

# § 1. Что такое многоугольник Ньютона

## Диаграмма Ньютона

### многочлена от двух переменных

Напомним, что *одночленом* от независимых переменных  $x$  и  $y$  называется функция вида  $x^m y^n$ , где  $m$  и  $n$  - неотрицательные целые числа, а многочленом от  $x$  и  $y$  с действительными коэффициентами называется функция  $P(x, y)$ , заданная формулой

$$P(x, y) = a_1 O_1 + a_2 O_2 + \dots + a_k O_k, \tag{1}$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_k$  - действительные числа, а  $O_1, O_2, \dots, O_k$  - попарно различные одночлены<sup>1)</sup>. Если в формуле (1) коэффициент  $a_i$  отличен от нуля, то говорят, что одночлен  $O_i$  *входит* в многочлен  $P(x, y)$ . Например в многочлен  $2 + 3y - \sqrt{2}x^3y^2$  входят одночлены  $1, y$  и  $x^3y^2$ , а в многочлен  $P(x, y) \equiv 0$  не входит ни один одночлен. Удобно изображать одночлены, входящие в многочлен  $P(x, y)$ , точками на координатной плоскости: мы отмечаем на этой плоскости точку  $M(m_0; n_0)$ , если одночлен  $x^{m_0}y^{n_0}$  входит в многочлен  $P(x, y)$ . Тогда каждому ненулевому многочлену  $P(x, y)$  мы сопоставляем конечное множество на плоскости  $Omn$  - будем обозначать его  $D(P)$ , - изображающее наглядно одночлены, входящие в  $P(x, y)$ . Точку плоскости, у которой обе координаты - целые числа, мы будем называть *целой* точкой. Для любого многочлена  $P$  множество  $D(P)$  состоит только из целых точек, поэтому его удобно рисовать на клетчатой бумаге. Например, множество  $D(P)$  для многочлена

$$P(x, y) = xy - y^3 + 3x^3y^2 + 0,5^4 - 2x^3y^4 \tag{2}$$

изображено на рисунке 1. Подчеркнем, что значения ненулевых коэффициентов многочлена  $P$  никак не учитываются при построении множества  $D(P)$ . Это множество обычно называют *диаграммой Ньютона* многочлена  $P$ .

Предостережение. Не следует смешивать числовую плоскость  $\mathbf{R}$  - область определения многочлена  $P$ , с координатной плоскостью  $Omn$ , на которой мы рисуем диаграмму Ньютона многочлена  $P$ . Точки этих плоскостей имеют разную природу.

### Как Ньютон определял «диаграмму Ньютона»

Ньютон тоже отмечал одночлены, входящие в многочлен от переменных  $x, y$ , на клетчатой бумаге. Ньютон расчерчивал такую бумагу сам и отмечал не углы клеток, а целые клетки. Вот как он описывает эти построения в письме одному из своих коллег.

«...Для лучшего уразумения этого правила поясню его на следующей диаграмме. Построй прямой угол ВАС; стороны его ВА и АС раздели на равные части и, восставив перпендикуляры, раздели угловую площадь на равные квадраты или параллелограммы, которые отметить вписанными в них измерениями букв  $x$  и  $y$  (см. рисунок 2). Затем, когда дано уравнение, отметить каким-нибудь знаком параллелограммы, соответствующие всем его членам...»

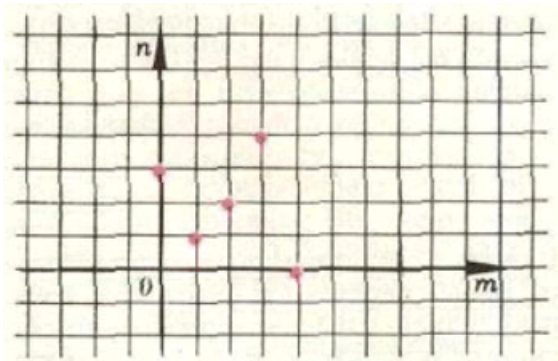


Рис. 1

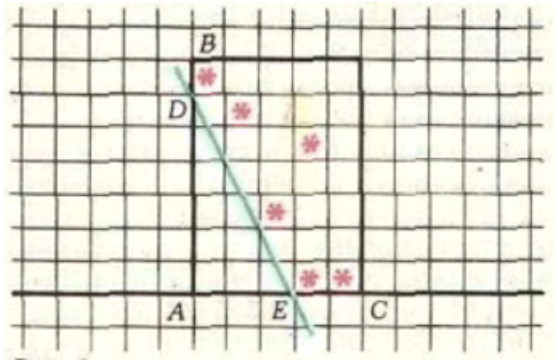


Рис. 2

<sup>1)</sup>Независимые переменные  $x$  и  $y$  принимают значения в множестве действительных чисел; таким образом, функция  $P(x, y)$  имеет в качестве области определения числовую плоскость, а в качестве множества значений - числовую прямую.