TTK4105 ØVING 2 Christian Le

Vannbad: $T\dot{y} = -ky + \ell u$

y = temp relativ romtemp. ($y>0$, varmere og vice versa)

T = varmekapasitet i vann

k = konstant for temp endring i funk av y

ℓ = varmetilførselskonstant ($\ell > 0$)

$\boxed{1}$

a) $x_1 = y$ ($C_T = 1$, $d = 0$)

$$\dot{x}_1 = -\frac{k}{T}x_1 + \frac{\ell}{T}u$$

$$A = \left[-\frac{k}{T}\right] \quad b = \left[\frac{\ell}{T}\right] \quad c = [1] \quad d = [0]$$

b) A er transisjonsmatrisen

$$x(t) = Ae^{At}x_0 = -\frac{kx_0}{T}e^{-\frac{k}{T}t}$$

c) $T = 1$, $k = 1$, $\ell = 1$, $y(0) = 0$

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$$ ($u(t)$ er heaviside funk.)

Se neste side for utregning

$$\dot{y} = -\frac{K}{T} y + \frac{e}{T} u = -y + u$$

Bruker laplace for å finne $y(t)$:

$$sY - y(0) = -Y + \frac{1}{s} \quad , \quad y(0) = 0$$

$$Y(s+1) = \frac{1}{s}$$

$$Y = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$$

$A = 1 \quad B = -1$

$$y(t) = 1 - e^{-t}$$

d) Sjekk vedlagt fil

e) Jeg foreslår en PI-regulator

Matematisk vil da $y = r$ når $\dot{y} = 0$:

Sjekk neste side

$$u = K_i \int_0^t e \, d\tau + K_p e \, , \quad e = r - y$$

$$\dot{y} = -\frac{K}{T} y + \frac{1}{T}\left(K_i \int_0^t e \, d\tau + K_p e\right)$$

$$0 = -\frac{K}{T} y + \frac{1}{T}\left(K_i \int (r-y) \, d\tau + K_p (r-y)\right)$$

Deriverer begge sider

$$0 = -\frac{K}{T}\dot{y} + \frac{1}{T}\left(K_i (r-y) + K_p \dot{y}\right)$$

$$\dot{y} = 0 \, , \quad 0 = \frac{1}{T}\left(K_i (r-y)\right)$$

$$r = y$$

En PI-regulator vil få en slutttemperatur presist likt referansen

$\boxed{2}$ $u = v_0 \, , \; v_1 = k x_1 \, , \; v_2 = k x_2$

$y = v_2$

Volumendring i tankene er gitt: $\dot{V} = S \dot{x}$
der x er væskenivå

TANK 1: Volum inn: u

Volum ut: kx_1

$$S\dot{x}_1 = -kx_1 + u$$

TANK 2: Volum inn: kx_1

Volum ut: kx_2

$$S\dot{x}_2 = -kx_1 + kx_2$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k}{S} & 0 \\ -\frac{k}{S} & \frac{k}{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{S} \end{bmatrix} u$$

$$\dot{x} = A x + bu$$

$$y = v_2 = kx_2$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$y = C x$$