前　言

《线性代数》是高等学校理工科各专业的一门重要基础理论课, 也是“考研”的必考内容，被广泛应用于科学技术的各个领域。

《线性代数习题册》是在总结长期教学工作经验的基础上编写的，并经过多次修订。《线性代数习题册》充分体现因材施教的教学思想，习题类型丰富、内容充实，题目叙述清晰、准确。每章带有自测练习，每节练习分为基础部分和提高部分，并在提高部分的练习中加入部分考研真题，以满足不同层次学生的需要。《线性代数习题册》的特点是：1）“基础部分”侧重对知识点的涵盖、对基础知识、基本技能的考察、对重点知识的强调，旨在夯实基础，提高基本技能；2）“提高部分”注重综合能力和创新能力的培养，将研究性学习与学科教学活动结合起来，为学生营造探究、体验、创造的开放性平台，激励主动式学习，培养学生的创造性思维；3）选题广泛、典型、新颖，注重解题技巧和考研真题训练；4）“自测练习”有助于学生及时检测学习效果，更好地理解所学知识；5）“考研真题”可以让学生见识考研题型及难度，树立考研自信。

《线性代数习题册》的编写融入了我校线性代数课程教学团队多年的教学经验，相信能对进一步提高线性代数的教学质量，对同学们掌握好该课程教学的基本要求、较好地理解抽象的数学概念、提高数学思维能力和解题技巧，以及对同学们以后继续深造起到重要的作用。

数理系信息教研室组织了本次修订工作，限于水平有限，书中难免有不妥之处，希望广大读者批评指正。

《线性代数》课程教学团队

2022 年 7 月

第 1 章　线性方程组

§1.1 三元线性方程组的消元法 §1.2　一般线性方程组与矩阵

（基础部分）

一、填空题

1．若两个矩阵的形状相同，即行数、列数均相等，则称这两个矩阵______；若两个同型矩阵对应元素完全相等，则称这两个矩阵_______.

2. 如果两个方程组有相同的解集合（简称解集），则称这两个方程组_______.

3. 若线性方程组无解，也称该方程组不相容；若线性方程组有解，也称该方程组____.

二、选择题

1. 以下论断不正确的是 [　　].

(A) 线性方程组中的基本变量是系数矩阵中的主元列对应的变量；

(B) 一个方程组的 3×5 增广矩阵的第 5 列是主元列，则这个方程组必不相容；

(C) 一个齐次线性方程组总是相容的；

(D) 若线性方程组的方程个数少于未知量个数，则这个方程必是相容的.

2. 若矩阵 A 与矩阵 B 行等价，则 [　　].

(A) A 与 B 一定相等；　　(B) A 与 B 有不同的主元列；

(C) A 与 B 有相同的主元；　(D) A 与 B 有相同的主元位置.

三、计算题

1. 当 k,h,l 取何值时，以如下矩阵为增广矩阵的线性方程组相容.

(1) $\begin{pmatrix} 1 & k & -3 \\ -2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 7 & k \\ 0 & 3 & -5 & h \\ -2 & 5 & -9 & l \end{pmatrix}$

2. 求以下列矩阵为增广矩阵的线性方程组的通解.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 3 & -6 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

§1.1 三元线性方程组的消元法 §1.2 一般线性方程组与矩阵

（提高部分）

一、求以下列矩阵为增广矩阵的线性方程组的通解

1. $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 & 0 \\ -9 & 12 & -6 & 0 \\ -6 & 8 & -4 & 0 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & -7 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -3 \\ -1 & 7 & -4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

班级：　　　　　　　　　学号：　　　　　　　　姓名：

二、求下列线性方程组的通解

1．$\begin{cases} x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=0 \\ 2x_1+x_2-x_3+2x_4-3x_5=0 \\ 3x_1-2x_2-x_3+x_4-2x_5=0 \\ 2x_1-5x_2+x_3-2x_4+2x_5=0 \end{cases}$

2．$\begin{cases} x_1+x_2-6x_3-4x_4=6 \\ 3x_1-x_2-6x_3-4x_4=2 \\ 2x_1+3x_2+9x_3+2x_4=6 \\ 3x_1+2x_2+3x_3+8x_4=-7 \end{cases}$

§1.3　矩阵的秩及方程组解的判别

(基础部分)

一、填空题

1．若对矩阵施行初等行变换，则矩阵的秩________.

2．设 n 元线性方程组的系数矩阵及增广矩阵分别为 A 及 (A,b)，则该方程组有解的充要条件为__________________________.

3．n 元齐次线性方程组的系数矩阵为 $A_{m\times n}$，则该方程组有非零解的充分必要条件为__________________.

二、选择题

若矩阵 $A_{m\times n}$ 的秩 $R(A_{m\times n})=r$，则以下描述错误的是 [　　].

(A) 矩阵 A 的主元位置的个数为 r；

(B) 矩阵 A 的主元列的个数为 r；

(C) 若 $r<n$，则以(A，b)为增广矩阵的线性方程组必相容；

(D) 若 $r=m$，则以(A，b)为增广矩阵的线性方程组必相容.

三、求矩阵的秩

1．$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

2. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 & 3 & 7 \\ 2 & -3 & 0 & 7 & -5 \\ 3 & -2 & 5 & 8 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

四、求下列方程组系数矩阵和增广矩阵的秩，判断是否相容，并求相容方程组的通解.

1. $\begin{cases} x_1+3x_3=2 \\ x_2-3x_4=3 \\ -2x_2+3x_3+2x_4=1 \\ 3x_1+7x_4=-5 \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1-2x_4=-3 \\ 2x_2+2x_3=0 \\ x_3+3x_4=1 \\ -2x_1+3x_2+2x_3+x_4=5 \end{cases}$

五、确定 a,b 的值，使如下方程组无解，有唯一解，有无穷解. 有解时，求出方程组的通解.

$$\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+3x_4=1 \\ x_1+3x_2+6x_3+x_4=3 \\ 3x_1-x_2+ax_3+15x_4=3 \\ x_1-5x_2-10x_3+12x_4=b \end{cases}$$

§1.3 矩阵的秩及方程组解的判别

(提高部分)

一、填空题.

1. 若以$(A_{m\times n},b)$为增广矩阵的线性方程组有解， 且$R(A)$=r，则当r满足____时，方程组有唯一解；当r满足_______时，方程组有无穷多解.

2．已知方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=1 \\ 2x_1+3x_2+(a+2)x_3=3 \\ x_1+ax_2-2x_3=0 \end{cases}$$ 无解，则a满足___________.

3．方程组$\begin{cases} x_1-x_2=a_1 \\ x_2-x_3=a_2 \\ x_3-x_4=a_3 \\ x_4-x_5=a_4 \\ x_5-x_1=a_5 \end{cases}$有解的充要条件是_____________________.

二、选择题

1．如果非齐次线性方程组中方程个数少于未知数个数，那么 [　　　].

(A)方程组必有无穷多解；　　　(B)相应的齐次线性方程组必有非零解；

(C) 相应的齐次线性方程组仅有零解；　(D) 相应的齐次线性方程组一定无解；

2．如果n元非齐次线性方程组系数矩阵A的秩小于n，则 [　　　].

(A)方程组有无穷多解；　　　(B)方程组有唯一解；

(C)方程组无解；　　　(D)不能断定解的情况.

三、计算题

1．设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3k \\ -1 & 2k & -3 \\ k & -2 & 3 \end{pmatrix}$，问 k 取何值时，可使：

(1)$R(A)$=1;　　　(2)$R(A)$=2;　　　(3)$R(A)$=3．

2．λ为何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_3=\lambda \\ 4x_1+x_2+2x_3=\lambda+2 \\ 6x_1+x_2+4x_3=2\lambda+3 \end{cases}$ 有解，并求出通解.

班级：　　　　　　　　　　学号：　　　　　　　　姓名：

第 1 章　自测题

一、填空题

1．设一个方程组的3×5系数矩阵有 3 个主元列，则这个方程组是________（填“相容”或“不相容”）.

2. 若非齐次线性方程组增广矩阵经过初等行变换化为行的最简形 $\left(\begin{array}{cccc:c} 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 & 3 \end{array}\right)$，则该方程组的通解为________________________________.

二、求下列线性方程组的通解

1．$\begin{cases} 9x_1-3x_2+5x_3+6x_4=4 \\ 6x_1-2x_2+3x_3+4x_4=5 \\ 3x_1-x_2+3x_3+3x_4=-8 \end{cases}$

2．$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3-4x_4=4 \\ x_2-x_3+x_4=-3 \\ x_1+3x_2-3x_4=1 \\ -7x_2+3x_3+x_4=-3 \end{cases}$

三、计算题

1. 确定 a,b 的值，使如下方程组无解，有唯一解，有无穷解. 有解时，求出方程组的通解.

$$\begin{cases} x_1 + ax_2 = 2 \\ 4x_1 + 8x_2 = b \end{cases}$$

2、当 k 为何值时，线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + kx_3 = 4 \\ -x_1 + kx_2 + x_3 = k^2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

有唯一解，无解，有无穷多解?在有无穷多解的情况下，求出其全部解.