$x =$ Væskestand $w =$ Tømming

$A =$ Grunnflate $y =$ måling

$u =$ Ventilåpning

$$\dot{x}(t) = \frac{k}{A} u(t) - \frac{1}{A} w(t) \qquad y(t) = x(t)$$

$$u(t) = K_p (r(t) - y(t)) \qquad r = \text{ønsket vannstand}$$

$e =$ avvik $e(t) = r(t) - y(t)$

☐ 1 Vedlagt fil

☐ 2 a) Vedlagt fil

b) $y(t) = x(t)$ $x(0) = 0.5$

$$\dot{x}(t) = \frac{k}{A} u(t) - \frac{1}{A} w(t) = u(t) = K_p(r(t) - y(t))$$

$$= K_p (1 - x(t))$$

$$\dot{x}(t) + K_p x(t) = K_p \qquad (\text{Usng LaPlace})$$

$$sX - x(0) + K_p X = \frac{K_p}{s} \Rightarrow X = \frac{K_p}{s(s + K_p)} + \frac{x(0)}{s + K_p}$$

↓ Partial diff

$$\frac{A}{s} + \frac{B}{s + k_p} = \frac{k_p}{s(s + k_p)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + k_p}$$

$$A = 1 \qquad B = -1$$

$$X = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + k_p} + \frac{0.s}{s + k_p} = \frac{1}{s} - \frac{0.s}{s + k_p}$$

$$x(t) = 1 - 0.5e^{-tk_p} \qquad\qquad \tau = \frac{1}{k_p}$$

$$\lambda = -\frac{1}{\tau} = -k_p$$

$$\tau_1 = 10 \qquad \lambda_1 = -0.1 \qquad\qquad k_p = 0.1$$

$$\tau_2 = 2 \qquad \lambda_2 = -0.5 \qquad\qquad k_p = 0.5$$

$$\tau_3 = 1 \qquad \lambda_3 = -1 \qquad\qquad k_p = 1$$

c) Vedlagt fil

d) $\dot{x}(t) = \frac{k}{A} u(t) - \frac{1}{A} w(t) = u(t) - w(t)$

$$= k_p(r(t) - y(t)) - w(t) = k_p(1 - x(t)) - w(t)$$

$$w(t) = 0.1 \, u(t - 10)$$

$$sX - x(0) + k_p X = \frac{k_p}{s} - \frac{0.1 e^{-s10}}{s}$$

$$X = \frac{k_p}{s(s + k_p)} - \frac{0.1 e^{-s10}}{s(s + k_p)} + \frac{x(0)}{s + k_p}$$

$$\downarrow$$
Part. diff.

$$\frac{0,1}{S(S+k_p)} = \frac{A}{S} + \frac{B}{S+k_p} = \frac{1}{10\,k_p} \cdot \frac{1}{S+k_p} - \frac{1}{10\,k_p}\,\frac{1}{S}$$

$$A = -\frac{0,1}{k_p} = -\frac{1}{10\,k_p} \qquad B = \frac{0,1}{k_p} = \frac{1}{10\,k_p}$$

$$X = \frac{1}{S} - \frac{0,5}{S+k_p} + \frac{e^{-S\cdot 10}}{10\,k_p}\left(\frac{1}{S+k_p} - \frac{1}{S}\right)$$

$$X(t) = 1 - 0,5\,e^{-t\,k_p} + \frac{1}{10\,k_p}\left(e^{-k_p(t-10)} - 1\right)u(t-10)$$

$$t \to \infty$$

$$X(\infty) = \boxed{1 - \frac{1}{10\,k_p}}$$

Eller enklere:

$$\dot{x}(t) = k_p\left(r(t) - y(t)\right) - \omega(t) \qquad t\to\infty,\; r(t), y(t), \omega(t) = const$$

$$x = k_p\left(rt - yt\right) - \omega t \qquad\qquad y = x$$

$$x = k_p\left(rt - xt\right) - \omega t$$

$$x + x\,k_p t = k_p\,rt - \omega t$$

$$x = \frac{(k_p \cdot r - \omega)t}{1 + k_p t} = \frac{k_p \cdot r - \omega}{\frac{1}{t} + k_p} \qquad t\to\infty$$

$$x = \frac{k_p r - \omega}{k_p} = r - \frac{\omega}{k_p} = \boxed{1 - \frac{1}{10\,k_p}}$$

| 3 | Sjekk vedlegg for simulasjon

Systemet blir ustabilt ettersom den vil fortsette å
øke pådraget i feil "retning" med større feil.

Vi ser på tidligere løsning på diff.likn. i 2b:

$$x(t) = 1 - 0,5e^{-k_p t}$$

Siden k_p er negativ vil
$e^{-k_p t}$ øke med tid.