1.

p	q	r	s	Final	¬q	¬r	¬q∨r	s∧p	p→¬q∨r	¬r→s∧p	¬(¬r→s∧p)
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1

2. (1) $(\neg p \vee q) \wedge (q \to \neg r \wedge \neg p) \wedge (p \vee r)$

$A = (p \to q) \wedge (\neg q \vee (\neg r \wedge \neg p)) \wedge (p \vee r)$.

$p=0\ q=0\ r=1\ \ A=1$

$p=0\ q=0\ r=0\ \ A=0$

⇒ contingency

(2) $(p \to q) \wedge (q \to r) \to (p \to r)$

$= \neg((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge r)) \vee (\neg p \vee r)$

$= ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)) \vee \neg p \vee r$

$= (\neg p \vee q) \vee (\neg q \vee r) \vee \neg p \vee r$

$= (1 \vee 1) \vee r$

$= 1$ ⇒ tautology.

3.

(1) $a \leftrightarrow (c \wedge \neg a)$

(2) $(\neg d \to c) \wedge (d \to \neg b)$

(3) $a \to (\neg b \wedge \neg c \to d)$

(4) $(a \wedge b \wedge c) \leftrightarrow \neg d) \wedge ((\neg a \wedge \neg b) \to (d \to c))$

4.

(1) $\neg\bot \to q$

(2) $\neg\bot \leftrightarrow n$

(3) $\neg q \to b$.

(4) $\neg\bot \to b$.

(5) $\neg b$.

↓ contradicts. ⇒ tautology.

system: $\bot: T$, $q: T$, $n: F$, $b: F$

5.

$A_1: p \wedge q \wedge r$

$A_2: p \wedge q \wedge \neg r$

$A_3: p \wedge (\neg q) \wedge r$

$A_4: p \wedge (\neg q) \wedge (\neg r)$.

$A_5: (\neg p) \wedge q \wedge r$.

$A_6: (\neg p) \wedge q \wedge (\neg r)$

$A_7: (\neg p) \wedge (\neg q) \wedge r$

$A_8: (\neg p) \wedge (\neg q) \wedge (\neg r)$

$A: r \to ((\neg p) \wedge (\neg q))$

6. $(p \wedge Q \wedge S) \vee (p \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (p \wedge Q \wedge \neg S) \vee \neg (p \wedge R \to Q)$.

$\equiv (p \wedge Q \wedge S) \vee (p \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (p \wedge Q \wedge \neg S) \vee (p \wedge R \wedge \neg Q)$

$= ((p \wedge Q \wedge S) \vee (p \wedge Q \wedge \neg S)) \vee ((p \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (p \wedge R \wedge \neg Q))$

$= ((p \wedge Q) \wedge (\neg S \vee S)) \vee ((p \wedge \neg Q) \wedge (\neg R \vee R))$

$= (p \wedge Q) \vee (p \wedge \neg Q)$

$= p$.

7.

p	△p	¬p
T	F	F
F	F	T

p	q	p→q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T.

(a) $\neg p = p \to \triangle p$.

(b) $p \wedge q = \neg((\neg p) \vee (\neg q)) = \neg((p \to \triangle p) \vee (q \to \triangle q))$

(c) $p \vee q = (p \to \triangle p) \to q$.

$= \neg p \to q$

$= \neg(((p \to \triangle p) \to \triangle p) \to (q \to \triangle q)) \to \triangle p$

$= (((p \to \triangle p) \to \triangle p) \to (q \to \triangle q)) \to \triangle(((p \to \triangle p) \to \triangle p) \to (q \to \triangle q))$