



Institut Mines-Télécom

Tutorial on filter banks

Roland Badeau



Contexte académique } **sans modifications**
Voir Page 2

Représentations des signaux (TSIA201)



1 CQF filter bank

A two-channel filter bank is defined by the diagram in Figure 1.

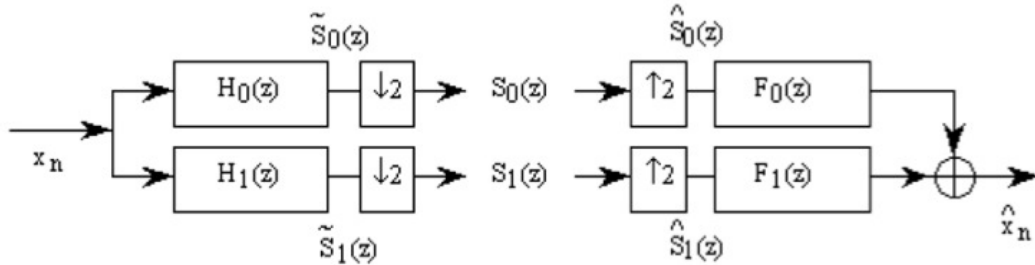


Figure 1: General diagram of a two-channel filter bank.

1. Express $\hat{X}(z)$ as a function of $X(z)$.
2. Deduce that the aliasing cancellation (AC) conditions of a 2-channel filter bank are $F_0(z) = H_1(-z)$ and $F_1(z) = -H_0(-z)$, and that its transfer function (TF) is $T(z) = \frac{1}{2}(H_0(z)F_0(z) + H_1(z)F_1(z))$.
3. Now we assume that H_0 and H_1 are *conjugate quadrature filters* (CQF): $H_1(z) = -z^{-(N-1)}\tilde{H}_0(-z)$ where $\tilde{H}_0(z) = H_0^*(\frac{1}{z})$ and N is even. Prove that equations (AC) and (CQF) imply that $\forall k \in \{0, 1\}$, $F_k(z) = z^{-(N-1)}\tilde{H}_k(z)$: we say that the analysis and synthesis filters are *paraconjugate* (PC).
4. Finally we assume that $H_0(z)$ is a *symmetric power* (SP) filter: $\tilde{H}_0(z)H_0(z) + \tilde{H}_0(-z)H_0(-z) = 2c$. Prove that equations (TF), (CQF), (PC) et (SP) imply that $T(z) = cz^{-(N-1)}$: the CQF filter bank guarantees perfect reconstruction.

2 Transmultiplexer

We implement the transmultiplexer represented in Figure 2 by means of the filters defined in Exercise 1.

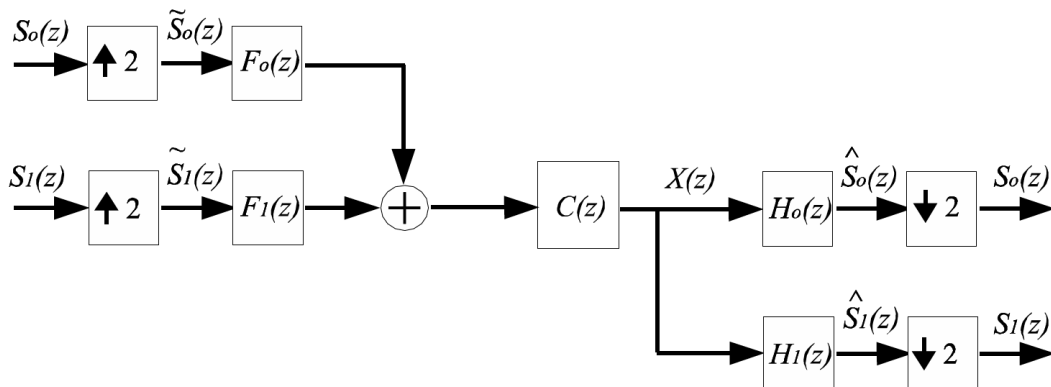


Figure 2: Transmultiplexer.

1. Prove that the transmultiplexer guarantees perfect reconstruction at the output when $C(z) = z^{-1}$.
2. From now on, filter $C(z)$ will represent the transfer function of a transmission channel between the encoder and the decoder. It is uniformly equal to 1 if the channel is transparent, but in general, the transmission channel is imperfect, and its transfer function $C(z)$ is not constant. In order to simplify, let us assume that $C(z)$ is of the form $1 - \alpha z^{-1}$. In order to keep the perfect reconstruction property at the output of the transmultiplexer, we will have to introduce just after $C(z)$ a causal filter $D(z)$ such that $C(z)D(z) = dz^{-n_0}$, where n_0 is an odd number.
 - (a) How to choose $D(z)$ if $\alpha = 0.9$?
 - (b) What problem do we encounter if $\alpha = 1.2$? Propose an approximate solution.
3. If the channel transfer function $C(z)$ is unknown, propose a method for estimating it from the output signals, by choosing appropriate filter $D(z)$ and input signals s_0 and s_1 .



Contexte académique } sans modifications

Par le téléchargement ou la consultation de ce document, l'utilisateur accepte la licence d'utilisation qui y est attachée, telle que détaillée dans les dispositions suivantes, et s'engage à la respecter intégralement.

La licence confère à l'utilisateur un droit d'usage sur le document consulté ou téléchargé, totalement ou en partie, dans les conditions définies ci-après, et à l'exclusion de toute utilisation commerciale.

Le droit d'usage défini par la licence autorise un usage dans un cadre académique, par un utilisateur donnant des cours dans un établissement d'enseignement secondaire ou supérieur et à l'exclusion expresse des formations commerciales et notamment de formation continue. Ce droit comprend :

- le droit de reproduire tout ou partie du document sur support informatique ou papier,
- le droit de diffuser tout ou partie du document à destination des élèves ou étudiants.

Aucune modification du document dans son contenu, sa forme ou sa présentation n'est autorisée.

Les mentions relatives à la source du document et/ou à son auteur doivent être conservées dans leur intégralité.

Le droit d'usage défini par la licence est personnel et non exclusif. Tout autre usage que ceux prévus par la licence est soumis à autorisation préalable et expresse de l'auteur : sitedepedago@telecom-paristech.fr