Examen final de SIN: Test del bloc 2 (1,75 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 19 de desembre de 2024

Grup, cognoms i nom: 1,

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació: $\max(0, (\text{encerts} - \text{errors} / 3) \cdot 1,75 / 9)$.

1 C Suposeu que estem aplicant l'algorisme Perceptró, amb factor d'aprenentatge $\alpha = 1$ i marge $b = 0.1$, a un conjunt de 3 mostres bidimensionals d'aprenentatge per a un problema de 2 classes. Se sap que, després de processar les primeres 2 mostres, s'han obtés els vectors de pesos $\mathbf{w}_1 = (0, 0, -2)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, 0, 2)^t$. Així mateix, se sap que, després de processar l'última mostra, $(\mathbf{x}_3, c_3)$, s'obtenen els mateixos vectors de pesos. Quina de les següents mostres és eixa última mostra?

A) $((5, 5)^t, 1)$

B) $((2, 4)^t, 1)$

C) $((2, 5)^t, 2)$

D) $((4, 1)^t, 1)$

2 A Donada la següent taula de probabilitats condicionals de les 3 variables de interés:

A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
P(A, B | C)	0.449	0.173	0.051	0.327	0.343	0.027	0.157	0.473

Si $P(C = 0) = 0.81$, quin és el valor de $P(A = 1 \mid B = 0, C = 1)$? $P(A = 1 \mid B = 0, C = 1) = 0.135$

A) $\text{P}(\text{A}{=}1 \mid B = 0, C = 1) \leq 0.25$

B) $0.25 < \text{P}(\text{A}{=}1 \mid B = 0, C = 1) \leq 0.50$

C) $0.50 < \text{P}(\text{A}{=}1 \mid B = 0, C = 1) \leq 0.75$

D) $0.75 < \text{P}(\text{A}{=}1 \mid B = 0, C = 1) \leq 1.00$

3 C Siga un problema de classificació en dos classes per a dades del tipus $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$, amb les distribucions de probabilitat de la taula. Indica en quin interval es troba la probabilitat de error ε del classificador $c(\mathbf{x})$ basat en la funció discriminant $g(\mathbf{x}) = 0.5 + x_1 + x_2$ definit com

$$c(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } g(\mathbf{x}) < 0 \\ 2 & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

$\mathbf{x}$		$P(c \mid \mathbf{x})$		
x_1	x_2	$c{=}1$	$c{=}2$	$P(\mathbf{x})$
0	0	0.4	0.6	0
0	1	0.5	0.5	0.1
1	0	0.5	0.5	0.4
1	1	0.8	0.2	0.5

$\varepsilon = 0.65$

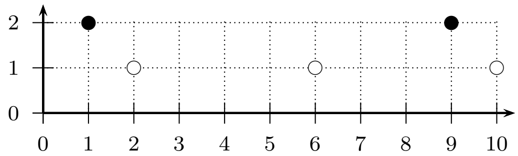
A) $\varepsilon < 0.25$.

B) $0.25 \leq \varepsilon < 0.50$.

C) $0.50 \leq \varepsilon < 0.75$.

D) $0.75 \leq \varepsilon$.

4 $\boxed{\text{A}}$ La figura següent mostra una partició de 5 punts bidimensionals en dos clústers, $\bullet$ i $\circ$:



Si transferim de clúster el punt $(9,2)^t$, es produeix una variació de la suma d'errors quadràtics (SEQ), $\Delta J = J - J'$ (SEQ després de l'intercanvi menys SEQ abans de l'intercanvi), tal que:

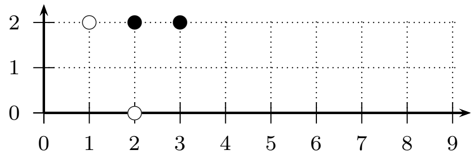
A) $\Delta J < -7$. $\quad \Delta J = 39.5 - 64.0 = -24.5$

B) $-7 \leq \Delta J < 0$.

C) $0 \leq \Delta J < 7$.

D) $\Delta J \geq 7$.

5 $\boxed{\text{D}}$ La figura següent mostra una partició de 4 punts bidimensionals en dos clústers, $\bullet$ i $\circ$:



Indica quin dels següents punts es transfereix de clúster quan apliquem l'algorisme K-mitjanes de Duda i Hart, però no quan apliquem la versió convencional de l'algorisme K-mitjanes:

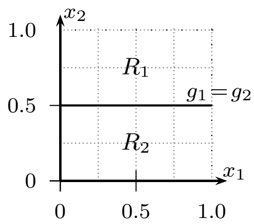
A) $(2,0)^t$

B) $(2,2)^t$

C) $(3,2)^t$

D) $(1,2)^t$

6 $\boxed{\text{C}}$ Donat el classificador en dues classes definit per la seua frontera i regions de decisió de la figura de la dreta, ¿quin dels següents vectors de pesos (en notació homogènia) defineix un classificador equivalent al donat?



A) $\mathbf{w}_1 = (0,0,-2)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (-1,0,0)^t$.

B) $\mathbf{w}_1 = (1,0,0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0,0,2)^t$.

C) $\mathbf{w}_1 = (0,0,2)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (1,0,0)^t$.

D) Tots els vectors de pesos anteriors defineixen classificadors equivalents.

7 $\boxed{C}$ Suposeu que tenim una caixa amb 10 taronges que conté 8 taronges Washington (W) i 2 Cadenera (C) de la que hem tret dues taronges, una darrere d'una altra sense reposició. Donades les variables aleatòries:

- T1: varietat de la primera taronja treta.
- T2: varietat de la segona taronja treta.

Quina de les següents condicions no es certa?

A) $P(T1 = W, T2 = C) = P(T1 = C, T2 = W)$
B) $P(T2 = W) < P(T2 = W \mid T1 = C)$
C) $P(T1 = C) = P(T1 = C \mid T2 = W)$
D) $P(T2 = W) > P(T2 = W \mid T1 = W)$

8 $\boxed{D}$ Siga $\mathbf{x}$ un objecte a classificar en una classe de C possibles. Indica quin dels següents classificadors *no* és (de risc) d'error mínim (o escull l'última opció si cap dels tres és d'error mínim):

A) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\ldots,C}{\arg\min}\ e^{p(c|\mathbf{x})} + e^{p(\mathbf{x})}$
B) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\ldots,C}{\arg\min}\ e^{p(\mathbf{x},c)}$
C) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\ldots,C}{\arg\max}\ -\log p(\mathbf{x}, c)$
D) Cap dels tres classificadors anteriors és d'error mínim.

9 $\boxed{B|D}$ Siga $g(\mathbf{x})$ un classificador. Indica quin de les següents funcions *no* definix un classificador equivalent (o escull l'última opció si totes definixen un classificador equivalent):

A) $f(g(\mathbf{x})) = ag(\mathbf{x}) + b \quad a > 0$
B) $f(g(\mathbf{x})) = \log g(\mathbf{x})$ $g(\mathbf{x}) > 0$
C) $f(g(\mathbf{x})) = \exp g(\mathbf{x})$
D) Les tres funcions anteriors definixen un classificador equivalent.

Examen final de SIN: Problema del bloc 2 (2 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 19 de desembre de 2024

Grup, cognoms i nom: 1,

Problema sobre regressió logística

La següent taula presenta per fila una mostra d'entrenament de 2 dimensions procedent de una classe:

n	x_{n1}	x_{n2}	c_n
1	1	1	1

Addicionalment, la següent taula representa una matriu de pesos inicials amb els pesos de cadascuna de les classes per columnes::

$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$
0.5	-0.5
0.5	-0.5
0.5	-0.5

Es demana:

1. (0.25 punts) Calcula el vector de logits associat a la mostra d'entrenament.
2. (0.25 punts) Aplica la funció softmax al vector de logits de la mostra d'entrenament.
3. (0.25 punts) Calcula la neg-log-versemblança del conjunt d'entrenament respecte a la matriu de pesos inicials.
4. (0.25 punts) Classifica la mostra d'entrenament. En cas d'empat, tria qualsevol classe.
5. (0.5 punts) Calcula el gradient de la funció NLL en el punt de la matriu de pesos inicials.
6. (0.5 punts) Actualitza la matriu de pesos inicials aplicant descens per gradient amb factor d'aprenentatge $\eta = 1.0$.

Solució:

1. Vector de logits de la mostra d'entrenament:

n	a_{n1}	a_{n2}
1	1.5	-1.5

2. Aplicació de la funció softmax:

n	μ_{n1}	μ_{n2}
1	0.95	0.05

3. Càlcul de la neg-log-versemblança:

$$\mathrm{NLL}(\mathbf{W}) = 0.05$$

4. Classificació de la mostra d'entrenament:

n	$\hat{c}(x_n)$
1	1

5. Gradient:

$\mathbf{g}_1$	$\mathbf{g}_2$
-0.05	0.05
-0.05	0.05
-0.05	0.05

6. Matriu de pesos actualitzada:

$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$
0.55	-0.55
0.55	-0.55
0.55	-0.55