TTK4105 ØVING 5

Christian Le

$\boxed{1}$ Vi laplacetransformerer likningene (1),(2),(3)
(ser vekk fra initialverdier)

a) $$s\tau\hat{F}_1 + \hat{F}_1 = 6\hat{u}_1$$
$$s\tau\hat{F}_2 + \hat{F}_2 = 6\hat{u}_2 \qquad (1)$$

$$s^2 J\Theta = l(\hat{F}_1 - \hat{F}_2) \qquad (2)$$

$$\hat{u}_1 = \frac{1}{2}\hat{u} \qquad \hat{u}_2 = -\frac{1}{2}\hat{u} \qquad (3)$$

Setter (3) inn i (1), deretter (2)

$$s\tau\hat{F}_1 + \hat{F}_1 = \frac{1}{2}6\hat{u} \rightarrow \hat{F}_1 = \frac{6}{2}\frac{1}{(s\tau+1)}\hat{u}$$
$$s\tau\hat{F}_2 + \hat{F}_2 = -\frac{1}{2}6\hat{u} \rightarrow \hat{F}_2 = -\frac{6}{2}\frac{1}{(s\tau+1)}\hat{u} \qquad (1^*)$$

$$s^2 J\Theta = l6\left(\frac{1}{s\tau+1}\right)\hat{u} \rightarrow \Theta(s) = \frac{l6}{Js^2(\tau s+1)}\hat{u}(s)$$

b) Delbrøksoppspaltning:

$$G(s) = \frac{l6}{J}\cdot\frac{1}{s^2(\tau s+1)} \qquad \text{Poler: } s = \{0, -\frac{1}{\tau}\}$$

Siden dim. ikke er lavere enn 2 og vi har en pol på imaginæraksen er systemet USTABILT.
(dim = 2)

$\boxed{2}$ a) Setter (5) in (4)

$$\theta(s) = G(s)\left(K_P(\theta_r(s) - \theta(s)) - sK_D\theta(s)\right)$$

$$\theta(s) + G(s)K_P\theta(s) + G(s)sK_D\theta(s) = G(s)K_P\theta_r(s)$$

$$\theta(s)\left(1 + G(s)K_P + sK_D\right) = G(s)K_P\theta_r(s)$$

$$\theta(s) = \frac{G(s)K_P\theta_r(s)}{1 + G(s)K_P + sK_D G(s)} \qquad G(s) = \frac{k}{s^2(\tau s+1)}$$

$$T(s) = \frac{G(s)K_P}{1 + G(s)K_P + sK_D G(s)} = \frac{kK_P\left(1/s^2(\tau s+1)\right)}{1 + kK_P(1/s^2(\tau s+1)) + sK_D G(s)}$$

$$= \frac{kK_P}{s^2(\tau s+1) + kK_P + skK_D}$$

$$= \frac{kK_P}{s^3\tau + s^2 + k(K_P + K_D s)}$$

b) $\Theta(s) = T(s)\,\Theta_r(s) = T(s)/s$

Bruker sluttverditeoremi:

$$\lim_{t\to\infty} \Theta(t) = \lim_{s\to 0} s\,\Theta(s) = \lim_{s\to 0} T(s) = \frac{kK_p}{kK_p} = 1$$

Uten forstyrrelser er det ingen stasjonær avvik

$\Theta(\infty) = \Theta_r(t)$

c) $\omega_n^2 = kK_p$ $\quad K_p = \frac{\omega_n^2}{k}$

$2\zeta\omega_n = kK_D$ $\quad K_D = \frac{2\zeta\omega_n}{k}$

d) Bruker abc-formel på (9) sin nevner

$$s = \frac{-2\zeta\omega_n \pm \sqrt{4\zeta^2\omega_n^2 - 4\omega_n^2}}{2} = \omega_n\left(-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)$$

Polene er kun reelle og negative om

$\zeta \geq 1$

e) Siden wn km er en faktor for pol og er > 0, vil alltid polene være negative Altså aldri ustabil.

$\boxed{3}$

$a_3 = \tau$

$a_2 = 1$

$a_1 = 2\zeta\omega_n$

$a_0 = \omega_n^2$

$$b_2 = \frac{a_2 a_1 - a_3 a_0}{a_2} = 2\zeta\omega_n - \tau\omega_n^2$$

$$c_2 = \frac{b_2 a_0 + a_2 \cdot 0}{b_2} = a_0 = \omega_n^2$$

a_3, a_2, b_2 og c_2 må ha samme fortegn for stabilitet.

$a_3 = \tau$ $\quad a_2 = 1$ $\quad b_2 = 2\zeta\omega_n - \tau\omega_n^2$

$c_2 = \omega_n^2$

τ er positiv, og b_2 må være følgende:

$0 < 2\zeta\omega_n - \tau\omega_n^2$

$\tau\omega_n < 2\zeta$

b) Sjekk vedlegget

c) Sjekk vedlegget

d) $$\zeta > \frac{\tau \omega_n}{2} = \frac{0{,}2 \cdot 12}{2} = 1{,}2$$

En ζ over 1,2 vil gi et stabilt system.

Et vedlegg simulerer 1,5