Práctica para el Primer Parcial
RIF

Ejercicio 1

Considere los siguientes fondos de inversión: CBF-SA y AFA-SRL. Cada fondo tiene 10 activos cuyos retornos son *i.i.d.* (los activos de CBF son distintos de los activos de AFA). Los activos de CBF estan distribuidos con media 100 y varianza 1 y los activos de AFA son distribuidos con media 1 y varianza 100.

1. Encuentre la media y la varianza de cada uno de los portafolios.

2. Explique si es posible que algun individuo prefiera comprar el fondo AFA a comprar el fondo CBF.

Ejercicio 2

1. Explique en qué consiste el APT.

2. Suponga que el CAPM es cierto, y asuma los siguientes portafolios 1 y 2 tal que

$$r_1 - r_f = \beta_{r_1,m}(r_m - r_f) + \varepsilon_1$$

$$r_2 - r_f = \beta_{r_2,m}(r_m - r_f) + \varepsilon_2$$

i) Puede usted construir un portafolio entre 1 y 2 que elimine totalmente el riesgo? (asuma que existe inversion inicial).

ii) Suponga que ε_1 y ε_2 son identicamente igual a cero. En dicho caso muestre la expresion algebraica del portafolio una vez sustituidos los pesos que eliminan el riesgo e interprete el resultado.

Ejercicio 3

Considere los activos 1 y 2 que satisfacen las siguientes relaciones con el portafolio de mercado

$$\begin{aligned} r_1 &= (1-\beta_{1m})\, r_f + \beta_{1m} r_m + u_1 \\ r2 &= (1-\beta_{2m})\, r_f + \beta_{2m} r_m + u_2 \end{aligned}$$

donde r_f es la tasa libre de riesgo, r_m es la tasa de mercado, $E(u_1) = 0$, $E(u_2) = 0$; $Var(u_1) = \sigma_1^2$, $Var(u_2) = \sigma_2^2$, $cov(r_m, u_1) = 0$ y $cov(r_m, u_2) = 0$.

Explique que condiciones sobre β_{1m}, β_{2m}, σ_1^2, σ_2^2 deben cumplirse si

a) r_1 domina estocásticamente de primer orden a r_2

b) r_1 domina estocásticamente de segundo orden a r_2

c) Explique si las condiciones derivadas en los incisos anteriores son un resultado de dominancia estocástica o son condiciones necesarias para que ella exista.

d) Muestre que $cov(r_1, r_2) = \dfrac{cov(r_1, r_m)cov(r_2, r_m)}{var(r_m)} + cov(u_1, u_2)$

Ejercicio 4

Considere la siguiente economía donde los agentes maximizan la utilidad esperada de la riqueza eligiendo para ello el portafolio óptimo que consiste de $n+1$ activos (n activos riesgosos y el activo libre de riesgo). Definimos α como un vector columna de n componentes que denota el peso de los activos riesgosos dentro del portafolio y r_f al retorno del activo libre de riesgo.

Los individuos maximizan el valor esperado de dicha utilidad sujeto a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \widehat{W} &= W_0 \left[1 + (1-\alpha' I)\, r_f + \alpha' r\right], \\ \underbrace{\begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{pmatrix}}_{m_{2x1}} &= \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}}_{M_{2xn}} \alpha_{nx1}, \end{aligned}$$

donde $\widehat{W}$ y W_o son la riqueza final e inicial respectivamente del individuo, r_f es la tasa libre de riesgo y r es un vector que contiene los retornos de los n activos riesgosos.

Asumimos que los agentes tienen una función de utilidad cuadrática,

$$U(\widehat{W}) = \widehat{W} - \beta(\widehat{W})^2.$$

a) Interprete las condiciones de primer orden.

b) Encuentre el vector α que resuelve el problema de optimizacion.

c) Encuentre una expresión para el exceso de retorno de cada activo si el individuo coloca toda su riqueza en los acitvos riesgosos.