



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Факультет прикладной математики и механики

Направление 01.04.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль «Математическое моделирование физико-механических процессов»

Кафедра «Математическое моделирование систем и процессов»

Зав. кафедрой ММСП

_____ (П.В.Трусов)
« ____ » _____ 2021 г.

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

На тему Математическое моделирование процесса послойного синтеза
металлических изделий методом гидродинамики сглаженных частиц

Студент Давлятшин Роман Позолович (_____)

Состав магистерской диссертации:

Пояснительная записка на _____ стр.

Руководитель магистерской диссертации
_____ (Волегов П.С.)

Консультант
_____ (_____)

Пермь 2021 г.



Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Кафедра «Математическое моделирование
систем и процессов»

«УТВЕРЖДАЮ»

Зав. кафедрой _____
« ____ » _____ 2021 г.

З А Д А Н И Е

на выполнение выпускной квалификационной работы магистра

Фамилия, И.О. _____ Давлятшин Р.П. _____

Факультет прикладной математики и механики _____ Группа ММ-19-1м _____

Начало выполнения работ 24.05.2021 _____

Контрольные сроки просмотра работы кафедрой 18.06.2021 _____

Сроки представления на рецензию 16.06.2021 _____

Защита работы на заседании ГЭК 22.06.2021 _____

1. Наименование темы Математическое моделирование процесса послойного синтеза металлических изделий методом гидродинамики сглаженных частиц _____

2. Исходные данные к работе Литература по темам: технологии аддитивного производства, методы моделирования процесса тепломассопереноса, метод гидродинамики сглаженных частиц _____

3. Содержание пояснительной записки
Основная часть (исследовательская) _____

1. Аддитивные технологии _____

2. Математическая модель электронно-лучевой наплавки проволоки _____

3. Методы моделирования процессов тепломассопереноса _____

4. Метод гидродинамики сглаженных частиц _____

5. Верификация работы модели _____

6. Моделирование процесса наплавки проволоки _____

4. Перечень графического материала В работе представлено 19 рисунков

5. Дополнительные указания отсутствуют

6. Основная литература

1. Гибсон Я., Розен Д., Стакер Б. Технологии аддитивного производства.

Перевод с английского под ред. д.ф.-м.н, профессора И.В. Шишковского. - Москва: Техносфера, 2018. – 648 с.

2. Mladenov G.M., Koleva E.G., Trushnikov D.N. Mathematical modelling for energy beam additive manufacturing // Journal of Physics: Conference Series. - 2018. - Vol. 1089. - 012001. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1089/1/012001>

3. Liu S., Liu J., Chen J., Liu X. Influence of surface tension on the molten pool morphology in laser melting. International Journal of Thermal Sciences. – 2019. – Vol. 146. – 106075. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2019.106075

4. 31. Цаплин А.И. Моделирование теплофизических процессов и объектов в металлургии: учеб. пособие/ А.И. Цаплин, И.Л. Никулин. –Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – 199 с.

5. Russell M. A., Souto-Iglesias A., Zohdi T. I. Numerical simulation of Laser Fusion Additive Manufacturing processes using the SPH method //Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2018. – Т. 341. – С. 163-187.

Руководитель выпускной квалификационной работы магистра

доцент каф. ММСП ПНИПУ, к.ф.-м.н. Волегов П.С. ()
(должность), Ф.И.О.

Консультант ()
(должность), Ф.И.О.

Задание получил (Давлятшин Р.П.)
(дата и подпись студента)

**КАЛЕНДАРНЫЙ ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

| № п/п | | Объем этапа в % | Сроки выполнения | | Примечание |
|----------|---|--------------------|------------------|----------|------------|
| | | | начало | конец | |
| 1 | Анализ исходных данных, обзор литературы | 15 | 24.05.21 | 28.05.21 | |
| 2 | Разработка математической модели | 30 | 29.05.21 | 31.05.21 | |
| 3 | Проведение численных экспериментов | 25 | 1.06.21 | 12.06.21 | |
| 4 | Оформление пояснительной записки | 15 | 13.06.21 | 15.06.21 | |
| 5 | Представление работы на проверку и отзывы руководителя квалификационной работы и рецензента | 5 | 16.06.21 | 17.06.21 | |
| 6 | Представление работы заведующему кафедрой | 5 | 18.06.21 | 18.06.21 | |
| 7 | Защита на заседании ГЭК | 5 | 22.06.21 | 22.06.21 | |

Руководитель работы _____ (Волегов П.С.)

«_____» _____ 2021 г.

РЕФЕРАТ

В работе рассмотрен процесс послойного синтеза металлических изделий методом проволоочной наплавки. Разработана и реализована математическая модель процесса, позволяющая рассчитывать объемные распределения температур, скоростей течения расплава, давлений, компонент плотностей потоков тепла, форму и размеры расплавленной ванны, форму свободной поверхности расплавленного металла, форму и размеры наплавляемого валика. Для этого были учтены основные физические процессы, влияющие на формирование металлического изделия, а именно: плавление и кристаллизация металла, поверхностное натяжение, эффект Марангони, сила давления паров и потери тепла на испарение. Для реализации данной модели был применен метод гидродинамики сглаженных частиц.

С помощью разработанной математической модели была проведена серия численных экспериментов по определению зависимости геометрических характеристик получаемых валиков от мощности источников тепла и от направления действия источников тепла (по ходу движения проволоки и перпендикулярно движению проволоки) для вертикально подаваемой проволоки с двумя симметрично действующими источниками. Проведенные исследования показывают, что использование вертикальной подачи проволоки с несколькими полыми катодами, расположенными радиально относительно оси подачи присадочной проволоки и симметрично вокруг оси подаваемой присадочной проволоки, обеспечивает стабильность качества вне зависимости от направления наплавки, равномерный прогрев с отсутствием затененных участков и гибкое управление тепловложением в металл.

Ключевые слова: аддитивные технологии, проволоочная наплавка, метод гидродинамики сглаженных частиц, поверхностное натяжение, эффект Марангони.

Оглавление

| | |
|---|----|
| Введение..... | 7 |
| Глава 1. Аддитивные технологии..... | 10 |
| 1.1. Технологии аддитивного производства | 12 |
| 1.2. Оценка влияния тепломассопереноса на форму сварочной ванны | 16 |
| Глава 2. Математическая модель электронно-лучевой наплавки проволоки. | 19 |
| 2.1. Уравнения тепломассопереноса | 20 |
| Глава 3. Методы моделирования процессов тепломассопереноса | 25 |
| Глава 4. Метод гидродинамики сглаженных частиц..... | 28 |
| 4.1. Теория метода SPH | 31 |
| 4.2. Пространственная дискретизация с применением метода SPH..... | 32 |
| 4.3. Схема интегрирования по времени | 34 |
| Глава 5. Верификация работы модели | 36 |
| 5.1. Верификация параметра силы поверхностного натяжения..... | 36 |
| 5.1. Верификация параметра силы Марангони | 37 |
| 5.3. Верификация работы моделирования процессов давления паров и потери тепла на испарение | 40 |
| Глава 6. Моделирование процесса наплавки проволоки | 43 |
| Заключение | 50 |
| Список литературы | 52 |

Введение

Аддитивные технологии или технологии послойного синтеза являются прорывными технологиями этого столетия и представляют собой процессы объединения материала с целью создания изделия «слой за слоем» по его CAD-модели. Такие технологии наиболее востребованы в наукоемких отраслях промышленности, таких как авиастроение, ракетно-космическая отрасль, химическое машиностроение, энергомашиностроение, автомобилестроение и другие [1]. Аддитивные технологии позволяют значительно ускорить выход на рынок новых изделий, т.к. могут применяться для создания опытных образцов, а в ряде случаев и для производства готовой продукции.

Большинство существующих аддитивных технологий используют в качестве исходного материала для формирования изделий металлические порошки. При этом не из всех металлов можно получить высококачественный металлический порошок, возникают проблемы с его хранением и подготовкой к процессу «печати», мелкодисперсионный порошок опасен для здоровья (особенно из титановых, магниевых сплавов и других активных металлов), также некоторые материалы при спекании образуют изделия с высокой пористостью, что пагубно сказывается на их механических характеристиках, более того, существующие аддитивные технологии по формированию изделий из порошковых материалов обладают крайне низкой производительностью, что исключает возможность их использования для производства крупных изделий.

Для решения этих проблем вместо порошковых материалов используют цельнометаллические присадочные металлы. Проволочные материалы легче хранить, они создают меньше проблем, связанных с безопасностью и здоровьем по сравнению с металлическими порошками. Применение проволочных материалов позволяет избавиться от ряда проблем, связанных с низкой производительностью существующих методов, высокой

стоимостью применяемого оборудования, ограниченностью типов применяемых материалов, т.к. проволоки изготавливаются для сварочной промышленности и доступны в широком ассортименте. Присадочная проволока также имеет значительно меньшую удельную площадь поверхности, чем порошковые материалы, и менее склонна к окислению и поглощению влаги или загрязняющих веществ.

Аддитивные технологии также различаются по применяемым источникам энергии: лазер, электронный луч, плазменная дуга или электрическая дуга. Использование электронного луча для плавления присадочной проволоки оказывается весьма производительным решением применительно к целому ряду перспективных материалов, в частности, титану и другим химически активным металлам, и их сплавам [2, 3, 4].

Вместе с тем такой метод создания металлических изделий имеет ряд недостатков, ключевым из них является сложность задания параметров наплавки, а именно траектории и скорости подачи проволоки, а также мощности источника [5, 6]. Некорректное задание этих параметров может привести к оплавлению или даже обвалу стенок будущего изделия, что ведет к увеличению количества брака, и, как следствие, к удорожанию и замедлению процесса производства.

Существующие методики оптимизации параметров теплового воздействия зачастую не учитывают изменения геометрии в реальном времени, обладают низкой производительностью и применяются в основном для селективного лазерного спекания [7, 8]. Для решения этих проблем в последнее время все чаще применяют бессеточные методы, например, метод гидродинамики сглаженных частиц (SPH), однако, они направлены либо на моделирование процессов лазерного спекания, либо не учитывают поверхностные эффекты, либо задача ставиться в 2D постановке [9-12].

Таким образом **целью работы** является разработка, численная реализация и исследование математической модели, которая позволила бы определять объемные распределения температур, скоростей течения

расплава, давлений, компонент плотностей потоков тепла, форму и размеры расплавленной ванны, форму свободной поверхности расплавленного металла, форму и размеры наплавляемого валика с применением более производительных бессеточных методов для определения геометрии валика и корректировки параметров наплавки.

Основными задачами работы являются:

- 1) обзор литературы по математическому моделированию процессов аддитивного производства;
- 2) построение математической модели процесса электронно-лучевой наплавки проволоки;
- 3) обзор литературы по методу гидродинамики сглаженных частиц;
- 4) реализация и верификация построенной математической модели;
- 5) проведение численных экспериментов по наплавке металлической проволоки.

Глава 1. Аддитивные технологии

Аддитивное производство (АП) позволяет получать трехмерные (3D) элементы или заготовки для деталей путем послойного нанесения слоев материала по цифровой модели (CAD-модели) готового изделия. Эта уникальная особенность позволяет производить детали сложной формы «с нуля», или на основе номенклатуры различного сортамента проката (листы, трубы и т.д.) практически без учета технологических ограничений и необходимости использования дорогостоящей оснастки, такой, как штампы или литейные формы, сборочные кондукторы и т.п., позволяет вносить изменения в геометрию деталей на этапе опытно-конструкторских работ и упраздняет необходимость во многих традиционных этапах сборки и обработки. Кроме того, детали могут производиться по мере необходимости, снижая резерв запасных частей и сокращая время выполнения для критически важных или устаревших запасных деталей. Также АП находит широкое применение в сфере изготовления оснастки для массового производства различных изделий. За счет этого АП позволяет значительно сократить расходы на опытное производство, ускорить выход новой продукции и повысить эффективность изготовления старой, за счет сокращения сборочно-сварочных операций и снижения материалоемкости и повышения коэффициента использования материала и изготовления более эффективной оснастки.

Мировая промышленность в целом проявляет острый интерес к АП с момента их появления, так как они позволяют ускорить переход от проекта изделия к его производству и позволяют реализовать в проекте решения, повышающие эффективность и снижающие вес деталей. В настоящее время АП все больше применяют в качестве заготовительного производства и технологии получения готовых изделий в мелкосерийном производстве в различных отраслях промышленности, преимущественно в наукоемком

машиностроении: авиастроение, ракетно-космическая отрасль, химическое машиностроение, энергомашиностроение, автомобилестроение.

АП основывается на новой эффективной концепции цифрового производства, при которой предполагается тесная связь всех этапов конструирования и производства изделия, обеспеченная наличием цифрового прототипа изделия и применением принципов сквозного проектирования. Такой подход позволяет автоматизировать разработку новых изделий, снизить процент брака, резко сократить время разработки новых изделий. В рамках концепции цифрового производства стадии производства изделия предшествует предварительное имитационное моделирование поведения цифрового прототипа под действием заданного наборов факторов с целью определения параметров изделия или технологии его изготовления для обеспечения требуемых эксплуатационных характеристик. При этом достоверность результатов моделирования в значительной мере зависит от качества и адекватности используемой модели изделия или процесса. Возможность моделирования технологического процесса представляет значительный интерес и является резервом для оптимизации технологических режимов изготовления деталей, разработки управляющих программ, минимизации дефектов и повышения качества изготовления сложных деталей.

За последние двадцать лет наблюдаются значительные успехи в сфере металлических аддитивных технологий (АТ – процесс объединения материала с целью создания объекта по его 3D модели) во многом это связано со снижением цен на надежные промышленные лазеры и роботизированные комплексы, появление недорогих высокопроизводительных вычислительных аппаратных средств и развитием программного обеспечения, совершенствованием технологий производства металлических порошков и широкой номенклатурой проволочных присадочных материалов. Более того сходство физических процессов и значительные наработки современных ученых в области сварки и наплавки

различных групп материалов во многом объясняют бурное развитие металлических АТ, что позволило им стать самым современным методом обработки. В настоящее время АТ достигли критического уровня принятия на уровне крупных производственных компаний, о чем свидетельствует быстрый рост продаж коммерческих систем и установок. Металлические АТ, разработанные в национальных лабораториях, университетах и промышленных исследовательских лабораториях, в настоящее время демонстрируются на различных выставках и вызывают значительный интерес промышленности. Некоторые представители металлических АТ уже достигли уровня готовой сертифицированной технологии. На сегодняшний день аддитивные технологии используются для мелкосерийного производства деталей летательных аппаратов. Так, например компания General Electric провела большой объем исследований и заявила о готовности к производству с использованием аддитивных технологий топливных форсунок из кобальтохромового порошка для своего нового турбовинтового двигателя LEAP [13]. Компанией Boeing также проведен большой объем исследований в области производства деталей аддитивными технологиями, и изготовлено более 20 000 деталей, которые уже используются в военных и гражданских самолетах компании [14].

1.1 Технологии аддитивного производства

Согласно стандарту ASTM F2792 [15], процессы АП подразделяются на две категории: Directed Energy Deposition (DED) и Powder Bed Fusion (PBF). В процессе АП используются исходные материалы, такие как порошок или проволока и источники энергии, такие как лазер (Л) – Laser (L), электронный луч (ЭЛ) – Electron Beam (EB), плазменная дуга (ПД) – Plasma Arc (PA) или электрическая дуга (ЭД) – Gas Metal Arc (GMA).

При использовании технологии PBF сначала формируют слой, например, насыпают на рабочую платформу дозу порошкового материала и разравнивают порошок с помощью ролика или «ножа», формируя ровный

слой материала определенной толщины. Затем выборочно (селективно) обрабатывают порошок в сформированном слое в соответствии с текущим сечением исходной CAD-модели. При изготовлении металлических изделий для селективной обработки используется лазерные и электронно-лучевые технологии. В DED технологиях материал подается непосредственно в место подведения энергии. Directed Energy Deposition можно перевести как «прямое или непосредственное осаждение» материала, т.е. осаждение в конкретную точку. При изготовлении изделий из металла используют лазерные, электронно-лучевые, плазменные и дуговые технологии. В данной технологии наряду с использованием порошковых исходных материалов используется и присадочную проволоку. На рис. 1.1 представлены схемы АТ с применением различных исходных материалов и источников нагрева.

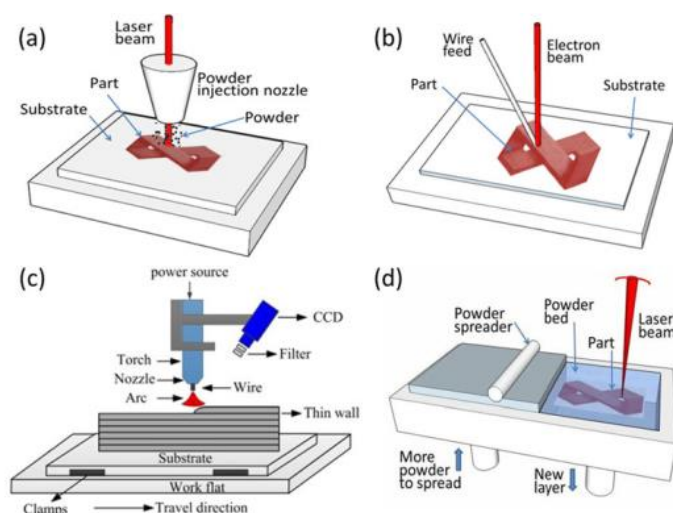


Рис. 1.1. Схематическое представление АТ (a) DED-L, (b) DED-EB, (c) DED-GMA [24], (d) PBF-L

На рис. 1.1(a) показано схематическое представление процесса осаждения материала при помощи направленного взаимодействия лазера с порошком, используемым в качестве исходного материала Directed Energy Deposition – Laser (DED-L) [16, 17]. Как правило, DED-L основывается на подаче порошка в ванну расплава, созданную лазерным лучом, послойно наплавляя материал на подложку. Защитный газ, такой как аргон,

используется для защиты расплавленного металла от окисления и переноса порошка в ванну расплава.

На рис. 1.1(d) показано схематическое представление процесса сплавления материала в заранее сформированном слое с помощью лазера (PBF-L) [18, 19]. Деталь создается путем нанесения тонких слоев порошка, который равномерно распределяется с помощью специального устройства. Далее лазерный луч сканирует поверхность нанесенного слоя порошка и послойно формирует изготавливаемую деталь методом спекания.

Технология DED-EB (рис. 1.1(b)) использует электронный луч для расплавления проволочного присадочного материала. Вакуум, необходимый для осуществления процесса электронно-лучевой наплавки, также обеспечивает исключительную защиту расплавленного металла в процессе построения заготовки.

В DED-PA или DED-GMA плазменная или электрическая дуга используется в качестве источника нагрева, а присадочная проволока – в качестве исходного материала, аналогично сварке плавлением [20]. При этом схема выполнения технологических операций включает в себя источник тепла, систему подачи проволоки и систему управления движением и построением, как показано на рис. 1.1(c).

Во всех процессах DED и PBF заготовка создается поэтапно после ввода оцифрованной геометрии из системы автоматизированного проектирования (САПР). Параметры режима, такие как скорость наплавки и скорость подачи исходного материала (или траектория сканирования и толщина слоя в случае PBF технологий) либо предварительно установлены, либо контролируются в процессе с помощью соответствующих датчиков и обратных связей. Для изготовления небольших деталей сложной формы (ажурных или с внутренними полостями и каналами малых размеров) с высокими требованиями к качеству поверхности целесообразно использовать PBF технологии. Для получения крупногабаритных деталей целесообразно выращивать заготовки с помощью DED технологий.

Порошки – сыпучие материалы с характерным размером частиц до 1,0 мм – условно классифицируют по размерам частиц (по условному диаметру d), подразделяя их на нанодисперсные с $d < 0,001$ мкм, ультрадисперсные – $d = 0,01 \dots 0,1$ мкм, высокодисперсные – $d = 0,1 \dots 10$ мкм, мелкие – $d = 10 \dots 40$ мкм, средние – $d = 40 \dots 250$ мкм и крупные – $d = 250 \dots 1000$ мкм [21]. В настоящее время не существует общих требований к металлопорошковым композициям, применяемым в аддитивных технологиях. Разные компании-производители оборудования для реализации этих технологий рекомендуют работу с определенным перечнем материалов, обычно поставляемых компанией-производителем. В разных машинах используются порошки различного фракционного состава. Существенным недостатком в производстве порошков является то, что отсутствуют стандарты на материалы для технологий аддитивного производства, и методы оценки свойств материалов, полученных традиционными технологиями, не могут быть применены к аддитивным технологиям в силу наличия анизотропии, неизбежной при послойном принципе создания изделия.

Использование присадочной проволоки в качестве исходного материала позволяет избавиться от проблем, связанных с низкой производительностью существующих методов, высокой стоимостью применяемого оборудования, ограниченностью типов применяемых материалов, обусловленной традиционным использованием в качестве исходного материала для аддитивного формирования изделий порошковых систем, оплаиваемых мощным тепловым источником [22]. Формирование изделий из большинства алюминиевых сплавов, а также сплавов активных металлов, таких как титановые и магниевые сплавы, приводит к повышенной пористости материала полученного изделия с существенным снижением его механических характеристик [23, 24]. В качестве дополнительного преимущества присадочная проволока имеет значительно меньшую удельную площадь поверхности, чем порошковые материалы, и менее склонна к окислению и поглощению влаги или загрязняющих веществ.

Проволочные материалы легче хранить, они создают меньше проблем, связанных с безопасностью и здоровьем по сравнению с металлическими порошками (особенно из титановых, магниевых сплавов и других активных металлов). Производительность формирования деталей из порошковых материалов в традиционных аддитивных технологиях является крайне низкой, что практически исключает перспективы применения этих технологий для производства крупногабаритных изделий. Технология гибридного изготовления изделий объединяет лучшие характеристики аддитивного формирования заготовки и последующего механического удаления материала в процессе создания металлических изделий [25].

1.2. Оценка влияния тепломассопереноса на форму сварочной ванны

Оценить, как тепломассоперенос влияет на форму сварочной ванны, можно с использованием безразмерных величин. Безразмерные величины полезны, потому что они уменьшают общее число переменных, т.к. состоят из размерных физических параметров, определяющих рассматриваемое физическое явление и несут гораздо больше полезной информации.

Число Пекле (Pe) характеризует соотношение между конвективным и молекулярным процессами переноса тепла в потоке жидкости (соотношение конвекции и теплопроводности) в зоне расплава, и определяется как:

$$Pe = \frac{UL}{\alpha}, \quad (1.1)$$

где U – скорость потока жидкости относительно поверхности теплообмена, α – коэффициент температуропроводности сплава (длина сварочной ванны), L – характерный линейный размер поверхности теплообмена. Высокое значение числа Пекле ($Pe > 1$) указывает на то, что конвективный теплообмен является основным механизмом теплообмена.

Форма и размер сварочной ванны зависят от конвективных потоков, вызванных градиентом поверхностного натяжения. Число Марангони (Ma) характеризует возможность возникновения в жидкости конвективных

движений в результате термокапиллярного механизма (изменения поверхностного натяжения по причине неравномерного нагрева) и представляет собой отношение силы поверхностного натяжения к вязкой силе и является мерой прочности конвективного потока жидкого металла внутри расплавленного пула:

$$Ma = -\frac{d\gamma}{dT} \frac{L\Delta T}{\mu\alpha}, \quad (1.2)$$

где μ – динамическая вязкость, α – коэффициент температуропроводности сплава, L – характерный линейный размер поверхности теплообмена, который принимается за ширину сварочной ванны, ΔT – разность между максимальной температурой внутри сварочной ванны и температурой солидус для конкретного сплава, γ – коэффициент поверхностного натяжения. Большое значение числа Марангони вызывает увеличение длины и ширины сварочной ванны и уменьшению глубины.

Число Фурье (F) характеризует соотношение между скоростью рассеивания тепла и скоростью изменения поля температуры внутри рассматриваемой системы (тела):

$$F = \frac{\alpha\tau}{L^2}, \quad (1.3)$$

где α , τ и L относятся к температуропроводности, характерному временному масштабу и длине, соответственно. Характеристическое время может быть выражено как L/v , где L и v – длина сварочной ванны и скорость движения соответственно [26]. Тогда, уравнение можно переписать как,

$$F = \frac{\alpha}{vL}. \quad (1.4)$$

Высокое значение F означает быстрое рассеивание тепла, что способствует быстрому охлаждению формируемой заготовки и получению мелкодисперстной микроструктуры.

Существует много примеров, где экспериментальные данные ясно указывают на полезность безразмерных величин. Независимо от условий

обработки и материальных систем, они могут использоваться для получения полного понимания структур и свойств компонентов полученных с помощью АТ. Безразмерные величины позволяют понимать лежащие в основе физические явления в процессах АП и изготовленных компонентах и могут быть полезны для предотвращения появления дефектов в изготавливаемом изделии. Однако, с помощью безразмерных величин нельзя получить необходимые параметры процесса проволоочной наплавки для получения качественного изделия.

Для исследования сложных термодинамических процессов, происходящих при формировании изделия аддитивным способом, применяются различные методы и подходы, описанные в современной научной литературе. К основным способам изучения данного явления относится математическое моделирование, в том числе, компьютерное моделирование АП на основе численных алгоритмов, цифровых моделей и многовариантного анализа процесса при различных вариантах реализации технологических параметров АП, учитываемых при помощи разного набора краевых условий.

Глава 2. Математическая модель электронно-лучевой наплавки проволоки

В процессе электронно-лучевой наплавки проволоки (рис. 2.1) геометрия одиночного валика существенно зависит от большого количества факторов, а именно от плотности материала, поверхностного натяжения и вязкости, которые определяют характер течения металла в расплавленной ванне, и в свою очередь зависят от тепловложения, материала, способа осаждения, времени взаимодействия с источником энергии и т.д.

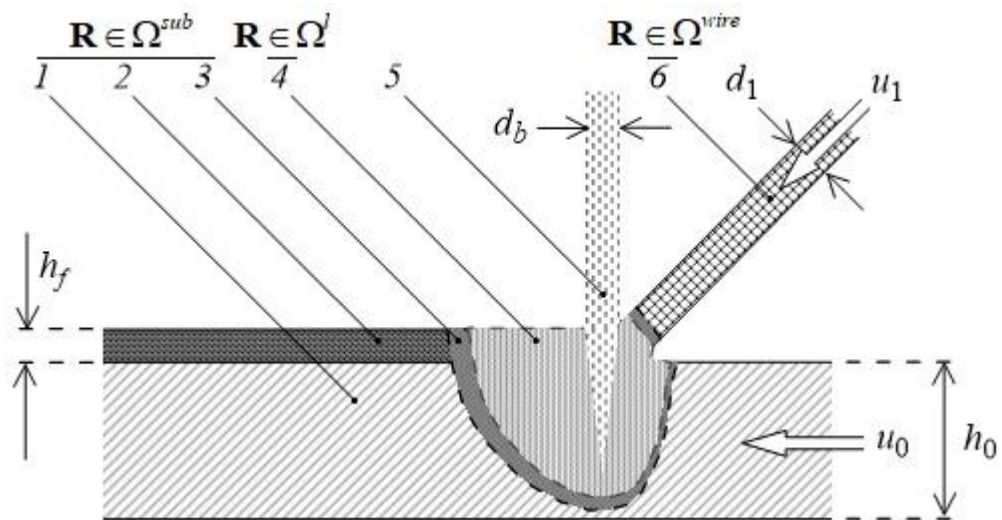


Рис.2.1. Принципиальная схема процесса наплавки концентрированными источниками энергии с боковой подачей проволоки: 1 – предварительно наплавленный материал и подложка; 2 – наплавленный валик; 3 – двухфазная зона; 4 – жидкая фаза; 5 – электронный или лазерный луч; 6 – проволока.

Таким образом, для детального описания геометрии валика необходимо учитывать: течение расплавленного металла, поверхностное натяжение, теплоперенос, плавление и испарение металла (скрытую теплоту фазовых переходов), силу давления паров и потерю тепла на испарение, конвекционный и радиационный теплообмен с окружающей средой. Для более детального исследования процесса проволоочной наплавки следует учитывать зависимость теплофизических характеристик металла, таких как плотность, температуропроводность, коэффициент поверхностного

натяжения, вязкость и др. от температуры. Однако для упрощения математической модели от этого можно отказаться.

Для решения поставленной задачи примем следующую систему гипотез:

1. в рассматриваемом процессе мощность теплового источника, скорости подачи подложки V_{sub} и проволоки V_{wire} постоянны;
2. температура окружающей среды постоянна;
3. материал подложки и проволоки имеют одинаковый химический состав;
4. расплав металла считается несжимаемой ньютоновской жидкостью;
5. двухфазная зона расплава задается условием перехода ликвидус-солидус по температуре плавления;
6. воздействие на движение расплава электрических и магнитных полей, генерируемых потоком электронов, не учитывается;
7. тепловой источник задается в поверхностном слое частиц, моделируя при этом поток энергии на поверхности;

Варьируемыми параметрами являются:

1. мощность источника тепла;
2. форма источника тепла;
3. распределение плотности потока энергии источника тепла;
4. начальная температура образца (300 K);
5. мощность и распределение дополнительного объемного источника (в случае дополнительного индукционного нагрева);
6. зависимость теплофизических характеристик материала от температуры;
7. характеристики фазовых переходов;
8. скорость движения V_{src} источника тепла;
9. скорость подачи проволоки V_{wire} .

2.1. Уравнения тепломассопереноса

В работе рассматривается взаимодействие твердого и жидкого металла. Для этого рассматриваются две фазы: Ω^l – жидкая и Ω^s – твердая,

объединение которых представляет собой всю исследуемую область – Ω . Твердая фаза в свою очередь состоит из проволоки Ω^{wire} и подложки Ω^{sub} (рис. 2.1). Движение металлического расплава можно описать как движение вязкой несжимаемой жидкости. В общем случае система уравнений будет состоять из дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию плотности ρ , скоростей \mathbf{u} и температуры T в форме балансовых законов (уравнения баланса массы, импульса и энергии соответственно):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \mathbf{R} \in \Omega^{wire}, \\ \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{\rho} (-\nabla p + \mathbf{f}_v + \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_v) + \mathbf{g}, \quad \mathbf{R} \in \Omega^l, \\ \frac{d\rho}{dt} = 0, \quad \frac{d\mathbf{u}}{dt} = 0, \quad \mathbf{R} \in \Omega^s, \\ \rho c_p \frac{dT}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + s_{src} - s_v - s_{env} - s_{rad}, \quad \mathbf{R} \in \Omega, \end{array} \right. \quad (2.1)$$

где \mathbf{u} – скорость, ρ – плотность, \mathbf{f}_v – вязкие силы, \mathbf{f}_s – сила поверхностного натяжения, \mathbf{f}_v – сила давления паров, \mathbf{g} – ускорение свободного падения, c_p – удельная теплоемкость, $\mathbf{q} = -k \nabla T$ – тепловой поток, k – коэффициент теплопроводности, s_v – потери тепла на испарение, s_l – источник тепла.

Плотность ρ и давление связаны с помощью уравнения состояния:

$$P(\rho) = \frac{c_0^2 \rho_0}{7} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^7 - 1 \right], \quad (2.2)$$

где c_0 и ρ_0 – скорость звука и плотность при нулевом приложенном напряжении.

Для несжимаемых жидкостей вязкие силы примут следующий вид:

$$\mathbf{f}_v = \eta \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2.3)$$

где η – динамическая вязкость.

Следуя континуальному подходу Брэкбилла и Коте [27], основанному на континуальной поверхностной силе (CSF), эффекты поверхностного натяжения рассматриваются как объемные силы в уравнении (2.1),

распределенные по межфазному объему конечной ширины. Сила поверхностного натяжения складывается из нормальной и тангенциальной составляющей:

$$\mathbf{f}_s = -\alpha \kappa \mathbf{n} + (\mathbf{I} - \mathbf{nn}) \nabla \alpha, \quad (2.4)$$

где α – коэффициент поверхностного натяжения, $\kappa = \nabla \cdot \mathbf{n}$ – кривизна поверхности, $\nabla \alpha = d\alpha(T) / dT$. Зависимость коэффициента поверхностного натяжения от температуры выбрана линейной:

$$\alpha(T) = \alpha_0 - \alpha'_0 (T - T_0), \quad (2.5)$$

где α_0 – коэффициент поверхностного натяжения при температуре T_0 .

Помимо стандартных капиллярных эффектов, высокие температуры, характерные для процессов аддитивного производства, приводят к испарению металла. Обычно для моделирования этих процессов используется феноменологическая модель для сил отдачи, вызванных испарением, действующих на поверхность ванны расплава, согласно работе Анисимова [28]:

$$\mathbf{f}_v = -p_v(T) \mathbf{n}, \quad p_v(T) = C_p \exp \left[-C_T \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_v} \right) \right], \quad (2.6)$$

где T_v – температура кипения, постоянные $C_p = 0.54 p_a$ и $C_T = h_v / R$ содержат атмосферное давление p_a , молярную скрытую теплоту плавления h_v и молярную газовую постоянную R , \mathbf{n} – нормаль к поверхности.

Вид источника тепла s_{src} имеет следующий вид:

$$s_{src} = \eta_0 \left(\frac{2Q_0}{\pi r^2} \right) \exp \left(\frac{-2 \left((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right)}{r^2} \right) \langle -\mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_{src} \rangle, \quad (2.7)$$

где Q_0 – максимальная тепловая мощность в источнике, r – радиус теплового пятна от источника, η_0 – КПД источника тепла, \mathbf{e}_{scr} – направление источника энергии.

Конвективный теплообмен с окружающей средой учитывается с применением закона Ньютона-Рихмана:

$$s_{env} = q_h (T - T_0), \quad (2.8)$$

где q_h – коэффициент теплоотдачи.

Излучение моделируется уравнением Стефана-Больцмана:

$$s_{rad} = \sigma_B \varepsilon (T - T_0)^4, \quad (2.9)$$

где σ_B – постоянная Больцмана, ε – излучательная способность материала, T_0 – температура окружающей среды.

Следуя той же феноменологической модели, что и для давления паров (2.6), потери тепла за счет испарения имеют вид:

$$s_v = -\dot{m}_v [h_v + h(T)], \quad \dot{m}_v = 0.82 c_s p_v(T) \sqrt{\frac{C_M}{T}}, \quad h(T) = \int_{T_{h,0}}^T c_p dT, \quad (2.10)$$

где скорость энтальпии на единицу площади поверхности s_v получается из произведения потока массы пара на единицу площади поверхности \dot{m}_v и суммы удельной энтальпии $h(T)$ и скрытой теплоты испарения h_v на единицу массы. $T_{h,0}$ – начальная температура удельной энтальпии, а константа $C_M = M / (2\pi R)$ содержит молярную массу M и молярную газовую постоянную R , c_s – так называемая константа прилипания, которая принимает значение близкое к единице для металлов [29, 30].

Поскольку в центре внимания данной работы находится термогидродинамика ванны расплава, делается предположение о жесткой и неподвижной твердой фазе. Таким образом, решается только уравнение энергии (2.1) для твердой фазы.

В следующих главах будет подробно описано о способе решения данной системы уравнений, пространственная дискретизация будет основана на гидродинамике сглаженных частиц (SPH). Из-за лагранжевой природы этой схемы каждая (материальная) частица напрямую несет информацию о своем фазовом состоянии. На основе этой информации для каждой частицы оцениваются соответствующие уравнения поля со значениями параметров,

зависящими от фазы. При переходе температуры частицы через температуру расплава T_m она претерпевает фазовый переход «твердое тело – жидкость». Поскольку газообразная фаза металла не моделируется явно, фазовый переход «жидкость – газ» рассматривается неявно с точки зрения сил давления пара, вызванных испарением (2.6) и тепловых потерь (2.8). В то время как скрытая теплота испарения уже содержится в (2.8), скрытая теплота плавления учитывается с помощью введения эффективной теплоемкости [31]:

$$c_{eff} = c_p + \frac{\exp[-((T - T_{SL}) / (T_L - T_S))^2]}{\sqrt{\pi}(T_L - T_S)} h_f, \quad (2.11)$$

где h_f – скрытая теплота плавления, $T_{SL} = (T_S + T_L) / 2$ – средняя температура затвердевания (плавления).

Систему дифференциальных уравнений в частных производных (3.1) необходимо дополнить начальными условиями:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0, \quad T = T_0, \quad \Omega, \quad t = 0, \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_0^l, \quad \Omega^l, \quad t = 0, \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_0^{sub}, \quad \Omega^{sub}, \quad t = 0, \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_0^{wire}, \quad \Omega^{wire}, \quad t = 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Глава 3. Методы моделирования процессов тепломассопереноса

При моделировании процессов тепломассопереноса различных аддитивных технологий применяют численные и аналитические методы расчета полей скоростей, температур, движения свободной поверхности и др. Существуют попытки аналитического решения тепловой проблемы для описания процессов при аддитивном производстве [32, 33]. Для этого применяют уравнение теплопроводности Розенталя и на выходе получают температурные поля, размеры изделия и скорость охлаждения. Этот метод прост в использовании и вычислительно менее затратен, чем численные, но в нем не учитывается механизм теплопередачи, что ведет к большим погрешностям. Адекватное описание произвольной геометрии при моделировании процессов аддитивного производства требует решения численными методами. Метод конечных элементов (МКЭ) позволяет определить равновесное состояние или решить уравнение сохранения энергии с конвективными и радиационными граничными условиями [34, 35]. В качестве решения получаем трехмерную геометрию равновесного состояния или распределение температурных полей, размеры и форму изделия. Однако, при использовании этого метода сложно учесть влияние конвективного потока жидкого металла в ванне расплава, что ведет к завышению пиковой температуры и скорости охлаждения изделия. С помощью метода конечных разностей (МКР) можно решить уравнения сохранения массы, импульса и энергии [7, 36]. В качестве решения получаем пространственные распределение температур и скоростей, параметры затвердевания, а также форму и размеры наплавляемого валика. МКР учитывает влияние потока жидкого металла внутри ванны расплава и, следовательно, обеспечивает точное распределение температуры. Для упрощения расчетов зачастую свободную поверхность расплава считают плоской, что не соответствует реальности. Решить эту проблему можно применив метод функции уровня. С его помощью можно отслеживать

изменение свободной поверхности ванны расплава [37]. Решение представляет собой пространственное распределение температуры и скорости осаждения на свободной поверхности. Расчетная форма и размер валика хорошо согласуются с экспериментами, однако, расчеты с применением этого метода требуют больших вычислительных затрат, более того закон сохранения массы не выполняется. Учесть закон сохранения массы позволяет метод объема жидкости с использованием метода конечных разностей [38, 39]. Он позволяет также определять свободную поверхность сварочной ванны. На выходе можем получить трехмерное распределение температуры и скорости осаждения со свободной криволинейной поверхностью. Основная сложность – большие вычислительные затраты, поэтому целесообразным видится использование лагранжевого подхода. С помощью метода решетки Больцмана и произвольного лагранжево-эйлерового метода тело представляется в виде совокупности взаимодействующих частиц с дискретным временем и скоростью [40, 41]. Эти методы по своей структуре включают свободные граничные условия на поверхности. С их помощью можно учитывать поверхностное натяжение, смачивание и фазовые переходы, а также точно предсказать форму и размер наплавляемого валика. Кроме того, появляется возможность моделировать шероховатость поверхности и процессы сверления. Методы, основанные на лагранжевом подходе, хорошо поддаются массовым параллельным вычислениям. Еще одним таким методом является метод гидродинамики сглаженных частиц (SPH) [42, 43]. Применение метода SPH выглядит многообещающим. Этот метод высокопроизводителен, эффективен при организации параллельных вычислений и используется, в частности, в компьютерных симуляторах для моделирования течения жидкости со свободной поверхностью в реальном времени. Появляются первые работы по применению этого метода при моделировании сварочных процессов [42] или при моделировании аддитивных процессов в порошковом слое [43]. В то же время этот метод практически не упоминается в открытых источниках

информации для моделирования аддитивного производства на основе проволоки. Таким образом, для решения поставленной в главе 2 задачи будет использован метод гидродинамики сглаженных частиц.

Глава 4. Метод гидродинамики сглаженных частиц

Наряду с сеточными и конечно-элементными методами численного моделирования деформирования и разрушения конденсированных сред, существуют более эффективные и в некоторых случаях менее требовательные к вычислительным ресурсам бессеточные методы [44]. Одним из таких методов является метод гидродинамики сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics – SPH), предложенный независимо несколькими авторами в 1977 г. [45, 46] сначала для решения астрофизических задач и затем для задач механики сплошных сред [47, 48, 49].

Для бессеточных методов отсутствует необходимость определения узлов сетки или элементов, как обычно это делается, например, в конечно-элементом анализе. Вместо этого для представления некоторого тела требуется определенный набор точек, которые в гидродинамике сглаженных частиц (SPH) называют частицами или псевдочастицами. Гидродинамика сглаженных частиц является полностью лагранжевой моделью, позволяющей дискретизировать заданный набор уравнений механики сплошных сред путем интерполяции свойств непосредственно на дискретном множестве точек, распределенных по области решений без необходимости определения пространственной сетки. Лагранжева природа метода, связанная с отсутствием фиксированной сетки, является ее главным преимуществом. Трудности, связанные с течением среды и структурными проблемами вследствие наличия больших деформаций и свободной поверхности, разрешаются относительно естественным образом.

По своей сути метод гидродинамики сглаженных частиц не основан на дискретных частицах (сферах), сталкивающихся друг с другом при сжатии или проявляющих когезионно-подобный характер при растяжении, как может предположить слово «частица». Скорее всего, SPH можно отнести к более интуитивным методам дискретизации континуальных уравнений в

частных производных. В этом отношении гидродинамика сглаженных частиц очень похожа на метод конечных элементов. Но в отличие от последнего в методе SPH используется эволюционирующая схема интерполяции для аппроксимации переменной поля в любой точке тела. Величина переменной в интересующей точке тела может быть аппроксимирована суммированием вкладов из набора соседних частиц, вклад которых определяется некоторым функциональным ядром, играющим роль сглаживания полевых переменных на некотором характерном масштабе.

Метод SPH эффективен для применения к процессам с большими деформациями [50, 51]. Наиболее популярными приложениями метода являются разбрызгивание жидкостей, волновая динамика, баллистика, распыление (как при распылении краски), течение газа, фрагментация и разрушение. Существует много применений, для которых можно использовать как связанные эйлера-лагранжевые методы, так и метод SPH. Для многих связанных эйлера-лагранжевых подходов вызывает трудности наличие высокой пористости материала, и, следовательно, вычислительные усилия могут быть непомерно высокими. В этих случаях предпочтительным является метод SPH. Например, отслеживание динамики фрагментов от первичного воздействия до возникновения вторичного воздействия может быть очень ресурсоемким в связанном эйлера-лагранжевом анализе, а в SPH это происходит без дополнительных затрат. Эффективность применения методов SPH хорошо подтверждена в задачах ударных воздействий и разрушения. Одними из первых исследований, посвященных применению SPH для моделирования высокоскоростного динамического воздействия, были исследования, проведенные Джонсоном, Стриком и Бейселем [47], Хайхерстом и Клеггом [52]; последними авторами метод был внедрен в коммерческий пакет прикладных программ динамического моделирования AUTODYN-2D. Современные пакеты прикладных программ, среди которых можно отметить ABAQUS/Explicit [51, 53, 54] и ANSYS/LSDYNA [55, 56] позволяют проводить численное моделирование динамических процессов с

применением метода сглаженных частиц (SPH), в том числе в связанной постановке, когда тела представлены различными разнородными средами, одни из которых моделируются конечно-элементным подходом, а другие методом частиц [57].

Для жидкостей применение метода достаточно широко представлено в литературе [44, 50, 58] Следует отметить, что приложение метода к механике твёрдых тел остаётся относительно неисследованной областью, но в последнее время наблюдается интенсивный рост работ в области обработки металлов [59-65] и процессов плавления/кристаллизации [66-73]. Исследователи часто обходятся классическими изотропными моделями пластичности Мизеса [74-77] и Джонсона-Кука [62, 64, 65, 78], которые хорошо зарекомендовали себя для динамических и ударных нагружений. Но остаются открытыми вопросы описания (с использованием метода SPH) анизотропии физико-механических свойств металлов и сплавов при термомеханическом воздействии, плавлении и кристаллизации. При численном моделировании термомеханической обработки металлов и сплавов актуальными являются задачи по исследованию неустойчивостей, которые могут появляться как в жидкой, так и в твердой фазах [79-82].

4.1. Теория метода SPH

Суть метода гидродинамики сглаженных частиц заключается в аппроксимации полевых переменных $\{\rho, \mathbf{u}, T\}$ в системе (2.1). Переход от континуального представления среды к дискретному предполагает, что вместо непрерывной функции $f(\mathbf{r})$, характеризующей какую-либо полевую переменную, вводится ее дискретный аналог f_i . Кусочно-постоянная величина f_i определяется для каждой частицы i как сумма N величин f_j из частиц окружения j в пределах заданной дистанции h :

$$f_i = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f_j}{\rho_j} W(\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|, h) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f_j}{\rho_j} W_{ij}^h, \quad (3.1)$$

где m_j – масса частицы, ρ_j – плотность частицы, W – сглаживающая функция (ядро). Здесь и далее используются эквивалентные обозначения $W(\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|, h) \equiv W(r_{ij}, h) \equiv W_{ij}^h$, где $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j = \mathbf{r}_{ij}$ и $r_{ij} = \|\mathbf{r}_{ij}\|$. Формально, суммирование в выражение (3.1) производится только по частицам внутри некоторой области, для которой $\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\| < h$, где h – параметр дискретизации метода SPH (радиус сглаживания).

Преимуществом метода SPH в таком представлении является то, что производные по координатам не отражаются на массах частиц m_j и значениях полевых величин f_j , а дифференцирование происходит только по весовым функциям W_{ij} . Функция ядра зависит от расстояния между частицами и радиусом сглаживания h . При этом градиент некоторой величины можно представить в следующем виде:

$$\nabla f_i = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f_j}{\rho_j} \nabla_j W_{ij}^h = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f_j}{\rho_j} \nabla_j W_{ij}^h. \quad (3.2)$$

Функция-ядро W представляет собой аппроксимацию δ -функции Дирака. Далее рассмотрим свойства функции W . На ядро накладывается ограничение компактности (нормировки):

$$\int W(\mathbf{r}, h) d\mathbf{r} = 1. \quad (3.3)$$

Стоит отметить, что при $h \rightarrow 0$ ядро превращается в δ -функцию:

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{r}, h) = \delta(\mathbf{r}). \quad (3.4)$$

Свойство радиальной симметрии функции W позволяет перейти от градиента к ее производной в следующем виде:

$$\nabla_j W_{ij}^h = \frac{\partial W}{\partial r} \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|} = \frac{\partial W}{\partial r} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}}. \quad (3.5)$$

Из свойства (3.5) вытекает антисимметричность градиента $\nabla_j W_{ij} = -\nabla_j W_{ji}$. Легко также заметить, что выражение для плотности частиц получается усреднением масс по весовым функциям:

$$\rho_i = \sum_{j=1}^N m_j W_{ij}^h. \quad (3.6)$$

Следует отметить, что выражение (3.6) подразумевает некоторую среднюю массу в области радиуса $\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\| < h$. Тогда как для остальных полевых величин осреднение будет взвешенным.

4.2. Пространственная дискретизация с применением метода SPH

Применяя дискретизацию метода сглаженных частиц к системе (2.1), получим выражения для i -ой частицы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\rho_i}{dt} = -\sum_{j=1}^N m_j \mathbf{u}_{ij} \cdot \nabla_j W_{ij}^h, \\ \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = \frac{1}{m_i} [\mathbf{F}_{p,i} + \mathbf{F}_{v,i} + \mathbf{F}_{s,i} + \mathbf{F}_{\nu,i}] + \mathbf{g}_i, \\ \frac{dT_i}{dt} = -\frac{1}{c_i \rho_i} [-(\nabla \cdot \mathbf{q})_i + s_{src,i} - s_{\nu,i} - s_{env,i} - s_{rad,i}], \end{array} \right. \quad (3.7)$$

где $\mathbf{F}_{p,i}$ — сила давления, $\mathbf{F}_{v,i}$ — вязкая сила, $\mathbf{F}_{s,i}$ — сила поверхностного натяжения, $\mathbf{F}_{\nu,i}$ — сила давления паров. Действие на частицу i является результатом суммирования всех вкладов межчастичного взаимодействия с

соседними частицами j . Вязкие силы и силы давления в уравнении импульса (4.7) дискретизируются в соответствии с формулировкой, предложенной Адами и др [83, 84]:

$$\mathbf{F}_{p,i} + \mathbf{F}_{v,i} = \sum_j (V_i^2 + V_j^2) \left[-\frac{\rho_j p_i + \rho_i p_j}{\rho_i + \rho_j} \frac{\partial W}{\partial r_{ij}} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}} + \frac{2\eta_i \eta_j}{\eta_i + \eta_j} \frac{\mathbf{u}_{ij}}{r_{ij}} \frac{\partial W}{\partial r_{ij}} \right]. \quad (3.8)$$

Для дискретизации поверхностных сил сначала необходимо определить поверхность. В формализме SPH для этого вводят функцию уровня c , которая тождественно равна единице для каждой частицы жидкой фазы. Тогда, вычисляя градиент этой функции, можем определить нормаль к поверхности:

$$\nabla c_i = \frac{1}{V_i} \sum_j (V_i^2 + V_j^2) \frac{\rho_i}{\rho_i + \rho_j} c_j \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}}, \quad \mathbf{n}_i = \frac{\nabla c_i}{\|\nabla c_i\|}. \quad (3.9)$$

Силу поверхностного натяжения можно разделить на два слагаемых: $\mathbf{F}_{s,i} = \mathbf{F}_{sk,i} + \mathbf{F}_{sm,i}$. Первое слагаемое представляет собой пропорциональные кривизне нормальные силы поверхностного натяжения, а второе представляет собой тангенциальные силы Марангони, обусловленные градиентам поверхностного натяжения. Первое слагаемое имеет вид:

$$\mathbf{F}_{sk,i} = -V_i \alpha_i \kappa_i \mathbf{n}_i = -V_i \alpha_i \left(-\frac{\nabla \mathbf{n}_i}{\|\mathbf{n}_i\|} \right) \mathbf{n}_i = V_i \alpha_i \nabla^2 c_i \frac{\mathbf{n}_i}{\|\mathbf{n}_i\|}. \quad (3.10)$$

Второе слагаемое примет следующий вид:

$$\mathbf{F}_{sm,i} = \alpha_i' V_i (\mathbf{I} - \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i) \sum_j V_j (T_j - T_i) \frac{\partial W}{\partial r_{ij}} \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}}, \quad (3.11)$$

где \mathbf{I} – единичный тензор, α_i' – производная коэффициента поверхностного натяжения по температуре.

Дискретный аналог силы давления паров будет выглядеть:

$$\mathbf{F}_{v,i} = -V_i p_{v,i} \mathbf{n}_i. \quad (3.12)$$

Дивергенция плотности теплового потока примет вид [85]:

$$(\nabla \cdot \mathbf{q})_i = \sum_j 4 \frac{m_j}{\rho_j} \frac{k_i k_j}{(k_i + k_j)} (T_j - T_i) \frac{1}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}}. \quad (3.13)$$

4.3. Схема интегрирования по времени

При интегрировании получаемых дифференциальных уравнений для вязких течений временной шаг ограничен вязкой составляющей, в отличие от известного условия Куранта, как, например, в сеточных методах. Для стабильного численного моделирования шаг по времени должен удовлетворять следующим условиям [86]:

- условие Куранта:

$$\Delta t \leq 0,25h / |\mathbf{u}|_{\max}, \quad (3.14)$$

- условие, возникающие при учете диффузии:

$$\Delta t \leq 0,25h / \left| \frac{\mu}{\rho} \right|_{\max}, \quad (3.15)$$

- условие, возникающее при учете поверхностного натяжения:

$$\Delta t \leq 0.25 \min \left(\frac{\rho_{\min} h^3}{2\pi\alpha} \right)^{1/2}, \quad (3.16)$$

- условие, возникающее при учете термокапиллярной диффузии:

$$\Delta t \leq 0.125 \frac{\rho |\mathbf{u}_{\text{sound}}| h^2}{\lambda}. \quad (3.17)$$

Для численного решения системы уравнений (8) использование классических явных схем интегрирования (например, схемы Верле) в методе SPH представляется невозможным, поскольку силы вычисляются по скоростям, определенным в полшаге по времени. Эта ситуация может быть улучшена путем вычисления экстраполированных на полный шаг скоростей частиц:

$$\tilde{\mathbf{u}}_i(t + \Delta t) = \mathbf{v}_i(t) + \Delta t \frac{d\mathbf{u}_i}{dt}. \quad (3.18)$$

Добавляя интегрирование уравнений для локальной плотности и внутренней энергии, запишем полную схему Верле с учетом экстраполяции (3.18) следующим образом:

$$1a) \mathbf{u}_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) = \mathbf{u}_i(t) + \frac{\Delta t}{2} \frac{d\mathbf{u}_i(t)}{dt};$$

$$1б) \tilde{\mathbf{u}}_i(t + \Delta t) = \mathbf{v}_i(t) + \Delta t \frac{d\mathbf{u}_i(t)}{dt};$$

$$1в) \rho_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) = \rho_i(t) + \frac{\Delta t}{2} \frac{d\rho_i(t)}{dt};$$

$$1г) T_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) = T_i(t) + \frac{\Delta t}{2} \frac{dT_i(t)}{dt};$$

$$1д) \mathbf{r}_i(t + \Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + \Delta t \mathbf{u}_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right);$$

$$2) \text{ определение правых частей } \frac{d\mathbf{u}_i(t + \Delta t)}{dt}, \frac{d\rho_i(t + \Delta t)}{dt}, \frac{dT_i(t + \Delta t)}{dt} \text{ в}$$

конце шага по времени;

$$3a) \rho_i(t + \Delta t) = \rho_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) + \frac{\Delta t}{2} \frac{d\rho_i}{dt}(t + \Delta t);$$

$$3б) T_i(t + \Delta t) = T_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) + \frac{\Delta t}{2} \frac{dT_i}{dt}(t + \Delta t);$$

$$3в) \mathbf{u}_i(t + \Delta t) = \mathbf{u}_i\left(t + \frac{1}{2}\Delta t\right) + \frac{\Delta t}{2} \frac{d\mathbf{u}_i}{dt}(t + \Delta t).$$

Разделение эволюции во времени для плотности и энергии на два отдельных шага аналогично интегрированию скорости \mathbf{v} дает существенные преимущества по отношению к простой схеме Эйлера для ρ и T , которая в свою очередь, как известно, приводит к нарушению балансовых уравнений.

Глава 5. Верификация работы модели

5.1. Верификация параметра силы поверхностного натяжения

Для определения зависимости модельного параметра поверхностного натяжения α от физического параметра поверхностного натяжения σ был использован сталагмометрический метод. Этот метод основан на предположении, что в момент отрыва капли сила тяжести, действующая на нее, равна силе поверхностного натяжения, приложенного к наиболее узкой части капли (рис. 5.1):

$$\sigma = \frac{mg}{\pi d}, \quad (4.1)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, m – масса капли, g – проекция ускорения свободного падения, d – диаметр наиболее узкой части капли.

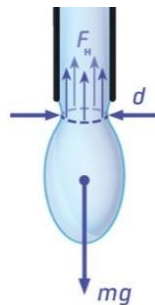


Рис. 5.1. Иллюстрация сталагмометрического метода

Было выявлено, что α зависит не только от σ , но и от размера частиц. Таким образом, была предложена численная процедура по определению необходимого параметра α . По заданной геометрии (рис. 2) определяем диаметр проволоки d при известной плотности материала и размере сетки определяем массу одной частицы и массу всей капли m . Зная коэффициент поверхностного натяжения σ , определим, при каком ускорении свободного падения капля должна оторваться от проволоки: $g = \sigma \pi d / m$. После чего, последовательно запуская расчет при разных α и используя простейший метод нахождения решения (метод деления отрезка пополам), мы можем определить этот параметр с заданной наперед точностью.

5.1. Верификация параметра силы Марангони

Для идентификации параметра для силы Марангони был проведен следующий численный эксперимент. Капля радиусом $r = 2$ мм, находится в вакууме, поверхность капли теплоизолирована, на каплю сверху действует поверхностный источник тепла мощностью 100 Вт, распределенный по нормальному закону с радиусом 1 мм. Под действием силы Марангони верхний слой частиц начинает двигаться от в сторону антиградиента температуры, частицы из центра капли начинают подниматься на поверхность, чтобы уравновесить локальное уменьшение плотности, частицы тем временем двигаются по поверхности от горячего «полюса» к холодному. На холодном «полюсе» возникает избыток частиц, повышается локальная плотность, частицы начинают проникать под поверхность капли. В результате устанавливается устойчивое течение. Таким образом, можно подобрать такой параметр α , который будет обеспечивать минимальную невязку по скорости частиц в центре капли. Сравнить численное решение метода SPH будем с численным решением метода МКЭ (в пакете программ Comsol). Идентификация параметра α осуществлялась для двух металлов: стали и титана. Параметры для стали и для титана были взяты из справочников. Параметр $\frac{\partial \sigma}{\partial T}$ для стали равен $-0.89 \cdot 10^{-3}$, а для титана $-0.43 \cdot 10^{-3}$. Ниже приведена расчетная область при расчете методом SPH (рис. 5.2).

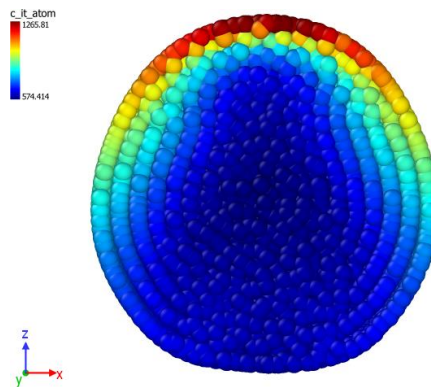


Рис. 5.2. Визуализация расчетной области

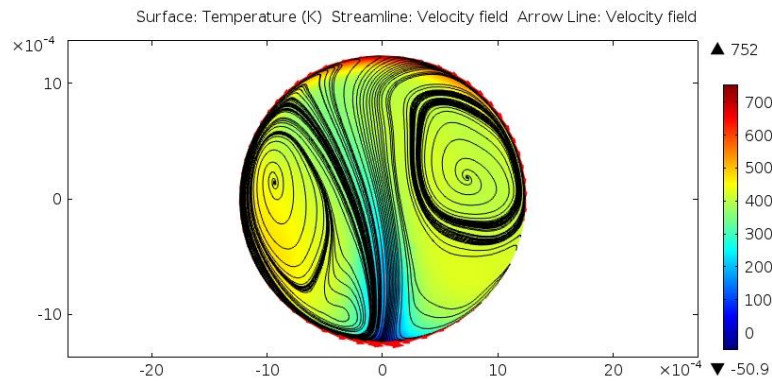


Рис. 5.3. Визуализация расчетной области с выделенными полями скорости для стали

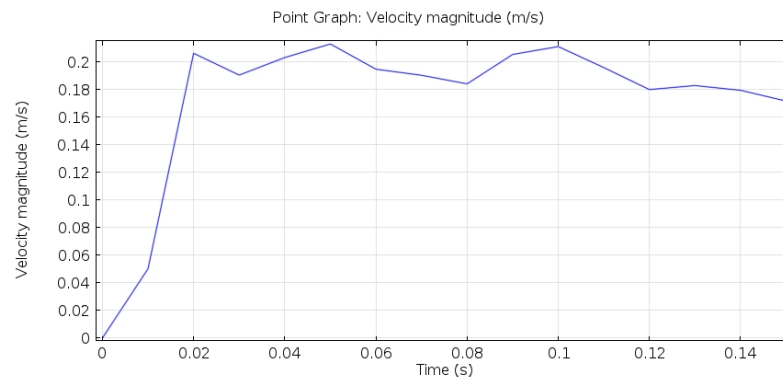


Рис. 5.4. Зависимость скорости потока жидкости в центре расчетной области от времени для стали

При тех же параметрах для стали задача была решена методом SPH. Скорость частиц в центре расчетной области совпала с рассчитанной методом МКЭ с допустимой погрешностью ~10-15%.

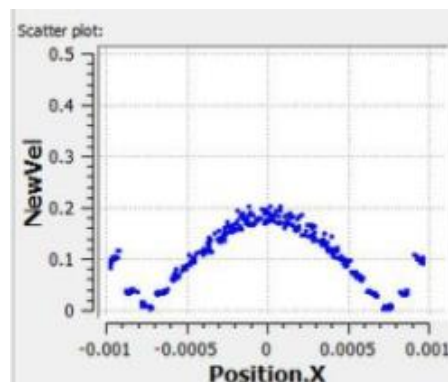


Рис. 5.5. Зависимость скорости частицы от координаты вдоль оси Ox при $t = 0.15$ с для стали

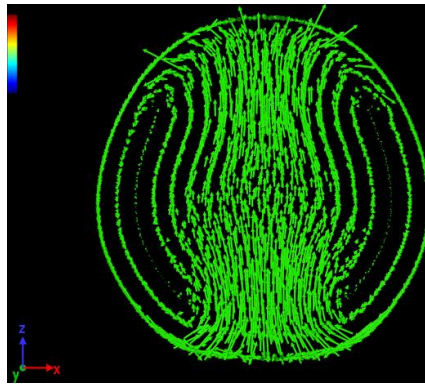


Рис. 5.6. Поле скоростей при $t = 0.15$ с для стали

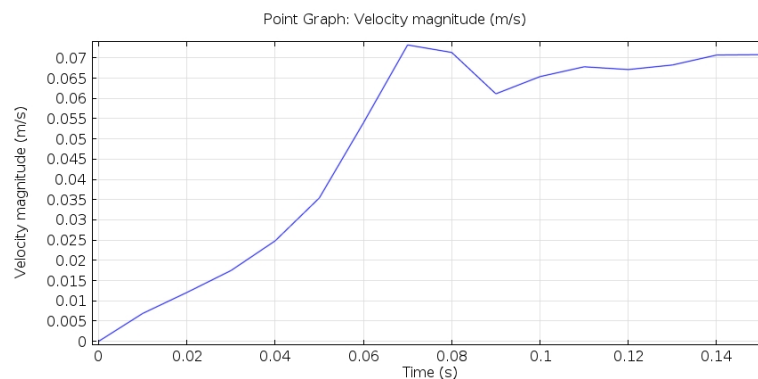


Рис. 5.7. Зависимость скорости потока жидкости в центре расчетной области от времени для титана

Такая же задача была решена методом МКЭ и SPH для титана. Скорость частиц в центре расчетной области совпала с рассчитанной методом МКЭ с допустимой погрешностью $\sim 10\text{-}15\%$.

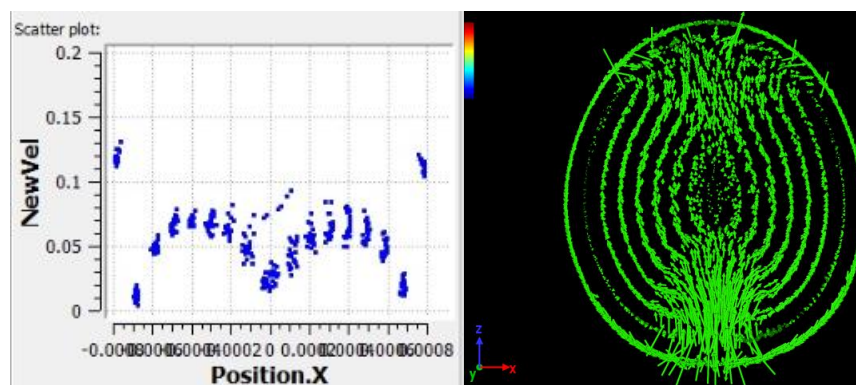


Рис. 5.8. Зависимость скорости частицы от координаты вдоль оси Ox при $t = 0.15$ с для титана (слева) и поле скоростей при $t = 0.15$ с для титана (справа)

5.3. Верификация работы моделирования процессов давления паров и потери тепла на испарение

Также были проведены эксперименты по изучению влияния различных механизмов, таких как: потеря тепла на испарение, давление паров и сила Марангони на поведение подложки при нагреве. Для этого проводилось моделирование процесса нагрева стальной подложки со следующими параметрами (табл. 1). Подложка представляла собой кубик размерами 5 мм x 5 мм x 5 мм. Параметр дискретизации выбран равным $h = 0.1$ мм, мощность источника тепла 300 Вт. Сначала было смоделировано поведение системы без потери тепла на испарение, давления паров и силы Марангони (рис. 5.9 (а)). Далее эти механизмы поочередно включались (рис. 5.9).

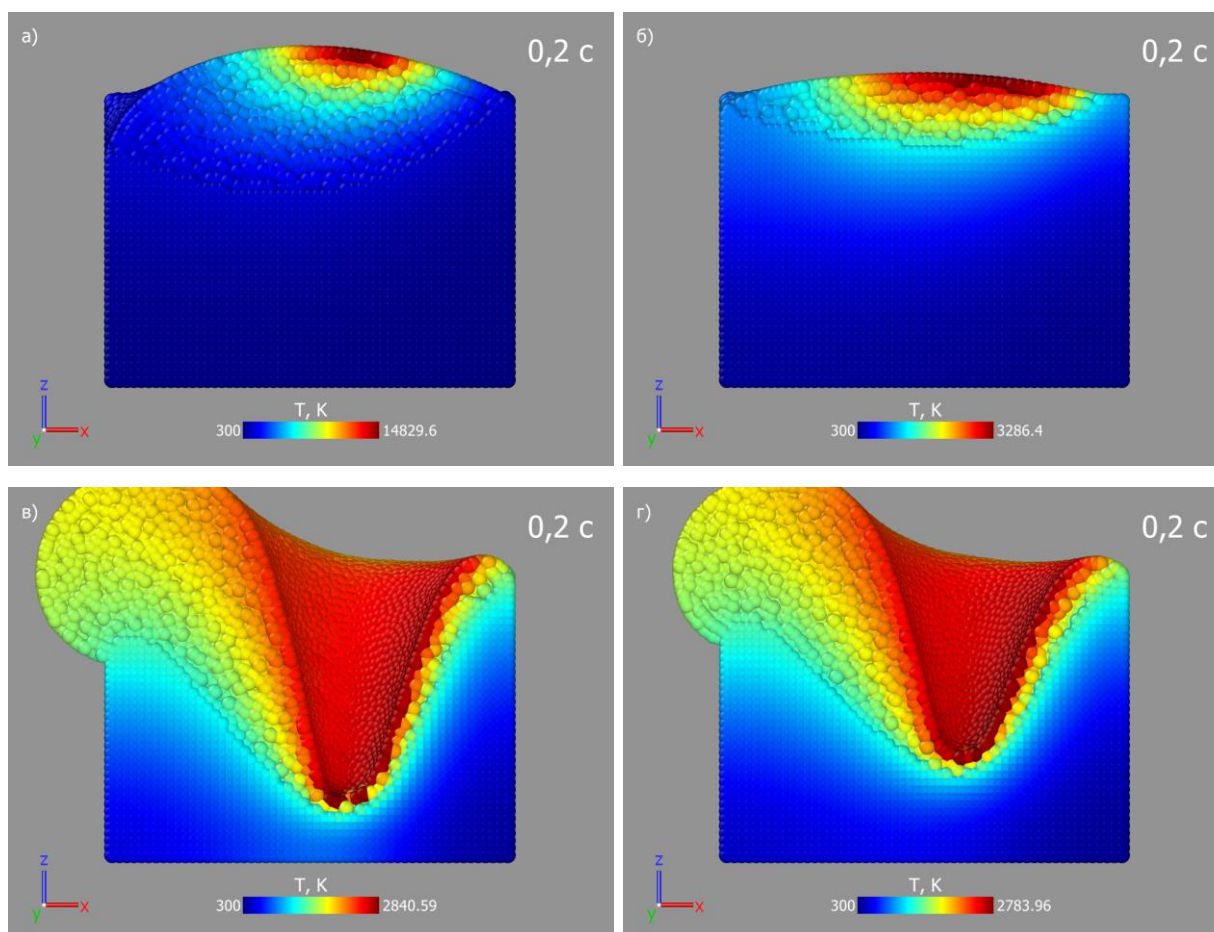


Рис. 5.9. Визуализация расчетной области при различных действующих физических механизмах: а) поверхностное натяжение; б) поверхностное натяжение и потеря тепла на испарение; в) поверхностное натяжение и давление паров; г) все вышеперечисленные механизмы

С применением вышеперечисленных механизмов удалось добиться качественного изменения поведения математической модели. Появилась возможность моделировать образование «замочной скважины» и исследовать ее эволюцию. Более того пиковые температуры снизились с 14829 К до 2783 К, что соответствует температуре испарения стали. Таким образом было показано, что учет вышеперечисленных механизмов является основополагающим для моделирования процессов аддитивного производства.

В заключении была проведена серия экспериментов по моделированию наплавки проволоки на подложку с выключенными механизмами потери тепла на испарение и давления паров и с включенными. В качестве моделируемого материала была выбрана сталь. Теплофизические характеристики представлены в таблице 1.

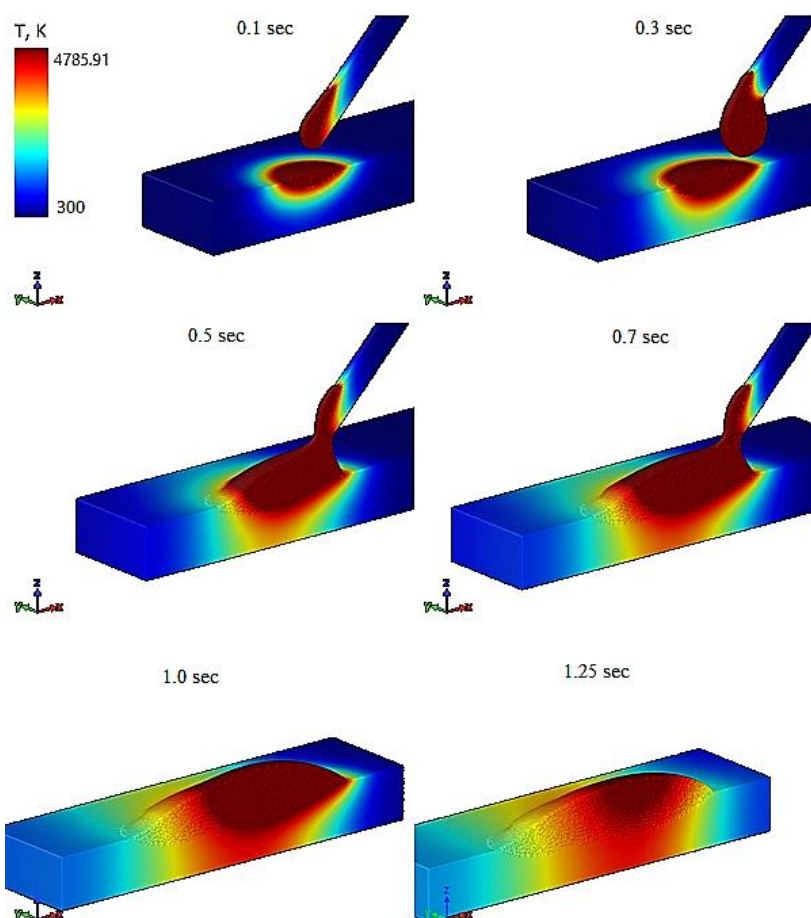


Рис. 5.10. Визуализация процесса наплавки проволоки на подложку без учета потерь тепла на испарение и давления паров

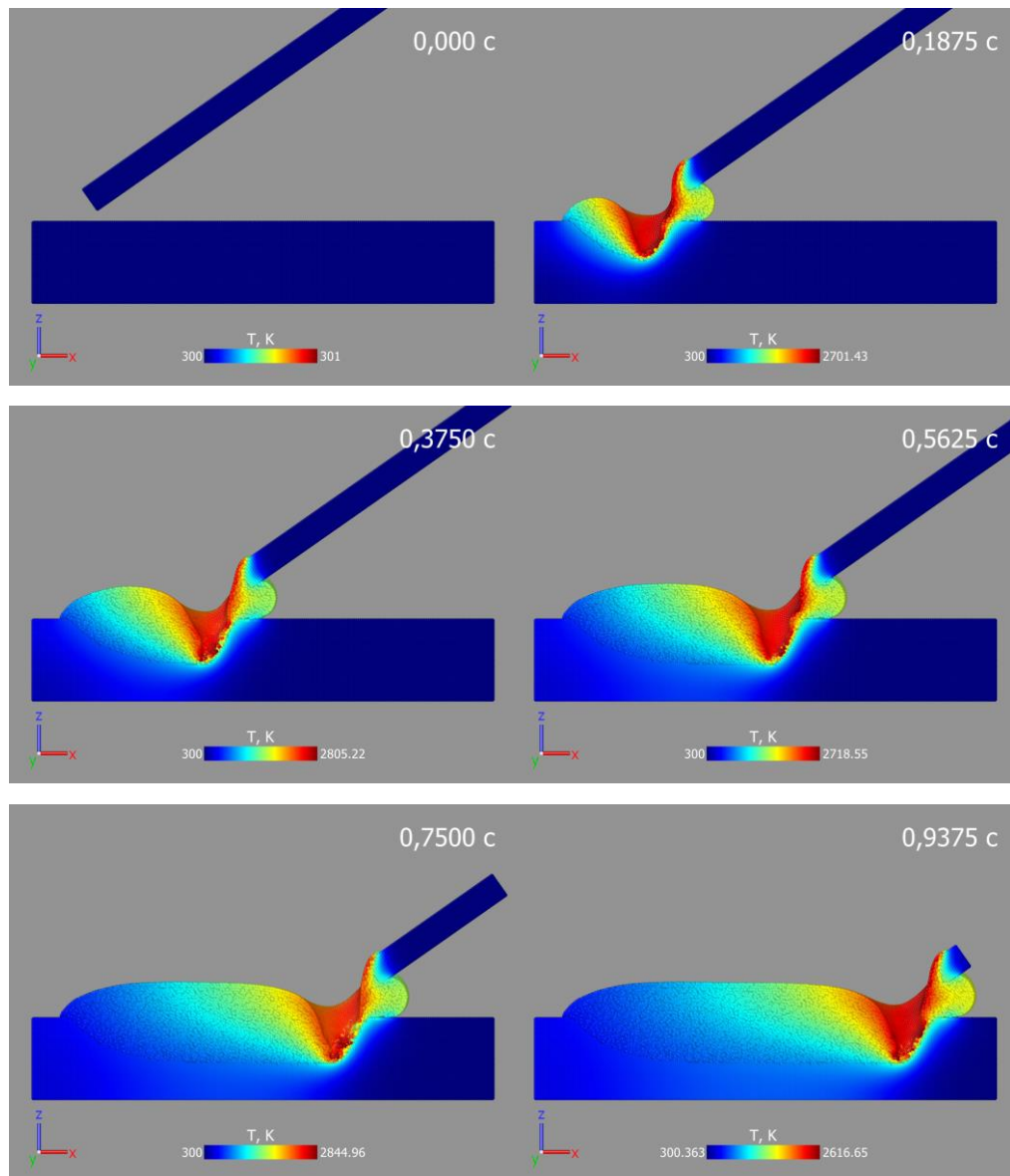


Рис. 5.11. Визуализация процесса наплавки проволоки на подложку с учетом давления паров и потерь тепла на испарение

Из проведенных экспериментов видно, что учет давления паров, потери тепла на испарение и эффекта Марангони ведет к качественному изменению поведения системы. Снижаются пиковые температуры, уменьшается зона проплавления подложки, что ведет к увеличению высоты наплавляемого валика и уменьшению его толщины. Также видно образование «замочной скважины».

Глава 6. Моделирование процесса наплавки проволоки

С помощью разработанной математической модели была проведена серия численных экспериментов по определению зависимости геометрических характеристик получаемых валиков от мощности источников тепла и от направления действия источников тепла (по ходу движения проволоки и перпендикулярно движению проволоки) для вертикально подаваемой проволоки с двумя симметрично действующими источниками. В качестве моделируемого материала была выбрана сталь (табл. 1).

Таблица 1 – Принятые при расчете теплофизические характеристики стали

| Характеристика | Обозначение | Размерность | Значение |
|--|---|--|----------|
| Температура ликвидус | T_L | $^{\circ}\text{C}$ | 1480 |
| Температура солидус | T_S | $^{\circ}\text{C}$ | 1450 |
| Удельная теплоемкость | C | $\text{Дж}\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ | 450 |
| Плотность | ρ | $\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$ | 7890 |
| Теплопроводность | λ | $\text{Вт}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ | 42 |
| Скрытая теплота плавления | H_f | $\text{Дж}/\text{кг}$ | 82000 |
| Динамическая вязкость | μ | $\text{Па}\cdot\text{с}$ | 0.001 |
| Коэффициент поверхностного натяжения | σ | $\text{Н}\cdot\text{м}^{-1}$ | 1.63 |
| Температурный коэффициент поверхностного натяжения | $\gamma = \frac{\partial \sigma}{\partial T}$ | $\text{Н}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ | -0.00028 |

С целью достижения оптимальной производительности были выбраны следующие геометрические характеристики моделируемой системы (табл. 2).

Таблица 2 – Геометрические характеристики системы

| Характеристика | Значение |
|--|------------------------|
| Размер подложки | 10 мм x 20 мм x 3,5 мм |
| Диаметр проволоки | 1,2 мм |
| Скорость подачи проволоки | 30 мм/с |
| Скорость движения подложки | 15 мм/с |
| Диаметр источника тепла | 1,5 мм |
| Азимутальный угол действия источника тепла | 45° |
| Длина проволоки | 30 мм |

Ниже приведены результаты численного моделирования процесса оплавления вертикально подаваемой проволоки дугой в вакууме с двумя симметрично действующими источниками, расположенными по ходу

движения проволоки, разной мощности: 250 Вт (рис. 6.1), 300 Вт (рис. 6.2), 350 Вт (рис. 6.3) и перпендикулярно движению проволоки с мощностью 350 Вт (рис. 6.4). Для ускорения расчетов были выбраны следующие параметры численного моделирования (табл. 3).

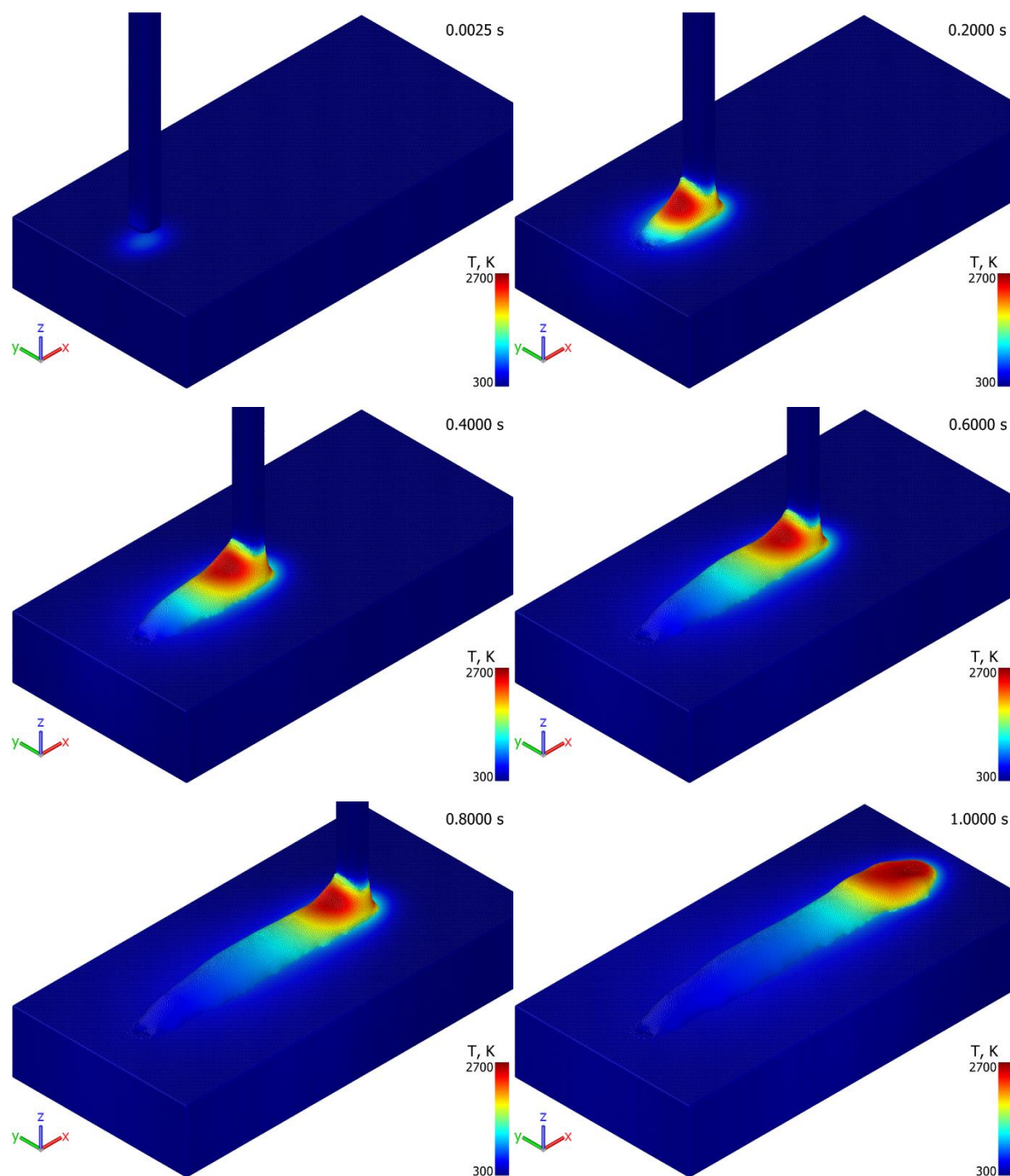


Рис. 6.1. Визуализация процесса оплавления вертикально подаваемой проволоки дугой в вакууме с двумя симметрично действующими источниками мощностью 250 Вт

Таблица 3 – Параметры численного моделирования

| Характеристика | Значение |
|------------------------|----------------------------------|
| Параметр дискретизации | $h = 0,1 \text{ мм}$ |
| Шаг по времени | $dt = 5 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ |
| Количество шагов | 210000 |
| Физическое время | 1,1 с |

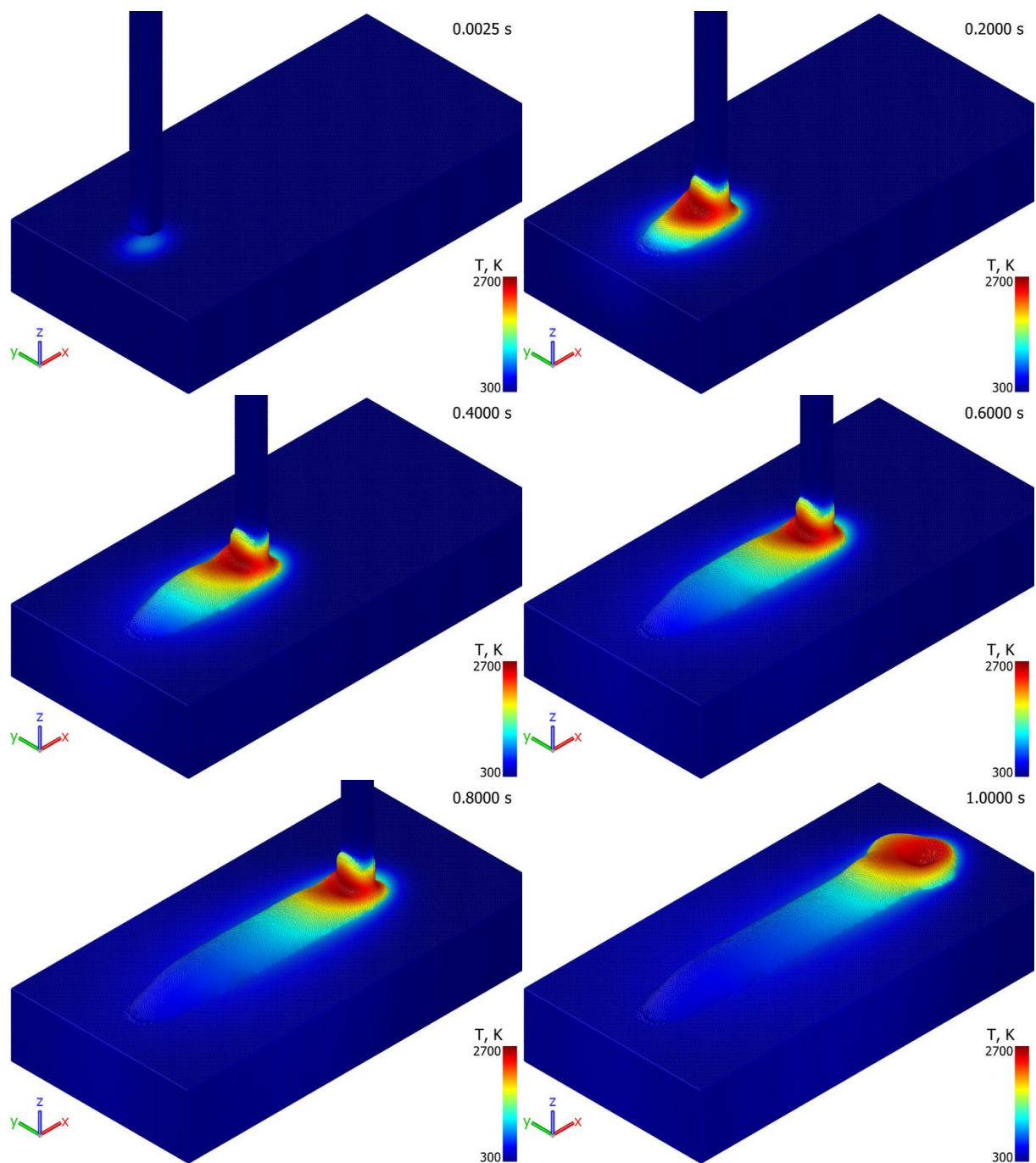


Рис. 6.2. Визуализация процесса оплавления вертикально подаваемой проволоки дугой в вакууме с двумя симметрично действующими источниками мощностью 300 Вт

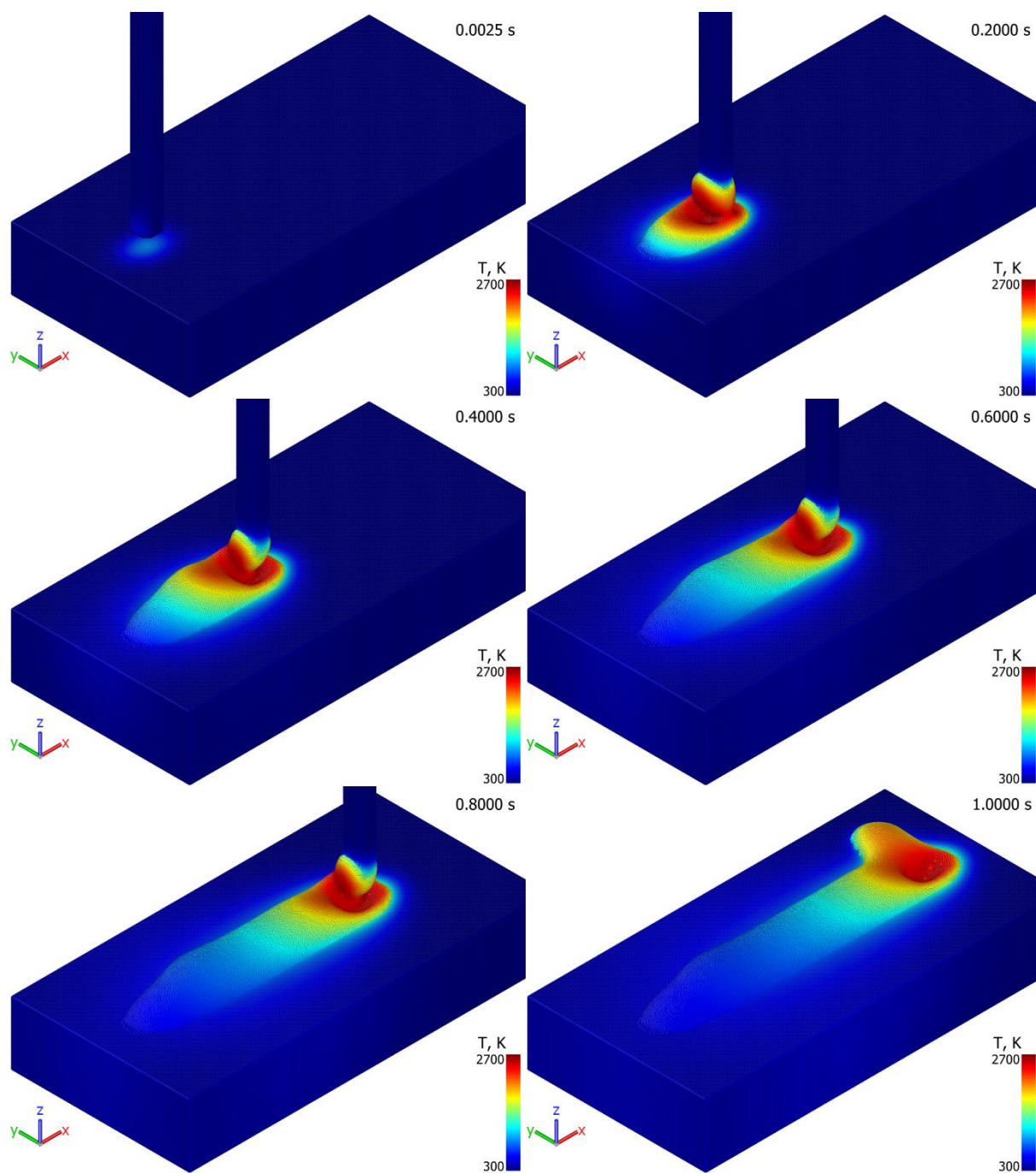


Рис. 6.3. Визуализация процесса оплавления вертикально подаваемой проволоки дугой в вакууме с двумя симметрично действующими источниками мощностью 350 Вт

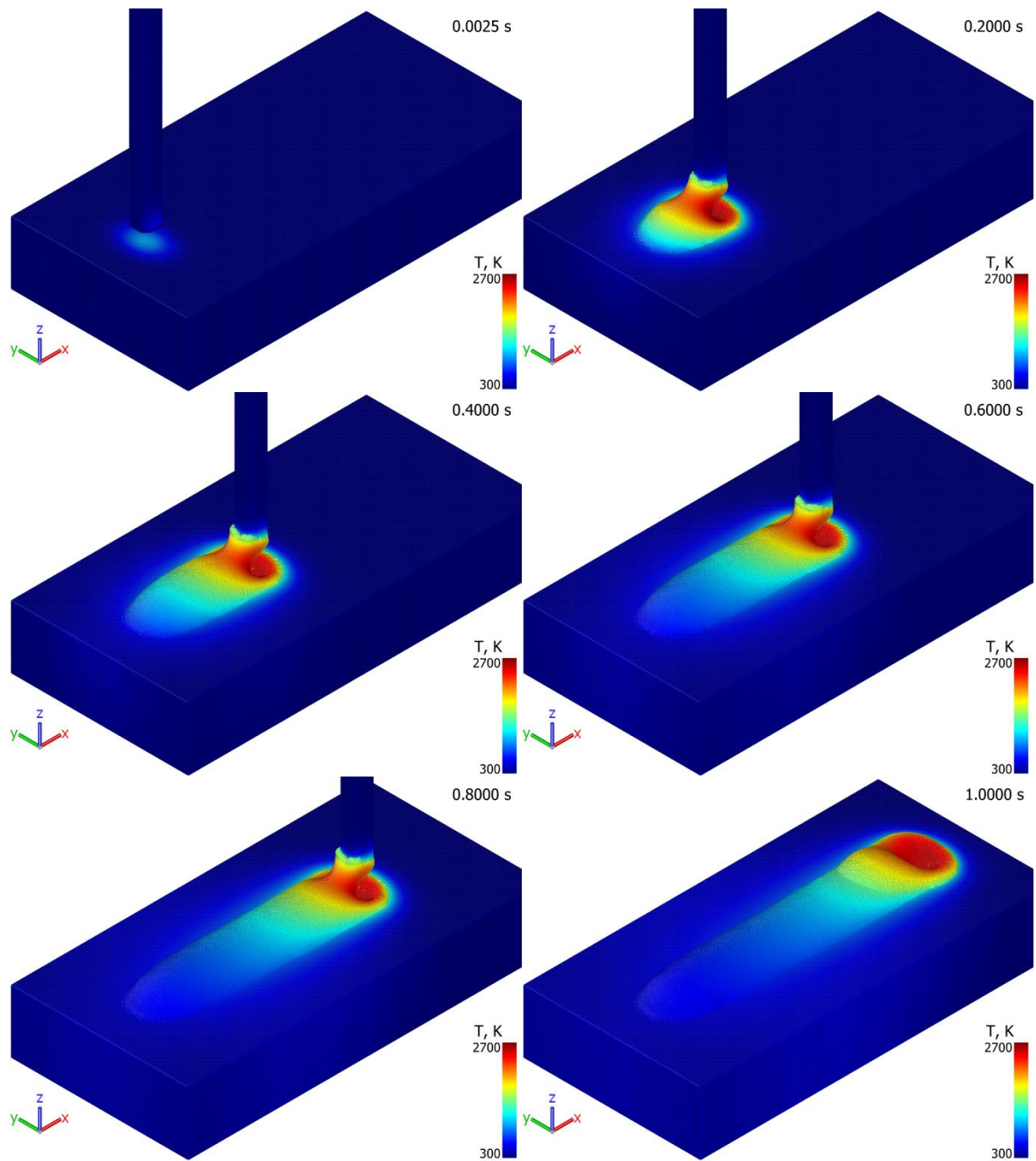


Рис. 6.4. Визуализация процесса оплавления вертикально подаваемой проволоки дугой в вакууме с двумя симметрично действующими источниками мощностью 350 Вт перпендикулярным движению подложки

Ниже проведен анализ геометрических характеристик наплавленных валиков (рис. 6.5).

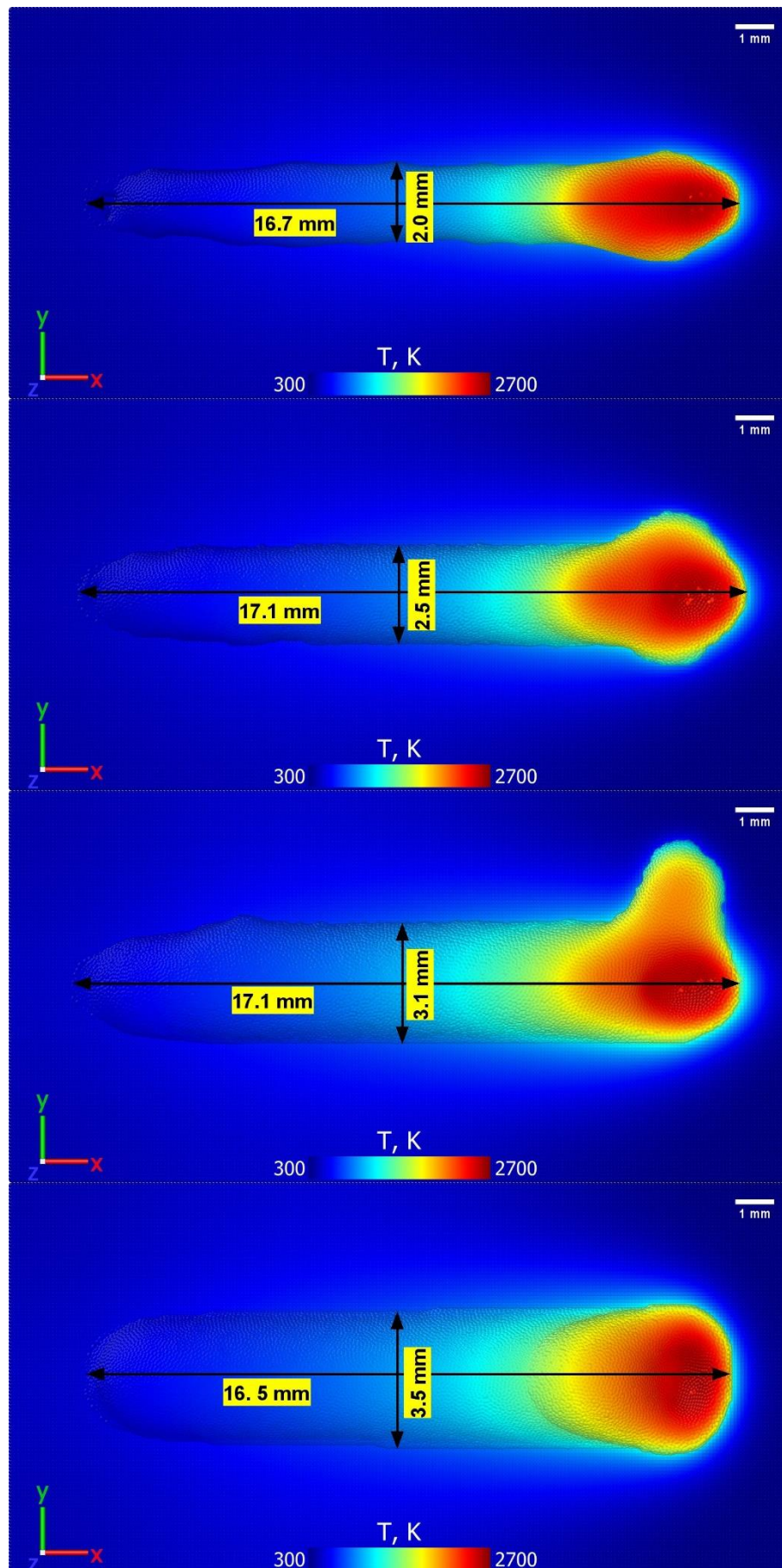


Рис. 6.5. Геометрические характеристики валиков после наплавления

Для анализа зоны проплавления при наплавке вертикальной проволоки было проведено сравнение поперечного сечения при $x = 10$ мм и $t = 1$ с (рис. 6.6).

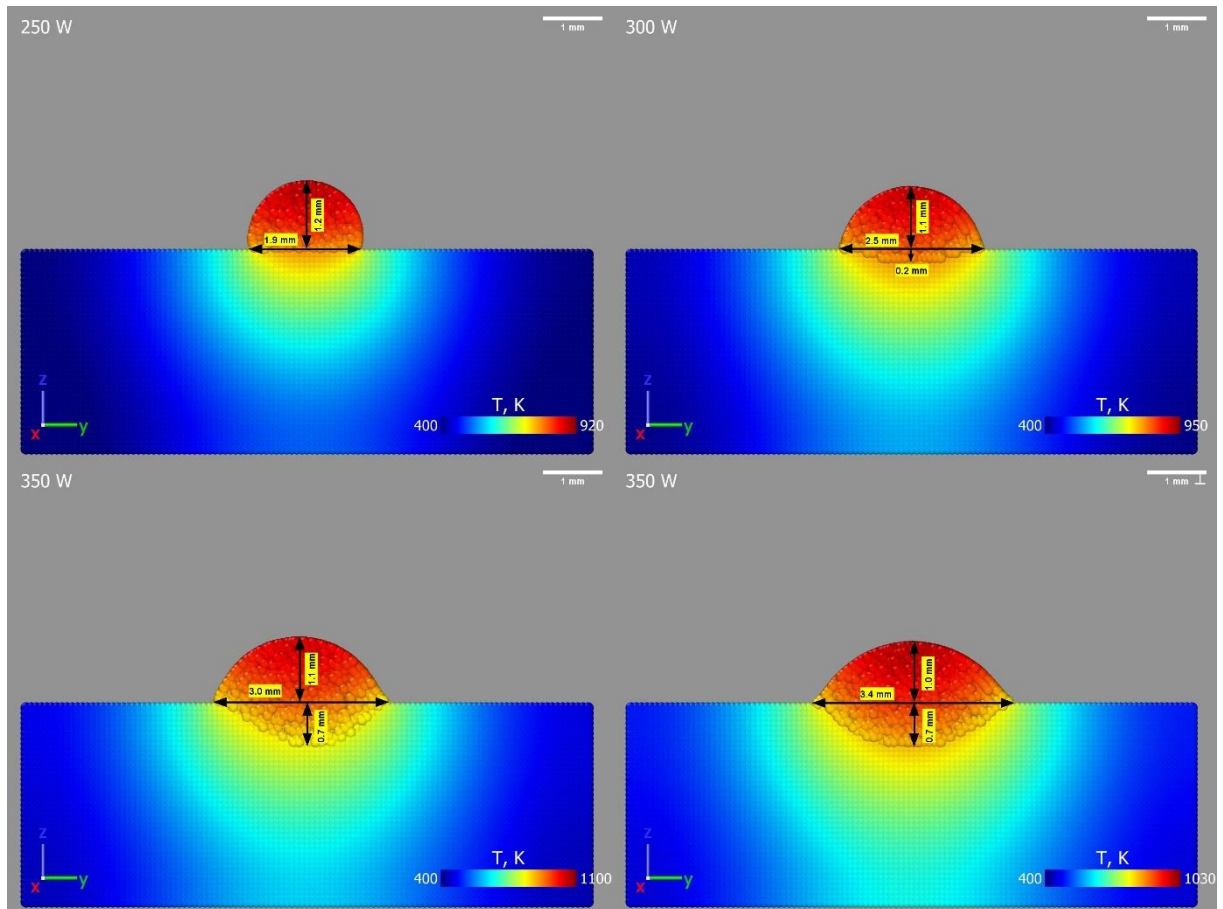


Рис. 6.6. Геометрические характеристики зон проплавления

Проведенные исследования показывают, что использование вертикальной подачи проволоки с несколькими полыми катодами, расположенными радиально относительно оси подачи присадочной проволоки и симметрично вокруг оси подаваемой присадочной проволоки, обеспечивает стабильность качества вне зависимости от направления наплавки, равномерный прогрев с отсутствием затененных участков и гибкое управление тепловложением в металл.

Заключение

В ходе работы разработана, численно реализована и исследована математическая модель, описывающая тепломассоперенос в процессе аддитивного формирования изделий оплавлением проволочного материала электронным лучом с несимметричной и вертикальной подачей проволоки.

Разработанная модель включает:

1. нестационарное уравнение переноса тепловой энергии с учетом конвективного вклада, выделения теплоты фазовых переходов, переменных свойств материалов (плотность, теплопроводность);
2. учитывается использование предварительного и сопутствующего индукционного подогрева посредством изменения начальной температуры, и задания дополнительного распределенного объемного теплового источника;
3. нестационарное уравнение движения вязкой среды (Навье–Стокса) в ламинарном приближении с учётом эффекта Марангони на поверхности расплава;
4. тепловые и гидродинамические граничные условия, учитывающие наличие свободной деформируемой границы раздела «металл-окружающая среда».

Проведен обзор литературы, связанной с аддитивными технологиями (п. 1.1), оценкой влияния тепломассопереноса на форму сварочной ванны (п. 1.2), способами моделирования процессов аддитивного производства (глава 3), методом гидродинамики сглаженных частиц (глава 4).

На основе предложенной модели проведен ряд численных экспериментов в первую очередь, направленных на верификацию работы реализованной модели (глава 5). Проведена верификация параметров силы поверхностного натяжения (п. 5.1) и силы Марангони (п. 5.2). Отдельно было исследовано действие силы давления паров и потери тепла на испарения при моделировании процессов аддитивного производства (п. 5.3). Выявлено, что

вышеперечисленные механизмы играют решающую роль при моделировании процесса наплавки проволоки и качественно влияют на результаты моделирования.

Также с помощью разработанной модели была проведена серия численных экспериментов по определению зависимости геометрических характеристик получаемых валиков от мощности источников тепла и от направления действия источников тепла (по ходу движения проволоки и перпендикулярно движению проволоки) для вертикально подаваемой проволоки с двумя симметрично действующими источниками (глава 6). Проведенные исследования показывают, что использование вертикальной подачи проволоки обеспечивает стабильность качества вне зависимости от направления наплавки, равномерный прогрев с отсутствием затененных участков и гибкое управление тепловложением в металл. Выявлено, что перпендикулярное направление источников тепла относительно движения проволоки исключает появление дефектов наплавки.

Список литературы

1. Гибсон Я., Розен Д., Стакер Б. Технологии аддитивного производства. Перевод с английского под ред. д.ф.-м.н, профессора И.В. Шишковского. - Москва: Техносфера, 2018. – 648 с.
2. Lorenz K.A., Jones J.B., Wimpenny D.I., Jackson M.R. A review of hybrid manufacturing // Solid freeform fabrication conference proceedings. - 2015. - Vol. 53. - pp 96-108.
3. Stawovy M.T. Comparison of LCAC and PM Mo deposited using Sciaky EBAM™ // Refract Met Hard Mater. - 2018. - Vol. 73. - pp. 162–167. <https://doi.org/10.1016/j.ijrmhm.2018.02.009>
4. Tarasov S.Y. et al. Effect of heat input on phase content, crystalline lattice parameter, and residual strain in wire-feed electron beam additive manufactured 304 stainless steel // Adv. Manuf. Technol. - 2018. - Vol. 99. - pp. 2353– 2363. <https://doi.org/10.1007/s00170-018-2643-0>
5. Markl M., Körner C. Multiscale modeling of powder bed-based additive manufacturing // Ann. Rev. Mater. Res. - 2016. - Vol. 46. - pp. 93–123. <https://doi.org/10.1146/annurev-matsci-070115-032158>
6. Mladenov G.M., Koleva E.G., Trushnikov D.N. Mathematical modelling for energy beam additive manufacturing // Journal of Physics: Conference Series. - 2018. - Vol. 1089. - 012001. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1089/1/012001>
7. Jamshidinia M., Kong F., Kovacevic R. Numerical modeling of heat distribution in the electron beam melting® of Ti-6Al-4V // J. Manuf. Sci. Eng. - 2013. - Vol. 135. - 061010. <https://doi.org/10.1115/1.4025746>
8. Yuan P. Gu D. Molten pool behaviour and its physical mechanism during selective laser melting of TiC/AlSi10Mg nanocomposites: simulation and experiments // J. Phys. D. Appl. Phys. - 2015. - Vol. 48. - 035303. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/48/3/035303>

9. Hu R. et al. Thermal fluid dynamics of liquid bridge transfer in laser wire deposition 3D printing // Science and Technology of Welding and Joining. – 2019. – Vol. 24, No. 5. – pp. 401-411. DOI: 10.1080/13621718.2019.1591039
10. Liu S., Liu J., Chen J., Liu X. Influence of surface tension on the molten pool morphology in laser melting. International Journal of Thermal Sciences. – 2019. – Vol. 146. – 106075. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2019.106075
11. Shcherbakov A. V., Rodyakina R. V., Gaponova D. A. Using of Smoothed Particle Hydrodynamics Method for Constructing a Mathematical Model of Electron-Beam Surfacing Process // Solid State Phenomena. – 2018. – Vol. 284. – pp. 523-529. DOI: 10.4028/www.scientific.net/ssp.284.523
12. Trushnikov D.N. et al. Mathematical modeling of the electron-beam wire deposition additive manufacturing by the smoothed particle hydrodynamics method // Mechanics of Advanced Materials and Modern Processes volume. – 2019. – Vol. 5, No. 4.
13. Morrow W. R. et al. Environmental Aspects of Laser-Based and Conventional Tool and Die Manufacturing // J. Clean Prod. - 2007. - Vol. 15. - pp. 932-943.
14. Freedman D. H. Layer by Layer // MIT Tech. Rev. - 2012. - Vol. 115. - pp. 50-53.
15. Standard terminology for additive manufacturing technologies. ASTM Int 2013. F2792-12a.
16. Ding J. et al. Thermo-mechanical analysis of wire and arc additive layer manufacturing process on large multi-layer parts // Comp. Mater. Sci. - 2011. - Vol. 50. - pp. 3315–22.
17. Williams S.W. et al. Wire plus arc additive manufacturing // Mater. Sci. Tech. - 2016. - Vol. 32. - pp. 641–7.
18. Wu A. et al. An experimental investigation into additive manufacturing-induced residual stresses in 316L stainless steel // Metall. Mater. Trans. – 2014. – Vol. 45A. - pp. 1–11.
19. Baufeld B., Van der Biest O., Gault R. Additive manufacturing of Ti–6Al–4V components by shaped metal deposition: Microstructure and mechanical properties // Materials & Design. – 2010. – Vol. 31. - pp. 106–111.

- 20.Xiong J., Lei Y.Y., Chen H., Zhang G.J. Fabrication of inclined thin-walled parts in multi-layer single-pass GMAW-based additive manufacturing with flat position deposition // J. Mater. Process. Technol. - 2017. - Vol. 240. - pp. 397-403.
- 21.Осокин Е. Н. Процессы порошковой металлургии. Версия 1.0 [Электронный ресурс]: курс лекций / Е. Н. Осокин, О. А. Артемьева. – Электрон. дан. (5 Мб). – Красноярск: ИПК СФУ, 2008.
- 22.Jhavar S., Jain N. K., Paul C. P. Development of micro-plasma transferred arc (p-PTA) wire deposition process for additive layer manufacturing applications //Journal of Materials Processing Technology. - 2014. - Т. 214. - №. 5. - С. 1102-1110.
- 23.Louvis E. et. al. Selective laser melting of aluminium components // Journal of Materials Pro-cessing Technology. - 2011.-Vol. 211. - pp. 275-284.
- 24.Qiu C. et al. On the role of melt flow into the surface structure and porosity development during selective laser melting // Acta Materialia. - 2015. - Vol. 96. - pp. 72-79. DOI: [http:// dx.doi.org/10.1016/j.actamat.2015.06.004](http://dx.doi.org/10.1016/j.actamat.2015.06.004).
- 25.Kapil S. et al. Hybrid Layered Manufacturing using Tungsten Inert Gas Cladding // Progress in Additive Manufacturing. - 2016. - Vol. 1. - pp. 79-91.
- 26.Shishkovsky I.V. et al. Surface laser sintering of exothermic powder compositions // Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. -2008. - Vol. 91. - pp. 427-36.
- 27.Brackbill J., Kothe D. Dynamic modeling of the surface tension // Proceedings of the 3rd Microgravity Fluid Physics Conference. - 1996. -pp. 693-698.
- 28.Anisimov S. I., Khokhlov V. A. Instabilities in laser-matter interaction. - CRC Press, Boca Raton, 1995.
- 29.Khairallah S. A., Anderson A. T., Rubenchik A., King W. E. Laser powder-bed fusion additive manufacturing: Physics of complex melt flow and formation mechanisms of pores, spatter and denudation zones // Acta Materialia. - 2016. - Vol. 108. - pp. 36-45.
- 30.Leitz K.-H. et al. Fundamental analysis of the influence of powder characteristics in Selective Laser Melting of molybdenum based on a multi-physical simulation

- model // International Journal of Refractory Metals and Hard Materials. - 2018. - Vol. 72. - pp. 1-8.
- 31.Цаплин А.И. Моделирование теплофизических процессов и объектов в металлургии: учеб. пособие/ А.И. Цаплин, И.Л. Никулин. –Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – 199 с.
 - 32.Fathi A., Toyserkani E., Khajepour A., Durali M. Prediction of melt pool depth and dilution in laser powder deposition // J. Phys. D. Appl. Phys. - 2006. - Vol. 39. - pp. 2613-23.
 - 33.Huang Y., Khamesee M.B., Toyserkani E. A comprehensive analytical model for laser powder-fed additive manufacturing // Addit. Manuf. - 2016. - Vol. 12. - pp. 90-9.
 - 34.Ilin A., et al. Computer aided optimisation of the thermal management during laser beam melting process // Phys. Proc. - 2014. - Vol. 56. - pp. 390–399.
 - 35.Jamshidinia M., Kovacevic R. The influence of heat accumulation on the surface roughness in powder-bed additive manufacturing // Surf. Topogr. Metrol. Prop. - 2015. - Vol. 3. - 014003.
 - 36.Yuan P.P., Gu D.D. Molten pool behaviour and its physical mechanism during selective laser melting ofTiC/AlSi10Mg nanocomposites: simulation and experiments // J. Phys. D. Appl. Phys. - 2015. - Vol. 48. - 035303.
 - 37.Morville S. et al. 2D longitudinal modeling of heat transfer and fluid flow during multilayered direct laser metal deposition process // J. Laser. Appl. - 2012. - Vol. 24. - 032008.
 - 38.Lee Y. et al. Effect of fluid convection on dendrite arm spacing in laser deposition // Metall. Mater. Trans. B. - 2014. - Vol. 45. - pp. 1520-1529. DOI:<https://doi.org/10.1007/s11663-014-0054-7>
 - 39.Lee Y, Zhang W. Mesoscopic simulation of heat transfer and fluid flow in laser powder bed additive manufacturing // International solid free form fabrication symposium. - 2015. - pp. 1154-1165.

40. Khairallah S.A., Anderson A. Mesoscopic simulation model of selective laser melting of stainless steel powder // J. Mater. Process. Technol. - 2014. - Vol. 214. - pp. 2627-2636.
41. King W. et al. Overview of modelling and simulation of metal powder bed fusion process at Lawrence Livermore National Laboratory // Mater. Sci. Tech. - 2015. - Vol. 31. - pp. 957-968.
42. Trautmann M., Hertel M., Füssel U. Numerical simulation of weld pool dynamics using a SPH approach // Welding in the World. – 2018. – C. 1-8.
<https://doi.org/10.1007/s40194-018-0615-5>
43. Russell M. A., Souto-Iglesias A., Zohdi T. I. Numerical simulation of Laser Fusion Additive Manufacturing processes using the SPH method // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2018. – T. 341. – C. 163-187.
<https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.06.033>
44. Liu G. R. Mesh free methods: moving beyond the finite element method. – CRC press, 2009.
45. Lucy L. B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis // The astronomical journal. – 1977. – T. 82. – C. 1013-1024.
<https://doi.org/10.1086/112164>
46. Gingold R. A., Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars // Monthly notices of the royal astronomical society. – 1977. – T. 181. – №. 3. – C. 375-389.
<https://doi.org/10.1093/mnras/181.3.375>
47. Johnson G. R., Stryk R. A., Beissel S. R. SPH for high velocity impact computations // Computer methods in applied mechanics and engineering. – 1996. – T. 139. – №. 1-4. – C. 347-373. [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(96\)01089-4](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(96)01089-4)
48. Libersky L. D., Petschek A. G. Smooth particle hydrodynamics with strength of materials // Advances in the free-Lagrange method including contributions on adaptive gridding and the smooth particle hydrodynamics method. – Springer, Berlin, Heidelberg, 1991. – C. 248-257. https://doi.org/10.1007/3-540-54960-9_58

49. Libersky L. D. et al. High strain Lagrangian hydrodynamics: a three-dimensional SPH code for dynamic material response //Journal of computational physics. – 1993. – T. 109. – №. 1. – C. 67-75. <https://doi.org/10.1006/jcph.1993.1199>
50. Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamic simulations of shear flow //Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2006. – T. 365. – №. 1. – C. 199-213. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.09704.x>
51. Ba K., Gakwaya A. Thermomechanical total Lagrangian SPH formulation for solid mechanics in large deformation problems //Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2018. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2018.07.038>
52. Hayhurst C. J., Clegg R. A. Cylindrically symmetric SPH simulations of hypervelocity impacts on thin plates //International Journal of Impact Engineering. – 1997. – T. 20. – №. 1-5. – C. 337-348. [https://doi.org/10.1016/S0734-743X\(97\)87505-7](https://doi.org/10.1016/S0734-743X(97)87505-7)
53. Zahedi S. A. et al. FE/SPH modelling of orthogonal micro-machining of fcc single crystal //Computational Materials Science. – 2013. – T. 78. – C. 104-109. <http://dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2013.05.022>
54. Demiral M. SPH modeling of vibro-assisted turning of Ti alloy: Influence of vibration parameters //Journal of Vibroengineering. – 2014. – T. 16. – №. 6. – C. 2685-2694.,
55. Liu M. B., Zhang Z. L., Feng D. L. A density-adaptive SPH method with kernel gradient correction for modeling explosive welding //Computational Mechanics. – 2017. – T. 60. – №. 3. – C. 513-529. <https://doi.org/10.1007/s00466-017-1420-5>
56. Terranova B., Whittaker A., Schwer L. Simulation of wind-borne missile impact using Lagrangian and Smooth Particle Hydrodynamics formulations //International Journal of Impact Engineering. – 2018. – T. 117. – C. 1-12. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2018.02.010>
57. Xiao Y., Han X., Hu D. A coupling algorithm of finite element method and smoothed particle hydrodynamics for impact computations //Computers Materials and Continua. – 2011. – T. 23. – №. 1. – C. 9. <https://doi.org/10.3970/cmc.2011.023.009>

58. Morris J. P., Fox P. J., Zhu Y. Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH // Journal of computational physics. – 1997. – T. 136. – №. 1. – C. 214-226. <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5776>
59. Bonet J., Kulasegaram S. Correction and stabilization of smooth particle hydrodynamics methods with applications in metal forming simulations // International journal for numerical methods in engineering. – 2000. – T. 47. – №. 6. – C. 1189-1214.
60. Ma A., Hartmaier A. A crystal plasticity smooth-particle hydrodynamics approach and its application to equal-channel angular pressing simulation // Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering. – 2016. – T. 24. – №. 8. – C. 085011. <https://doi.org/10.1088/0965-0393/24/8/085011>
61. Xiao Y. et al. Modeling heat transfer during friction stir welding using a meshless particle method // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – T. 104. – C. 288-300. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.08.047>
62. Stenberg N., Delić A., Björk T. Using the SPH method to easier predict wear in machining // Procedia CIRP. – 2017. – T. 58. – C. 317-322. <https://doi.org/10.1016/j.procir.2017.03.234>
63. Hu H., Eberhard P. Thermomechanically coupled conduction mode laser welding simulations using smoothed particle hydrodynamics // Computational Particle Mechanics. – 2017. – T. 4. – №. 4. – C. 473-486. <https://doi.org/10.1007/s40571-016-0140-5>
64. Spreng F., Eberhard P. Modeling of orthogonal metal cutting using adaptive smoothed particle hydrodynamics // Thermal Effects in Complex Machining Processes. – Springer, Cham, 2018. – C. 133-143. https://doi.org/10.1007/978-3-319-57120-1_8
65. Zhang Z. L. et al. Numerical Study on High Velocity Impact Welding Using a Modified SPH Method // International Journal of Computational Methods. – 2018. – C. 1846001. <https://doi.org/10.1142/S0219876218460015>

66. Monaghan J. J., Huppert H. E., Worster M. G. Solidification using smoothed particle hydrodynamics // *Journal of Computational Physics*. – 2005. – T. 206. – №. 2. – C. 684-705. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2004.11.039>
67. Faizal F. et al. Computational Study on Melting Process Using Smoothed Particle Hydrodynamics // *Journal of Modern Physics*. – 2014. – T. 5. – №. 3. – C. 112-116. <https://doi.org/10.4236/jmp.2014.53019>
68. Farrokhpanah A., Bussmann M., Mostaghimi J. New smoothed particle hydrodynamics (SPH) formulation for modeling heat conduction with solidification and melting // *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*. – 2017. – T. 71. – №. 4. – C. 299-312. <https://doi.org/10.1080/10407790.2017.1293972>
69. Cleary P. W. Extension of SPH to predict feeding, freezing and defect creation in low pressure die casting // *Applied Mathematical Modelling*. – 2010. – T. 34. – №. 11. – C. 3189-3201. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2010.02.012>
70. Cleary P. et al. Flow modelling in casting processes // *Applied Mathematical Modelling*. – 2002. – T. 26. – №. 2. – C. 171-190. [https://doi.org/10.1016/S0307-904X\(01\)00054-3](https://doi.org/10.1016/S0307-904X(01)00054-3)
71. Kulasegaram S. et al. High pressure die casting simulation using a Lagrangian particle method // *Communications in numerical methods in engineering*. – 2003. – T. 19. – №. 9. – C. 679-687. <https://doi.org/10.1002/cnm.633>
72. Alexiadis A., Ghaybeh S., Qiao G. Natural convection and solidification of phase-change materials in circular pipes: A SPH approach // *Computational Materials Science*. – 2018. – T. 150. – C. 475-483. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2018.04.037>
73. Gerasimov A. V. et al. Simulation of viscous melt drop crystallization by the SPH method // *MATEC Web of Conferences*. – EDP Sciences, 2017. – T. 92. – C. 01071. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20179201071>
74. Johnson G. R., Cook W. H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures // *Engineering fracture*

- mechanics. – 1985. – T. 21. – №. 1. – C. 31-48. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(85\)90052-9](https://doi.org/10.1016/0013-7944(85)90052-9)
75. Batra R. C., Zhang G. M. Modified Smoothed Particle Hydrodynamics (MSPH) basis functions for meshless methods, and their application to axisymmetric Taylor impact test // Journal of Computational Physics. – 2008. – T. 227. – №. 3. – C. 1962-1981. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2007.10.001>
76. Gong X., Zhang S., Yang J. Elastic-plastic effect study in hypervelocity impact by SPH method // EPJ Web of Conferences. – EDP Sciences, 2015. – T. 94. – C. 04059. <https://doi.org/10.1051/epjconf/20159404059>
77. Dong X. et al. Smoothed particle hydrodynamics (SPH) modeling of shot peening process // Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering. – 2017. – Preprint. – C. 1-27. <https://doi.org/10.3233/JCM-170764>.
78. Dong X. et al. A Development of a SPH Model for Simulating Surface Erosion by Impact (s) of Irregularly Shaped Particles // International Journal of Computational Methods. – 2017. – C. 1850074. <https://doi.org/10.1142/S0219876218500743>
79. Rahmat A. et al. Numerical simulation of wall bounded and electrically excited Rayleigh–Taylor instability using incompressible smoothed particle hydrodynamics // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. – 2014. – T. 460. – C. 60-70. <https://doi.org/10.1016/j.colsurfa.2014.02.044>
80. Shadloo M. S., Zainali A., Yildiz M. Simulation of single mode Rayleigh–Taylor instability by SPH method // Computational Mechanics. – 2013. – T. 51. – №. 5. – C. 699-715. <https://doi.org/10.1007/s00466-012-0746-2>
81. Shadloo M. S., Yildiz M. Numerical modeling of Kelvin–Helmholtz instability using smoothed particle hydrodynamics // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2011. – T. 87. – №. 10. – C. 988-1006. <https://doi.org/10.1002/nme.3149>
82. Shadloo M. S., Yildiz M. Simulation of rayleigh-taylor instability by smoothed particle hydrodynamics: advantages and limitations // AIP Conference Proceedings. – AIP, 2012. – T. 1479. – №. 1. – C. 90-94. <https://doi.org/10.1063/1.4756070>

83. Adami S., Hu X. Y., Adams N. A. A generalized wall boundary condition for smoothed particle hydrodynamics // Journal of Computational Physics. - 2012. - Vol. 231. - pp. 7057-7075.
84. Adami S., Hu X. Y., Adams N. A transport-velocity formulation for smoothed particle hydrodynamics // Journal of Computational Physics. - 2013. - Vol. 241. - pp. 292-307.
85. Cleary P. W., Monaghan J. J. Conduction Modelling Using Smoothed Particle Hydrodynamics // Journal of Computational Physics. - 1999. - Vol. 148. - pp. 227-264.
86. Tong. M., Browne D.J. An incompressible multi-phase smoothed particle hydrodynamics (SPH) method for modelling thermocapillary flow // International Journal of Heat and Mass Transfer. - 2014. - Vol. 73. - pp. 284-292.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.01.064>