## САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

# ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

# Отчет по лабораторной работе №2 по курсу «Алгоритмы и структуры данных» Тема: Тема работы

Вариант 11

Выполнил: Тимаков Егор К3141

Проверила: Артамонова В.Е.

Санкт-Петербург 2024 г.

### Содержание отчета

Содержание отчета	
Задачи по варианту	3
Задача №1. Сортировка слиянием	3
Задача №3. Число инверсий	8
Задача №4.(Замена задачи №7). Бинарный поиск	12
Вывод	15

#### Задачи по варианту

#### Задача №1. Сортировка слиянием

- 1. Используя псевдокод процедур Merge и Merge-sort из презентации к Лекции 2 (страницы 6-7), напишите программу сортировки слиянием на Python и проверьте сортировку, создав несколько рандомных массивов, подходящих под параметры:
- Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число п ( $1 \le n \le 2 \cdot 10^4$ ) число элементов в массиве. Во второй строке находятся п различных целых чисел, по модулю не превосходящих  $10^9$ .
- Формат выходного файла (output.txt). Одна строка выходного файла с отсортированным массивом. Между любыми двумя числами должен стоять ровно один пробел.
  - Ограничение по времени. 2сек.
  - Ограничение по памяти. 256 мб.
- 2. Для проверки можно выбрать наихудший случай, когда сортируется массив размера 1000,  $10^4$ ,  $10^5$  чисел порядка  $10^9$ , отсортированных в обратном порядке; наилучший, когда массив уже отсортирован, и средний. Сравните, например, с сортировкой вставкой на этих же данных.
- 3. Перепишите процедуру Merge так, чтобы в ней не использовались сигнальные значения. Сигналом к остановке должен служить тот факт, что все элементы массива L или R скопированы обратно в массив A, после чего в этот массив копируются элементы, оставшиеся в непустом массиве. или перепишите процедуру Merge (и, соответственно, Merge-sort) так, чтобы в ней не использовались значения границ и середины p, r и q.

Код:

```
import os
import psutil
from datetime import datetime

def merge(leftArray, rightArray):
    answer = []
    l = 0
```

```
r = 0
  while I < len(leftArray) and r < len(rightArray):
     if leftArray[l] < rightArray[r]:</pre>
        answer.append(leftArray[]])
        | + = 1
     else:
        answer.append(rightArray[r])
        r += 1
  if I < len(leftArray):</pre>
     answer += leftArray[I:]
  if r < len(rightArray):</pre>
     answer += rightArray[r:]
  return answer
def mergeSort(array):
  if len(array) == 1:
     return array
   middle = len(array) // 2 # делим массив на 2 для разбиения
на части и суём в merge
                                 merge(merge_sort(array[:middle]),
                     return
merge sort(array[middle:]))
process = psutil.Process(os.getpid())
starttime = datetime.now()
InputFile = open('input.txt')
length = InputFile.readline()
string = InputFile.readline().split()
InputFile.close()
array = []
for i in string:
  array.append(int(i))
OutputFile = open('output.txt', 'w')
OutputFile.write(str(merge_sort(array))[1:-1].replace(",", ""))
print(datetime.now() - starttime)
```

#### print(process.memory\_info().rss / (1024 \* 1024))

#### Объяснение:

Для реализации этого алгоритма я написал две функции: merge и mergeSort. в merge мы сравниваем элементы и меньший суем в итоговый массив. в mergeSort мы попросту делим массив и передаем его в функцию merge.

Результат работы кода на максимальных значениях: input.txt:

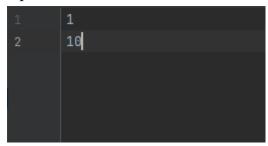
```
2 946193558 486844695 -864770688 687225092 949617685 501985907 301738734 -509983384 277191785 947181250 -320965922 -720987662 -838338566 651502836 -594202065 -166845459 725611234 842050608 286527186 -924647289 -679548085 -300272590 854339768 -195604823 861562176 29268669 -892492554 -127127143 -690177447 189158537 -882904672 -912546507 -601703446 642964623 229465771 569471294 -447968143 -270585735 -610343590 -7706027998 -832812075 867680991 606977699 883996481 -351554186 631871132 -765609280 1707858796 5-538681388 -138686537 -99923992 -2458599992 43599589599 -4935190145 697472454 860191455 344786942 -4212880255 -604564677 186578331 -915577889 265439458 -217357753 921093329 937199544 868907163 -629767240 -473064284 657163316 -251704357 757473575 620322943 -455788246 320944440 -964325877 28802635 -501410673 86001799 116355482 -382606430 835603753 -979451346 64740747 -272680350 -7000473847 -49083731 480749387 -64139730 -732556465 694668741 -991083731 480748291 80108285 185095919 -644367055 297541316 6975178 -322480350 -70004740 78376251 5000539334 281316214 88492891 8346862399 833414386 349469267 -2222847391 -678153402 -957901551 190686517 -34796275 -711381059 -424299074 4856506835 52124749 -37635523 601939551 -57286431 -711632689 104959531 -301462499 -190670586 182576880 -782585905 808823238 -724495407 3535335 -971556485 -70156406 921737596 68658399 -782585905 808823238 -724495407 35353359 -771556485 -9705501929 975863128 -274991105 -394123128 -35375790 702655629 -527461966 921737596 68658399 75559643 586419015 -129972388 -12348648 171560041 58834218 290829722 633576017 -469325801 190107062 567705665 209239377 -945809906 860222583 -136021010 315609017 -288970291 -882214091 419961468 -238352600 335748873 175116830 -948376712 -808866574 770469723 -3350207074 -88597307 -5557469906 860222583 -136021010 315609017 -288970291 -882214091 419961468 -238352600 335748873 175116830 -948376712 -808866574 770457923 -3350207074 -85574950 -33504646 -97057077 -97057088 -219057077 -880901077 -880901077 -880901077 -880901077 -880901
```

#### output.txt:

```
1 -999986647 -999951354 -999781222 -999781220 -999785929 -999579076 -999523922 -999386332 -999332913 -99886939 -99870386 -998703344 -998601673 -99855345 -998626211 -99827071 -998268608 -99869379 -999537628 -996279217 , -996465021 -996266021 -99626086 -996377628 -996279217 , -996465021 -996465021 -996465021 -99646502 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99666230 -99155903 -99155903 -99135903 -99135903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -99155903 -9915590
```

Результат работы кода при минимальных значениях:

#### input.txt:



#### output.txt:



Результат работы кода при работе с массивом  $10^5$  отсортированный в обратном порядке:

#### input.txt:

```
1 00000
2 99977147 999902317 999932218 99992881 99985288 99985028 99983065 999754847 99975894 999707129 999701483 999059716 999019535 99901959
2 99957875 99957866 99951387 99948844 999482325 999448132 999416926 99988077 99908077 99908077 999080877 999998807 999998807 99899885 99899151 99898049
2 998853727 998489841 998842797 99875955 998747957 998737234 998647743 998641369 99863385 99858851 998580850 998580850 998580836 998854559 99840971 99886077 998759725 998747957 998737234 998647743 998641369 99863385 99858835 99858835 998580850 998580836 99885851 998580836 99885851 998580836 99885851 998580836 99886087 999088077 99875972 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 998860749 9988754749 998860748 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998874745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 998860749 998754745 9988607444 9988607444 9988607444 9988607444 998860744 9988607444 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 998860744 99886074 99886074 99886074 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9988774 9
```

output.txt:

```
- -99988242 -99995006 -99996106 -99995108 -99995108 -99945500 -99945501 -99945502 -99945501 -99945413 -99945413 -99945413 -99945413 -99945413 -9993806 -99935955 -99935955 -99935955 -99935955 -99935955 -99935955 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -999269647 -998269647 -998269647 -998269647 -998269647 -998269647 -998269647 -998269647 -99886966012 -9986963012 -99886916 -998595608 -998595608 -99859508 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -99859508 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -998595608 -999765608 -998595608 -999765608 -999765608 -999765608 -999765571 -99756608 -99765571 -99756608 -99765571 -99756608 -99765571 -99765608 -99765571 -99765608 -99765571 -99765608 -99765571 -99765608 -99765571 -99765608 -99766571 -99765608 -9976571 -99766771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -9906771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066771 -99066
```

#### Проверка задачи на время выполнения и затраты памяти

	Время выполнения (сек)	Затраты памяти (Мб)
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001	15
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.034	16
При 10 <sup>5</sup> элементов отсортированных в обратном порядке.	0.260	26

#### Вывод по задаче:

При решении этой задачи пришлось изучить алгоритм сортировки слиянием

#### Задача №3. Число инверсий

Текст задачи:

Инверсией в последовательности чисел A называется такая ситуация, когда i < j, а  $A_i > A_j$ . Количество инверсий в последовательности в некотором роде определяет, насколько близка данная последовательность к отсортированной. Например, в сортированном массиве число инверсий равно 0, а в массиве, сортированном наоборот - каждые два элемента будут составлять инверсию (всего n(n-1)/2). Дан массив целых чисел. Ваша задача — подсчитать число инверсий в нем. Подсказка: чтобы сделать это быстрее, можно воспользоваться модификацией сортировки слиянием.

- Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число п ( $1 \le n \le 10^5$ ) число элементов в массиве. Во второй строке находятся п различных целых чисел, по модулю не превосходящих  $10^9$ .
- Формат выходного файла (output.txt). В выходной файл надо вывести число инверсий в массиве.
  - Ограничение по времени. 2сек.
  - Ограничение по памяти. 256 мб.

Код (Без рекурсии):

```
import os
import psutil
from datetime import datetime
```

```
def merge(leftArray, rightArray):
    answer = []
    global inv
    l = 0
    r = 0
    while l < len(leftArray) and r < len(rightArray):
        if leftArray[l] < rightArray[r]:
            answer.append(leftArray[l])
            l += 1
            inv += l

        else:
            answer.append(rightArray[r])
            r += 1</pre>
```

```
if l < len(leftArray):
     answer += leftArray[1:]
  if r < len(rightArray):
     answer += rightArray[r:]
  return answer
def merge sort(array):
  if len(array) == 1:
     return array
  middle = len(array) // 2
  return merge(merge sort(array[:middle]), merge sort(array[middle:]))
process = psutil.Process(os.getpid())
startTime = datetime.now()
InputFile = open('input.txt')
length = int(InputFile.readline())
string = InputFile.readline().split()
InputFile.close()
array = []
for i in string:
  array.append(int(i))
OutputFile = open('output.txt', 'w')
inv = 0
merge sort(array)
OutputFile.write(str(inv))
OutputFile.close()
print(datetime.now() - startTime, process.memory info().rss / (1024 * 1024))
```

#### Объяснение:

В данном алгоритме мы модифицировали алгоритм сортировки слиянием добавляя в функции Merge глобальную переменную inv, которая считает число инверсий.

Результат работы программы на примере из задачи:

#### input.txt:



#### output.txt:

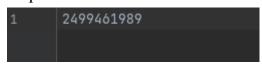


Результат работы кода на максимальных значениях:

#### input.txt:

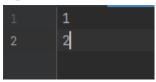


#### output.txt:



Результат работы кода на минимальных значениях:

#### input.txt



output.txt:



Проверка задачи на время выполнения и затраты памяти:

	Время выполнения (сек)	Затраты памяти (Мб)
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001	14
Пример из задачи	0.001	14
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.43	26

#### Вывод по задаче:

В данной задаче мы реализовали подсчет инверсий с помощью сортировки слиянием.

#### Задача №4(Замена задачи №7). Бинарный поиск

Текст задачи:

В этой задаче вы реализуете алгоритм бинарного поиска, который позволяет очень эффективно искать (даже в огромных) списках при условии, что список отсортирован. Цель - реализация алгоритма двоичного (бинарного) поиска.

- Формат входного файла (input.txt). В первой строке входного файла содержится число n ( $1 \le n \le 10^5$ ) число элементов в массиве, и последовательность a0 < a1 < ... < an-1 из n различных положительных целых чисел в порядке возрастания,  $1 \le ai \le 10^9$  для всех  $0 \le i < n$ . Следующая строка содержит число k,  $1 \le k \le 10^5$  и k положительных целых чисел b0, ...bk-1,  $1 \le bj \le 10^9$  для всех  $0 \le j < k$ .
- Формат выходного файла (output.txt). Для всех і от 0 до k-1 вывести индекс  $0 \le j \le n-1$ , такой что ai = bj или -1, если такого числа в массиве нет.
  - Ограничение по времени. 2сек.
  - Ограничение по памяти. 256 мб.

Код:

```
import os
import psutil
from datetime import datetime
```

```
def Solution(array, value, start, stop):
    if start > stop:
        return -1
    else:
        mid = (start + stop) // 2
        if value == array[mid]:
            return mid
        elif value < array[mid]:
            return Solution(array, value, start, mid - 1)
        else:
        return Solution(array, value, mid + 1, stop)</pre>
```

```
process = psutil.Process(os.getpid())
startTime = datetime.now()
InputFile = open('input.txt')
lengthA = InputFile.readline()
arrayA = sorted([int(x) for x in InputFile.readline().split()])
lengthB = InputFile.readline()
arrayB = [int(x) for x in InputFile.readline().split()]
Outputfile = open('output.txt', 'w')
answer = "
for i in range(len(arrayB)):
  x = Solution(arrayA, arrayB[i], 0, len(arrayA) - 1)
  arrayB[i] = x
for i in arrayB:
  answer += str(i) + "
Outputfile.write(f'{answer}')
print(datetime.now() - startTime, process.memory info().rss / (1024 * 1024))
```

#### Объяснение:

В данной программе мы также реализуем алгоритм бинарного поиска в функции Solution. В функции находим среднее значение, и если элемент меньше/больше среднего значения, то убираем большую/меньшую часть массива и рекурсивно вызываем функцию, пока среднее значение не будет равно элементу.

Результат работы программы на примере из задачи: input.txt:

```
1 5 2 1 5 8 12 13 3 5 4 8 1 23 1 11
```

#### output.txt:



Результат работы кода на максимальных значениях:

#### input.txt:



#### output.txt:

4811 2426 9228 12 3776 7291 1190 5124 323 5218 6205 9937 4626 3603 3698 9825 7977 3946 723 9242 2086 4344 3054 6377 6405 1770 5642 1658 2955 2440 7416 8748 1808 344

Результат работы кода на минимальных значениях:

#### input.txt:

#### output.txt:



Проверка задачи на время выполнения и затраты памяти:

	Время выполнения (сек)	Затраты памяти (Мб)
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001	14
Пример из задачи	0.001	14
Верхняя граница диапазона значений входных данных из	0.037	15

текста задачи		
---------------	--	--

Вывод по задаче:

При выполнении данной задачи, потребовалось изучить алгоритм бинарного поиска

#### Вывод

В данной лабораторной я изучил алгоритм сортировкой слиянием и реализовал его. Также я изучил и реализовал алгоритм бинарного поиска.