

Examen final de SIN: Test del bloc 2 (1,75 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 19 de desembre de 2024

Grup, cognoms i nom: 2,

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació: $\max(0, (\text{encerts} - \text{errors}) / 3) \cdot 1,75 / 9$.

- 1 **B** Donada la següent taula de probabilitats condicionals de les 3 variables de interès:

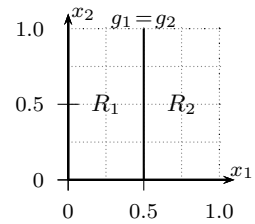
A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
P(A, B C)	0.125	0.188	0.375	0.312	0.408	0.190	0.092	0.310

Si $P(C = 0) = 0.72$, quin és el valor de $P(A = 0 | B = 0, C = 1)$? $P(A = 0 | B = 0, C = 1) = 0.497$

- A) $P(A=0 | B = 0, C = 1) \leq 0.25$
 B) $0.25 < P(A=0 | B = 0, C = 1) \leq 0.50$
 C) $0.50 < P(A=0 | B = 0, C = 1) \leq 0.75$
 D) $0.75 < P(A=0 | B = 0, C = 1) \leq 1.00$

- 2 **B** Donat el classificador en dues classes definit per la seua frontera i regions de decisió de la figura de la dreta, ¿quin dels següents vectors de pesos (en notació homogènia) defineix un classificador equivalent al donat?

- A) $\mathbf{w}_1 = (-0.5, 0, 0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0, -1, 0)^t$.
 B) $\mathbf{w}_1 = (0.5, 0, 0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 0)^t$.
 C) $\mathbf{w}_1 = (0, 1, 0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0.5, 0, 0)^t$.
 D) Tots els vectors de pesos anteriors defineixen classificadors equivalents.



- 3 **B** Siga un problema de classificació en dos classes per a dades del tipus $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$, amb les distribucions de probabilitat de la taula. Indica en quin interval es troba la probabilitat de error ε del classificador $c(\mathbf{x})$ basat en la funció discriminant $g(\mathbf{x}) = 1.0 - x_1 + 0.5x_2$ definit com

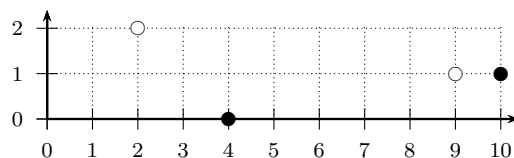
$$c(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } g(\mathbf{x}) < 0 \\ 2 & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

\mathbf{x}		$P(c \mathbf{x})$		
x_1	x_2	$c=1$	$c=2$	$P(\mathbf{x})$
0	0	0.9	0.1	0
0	1	0.8	0.2	0.1
1	0	0.1	0.9	0.5
1	1	0.6	0.4	0.4

$\varepsilon = 0.37$

- A) $\varepsilon < 0.25$.
 B) $0.25 \leq \varepsilon < 0.50$.
 C) $0.50 \leq \varepsilon < 0.75$.
 D) $0.75 \leq \varepsilon$.

- 4 **B** La figura següent mostra una partició de 4 punts bidimensionals en dos clústers, \bullet i \circ :

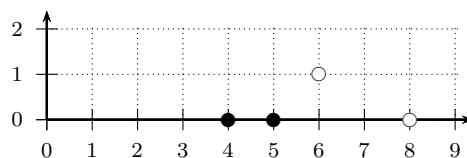


Si transferim de clúster el punt $(10, 1)^t$, es produeix una variació de la suma d'errors quadràtics (SEQ), $\Delta J = J - J'$ (SEQ després de l'intercanvi menys SEQ abans de l'intercanvi), tal que:

- A) $\Delta J < -7$. $\Delta J = 38.7 - 43.5 = -4.8$
 B) $-7 \leq \Delta J < 0$.
 C) $0 \leq \Delta J < 7$.
 D) $\Delta J \geq 7$.
- 5 **D** Siga $g(\mathbf{x})$ un classificador. Indica quin de les següents funcions *no* defineix un classificador equivalent (o escull l'última opció si totes defineixen un classificador equivalent):

- A) $f(g(\mathbf{x})) = ag(\mathbf{x}) + b \quad a > 0$
 B) $f(g(\mathbf{x})) = a^{g(\mathbf{x})} \quad a > 1$
 C) $f(g(\mathbf{x})) = ag(\mathbf{x})^3 \quad a > 0$
 D) Les tres funcions anteriors defineixen un classificador equivalent.

- 6 **A** La figura següent mostra una partició de 4 punts bidimensionals en dos clústers, \bullet i \circ :



Indica quin dels següents punts es transfereix de clúster quan apliquem l'algorisme K-mitjanes de Duda i Hart, però no quan apliquem la versió convencional de l'algorisme K-mitjanes:

- A) $(6, 1)^t$
 B) $(4, 0)^t$
 C) $(8, 0)^t$
 D) $(5, 0)^t$

7 B Supposeu que estem aplicant l'algorisme Perceptró, amb factor d'aprenentatge $\alpha = 1$ i marge $b = 0.1$, a un conjunt de 3 mostres bidimensionals d'aprenentatge per a un problema de 2 classes. Se sap que, després de processar les primeres 2 mostres, s'han obtingut els vectors de pesos $\mathbf{w}_1 = (0, 1, -2)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, -1, 2)^t$. Així mateix, se sap que, després de processar l'última mostra, (\mathbf{x}_3, c_3) , s'obtenen els mateixos vectors de pesos. Quina de les següents mostres és eixa última mostra?

- A) $((5, 4)^t, 1)$
- B) $((1, 1)^t, 2)$
- C) $((2, 1)^t, 1)$
- D) $((1, 4)^t, 1)$

8 C Supposeu que tenim una caixa amb 10 taronges que conté 4 taronges Powell (P) i 6 Valencia (V) de la que hem tret dues taronges, una darrere d'una altra sense reposició. Donades les variables aleatòries:

- T1: varietat de la primera taronja treta.
- T2: varietat de la segona taronja treta.

Quina de les següents condicions no es certa?

- A) $P(T2 = P) < P(T2 = P \mid T1 = V)$
- B) $P(T1 = P, T2 = V) = P(T1 = V, T2 = P)$
- C) $P(T1 = V) = P(T1 = V \mid T2 = P)$
- D) $P(T2 = P) > P(T2 = P \mid T1 = P)$

9 D Siga \mathbf{x} un objecte a classificar en una classe de C possibles. Indica quin dels següents classificadors *no* és (de risc) d'error mínim (o escull l'última opció si cap dels tres és d'error mínim):

- A) $c(\mathbf{x}) = \arg \min_{c=1, \dots, C} e^{p(\mathbf{x}, c)}$
- B) $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} -\log p(\mathbf{x}, c)$
- C) $c(\mathbf{x}) = \arg \min_{c=1, \dots, C} \log p(\mathbf{x}, c)$
- D) Cap dels tres classificadors anteriors és d'error mínim.

Examen final de SIN: Problema del bloc 2 (2 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 19 de desembre de 2024

Grup, cognoms i nom: 2,

Problema sobre regressió logística

La següent taula presenta per fila una mostra d'entrenament de 2 dimensions procedent de una classe:

n	x_{n1}	x_{n2}	c_n
1	1	1	2

Adicionalment, la següent taula representa una matriu de pesos inicials amb els pesos de cadascuna de les classes per columnes::

\mathbf{w}_1	\mathbf{w}_2
-0.5	0.5
-0.5	0.5
-0.5	0.5

Es demana:

- (0.25 punts) Calcula el vector de logits associat a la mostra d'entrenament.
- (0.25 punts) Aplica la funció softmax al vector de logits de la mostra d'entrenament.
- (0.25 punts) Calcula la neg-log-versemblança del conjunt d'entrenament respecte a la matriu de pesos inicials.
- (0.25 punts) Classifica la mostra d'entrenament. En cas d'empat, tria qualsevol classe.
- (0.5 punts) Calcula el gradient de la funció NLL en el punt de la matriu de pesos inicials.
- (0.5 punts) Actualitza la matriu de pesos inicials aplicant descens per gradient amb factor d'aprenentatge $\eta = 1.0$.

Solució:

- Vector de logits de la mostra d'entrenament:

n	a_{n1}	a_{n2}
1	-1.5	1.5

- Aplicació de la funció softmax:

n	μ_{n1}	μ_{n2}
1	0.05	0.95

- Càlcul de la neg-log-versemblança:

$$\text{NLL}(\mathbf{W}) = 0.05$$

- Classificació de la mostra d'entrenament:

n	$\hat{c}(x_n)$
1	2

- Gradient:

\mathbf{g}_1	\mathbf{g}_2
0.05	-0.05
0.05	-0.05
0.05	-0.05

- Matriu de pesos actualitzada:

\mathbf{w}_1	\mathbf{w}_2
-0.55	0.55
-0.55	0.55
-0.55	0.55