§ 1. Что такое многоугольник Ньютона

Диаграмма Ньютона многочлена от двух переменных

Напомним, что *одночленом* от независимых переменных x и y называется функция вида $x^m y^n$, где m и n - неотрицательные целые числа, а многочленом от x и y с действительными коэффициентами называется функция P (x, y), заданная формулой

$$P(x,y) = a_1 O_1 + a_2 O_2 + ... + a_k O_k, \qquad (1)$$

где $a_1, a_2, ..., a_k$ - действительные числа, а $O_1, O_2, ..., O_k$ - попарно различные одночлены[1]). Если в формуле (1) коэффициент $_i$ отличен от нуля, то говорят, что одночлен O_i *входит* в многочлен P (x, y). Например в многочлен $2 + 3y - \sqrt{2x^3y^2}$ входят одночлены 1, y и x^3y^2, а в многочлен P (x, y)$\equiv$ 0 не входит ни один одночлен. Удобно изображать одночлены, входящие в многочлен P (x, y), точками на координатной плоскости: мы отмечаем на этой плоскости точку M $(m_0; n_0)$, если одночлен $^{m_0 n_0}$ входит В многочлен P (x, y). Тогда каждому ненулевому многочлену P (x, y) мы сопоставляем конечное множество на плоскости Omn - будем обозначать его Д(P), - изображающее наглядно одночлены, входящие в P (x, y). Точку плоскости, у которой обе координаты - целые числа, мы будем называть *целой* точкой. Для любого многочлена P множество Д (P) состоит только из целых точек, поэтому его удобно рисовать на клетчатой бумаге. Например, множество Д (P) для многочлена

$$P(x,y) = xy - y^3 + 3x^3y^2 + 0,5^4 - 2x^3y^4 \quad (2)$$

изображено на рисунке 1. Подчеркнем, что значения ненулевых коэффициентов многочлена P никак не учитываются при построении множества Д (P). Это множество обычно называют *диаграммой Ньютона* многочлена P.

Предостережение. Не следует смешивать числовую плоскость **R** - область определения многочлена P, с координатной плоскостью Omn, на которой мы рисуем диаграмму Ньютона многочлена P. Точки этих плоскостей имеют разную природу.

[1])Независимые переменные x и y принимают значения в множестве действительных чисел; таким образом, функция P (x, y) имеет в качестве области определения числовую плоскость, а в качестве множества значений - числовую прямую.

Как Ньютон определял «диаграмму Ньютона»

Ньютон тоже отмечал одночлены, входящие в многочлен от переменных x, y, на клетчатой бумаге. Ньютон расчерчивал такую бумагу сам и отмечал не углы клеток, а целые клетки. Вот как он описывает эти построения в письме одному из своих коллег.

«...Для лучшего уразумения этого правила поясню его на следующей диаграмме. Построй прямой угол BAC; стороны его BA и AC раздели на равные части и, восставив перпендикуляры, раздели угловую площадь на равные квадраты или параллелограммы, которые отметь вписанными в них измерениями букв x и y (см. рисунок 2). Затем, когда дано уравнение, отметь каким-нибудь знаком параллелограммы, соответствующие всем его членам...»

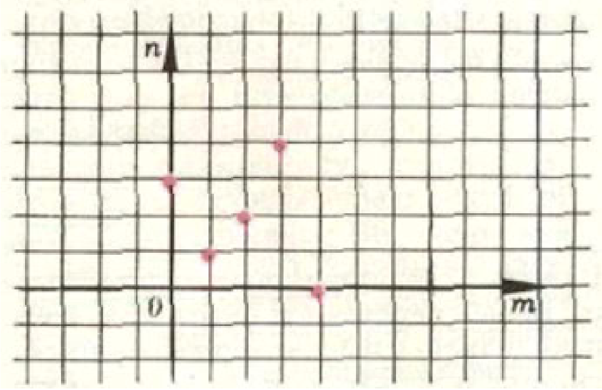

Рис. 1

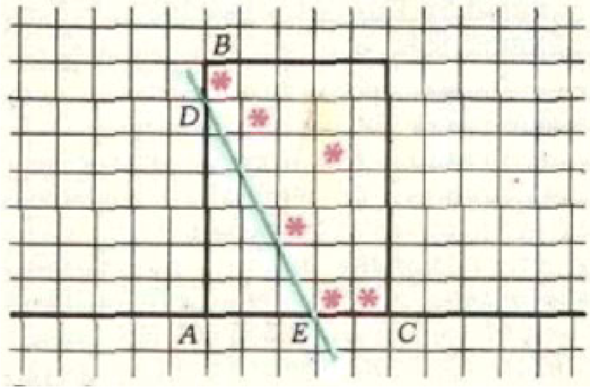

Рис. 2