Examen final de SIN: Test del bloque 2 (1,75 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 16 de enero de 2024

Grupo, apellidos y nombre: 2,

Marca cada recuadro con una única opción. Puntuación: $\max(0, (\text{aciertos} - \text{errores} / 3) \cdot 1,75 / 9)$.

1 $\boxed{\text{C}}$ En un problema de razonamiento probabilístico correspondiente a diagnóstico de gripe, las variables aleatorias de interés son: Gripe (G):{positivo (POS), negativo (NEG)}; Ventilación (V):{alta (ALT), baja (BAJ)}; Actividad (A):{silencio (SIL), hablando (HAB), ejercicio (EJE)}. La probabilidad conjunta de las tres variables viene dada en la tabla siguiente: $P = 0.56$

	ALT			BAJ		
$P(g, v, a)$	SIL	HAB	EJE	SIL	HAB	EJE
POS	0.01	0.02	0.02	0.01	0.03	0.05
NEG	0.29	0.19	0.10	0.14	0.10	0.04

La probabilidad condicional $P(G = \text{POS} \mid V = \text{BAJ}, A = \text{EJE})$ es:

A) $P \leq 0.25$

B) $0.25 < P \leq 0.50$

C) $0.50 < P \leq 0.75$

D) $0.75 < P \leq 1.0$

2 $\boxed{\text{D}}$ Sea $\mathbf{x}$ un objeto a clasificar en una clase de C posibles. Indica cuál de los siguientes clasificadores *no* es de error mínimo (o escoge la última opción si los tres son de error mínimo):

A) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\ldots,C}{\arg\max}\ \log p(\mathbf{x} \mid c) + \log p(c)$

B) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\ldots,C}{\arg\max}\ e^{p(c|\mathbf{x})} + e^{p(\mathbf{x})}$

C) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\ldots,C}{\arg\max}\ e^{p(\mathbf{x},c)} - e^{p(\mathbf{x})}$

D) Los tres clasificadores anteriores son de error mínimo.

3 $\boxed{\text{C}}$ Sea un problema de clasificación en tres clases para datos del tipo $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$, con las distribuciones de probabilidad de la tabla. Indica en qué intervalo se halla el error del clasificador $c(\mathbf{x})$ dado en la tabla, ε:

A) $\varepsilon < 0.25$.

B) $0.25 \leq \varepsilon < 0.50$.

C) $0.50 \leq \varepsilon < 0.75$.

D) $0.75 \leq \varepsilon$.

$\mathbf{x}$		$P(c \mid \mathbf{x})$				
x_1	x_2	$c=1$	$c=2$	$c=3$	$P(\mathbf{x})$	$c(\mathbf{x})$
0	0	0.5	0.1	0.4	0.3	1
0	1	0.6	0.4	0	0.3	2
1	0	0.1	0.4	0.5	0.1	2
1	1	0	0.5	0.5	0.3	1

$\varepsilon = 0.69$

4 $\boxed{C}$ Supóngase que estamos aplicando el algoritmo Perceptrón, con factor de aprendizaje $\alpha = 1$ y margen $b = 0.1$, a un conjunto de 3 muestras bidimensionales de aprendizaje para un problema de 2 clases. Tras procesar las primeras 2 muestras se han obtenido los vectores de pesos $\mathbf{w}_1 = (0, 2, 1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, -2, -1)^t$. A continuación, se procesa la última muestra $(\mathbf{x}_3, c_3)$ y se obtienen los vectores de pesos $\mathbf{w}_1 = (-1, 1, -3)^t$, $\mathbf{w}_2 = (1, -1, 3)^t$, ¿cuál de las siguientes es esa última muestra?

A) $((2, 1)^t, 1)$
B) $((3, 1)^t, 1)$
C) $((1, 4)^t, 2)$
D) $((2, 4)^t, 1)$

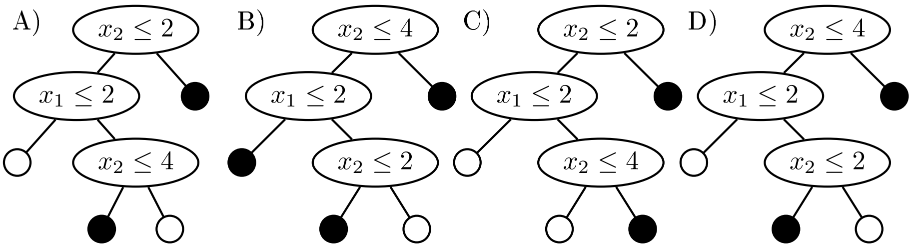
5 $\boxed{A}$ Dado el clasificador en 3 clases definido por sus vectores de pesos $\mathbf{w}_1 = (2, 1, 1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (1, -3, -3)^t$, $\mathbf{w}_3 = (2, 0, -1)^t$ en notación homogénea, ¿cuál de los siguientes conjuntos de vectores **no** define un clasificador equivalente al dado?

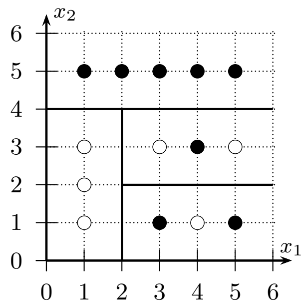
A) $\mathbf{w}_1 = (-2, -1, -1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (-1, 3, 3)^t$, $\mathbf{w}_3 = (-2, 0, 1)^t$
B) $\mathbf{w}_1 = (4, 2, 2)^t$, $\mathbf{w}_2 = (2, -6, -6)^t$, $\mathbf{w}_3 = (4, 0, -2)^t$
C) $\mathbf{w}_1 = (4, 1, 1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (3, -3, -3)^t$, $\mathbf{w}_3 = (4, 0, -1)^t$
D) $\mathbf{w}_1 = (6, 2, 2)^t$, $\mathbf{w}_2 = (4, -6, -6)^t$, $\mathbf{w}_3 = (6, 0, -2)^t$

6 $\boxed{D}$ Indica cuál de las siguientes afirmaciones sobre regresión logística es *incorrecta* (o escoge la última opción si las tres primeras son correctas):

A) Regresión logística es un modelo probabilístico de clasificación basado en una función predictora de logits lineal con la entrada
B) Al tratarse de un modelo probabilístico de clasificación, regresión logística permite aplicar reglas de decisión más generales que la MAP (decidirse por la clase de máxima probabilidad a posteriori)
C) Regresión logística es un modelo probabilístico de clasificación basado en la distribución categórica
D) Las tres afirmaciones anteriores son correctas

7 D Dado el conjunto de muestras de 2 clases (○ y ●) de la figura de la derecha, ¿cuál de los siguientes árboles de clasificación es coherente con la partición representada?





8 A Supóngase que estamos aplicando el algoritmo de aprendizaje de árboles de clasificación para un problema de 3 clases, $c = 1, 2, 3$. El algoritmo ha alcanzado un nodo t que ha sido dividido en un nodo izquierdo con 3 muestras de la clase 1, 1 muestra de la clase 2 y 2 muestras de la clase 3; y un nodo derecho con 1 muestra de la clase 1, 0 muestras de la clase 2 y 0 muestras de la clase 3. ¿Qué decremento de impureza se ha conseguido con esta partición? $\Delta\mathcal{I} = 0.13$

A) $0.00 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.25$.
B) $0.25 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.50$.
C) $0.50 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.75$.
D) $0.75 \leq \Delta\mathcal{I}$.

9 D Se tiene una partición de un conjunto de datos 3-dimensionales en un número de clústers dado, $C \geq 2$. Considérese la transferencia del dato $\mathbf{x} = (4, 10, 4)^t$ de un clúster i a otro j, $j \neq i$. Se sabe que el clúster i contiene 4 datos (contando $\mathbf{x}$) y el j 2. Asimismo, se sabe que la media del clúster i es $\mathbf{m}_i = (1, 8, 2)^t$ y la del j $\mathbf{m}_j = (10, 2, 10)^t$. Si se realiza dicha transferencia, se producirá un incremento de la suma de errores cuadráticos, ΔJ, tal que: $\Delta J = 68.0$

A) $\Delta J < -70$
B) $-70 \leq \Delta J < -30$
C) $-30 \leq \Delta J < 0$
D) $\Delta J \geq 0$

Examen final de SIN: Problema del bloque 2 (2 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 16 de enero de 2024

Grupo, apellidos y nombre: 2,

Problema sobre regresión logística

La siguiente tabla presenta un conjunto de 2 muestras de entrenamiento de 2 dimensiones procedentes de 2 clases:

n	x_{n1}	x_{n2}	c_n
1	1	0	2
2	1	1	1

Adicionalmente, la siguiente tabla representa una matriz de pesos iniciales con los pesos de cada clase dispuestos por columnas:

$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$
0.	0.
0.	0.
0.25	-0.25

Se pide:

1. (0.5 puntos) Calcula el vector de logits asociado a cada muestra de entrenamiento.
2. (0.25 puntos) Aplica la función softmax al vector de logits de cada muestra de entrenamiento.
3. (0.25 puntos) Clasifica todas las muestras de entrenamiento. En caso de empate, elige cualquier clase.
4. (0.5 puntos) Calcula el gradiente de la función NLL en el punto de la matriz de pesos iniciales.
5. (0.5 puntos) Actualiza la matriz de pesos iniciales aplicando descenso por gradiente con factor de aprendizaje $\eta = 1.0$.

Solución:

1. Vector de logits para cada muestra de entrenamiento:

n	a_{n1}	a_{n2}
1	0.	0.
2	0.25	-0.25

2. Aplicación de la función softmax:

n	μ_{n1}	μ_{n2}
1	0.5	0.5
2	0.62	0.38

3. Clasificación de cada muestra:

n	$\hat{c}(x_n)$
1	2
2	1

4. Gradiente:

$\mathbf{g}_1$	$\mathbf{g}_2$
0.06	-0.06
0.06	-0.06
-0.19	0.19

5. Matriz de pesos actualizada:

$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$
-0.06	0.06
-0.06	0.06
0.44	-0.44