

# Examen final de SIN: Test del bloc 2 (1,75 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 3 de febrer de 2021

**Grup, cognoms i nom:** TA-Blanc, 3,

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació:  $\max(0, (\text{encerts} - \text{errors} / 3) \cdot 1,75 / 6)$ .

- 1 **B** Siga  $M$  un model de Markov de conjunt d'estats  $Q = \{1, 2, F\}$  i alfabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Durant l'aplicació d'una iteració de l'algorisme de reestimació per Viterbi, s'ha obtingut un parell "(cadena, camí més probable)" per cada cadena d'entrenament. Seguidament, a partir de tots els parells obtinguts, s'han obtingut els comptes (freqüències absolutes) d'emissió de símbols en els estats mostrats en la taula a la dreta. La normalització *correcta* d'aquests comptes resultarà en la taula de probabilitats d'emissió de símbols en els estats:

$B$	$a$	$b$
1	2	2
2	1	3

A)

$B$	$a$	$b$
1	$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{8}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

B)

$B$	$a$	$b$
1	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

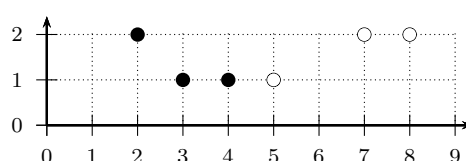
C)

$B$	$a$	$b$
1	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{3}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$

D)

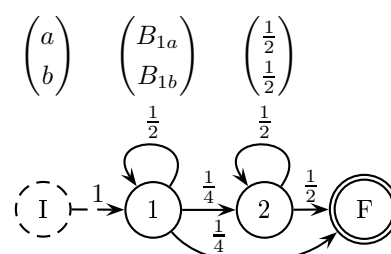
$B$	$a$	$b$
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$

- 2 **D** La figura següent mostra una partició de 6 punts bidimensionals en dos clústers,  $\bullet$  i  $\circ$ :



La transferència del punt  $(4, 1)^t$  del clúster  $\bullet$  al clúster  $\circ$  produeix una variació de la suma d'errors quadràtics,  $\Delta J$ , tal que:  $\Delta J = 4$

- A)  $\Delta J < 0$ , açò és, la transferència és profitosa.  
 B)  $0 \leq \Delta J < 1$ .  
 C)  $1 \leq \Delta J < 2$ .  
 D)  $\Delta J \geq 2$ .
- 3 **D** Siga  $M$  el model de Markov representat en la figura a la dreta, on  $B_{1s}$  denota una probabilitat *positiva* d'emissió del símbol  $s$  ( $s = a, b$ ) en l'estat 1. Donada la cadena  $x = "aba"$ , suposeu que s'està aplicant l'algorisme *Forward*, havent-hi arribat al càlcul de la probabilitat de que  $M$  emeta  $x$  i en l'instant 3 es trobe en l'estat 1,  $\alpha_{13} = P_M(x = "aba", q_3 = 1)$ . Si  $\alpha_{13}(B_{1s})$  denota el valor de  $\alpha_{13}$  en funció de les probabilitats d'emissió en l'estat 1, indica quina de les següents afirmacions *no* es compleix:



- A)  $\alpha_{13}(B_{1s})$  amb  $B_{1a} = 0.1$  és menor que  $\alpha_{13}(B_{1s})$  amb  $B_{1a} = 0.4$ .  
 B)  $\alpha_{13}(B_{1s})$  amb  $B_{1a} = 0.9$  és menor que  $\alpha_{13}(B_{1s})$  amb  $B_{1a} = 0.7$ .  
 C)  $\alpha_{13}(B_{1s})$  amb  $B_{1a} = 0.4$  és menor que  $\alpha_{13}(B_{1s})$  amb  $B_{1a} = 0.6$ .  
 D)  $\alpha_{13}(B_{1s})$  amb  $B_{1a} = 0.2$  és menor que  $\alpha_{13}(B_{1s})$  amb  $B_{1a} = 0.1$ .

$$\alpha_{13} = B_{1a} \frac{1}{2} B_{1b} \frac{1}{2} B_{1a} = \frac{1}{4} B_{1a}^2 (1 - B_{1a})$$

4 **D** Supposeu que estem aplicant l'algorisme d'aprenentatge d'arbres de classificació per a un problema de 4 classes,  $c = 1, 2, 3, 4$ . L'algorisme ha arribat a un node  $t$  que ha estat dividit en un node esquerre amb 0 mostres de la classe 1, 0 mostres de la classe 2, 1 mostra de la classe 3 i 3 mostres de la classe 4; i un node dret amb 1 mostra de la classe 1, 2 mostres de la classe 2, 0 mostres de la classe 3 i 0 mostres de la classe 4, quin decrement d'impuresa s'ha assolit amb esta partició?  $\Delta\mathcal{I} = 0.99$

- A)  $0.00 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.25$ .
- B)  $0.25 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.50$ .
- C)  $0.50 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.75$ .
- D)  $0.75 \leq \Delta\mathcal{I}$ .

5 **A** Siga  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_D)^t$ ,  $D > 1$ , un objecte representat mitjançant un vector de característiques  $D$ -dimensional a classificar en una de  $C$  classes. Indica quin dels següents classificadors *no* és (de risc) d'error mínim:

- A)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(c) p(c | x_1) p(x_2, \dots, x_D | x_1, c)$
- B)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(c | x_1) p(x_2, \dots, x_D | x_1, c)$
- C)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(x_1, c) + \log p(x_2, \dots, x_D | x_1, c)$
- D)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(c | x_1) + \log p(x_2, \dots, x_D | x_1, c)$

6 **B** Supposeu que estem aplicant l'algorisme Perceptró, amb factor d'aprenentatge  $\alpha = 1$  i marge  $\gamma = 0.1$ , a un conjunt de 4 mostres bidimensionals d'aprenentatge per a un problema de 4 classes,  $c = 1, 2, 3, 4$ . En un moment donat de l'execució de l'algorisme s'han oberts els vectors de pesos  $\mathbf{w}_1 = (-2, -8, -5)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (-2, -6, -3)^t$ ,  $\mathbf{w}_3 = (-2, -6, -11)^t$ ,  $\mathbf{w}_4 = (-2, -4, -7)^t$ . Suposant que a continuació es va a processar la mostra  $(\mathbf{x}, c) = ((4, 1)^t, 2)$ , quants vectors de pesos es modificaran?

- A) 0
- B) 2
- C) 3
- D) 4

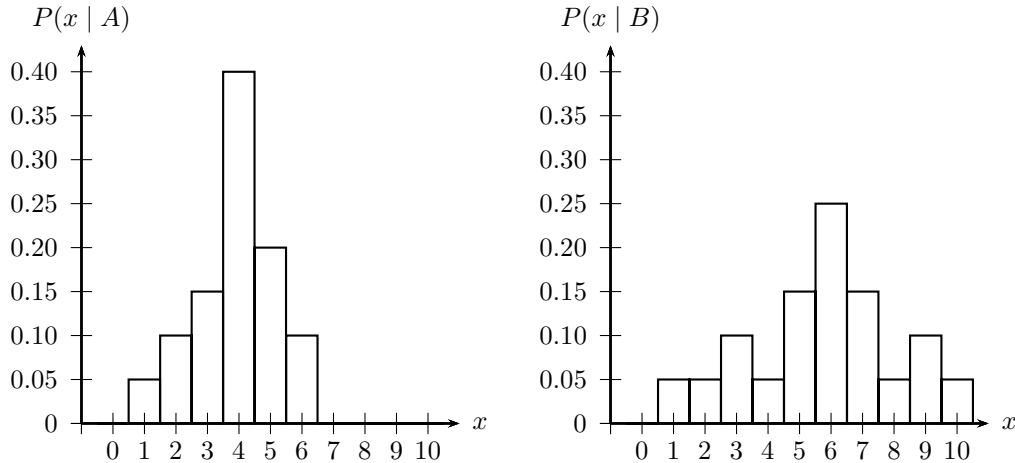
# Examen final de SIN: Problema del bloc 2 (2 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 3 de febrer de 2021

**Grup, cognoms i nom:** TA-Blanc, 3,

## Problema sobre Bayes

Es té un problema de classificació en dues classes,  $A$  i  $B$ , per a objectes representats mitjançant una única característica discreta,  $x \in \{0, 1, \dots, 10\}$ . Se sap que les probabilitats a priori de les classes són  $P(A) = 0.7$  i  $P(B) = 0.3$ . Així mateix, se sap que les funcions de probabilitat condicionals de les classes són:



Siga  $x = 5$ . Es demana:

1. (0.5 punts) Determina la probabilitat (incondicional) d'observar  $x$ .
2. (0.5 punts) Troba la probabilitat a posteriori de que  $x$  pertanyi a la classe  $A$ .
3. (0.5 punts) Classifica  $x$  per mínim (risc d')error.
4. (0.5 punts) Calcula l'error de Bayes.

Solució:

1.  $P(x) = P(A) P(x | A) + P(B) P(x | B) = 0.185$

2.  $P(A | x) = \frac{P(A) P(x | A)}{P(x)} = 0.7568$

3.  $c^*(x) = \arg \min_c P(c | x) = A$

4.

$$\begin{aligned} \varepsilon^* &= \sum_x P(x) \cdot (1 - P(c^*(x) | x)) \\ &= \sum_x P(x) \cdot \min(P(A | x), P(B | x)) \\ &= \sum_x P(x) \cdot \min\left(\frac{P(A) P(x | A)}{P(x)}, \frac{P(B) P(x | B)}{P(x)}\right) \\ &= \sum_x \min(P(A) P(x | A), P(B) P(x | B)) \\ &= 0.19 \end{aligned}$$