第二章　导数与微分

§1　导数概念(基础部分)

一、填空题

1．设 $f(x)$在 x=x_0 可导，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0-h)-f(x_0)}{h}$ =

2. 设 $f(x)$是可导函数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1)-f(1-x)}{2x}=-1$, 则曲线 y=$f(x)$在点(1，$f(1)$)处的切线斜率为;若 $f(x)$以 4 为周期，则曲线 y=$f(x)$在点(5，$f(5)$)处的切线斜率为__________.

3.若极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=A$, 且 $f(0)$=0, 则 $f'(0)=$__________，　$\lim\limits_{x\to 0}f(x)=$___________

4．已知 $f'(x_0)$=－1，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{f(x_0-2x)-f(x_0-x)}$ =__________.

5.设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{-x^2}}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$，则 $f'(0)$=__________

二、选择题

1. 设 $f(x)$在 x=x_0 的某一邻域内有定义，且 $f(x_0+\Delta x)$—$f(x_0)$=$a\Delta x+b\Delta x^2$，(a，b 常数)，则(　　).

(A) $f(x)$在 x_0 点连续　　　　　(B) $f(x)$在 x_0 处不可导

(C) $f'(x)$在 x_0 处连续　　　　　(D) $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0-\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=a$

2．设 $f(x)=\begin{cases}x^2 & x>1\\ \dfrac{2}{3}x^3 & x\le 1\end{cases}$，则 $f'(1)$=.

(A)2　　　　　(B)∞　　　　　(C)不存在

3．$f(x)=\begin{cases}\sqrt{|x|}\sin\dfrac{1}{x^2} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ 则 $f(x)$在点 x=0 处(　　).

(A)极限不存在　　　　　(B)极限存在但不连续

(C)连续，但不可导　　　　(D)可导

三、求导数

1． $y=\dfrac{x^2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x^5}}$

2．已知 $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\geq 0 \\ -x & x<0 \end{cases}$，求 $f'_+(0)$ 及 $f'_-(0)$，又 $f'(0)$ 是否存在?

3．已知 $f(x)=\begin{cases} \sin x & x<0 \\ x & x\geq 0 \end{cases}$，求 $f'(x)$.

四、综合与证明

1．设 $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x} & 当\ x<0 \\ x & 当\ x\geq 0 \end{cases}$，讨论 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性与可导性.

2．证明双曲线 $xy=a^2$ 上任一点处的切线与两坐标轴构成的三角形的面积为 $2a^2$.

3．设函数 $f(x)=\begin{cases} x^2 & x\le 1 \\ ax+b & x>1 \end{cases}$，为了使函数 $f(x)$在 $x=1$ 处连续且可导，a，b 应取什么值?

五、求曲线 $y=\cos x$ 在点($\dfrac{\pi}{3}$，$\dfrac{1}{2}$)处的切线方程和法线方程.

§1　导数的概念(提高部分)

一.　填空

设函数 $f(x)$ 在区间(-1,1)内有定义，且 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$, 则（　　　）

（A）　当 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\sqrt{|x|}}=0$ 时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导；

（B）　当 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=0$ 时，$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导；

（C）　当 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导时，$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{\sqrt{|x|}}=0$；

（D）　当 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导时 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=0$.

二、讨论题

1．设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt{x}} & \text{当 } x>0\\ 0 & \text{当 } x\le 0\end{cases}$，讨论 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性与可导性.

2. 讨论 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处是否可导?是否连续?

3.设 $f(x)=\begin{cases} x^{\lambda}\cos\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$，其导函数在 x=0 处连续，则λ的取值范围是多少？

4.设 $f(x)$有连续的导数，$f(0)$=0，且 $f'(0)=b$，若函数

$$F(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)+a\sin x}{x}, & x\neq 0 \\ A, & x=0 \end{cases}$$

在 x=0 处连续，求常数 A。

三、设曲线 $f(x)=x^3+ax$与$g(x)=bx^2+c$ 都通过点（-1，0），且在点（-1，0）有公共切线，求 a，b，c 的值

四、综合题

1.若 $f(t)=\lim\limits_{x\to\infty} t\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2tx}$，求 $f'(t)$.

2.设 $f(a)\neq 0, f'(a)$ 存在，求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{f(a+\frac{1}{n})}{f(a)}\right)^{n}$.

3.设曲线 $y=f(x)$在原点与 $y=sinx$ 相切，求 $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}\sqrt{f(\frac{2}{n})}$ 。

4.曲线 $y=f(x)=x^n$ 上点(1，1)处的切线交 x 轴于(ξ_n，0)，求 $\lim\limits_{n\to\infty} f(\xi_n)$.

五、设 $f(x)$在$(-\infty，+\infty)$上有定义，且满足：(1)$\forall x_1，x_2\in(-\infty，+\infty)$有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)f(x_2)$；(2)$f'(0)=0$；(3)$f(0)=1$；证明：$f(x)$在$(-\infty，+\infty)$上处处可导.

六、已知函数 $f(x)$是周期为 5 的函数，它在 $x=0$ 的某个邻域内满足：

$$f(1+\sin x)-3f(1-\sin x)=8x+o(x)$$

且 $f(x)$在 $x=1$ 处可导，求曲线 $y=f(x)$在点（6，$f(6)$）处切线方程。

§2　函数的求导法则(基础部分)

一、选择题

1．设在 x_0 处 $f(x)$ 可导，而 $g(x)$ 不可导，则在 x_0 处(　　)

(A) $f(x)+g(x)$ 必不可导，而 $f(x)\cdot g(x)$ 未必不可导；

(B) $f(x)+g(x)$ 与 $f(x)\cdot g(x)$ 都不可导；

(C) $f(x)+g(x)$ 可导，且 $f(x)\cdot g(x)$ 不可导；

(D) $f(x)+g(x)$ 与 $f(x)\cdot g(x)$ 都未必不可导.

2．下列各命题中，正确的是(　　)

(A)若 $f(x)$ 在 $(a，b)$ 内可导，则在 $(a，b)$ 内任一点 x_0 处必有 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$；

(B)若 $f(x)$ 可导，则 $\lim\limits_{x\to x_0} f'(x)=f'(x_0)$；

(C)若 $f(x)$ 在 x_0 处可导，则 $|f(x)|$ 在 x_0 处可导；

(D)若 $|f(x)|$ 在 x_0 处可导，则 $f(x)$ 在 x_0 处可导.

二、求下列函数的导数

1．$y=2\tan x+\sec x-1$

2. $y=3\arctan x+2arcsinx$

3．$y=\dfrac{2\csc x}{1+x^2}$

4．$y=\log_2(x)\bullet x+\ln 2$

5．$y=\dfrac{10^x-1}{10^x+1}$

6．$y=(2+\sec x)\sin x$

7． $y=(2+\tan x)\cos x$

8． $y=\dfrac{\cos 2x}{\sin x-\cos x}$

9．设 $f(x)=x(x^2-1^2)\cdot(x^2-2^2)\ldots\ldots(x^2-n^2)$，求 $f'(0)$.

三、求下列函数在指定点的导数

1．设 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$，求 $f'(0)$，$f'(1)$.

2．设 $f(x)=\dfrac{3}{5-x}+\dfrac{x^2}{5}$，求 $f'(0)$，$f'(1)$.

3．设 $\rho=\varphi\sin\varphi+\dfrac{1}{2}\cos\varphi$, 求 $\left.\dfrac{d\rho}{d\varphi}\right|_{\frac{\pi}{4}}$.

四、求下列复合函数的导数

1．$y=\log_2(x+x^3-3x^2)$

2．$y=\sqrt{1+\tan(x+\frac{1}{x})}$

3．$y=2^{\frac{x}{\ln x}}$

4．$y=e^{\arctan\sqrt{x}}$

5．$y=e^{-\sin^2\frac{1}{x}}$

6．$y=x^2\bullet\arctan\sqrt{x-1}$

7．$y=x^2\sqrt{1+\sqrt{x}}$

8．$y=\cos\dfrac{\arcsin x}{2}$

五、当 a 为何值时，抛物线 $y=ax^2$ 与曲线 $y=\ln x$ 相切?切点在何处?并写出切线的方程.

六、设 $f(x)=(x^2-1)g(x)$，$g(x)$在 $x=1$ 处连续，且 $g(1)=1$，求 $f'(1)$.

七、设$\varphi(x)$、$\psi(x)$可导，求$\dfrac{dy}{dx}$.

1． $y=\arctan\dfrac{\varphi(x)}{\psi(x)}$ （$\psi(x)\neq 0$）.

2．$y=\varphi(e^x)e^{\varphi(x)}$

3.设 $y=f(\sin x^3)e^{f^2(x)}$，其中 f 可导，求 y'.

八、设 $y=\ln\dfrac{2+\cos x}{2-\cos x}$ $\left(0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$，求反函数的导数 $x'(y)$.

九、$f(x)$是单调连续函数$\varphi(x)$的反函数，$\varphi(1)=3$，$\varphi'(1)=5$，求 $f'(3)$。

§2　函数的求导法则(提高部分)

一、设函数 $f(x)$、$g(x)$ 在 x_0 的某个邻域内有定义，$f(x)$ 在 x_0 处可导，$f(x_0)=0$，$g(x)$ 在 x_0 处连续，试讨论 $f(x)g(x)$ 在 x_0 处的可导性。

二、求下列函数的导数

1.（93，3 分）已知 $y=f\left(\dfrac{3x-2}{3x+2}\right)$，$f'(x)=\arctan x^2$，则 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$

2.设 $f(x)$是可导函数，且 f(0)=1, $f'(0)=1$.求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(\sin x)-1}{\ln f(x)}$.

三、设 $f(x)$满足下列条件：1.$f(x+y)=f(x)f(y)$,对一切实数 x、y 成立；2.$f(x)=1+xg(x)$,而 $\lim_{x\to 0} g(x)=1$.试证明 $f(x)$在实轴上可导。

§3　高阶导数(基础部分)

一、选择题

1．已知 $f(x)$具有任意阶导数，且 $f'(x)=[f(x)]^2$，则当 n 为大于 2 的正整数时，$f(x)$的 n 阶导数 $f^{(n)}(x)$是(　　).

(A)$n![f(x)]^{n+1}$　　　　(B)$n[f(x)]^{n+1}$

(C)$[f(x)]^{2n}$　　　　(D)$n![f(x)]^{2n}$

2．设 $f(x)=3x^3+x^2|x|$，则使 $f^{(n)}(0)$存在的最高阶导数的阶数 n 为(　　).

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3

二、求下列函数的二阶导数

1． $y=\pi x^{\frac{5}{2}}+\dfrac{\cos x}{x}$

2． $y=\sqrt{2x-x^2}$

3． $y=(1+x^2)\arctan x$

三、求下列函数所指定阶的导数

1．$y=x^2\sin 3x$ 求 $y^{(50)}$

2．$y=x^3\ln x$ 求 $\dfrac{d^4y}{dx^4}$

四、求下列函数 n 阶导数的一般表示式

1． $y=\dfrac{1-x}{1+x}$

2． $y=5^{2x}+\dfrac{1}{x}$

3． $y=\dfrac{1}{x^2-2x-8}$

五、计算题

1． $y=x^2 f(\sin\dfrac{1}{x})$ 其中 f 二阶可导，求 y''.

2．求函数 $y=\sin^2 x$ 的 n 阶导数的一般表达式.

§3　高阶导数(提高部分)

一、试从 $\dfrac{dx}{dy}=\dfrac{1}{y'}$ 导出

(1) $\dfrac{d^2x}{dy^2}=-\dfrac{y''}{(y')^3}$；

(2) $\dfrac{d^3x}{dy^3}=\dfrac{3(y'')^2-y'y'''}{(y')^5}$

二、设 $f(x)=x^4\tan x$ ，求 $\boldsymbol{f^{(2022)}(0)}$。

三、设函数 $f(x)$在 x=2 的某邻域内可导，且 $f'(x)=e^{f(x)}$，$f(2)=1$，求 $f'''(2)$。

四、求 $y=x^2\ln(1+x)$ 在 x=0 处的 n 阶导数 $y^{(n)}(0)$.

§4　隐函数、由参数方程所确定函数的导数（基础部分）

一、求由下列方程所确定的隐函数的导数

1．$e^{x-y}-y\sin x=0$，　求 $y'(x)$.

2．$\ln(x+y)-xy^2=0$，求 $y'(x)$.

3．已知函数 $y=y(x)$由方程 $e^y+6xy+x^2-1=0$ 确定，求 $y''(0)$.

4．$\arctan\dfrac{y}{x}=\ln\sqrt{x^2+y^2}$　求 $\dfrac{dy}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$

5．$y=f(x)$由方程 $x+\varphi(y)=y$ 确定，若$\varphi'(y)$具有二阶连续导数且$\varphi'(y)\neq 1$，求 $y'(x)$，$y''(x)$。

二、求参数方程所确定函数的一阶与二阶导数

1．$\begin{cases} x = a\cos^3\theta \\ y = a\sin^3\theta \end{cases}$，求 $y'(x), y''(x)$.

2．$\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$, 求 $y'(x), y''(x)$.

3．$\begin{cases} x = f'(t) \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$ (设 $f''(t)$存在且不为零)，求 $y'(x), y''(x)$.

三、用对数求导法求下列函数的导数

1．$y=(\sin x)^{\ln x}$

2．$y=\sqrt{(x\sin x)\sqrt{1-e^{x}}}$

3．$y=\sqrt{\dfrac{(1+x^{2})(1-x)}{(1+x)\cos^{2}x}}$

四．曲线$\sin xy+\ln(y-x)=x$在点（0，　1）的切线方程为多少？

§4　隐函数、参数方程所确定的函数的导数(提高部分)

一、综合题

1. $\begin{cases} x = \ln t \\ y = t^m \end{cases}$，求 $\dfrac{d^n y}{dx^n}$

2. 设 $y = f(x)$ 是由方程 $\arctan\dfrac{x}{y} = \ln\sqrt{x^2 + y^2} - \dfrac{1}{2}\ln 2 + \dfrac{\pi}{4}$ 确定，且满足 $f(1)=1$，求曲线 $y = f(x)$ 在点(1, 1)处的切线方程。

二、应用题

1．设 $y=y(x)$由$\begin{cases} x = \arctan t \\ 2y - ty^2 + e^t = 9 \end{cases}$所确定，求曲线在 $t=0$ 处的切线方程.

2．注水入深 8 米，上顶直径 8 米的正圆锥形容器中，其速率为每分钟 4 立方米，当水深为 5 米时，其表面上升的速率为多少?

3. 密度大的陨星进入大气层时，当它离地心 S（km）时，速度与 $\sqrt{S}$ 成反比，试证明加速度与 S^2 成反比。

§5　函数的微分(基础部分)

一、已知 $y=x^3-x$，计算在 $x=2$ 处，当 Δx 分别为 1，0.1，0.01 时的 Δy，dy 和 Δy 的线性主部是多少？

二、求微分

1． $y=\arcsin\sqrt{1-x^2}$

2． $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

3． $e^x\sin y-e^{-y}\cos x=0$

4． $y=\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^x$

5． $y=\sqrt{f[\varphi^2(\frac{1}{x})]}$

§5　函数的微分(提高部分)

一、选择与填空

1.设 $f(x)$可导且 $f'(x_0)=\frac{1}{2}$，则 $\Delta x\to 0$ 时，$f(x)$在 x_0 点处的微分 dy 是（　　）。

（A）与 Δx 等价的无穷小　　　　（B）与 Δx 同阶的无穷小

（C）比 Δx 低价的无穷小　　　　（D）比 Δx 高阶的无穷小

2.设方程 $x=y^y$ 确定 y 是 x 的函数，则 dy=。

3.（97，3 分）设 $y=f(\ln x)e^{f(x)}$，其中 f 可微，则 dy=。

二、设 $f(x)$二阶可导，且 $F(x)=\lim\limits_{t\to\infty}t^2[f(x+\frac{2}{t})-f(x)]\sin\frac{x}{t}$。求 $dF(x)$.

第一章　基础自测题(100 分)

一、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

1．曲线 $y=e^{-x}$ 在(0，1)处的切线方程为.

2．设 $f'(0)$存在，且 $f(0)=0$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$ =______________.

3．设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}\sin^2 x & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$，则 $f'(0)$=______________，$f'(\dfrac{\pi}{2})$=______________.

4．设 $f(x)$可导，则［$\sin f(x)$］$'$ =______________，d［$f(\sin x)$］=______________.

二、选择题（每小题 5 分，共 10 分）

1．设曲线 $y=x^3+ax$ 与曲线 $y=bx^2+c$ 在(－1，0)处相切，其中 a，b，c 为常数，则(　　).

(A)$a=b=-1$，$c=1$　　　　(B)$a=-1$，$b=2$，$c=-2$

(C)$a=1$，$b=-2$，$c=2$　　　　(D)$a=c=1$，$b=-1$

2．设 $y=e^{2x}+\cos x$，则 $y^{(80)}$ =(　　)

(A)$e^{2x}+\cos x$　　　　(B)$2^{80}e^{2x}+\sin x$

(C)$2^{80}e^{2x}+\cos x$　　　　(D)$e^{2x}+\sin x$

三、计算题（每小题 8 分，40 分）

1．$y=\ln\tan\dfrac{x}{2}-\cos x\ln\tan x$，求 y'.

2．函数 $y=y(x)$由方程 $y=e^{xy}+\tan(xy)$ 所确定，求 $y'(0)$.

3．设 $f(x)=(\sin x)^x+x$，求 $f'(x)$

4．设 $\begin{cases} x=2e^t \\ y=e^{-t} \end{cases}$ 求 $\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=0}$

5．设 $f(x)$在 $x=1$ 处可导且 $f'(1)=2$，求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(1-x)-f(1+x)}{x}$

四、综合题（每小题 15 分，30 分）

1．讨论函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性与可导性.

2．设 $f(x)=\begin{cases}e^{2x}+b & x\leq 0\\ \sin ax & x>0\end{cases}$ 问 a，b 为何值时，$f(x)$在 $x=0$ 处可导.

第二章　提高自测题(100 分)

一、填空题（每小题 5 分，10 分）

1．$f(x)$是单调连续函数$\varphi(x)$的反函数，$\varphi(1)=2$，$\varphi'(1)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，则$f'(2)=$______________.

2．设 $y=x^{\pi}+\pi^{x}+x^{x}$，则$\dfrac{dy}{dx}=$______________.

二、选择题（每小题 5 分，15 分）

1．设$f(x)$可导，$F(x)=f(x)(1+|x|)$，若使 $F(x)$在 $x=0$ 处可导，则必有(　　)

(A)$f(0)=0$　　　　(B)$f'(0)=0$

(C)$f(0)+f'(0)=0$　　　　(D)$f(0)-f'(0)=0$

2．设$f(u)$可导，当 $y=f(x^2)$在 $x=-1$ 处取得增量$\Delta x=-0.1$ 时，相应的函数增量Δy 的线性主部为 0.1，则$f'(1)=$(　　)

(A)-1　　(B)0.1　　(C)1　　(D)0.5

3. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，下列命题错误的是（　　）

（A）若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$存在，则 $f(0)=0$.　　(B) 若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+f(-x)}{x}$存在，则 $f(0)=0$.

(C) 若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}$存在，则 $f'(0)$存在.　　(D) 若$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(-x)}{x}$存在，则 $f'(0)$存在.

三、计算题（每小题 10 分，30 分）

1．设 $y=f(\dfrac{2x-1}{2x+1})$，$f'(x)=\arctan x^2$，求$\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$

2．设 $f(x)=\begin{cases} g(x)\sin\dfrac{1}{x} & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$，$g(x)$在 x=0 处可导，问 $g(0)$，$g'(0)$取什么值时 $f(x)$在 x=0 处可导.

3．设 $f(x)$具有一阶连续导数，$f'(1)$=2，求 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{d}{dx}f(\cos\sqrt{x})$

四、综合题（每小题 15 分，45 分）

1．设$\varphi(x)$在 $x=a$ 处连续，分别讨论下列函数在 $x=a$ 处是否可导?

①$f(x)=(x-a)\varphi(x)$

②$f(x)=|x-a|\varphi(x)$

③$f(x)=(x-a)|\varphi(x)|$

2．设函数 $f(x)$ 满足 $f(1+x)=2f(x)$，$f(0)=1$，$f'(0)$ 存在，且 $f'(0)=C$，证明 $f'(1)$ 存在，并求其值.

3. 设 $y=f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=2t+t^2 \\ y=\psi(t) \end{cases}, t>-1$ 所确定，且 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{3}{4(1+t)}$。其中 $\psi(x)$ 二阶可导. 曲线 $y=\psi(t)$ 与 $y=\dfrac{t}{e}+\dfrac{1}{2e}$ 在 $t=1$ 处相切。求 $\psi(t)$。

第二章答案

习题 2-1（基础部分）

一、1. $-f'(x_0)$；2. -2，-2；3. A, 0；4. 1；5. 1

二、1.A;　2.C;　3C;

三、1．$\frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}}$

2．$f'_+(0)=0$，$f'_-(0)=-1$，$f'(0)$不存在

3．$f'(x)=\begin{cases}\cos x & x<0\\ 1 & x\ge 0\end{cases}$

四、1．连续、不可导　　2. 提示：写出任一点的切线方程，求出三角形面积即可。

3．$a=2$，$b=-1$

五、切线：$y=-\frac{\sqrt{3}}{2}(x-\frac{\pi}{3})+\frac{1}{2}$, 法线：$y=\frac{2}{\sqrt{3}}(x-\frac{\pi}{3})+\frac{1}{2}$。

（提高部分）

一、C.

二、1．连续、不可导；2 在 x=0 处连续，但不可导。3. $\lambda>2$。4. $a+b$

三、-1，-1，1.

四、1. $f'(t)=(1+2t)e^{2t}$。2. $e^{\frac{f'(a)}{f(a)}}$． 3. $\sqrt{2}$.， 4. $\frac{1}{e}$。

五、提示：利用导数定义。

六、$y=2x-12$

习题 2-2（基础部分）

一、1．A；2. A

二、1．$2\sec^2 x+\sec x\tan x$　　2．$\frac{3}{1+x^2}+\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

3．$\frac{-2\csc x[(1+x^2)\cot x+2x]}{(1+x^2)^2}$　　4．$\log_2 x+\frac{1}{\ln 2}$

5. $\dfrac{2\cdot 10^x \ln 10}{(10^x+1)^2}$　　6. $2\cos x+\sec^2 x$

7. $\cos x-2\sin x$　　8. $\sin x$-$\cos x$

9. $(-1)^n\cdot(n!)^2$

三、1. $f'(0)=a_1$；$f'(1)=na_n+(n-1)a_{n-1}+\ldots+a_1$

2. $f'(0)=\dfrac{3}{25}$；$f'(1)=\dfrac{47}{80}$；3. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\pi}{4})$

四、1. $\dfrac{(3x^2-6x+1)}{x(x^2-3x+1)\cdot\ln 2}$　　2. $\dfrac{(x^2-1)\sec^2\left(x+\frac{1}{x}\right)}{2x^2\sqrt{1+\tan\left(x+\frac{1}{x}\right)}}$

3. $2^{\frac{x}{\ln x}}\dfrac{\ln x-1}{\ln^2 x}\ln 2$　　4. $\dfrac{e^{\arctan\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}(1+x)}$

5. $\dfrac{1}{x^2}\sin\dfrac{2}{x}e^{-\sin^2\frac{1}{x}}$　　6. $2x\arctan\sqrt{x-1}+\dfrac{x}{2\sqrt{x-1}}$

7. $\dfrac{9x\sqrt{x}+8x}{4\sqrt{1+\sqrt{x}}}$　　8. $-\dfrac{\sin\left(\frac{\arcsin x}{2}\right)}{2\sqrt{1-x^2}}$

五、$a=\dfrac{1}{2e}$；切点$\left(\sqrt{e},\dfrac{1}{2}\right)$ $y-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{e}}(x-\sqrt{e})$

六．2

七、1. $\dfrac{\varphi'(x)\psi(x)-\psi'(x)\varphi(x)}{\varphi^2(x)+\psi^2(x)}$　　2. $e^{\varphi(x)}[\varphi'(e^x)e^x+\varphi(e^x)\varphi'(x)]$

3. $3x^2\cos x^3\cdot f'(\sin x^3)e^{f^2_{(x)}}+2f(\sin x^3)e^{f^2_{(x)}}\cdot f(x)\cdot f'(x)$

八．$-\dfrac{4-\cos^2 x}{4\sin x}$.九.$\dfrac{1}{5}$.

（提高部分）

一、可导，导数为$f'(x_0)\,g(x_0)$.

二、1.$\dfrac{3\pi}{4}$；2.1.

三、利用导数定义。

习题 2-3(基础部分)

一、1．A　　　2．C

二、(1)$\dfrac{15}{4}\pi x^{\frac{1}{2}}-\dfrac{\cos x}{x}+\dfrac{2\sin x}{x^2}+\dfrac{2\cos x}{x^3}$

(2)$-\dfrac{1}{\sqrt{2x-x^2}}-\dfrac{(1-x)^2}{(2x-x^2)^{\frac{3}{2}}}$

(3)$2\arctan x+\dfrac{2x}{1+x^2}$

三、(1)$-3^{50}x^2\sin 3x+100\times 3^{49}\cos 3x+2450\times 3^{48}\sin 3x$ (2)$\dfrac{6}{x}$

四、(1)$(-1)^n\dfrac{2n!}{(1+x)^{n+1}}(n=1,2\cdots)$

(2)$(2\ln 5)^n 5^{2x}+(-1)^n n!\,x^{-(n+1)}$

(3)$\dfrac{(-1)^n n!}{6}\left[\dfrac{1}{(x-4)^{n+1}}-\dfrac{1}{(x+2)^{n+1}}\right]$

五、1． $2f\left(\sin\dfrac{1}{x}\right)-f'\left(\sin\dfrac{1}{x}\right)\left(\dfrac{1}{x^2}\right)\left(2x\cos\dfrac{1}{x}\right)+\dfrac{1}{x^2}\cos^2\dfrac{1}{x}f''\left(\sin\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{x^2}f'\left(\sin\dfrac{1}{x}\right)\sin\dfrac{1}{x}$

2． $-2^{n-1}\left(\cos\left(2x+\dfrac{n\pi}{2}\right)\right)$ 或 $2^{n-1}\sin\left(2x+(n-1)-\dfrac{\pi}{2}\right)$

(提高部分)

一、提示：利用反函数导数与直接函数导数的关系。
二、0（提示：奇函数的导数是偶函数）

三、$2e^3$. 四、$\dfrac{(-1)^{n-1}}{n-2}n!$

习题 2-4（基础部分）

一、(1) $\dfrac{e^{x-y}-y\cos x}{e^{x-y}+\sin x}$　　　　(2) $\dfrac{xy^2+y^3-1}{1-2x^2y-2xy^2}$

(3)-2　　　　(4) $\dfrac{x+y}{x-y},\dfrac{2(x^2+y^2)}{(x-y)^3}$

(5) $-\dfrac{1}{\varphi'(y)-1}$； $y''=\dfrac{\varphi''(x)}{(1-\varphi'(y))^3}$。

二、(1) $-\tan\theta,\dfrac{1}{3a}\sec^4\theta\cdot\csc\theta$ (2) $\dfrac{t}{2},\dfrac{1+t^2}{4t}$ (3) $t,\dfrac{1}{f''(t)}$

三、(1) $(\sin x)^{\ln x}\left(\dfrac{\ln(\sin x)}{x}+\cot x\ln x\right)$

(2) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{x}+\cot x-\dfrac{1}{2}\dfrac{e^x}{1-e^x}\right)\sqrt{(\sin x)\sqrt{1-e^x}}$

(3) $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{(1+x^2)(1-x)}{(1+x)\cos^2 x}}\left[\dfrac{2x}{1+x^2}-\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{1}{1+x}+2\tan x\right]$

四、 $y=1+x$。

（提高部分）

一、1. $\dfrac{d^ny}{dx^n}=m^nt^m$

2. y=1

二、1. $2y-15x-8=0$　　　　2. $\dfrac{16}{25\pi}$米/分

习题 2-5（基础部分）

一、Δx=1，Δy=18，dy=11；Δx=0.1，Δy=1.161，dy=1.1；Δx=0．01，Δy=0．110601，dy=0.11。线性主部 0.11.

二、(1) $dy=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx & -1<x<0\\ -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx & 0<x<1\end{cases}$；　　(2) $\dfrac{1}{(x^2+1)^{3/2}}dx$；

(3) $-\dfrac{e^{x}\sin y+e^{-y}\sin x}{e^{x}\cos y+e^{-y}\cos x}dx$； (4) $\left(\dfrac{x}{1+x}\right)^{x}\left[\ln\dfrac{x}{1+x}+\dfrac{1}{1+x}\right]dx$；

(5) $-\dfrac{1}{x^{2}}\varphi'\left(\dfrac{1}{x}\right)\left\{f\left[\varphi^{2}\left(\dfrac{1}{x}\right)\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\cdot\left\{f'\left[\varphi^{2}\left(\dfrac{1}{x}\right)\right]\right\}\varphi\left(\dfrac{1}{x}\right)dx$

（提高部分）

一、1.B；2. $\dfrac{1}{x(1+\ln y)}dx$. 3. $e^{f(x)}\left[\dfrac{1}{x}f'(\ln x)+f'(x)f(\ln x)\right]dx$

二、 $2\left[f'(x)+xf''(x)\right]dx$

第二章　自测题（基础部分）

一、(1) y=-x+1　(2) $f'(0)$　(3) 1，$-\dfrac{4}{\pi^{2}}$　(4) $\cos(f(x))f'(x), f'(\sin x)\cos x dx$

二、(1)A　；　(2)C

三、(1)sin x·lntan x　；　(2) $y'(0)$ =2

(3) $(\sin x)^{x}$［x cot x+lnsin x］+1　；　(4) $\dfrac{1}{2}$　；　(5)-4

四、1．连续可导　　2．a=2，b=-1

（提高层次）

一、1． $\sqrt{3}$　　2． $\pi x^{\pi-1}+\pi^{x}\ln\pi+x^{x}(\ln x+1)$

二、1．A；　2．D；3．D

三、1．π　；　2．$g(0)=g'(0)=0$　；　3．-1

四、1．(1)可导　(2) $\varphi(a)\neq0$ 不可导，$\varphi(a)=0$ 可导　(3)可导　2．2C

3. $\psi(t)=(\dfrac{1}{2e}-3)t+t^{3}+\dfrac{t^{2}}{4e}+\dfrac{3}{4e}+2$；