía Aplicada

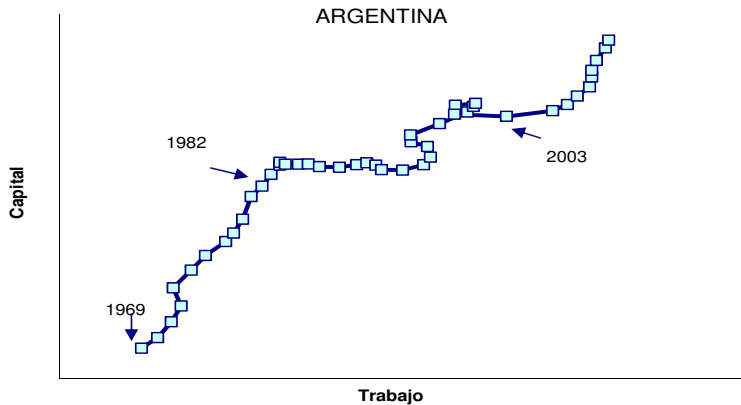
Demanda de trabajo

Capital y trabajo

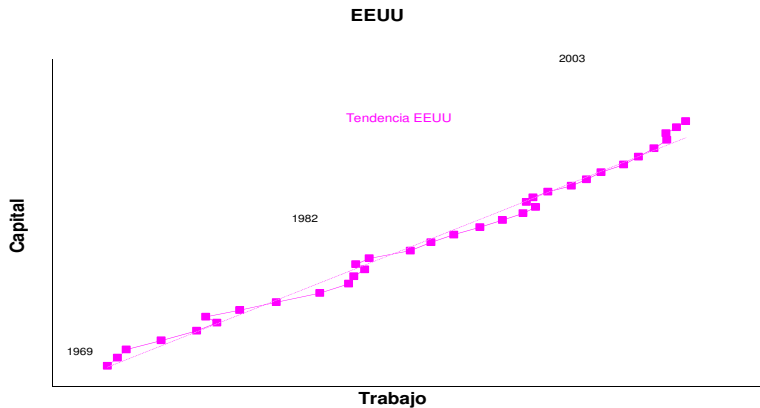
Dos observaciones:

A. Capital y trabajo: Comparada con otros países Argentina tiene una evolución de la relación trabajo y el capital muy volátil

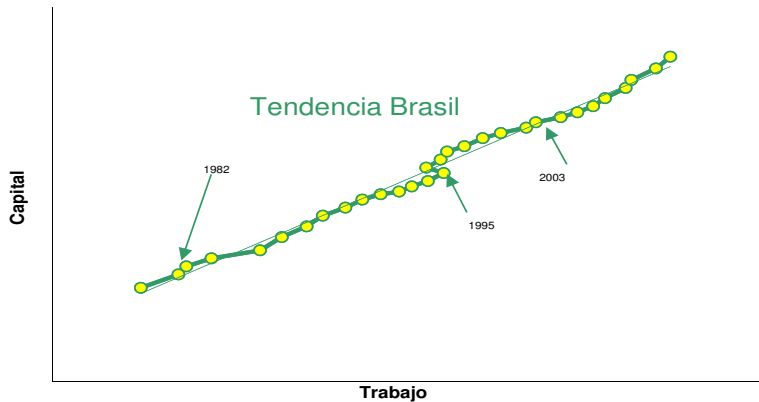
Capital y trabajo - Argentina



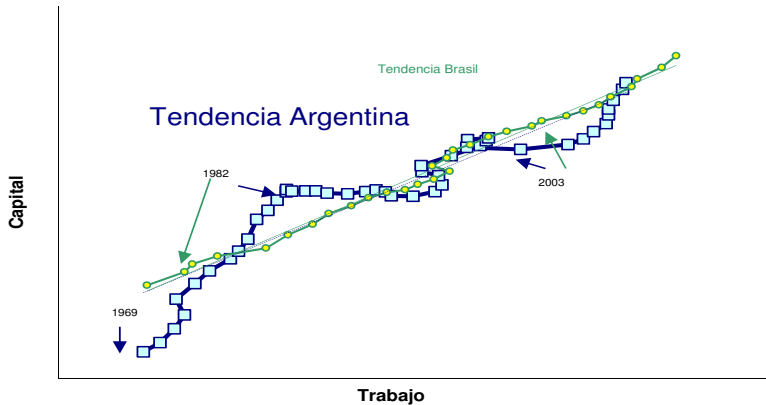
Capital y trabajo - EEUU



Capital y trabajo - Brasil



Capital y trabajo - Comparación Argentina y Brasil



Capital y trabajo - Argentina - precios

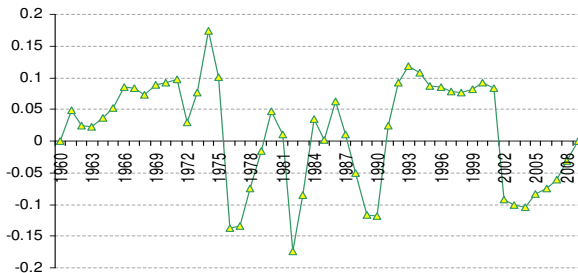


Figura 5: Variación del salario en dólares con respecto a la tendencia

Salario relativo de calificados y no calificados

B. Salarios relativos: la diferencia entre salarios calificados y no calificados aumentó desde los 80' en los países desarrollados
Los gráficos siguientes han sido extraídos de Acemoglu, Autor (2011) "Skills, Tasks and Technology: Implication for Employment and Earnings". *Handbook of Labor Economics*

Salarios relativos calificados vs no calificados



Figure 1 Source: March CPS data for earnings years 1963-2008. Log weekly wages for full-time, full-year workers are regressed separately by sex in each year on four education dummies (high school dropout, some college, college graduate, greater than college), a quartic in experience, interactions of the education dummies and experience quartic, two race categories (black, non-white other), and a full set of interactions between education, experience, and sex. The composition-adjusted mean log wage is the predicted log wage evaluated for whites at the relevant experience level (5, 15, 25, 35, 45 years) and relevant education level (high school dropout, high school graduate, some college, college graduate, greater than college). The mean log wage for college and high school is the weighted average of the relevant composition adjusted cells using a fixed set of weights equal to the average employment share of each sex by potential experience group. The ratio of mean log wages for college and high school graduates for each year is plotted. See the Data Appendix for more details on the treatment of March CPS data.

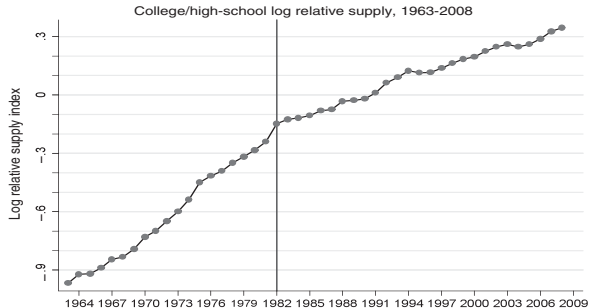
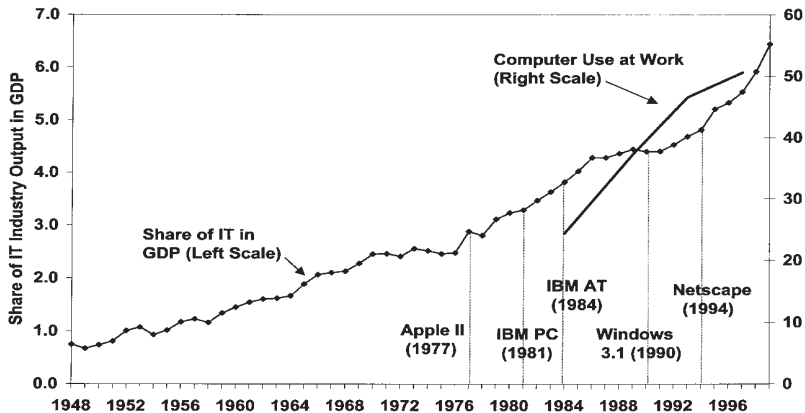


Figure 2 Source: March CPS data for earnings years 1963-2008. Labor supply is calculated using all persons aged 16-64 who reported having worked at least one week in the earnings years, excluding those in the military. The data are sorted into sex-education-experience groups of two sexes (male/female), five education groups (high school dropout, high school graduate, some college, college graduate, and greater than college) and 49 experience groups (0-48 years of potential experience). The number of years of potential experience is calculated by subtracting the number six (the age at which one begins school) and the number of years of schooling from the age of the individual. This number is further adjusted using the assumption that an individual cannot begin work before age 16 and that experience is always non-negative. The labor supply for college/high school groups by experience level is calculated using efficiency units, equal to mean labor supply for broad college (including college graduates and greater than college) and high school (including high school dropouts and high school graduate) categories, weighted by fixed relative average wage weights for each cell. The labor supply of the "some college" category is allocated equally between the broad college and high school categories. The fixed set of wage weights for 1963-2008 are constructed using the average wage in each of the 490 cells (2 sexes, 5 education groups, 49 experience groups) over this time period.

Medidas de cambio tecnológico



En el estudio de la demanda de trabajo se incluye:

- ▶ Elección entre factores de producción
- ▶ Sustitución entre capital y trabajo
- ▶ Sustitución entre diferentes tipos de trabajo
- ▶ Estimaciones de elasticidad de la demanda de trabajo con respecto al costo de los insumos

Tabla de contenidos

Introducción

La teoría estática de la demanda de trabajo

- La demanda de trabajo a corto plazo

- La sustitución de trabajo por capital

- Los efectos de escala

- Más allá de dos factores

De la teoría a los datos

- Formas funcionales específicas para las demandas de factores

Introducción (1)

La teoría de la demanda de trabajo está profundamente relacionada con la de los factores de producción.

Por tanto, la demanda de trabajo debe depender no sólo del costo de mano de obra sino también del costo de los otros factores.

- ▶ A corto plazo, los servicios del capital son fijos y el nivel de producción depende de la mano de obra
- ▶ A largo plazo, hay posibilidades de sustitución de capital K por mano de obra L
- ▶ Este es precisamente el objetivo de la teoría de la demanda de trabajo: estudiar el comportamiento de las empresas, cuando existen más de dos factores de producción

En este capítulo asumimos que el mercado de trabajo es competitivo.

Determinantes de la demanda de trabajo en el corto plazo (1)

- ▶ El poder de mercado de una empresa se mide por la elasticidad de los precios con respecto a la producción de la empresa (Y es la producción de la empresa y la función de demanda es la que enfrenta la firma):

$$\eta_Y^P = \frac{YP'(Y)}{P(Y)}$$

- ▶ $P(Y)$ es la *función de demanda inversa de la firma*
- ▶ $\eta_Y^P = 0$ caracteriza el caso de competencia perfecta;
- ▶ $\eta_Y^P < 0$ caracteriza el caso de competencia imperfecta;
- ▶ $|\eta_Y^P|$ representa el poder de mercado de la empresa
- ▶ A mayor η_Y^P mayores serán los efectos sobre el precio de mercado de un cambio en el nivel de producción
- ▶ Asumiremos demanda isoelástica (elasticidad constante para cualquier nivel de Y)
- ▶ factores fijos y flexibles:
 - ▶ mano de obra (*flexible* o *variable*), por ejemplo, personal calificado y no calificado
 - ▶ *capital* (*fijo* o *rígido*), por ejemplo, maquinaria y computadoras

El costo de mano de obra y la productividad marginal (2)

- ▶ El único factor de producción agregado *flexible* en el corto plazo es el empleo, L . Otros factores son considerados como *rígidos* (en esta parte no consideramos los costos fijos)
- ▶ El beneficio de la empresa:

$$\Pi(L) = P(Y)Y - WL$$

$$\text{con } Y = F(L), F'(L) \geq 0, F''(L) \leq 0, P'(Y) \leq 0$$

- ▶ CPO:

$$\begin{aligned}\Pi'(L) &= F'(L)[P(Y) + P'(Y)Y] - W \\ &= F'(L)P(Y)(1 + \eta_Y^P) - W = 0\end{aligned}$$

- ▶ en el corto plazo la curva de oferta de bienes está vinculada directamente con la demanda de trabajo

El costo de mano de obra y la productividad marginal (3)

- ▶ Usando la CPO, la demanda de trabajo se caracteriza por:

$$F'(L) = \nu \frac{W}{P} \text{ con } \nu = \frac{1}{1 + \eta_Y^P} \quad (1)$$

- ▶ Donde ν es el “markup” ($\nu > 1$ con poder de mercado)
- ▶ La función de costos es: $C(Y) = WL = WF^{-1}(Y)$ donde F^{-1} designa la función inversa de F y el costo marginal está dado por

$$\frac{dC}{dY} = W \frac{dL}{dY}$$

por lo que la ecuación (1) resulta en la ecuación que solemos ver en monopolio: $\nu \frac{W}{F'(L)} = P(Y) = \nu C'(Y)$

El costo de mano de obra y la productividad marginal (4)

Estática comparada:

- ▶ Reescribiendo la CPO

$$F'(L)P = vW$$

y diferenciando totalmente podemos entender los efectos de un cambio en el costo laboral W .

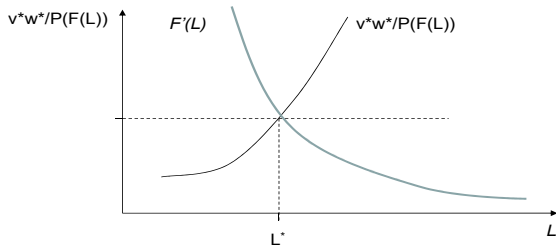
- ▶ El impacto de una variación en el costo de mano de obra en la demanda de trabajo satisface

$$\frac{\partial L}{\partial W} = \frac{v}{F'^2 P' + P F''} < 0$$

- ▶ en el corto plazo la demanda de trabajo (y la oferta de producto) es una función decreciente del costo laboral horario
- ▶ El precio de venta del bien producido por la firma aumenta con W si hay poder de mercado
- ▶ y por este motivo, los cambios en la demanda de trabajo tienden a ser menores cuando hay poder de mercado (el cambio en el precio modera el efecto del cambio en salarios)

Demanda de trabajo en el corto plazo

Asumiendo poder de mercado el salario real depende positivamente de la producción y de L ; asumiendo elasticidad constante es directo graficar el equilibrio:



Largo plazo

- ▶ La sustitución de trabajo por capital
- ▶ Los efectos de escala
- ▶ Más allá de dos factores

Largo plazo: La sustitución de capital por trabajo (1)

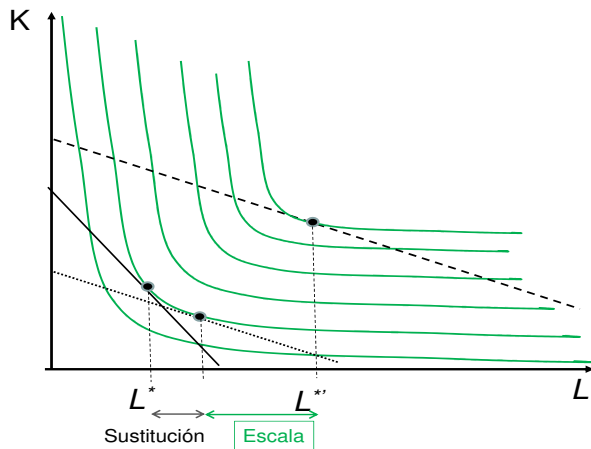
En el largo plazo, el capital K puede ser un factor flexible

- ▶ En la primera etapa, el nivel de producción se toma como dado y se busca la combinación óptima de capital y trabajo que logra el mínimo costo.
- ▶ En la segunda etapa, buscamos la cantidad óptima de producción con el fin de maximizar los beneficios de la empresa.

Analizamos *efectos de sustitución* y *efectos de escala* y luego describimos algunas propiedades de la *demandas de factores condicionada e incondicional*.

1. Efectos de sustitución se refieren a la elección de un factor sobre otro con el fin de alcanzar un nivel dado de producción
2. Los efectos de escala tienen que ver con la capacidad de alterar el nivel de producción al tiempo que conserva las mismas proporciones entre los distintos factores

Capital y trabajo ante una caída en el salario



La sustitución de capital por trabajo (2)

- ▶ Una función de producción es homogénea de grado θ cuando,

$$F(\mu K, \mu L) = \mu^\theta F(K, L), \quad \forall \mu > 0, \forall (K, L)$$

- ▶ La minimización del costo total

- ▶ La función de costo $C(W, R, Y)$ es la solución al problema

$$\min_{\{K, L\}} (WL + RK) \text{ s.t. } F(K, L) \geq Y$$

- ▶ Las soluciones, \bar{L} y \bar{K} , se denominan *demanda condicional de mano de obra* y *demanda condicional del capital*
 - ▶ La función de costo es creciente, cóncava, satisface el *lema de Shephard* ($dC/dW = L$) y es homogénea de grado $\frac{1}{\theta}$

La sustitución de capital por trabajo (3)

- ▶ En la figura, vemos una *isocuanta* etiquetada (Y). Esta curva designa el conjunto de valores de K y L que permite un nivel de producción dado que debe alcanzarse
- ▶ La pendiente es negativa y la derivada es igual a la *tasa marginal de sustitución técnica entre capital y trabajo* (TMST)
- ▶ La figura también muestra rectas de *isocosto*, (C_0)
- ▶ El óptimo se encuentra en el punto E donde la línea es tangente a la isocuanta

La sustitución de capital por trabajo (4)

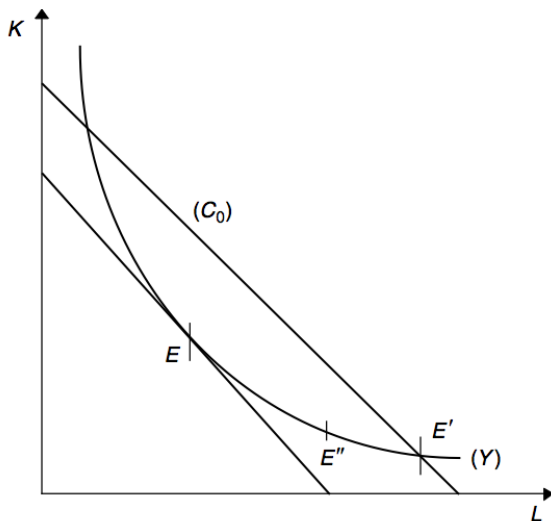


FIGURE 2.3

The minimization of total cost.

La sustitución de capital por trabajo (5)

- ▶ En el óptimo, la TMST es igual a la relación de los costos de los insumos
- ▶ Las demandas condicionadas de capital y el trabajo se definen por:

$$\frac{F_L(\bar{K}, \bar{L})}{F_K(\bar{K}, \bar{L})} = \frac{W}{R} \quad y \quad F(\bar{K}, \bar{L}) = Y$$

- ▶ \bar{K} y \bar{L} depende sólo del nivel de producción de Y y el precio relativo W/R de mano de obra

La sustitución de capital por trabajo (6)

- ▶ Respuesta del trabajo a cambios en el costo laboral sobre la demanda condicionada
- ▶ *Elasticidad de la demanda condicionada* $\bar{\eta}_W^L = \frac{W}{\bar{L}} \frac{\partial \bar{L}}{\partial W}$
- ▶ *Elasticidades cruzadas y las elasticidades de sustitución entre capital y trabajo*

$$\bar{\eta}_R^L = \frac{R}{\bar{L}} \frac{\partial \bar{L}}{\partial R} \text{ y } \bar{\eta}_W^K = \frac{W}{\bar{K}} \frac{\partial \bar{K}}{\partial W}$$

$$\sigma = \frac{(W/R) \partial(\bar{K}/\bar{L})}{(\bar{K}/\bar{L}) \partial(W/R)}$$

$$\sigma = \frac{d \ln(\bar{K}/\bar{L})}{d \ln(TMST)}$$

- ▶ Esta fórmula indica que la relación capital-trabajo se incrementa en $\sigma\%$ cuando la relación entre el precio del trabajo y el precio de capital aumenta 1%
- ▶ La expresión muestra que σ es simétrica en W y R

Efectos de escala (1)

- ▶ La minimización del coste para un nivel dado de producción constituye la primera etapa del problema de la firma, ahora debemos examinar cómo se determina el nivel óptimo de producción
- ▶ Variación en el nivel de producción
 - ▶ El costo marginal se define por:

$$C_Y(W, R, Y) = \frac{W}{F_L} = \frac{R}{F_K}$$

- ▶ El costo marginal es una función siempre positiva (la función de costo es creciente)

Los efectos de escala (2)

El empresario está en condiciones de elegir su nivel de producción.

- ▶ Demandas incondicionales de factores

- ▶ La empresa maximiza sus ganancias:

$$\Pi(W, R, Y) = P(Y)Y - C(W, R, Y)$$

- ▶ FOC:

$$P(Y) = \nu C_Y(W, R, Y) \quad \text{con } \nu \equiv 1/(1 + \eta_Y^P)$$

- ▶ $F_L(K, L) = \nu \frac{W}{P}$ y $F_K(K, L) = \nu \frac{R}{P}$
 - ▶ La productividad marginal óptima de cada factor es igual a su costo real multiplicado por el margen de ganancia

Los efectos de escala (3)

- ▶ Las leyes de la demanda se refiere a la forma en que las demandas incondicionales de los factores de producción varían con los costos unitarios de estos mismos factores
 - ▶ La demanda incondicional para un factor disminuye con el costo de este factor
 - ▶ La función de beneficios se define por:
$$\Pi(W, R) \equiv \max_Y \Pi(W, R, Y)$$
 - ▶ La función de beneficios es convexa en (W, R) y satisface el lema de Hotelling:

$$\Pi_W(W, R) = -L^* \quad \text{and} \quad \Pi_R(W, R) = -K^*$$

- ▶ La diferenciación de esta última expresión, obtenemos:

$$\frac{\partial L^*}{\partial W} = -\Pi_{WW} \leq 0 \quad \text{y tambien} \quad \frac{\partial K^*}{\partial R} = -\Pi_{RR} \leq 0$$

- ▶ La demanda incondicional para un factor es una función decreciente del costo de este factor

Los efectos de escala (4)

Elasticidades de la demanda de trabajo

Es posible vincular la demanda condicionada y no condicionada de trabajo

- ▶ Con la ayuda del lema de Shephard, podemos mostrar que la elasticidad de los salarios del empleo satisface:

$$\eta_W^L = \bar{\eta}_W^L + \bar{\eta}_Y^L \eta_W^Y$$

- ▶ Esta relación muestra diferentes efectos de un aumento de los salarios en la demanda de mano de obra. $\bar{\eta}_W^L$ caracteriza el *efecto de sustitución* en relación con la demanda de trabajo condicional
- ▶ $\bar{\eta}_Y^L \eta_W^Y$ caracteriza el *efecto de escala*

Los efectos de escala (deriv.)

$$\bar{L} = C_W(W, R, Y)$$

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial W} = C_{WW}(W, R, Y) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{L}}{\partial Y} = C_{WY}(W, R, Y) \quad (3)$$

$$L^* = C_W(W, R, Y^*)$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial W} = C_{WW}(W, R, Y^*) + C_{WY}(W, R, Y^*) \frac{\partial Y^*}{\partial W}$$

mult. y dividiendo para convertir en elasticidades

$$\frac{\partial L^*}{\partial W} \frac{W}{L^*} = C_{WW}(W, R, Y^*) \frac{W}{L^*} + C_{WY}(W, R, Y^*) \frac{\partial Y^*}{\partial W} \frac{W}{L^*} \frac{Y^*}{Y^*}$$

reemplazando por eq (2) y (3)

$$\frac{\partial L^*}{\partial W} \frac{W}{L^*} \underset{(-)}{=} = \frac{\partial \bar{L}}{\partial W} \frac{W}{L^*} \underset{(-)}{+} \frac{\partial \bar{L}}{\partial Y} \frac{Y^*}{L^*} \underset{(+)}{\left(\frac{\partial Y^*}{\partial W} \frac{W}{Y^*} \underset{(-)}{\right)} \quad (4)$$

Más allá de dos factores

- ▶ Con más de dos factores hace falta definir las elasticidades parciales de sustitución
- ▶ Las elasticidades de sustitución pueden definirse dejando constantes todos los otros factores. En ese caso, podemos utilizar la definición

$$d_j^i = \frac{d \ln (\bar{X}_i / \bar{X}_j)}{d \ln (w_j / w_i)}$$

donde \bar{X}_i es la demanda condicionada del factor i , w_i es su precio, y la razón de precios es la TMST.

- ▶ Sin embargo esta definición no tiene en cuenta el efecto de las decisiones sobre el resto de los factores
- ▶ Esta diferencia es importante, en la medida en que, con más de dos factores, el cambio en el precio de un factor no necesariamente implicará un efecto positivo en el otro factor

Más allá de dos factores

- Definimos esta nueva elasticidad de sustitución como

$$\sigma_j^i = \frac{\bar{\eta}_j^i}{s_j}$$

donde $\bar{\eta}_j^i = \frac{d \ln \bar{X}_i}{d \ln w_j}$ es la **elasticidad cruzada** de la demanda condicionada del factor i , \bar{X}_i con respecto a un cambio en w_j , y donde s_j es la proporción del costo del factor j .

- σ_j^i entonces mide la **elasticidad de sustitución neta**, es decir, dejando el producto constante.
- Si $\sigma_j^i > 0$ ($\frac{\partial \bar{X}_i}{\partial w_j} > 0$) entonces los factores i, j son **p-sustitutos**: para mantener el nivel de producción, la demanda del factor i aumenta ante un aumento del costo (y caída de la demanda condicionada) del factor j . Esta definición tiene sentido en el contexto de más de dos factores (cuando hay sólo 2 factores, esto siempre es así)
- Si $\sigma_j^i < 0$ entonces los factores i y j son **p-complementos** quiere decir que cuando se incrementa el precio de un factor, la demanda condicionada del otro factor cae (cae la demanda condicionada del factor j y del factor i)

Más allá de dos factores

- ▶ Esta elasticidad puede computarse utilizando la función de costos
- ▶ Dada una función de costos

$$C(w_1, w_2, \dots, w_j, Y)$$

el lema de Shephard nos dice que

$$\bar{X}_i = C_i \equiv \frac{\partial C}{\partial w_i}$$

- ▶ La elasticidad cruzada es

$$\bar{\eta}_{ij} = \frac{\partial \bar{X}_i}{\partial w_j} \frac{w_j}{\bar{X}_i} = \frac{w_j}{C_i} C_{ij}$$

con $C_{ij} = C_{ji}$ derivadas cruzadas.

Más allá de dos factores

- La elasticidad de sustitución parcial se obtiene ponderando las elasticidades cruzadas por la inversa de la participación del factor en el costo total

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \frac{\bar{\eta}_{ij}}{s_j} = \frac{C}{w_j X_j} \frac{w_j}{C_i} C_{ij} \\ &= \frac{C C_{ij}}{C_j C_i}\end{aligned}$$

Introducción

La teoría estática de la demanda de trabajo

- La demanda de trabajo a corto plazo

- La sustitución de trabajo por capital

- Los efectos de escala

- Más allá de dos factores

De la teoría a los datos

- Formas funcionales específicas para las demandas de factores

De la teoría a estimaciones

Los estudios empíricos basados en la teoría estática de la demanda de mano de obra tienen por objetivo estimar diferentes elasticidades mencionadas anteriormente

Para ello, se suelen especificar funciones de producción o de costos que luego se estiman

APÉNDICE: FUNCIONES DE PRODUCCIÓN

La demanda de trabajo agregada

- ▶ $\bar{\eta}_W^L$ suele estimarse a partir de medir cantidades L y precio W :
 - ▶ el factor trabajo L : la suma de las horas trabajadas, o el nivel de empleo
 - ▶ el costo de mano de obra W : frecuentemente resulta del monto total de costo laboral, dividido por el número de trabajadores, o por sus horas
- ▶ Harmermesh (1993)
 - ▶ sobre la base de más de 70 estudios, considera que el intervalo más probable para la elasticidad condicional de la demanda agregada de trabajo $|\bar{\eta}_W^L|$ es $[0,15 - 0,75]$
 - ▶ es razonable asumir $\sigma = 1$ (la Cobb-Douglas $Y = AK^{\theta(1-\alpha)}L^{\theta\alpha}$ no está exenta de relevancia empírica)
 - ▶ estima que valor absoluto de η_W^L (con el efecto escala) se encuentra en promedio en torno al 1
 - ▶ La mano de obra calificada y el capital son *p-complementos*.

Principales resultados empíricos

- ▶ Las estimaciones que usan niveles de empleo y salarios agregados de la economía pueden tener problemas de endogeneidad. Deberíamos usar cambios exógenos para estimar la demanda de trabajo (por ejemplo, cambios exógenos de costos laborales)
- ▶ Una estrategia es aislar las variaciones exógenas en el costo de la mano de obra a partir de cambios en políticas como el salario mínimo legal (aplicación Card & Krueger [\[link\]](#))

Funciones de producción utilizadas

- ▶ A continuación se presentan las funciones de producción más utilizadas para la estimación de demanda de trabajo
- ▶ Se presentan también las principales características de cada una

Formas funcionales específicas para las demandas de factores (1)

- ▶ La Cobb-Douglas (1928) Función de 2 factores:

- ▶ $Y = AK^{\theta(1-\alpha)}L^{\theta\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, $A > 0$. θ denota el grado de homogeneidad de la función de producción
- ▶ $\frac{F_L}{F_K} = \frac{\alpha K}{(1-\alpha)L} = \frac{W}{R}$
- ▶ $\bar{\eta}_{W}^L = -\bar{\eta}_{R}^L = -(1-\alpha)$
- ▶ Las demandas de factores condicionales por lo tanto están dadas por:

$$\bar{L} = \left[\frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{R}{W} \right]^{1-\alpha} \left(\frac{Y}{A} \right)^{1/\theta}$$
$$\bar{K} = \left[\frac{(1-\alpha)}{\alpha} \frac{W}{R} \right]^{\alpha} \left(\frac{Y}{A} \right)^{1/\theta}$$

- ▶ La función de coste, por definición igual a $W\bar{L} + R\bar{K}$, se escribe:

$$C(W, R, Y) = \left(\frac{W}{\alpha} \right)^{\alpha} \left(\frac{R}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{Y}{A} \right)^{1/\theta}$$

- ▶ La elasticidad de sustitución es 1

Formas funcionales específicas para las demandas de factores (2)

- ▶ La función CES (*elasticidad de sustitución constante*) con dos factores
 - ▶ Dada por:

$$Y = \left[(a_L L)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (a_K K)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\theta\sigma}{\sigma-1}}, \quad \sigma > 0, \quad a_K > 0, \quad a_L > 0$$

- ▶ Al igualar la relación técnica de sustitución con la proporción de los costos de los insumos,

$$\frac{K}{L} = \left(\frac{R}{W} \right)^{-\sigma} \left(\frac{a_K}{a_L} \right)^{\sigma-1}$$

- ▶ La elasticidad de sustitución es σ

Formas funcionales específicas para las demandas de factores (3)

- La demanda condicional de los dos factores:

$$a_L \bar{L} = \left(\frac{W}{a_L} \right)^{-\sigma} \left[\left(\frac{W}{a_L} \right)^{1-\sigma} + \left(\frac{R}{a_K} \right)^{1-\sigma} \right]^{-\frac{\sigma}{\sigma-1}} Y^{1/\theta}$$

$$a_K \bar{K} = \left(\frac{R}{a_K} \right)^{-\sigma} \left[\left(\frac{W}{a_L} \right)^{1-\sigma} + \left(\frac{R}{a_K} \right)^{1-\sigma} \right]^{-\frac{\sigma}{\sigma-1}} Y^{1/\theta}$$

- La función de costos:

$$C(W, R, Y) = \left[\left(\frac{W}{a_L} \right)^{1-\sigma} + \left(\frac{R}{a_K} \right)^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}} Y^{1/\theta}$$

Formas funcionales específicas para las demandas de factores (4)

- ▶ La función Leontief generalizado (Diewert, 1971)
 - ▶ forma funcional:

$$C(W^1, \dots, W^n, Y) = Y^{1/\theta} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} (W^i)^{1/2} (W^j)^{1/2}, a_{ij} = a_{ji}$$

- ▶ Siguiendo el lema de Shephard, $\bar{X}^i = Y^{1/\theta} \sum_{j=1}^n a_{ij} \left(\frac{W^i}{W^j} \right)^{1/2}$

Formas funcionales específicas para las demandas de factores (5)

- La función de costos translog (Christensen, Jorgenson y Lau, 1973)

$$\ln C = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \ln W^i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \ln W^i \ln W^j + \frac{1}{\theta} \ln Y$$

- a_i y a_{ij} tal que $\sum_{i=1}^n a_i = 1$, $a_{ij} = a_{ji}$, $\sum_{j=1}^n a_{ij} = 0$
- es posible estimar los parámetros de esta ecuación y deducir las elasticidades de sustitución

$$\sigma_j^i = \frac{a_{ij} + s^i s^j}{s^i s^j}, \quad \forall (i, j), i \neq j, \quad \sigma_i^i = \frac{a_{ii} - s^i + (s^j)^2}{(s^i)^2}$$

Referencias

Cahuc, Carcillo, Zylberberg, 2014, "Labor Economics", Cap 2.