Cuestión 1 (1.3 puntos)

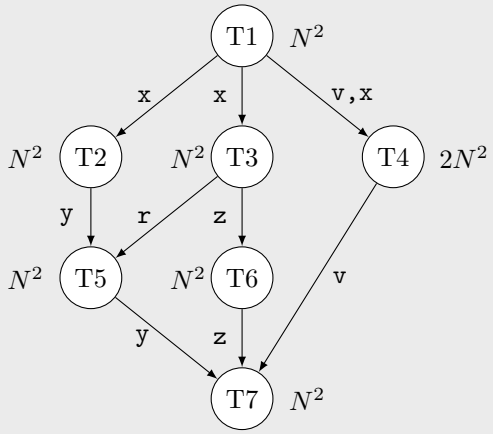
Dada la siguiente función, donde las funciones `T1` a `T7` modifican solo su primer argumento y donde el coste de cada una de dichas funciones es N^2 flops, excepto la función `T4`, cuyo coste es de $2N^2$ flops:

```
double func(double v[N]) {
  double x[N],y[N],z[N],r,s;
  T1(x,v);
  T2(y,x);
  r=T3(z,x);
  T4(v,x);
  T5(y,r);
  T6(z);
  s=T7(v,y,z);
  return s;
}
```

0.4 p. (a) Dibuja el grafo de dependencias de datos entre las tareas.

Solución:

Se incluye en el grafo, aunque no se pide, los costes de las tareas y los datos correspondientes a las dependencias entre tareas, lo cual es útil para los siguientes apartados.



0.7 p. (b) Implementa una versión paralela con MPI, utilizando el número de procesos adecuado para maximizar el paralelismo. Se debe tener en cuenta que el vector `v` se encuentra inicialmente solo en el proceso 0, y que el valor devuelto por la función debe ser el correcto también en el proceso 0.

Solución: Se utilizarán 3 procesos, ya que ese es el grado máximo de concurrencia, y la asignación:
$P_0 : T_1, T_4, T_7$. $P_1 : T_2, T_5$. $P_2 : T_3, T_6$.
Dicha asignación maximiza el paralelismo, ya que las tareas independientes están en procesos distintos y el coste de las tareas que se hacen en paralelo (tareas 2 a 6) está equilibrado entre los tres procesos. Además, se minimizan comunicaciones evitando comunicar el vector `v`.

```
double func_par(double v[N]) {
  double x[N],y[N],z[N],r,s;
```

```
    int rank;
    MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD,&rank);
    if (rank==0) {
      T1(x,v);
      MPI_Send(x,N,MPI_DOUBLE,1,0,MPI_COMM_WORLD);
      MPI_Send(x,N,MPI_DOUBLE,2,0,MPI_COMM_WORLD);
      T4(v,x);
      MPI_Recv(y,N,MPI_DOUBLE,1,0,MPI_COMM_WORLD,MPI_STATUS_IGNORE);
      MPI_Recv(z,N,MPI_DOUBLE,2,0,MPI_COMM_WORLD,MPI_STATUS_IGNORE);
      s=T7(v,y,z);
    }
    else if (rank==1) {
      MPI_Recv(x,N,MPI_DOUBLE,0,0,MPI_COMM_WORLD,MPI_STATUS_IGNORE);
      T2(y,x);
      MPI_Recv(&r,1,MPI_DOUBLE,2,0,MPI_COMM_WORLD,MPI_STATUS_IGNORE);
      T5(y,r);
      MPI_Send(y,N,MPI_DOUBLE,0,0,MPI_COMM_WORLD);
    }
    else if (rank==2) {
      MPI_Recv(x,N,MPI_DOUBLE,0,0,MPI_COMM_WORLD,MPI_STATUS_IGNORE);
      r=T3(z,x);
      MPI_Send(&r,1,MPI_DOUBLE,1,0,MPI_COMM_WORLD);
      T6(z);
      MPI_Send(z,N,MPI_DOUBLE,0,0,MPI_COMM_WORLD);
    }
    return s;
  }
```

0.2 p. (c) Calcula el coste paralelo, detallando los cálculos.

Solución:

Hay que calcular el tiempo aritmético:

$$t_a(N,3) = N^2 + \max(N^2+N^2, N^2+N^2, 2N^2) + N^2 = 4N^2 \text{ flops},$$

y el tiempo de comunicaciones, teniendo en cuenta que hay 4 mensajes de N elementos y uno de un elemento:

$$t_c(N,3) = 4(t_s + Nt_w) + (t_s + t_w) = 5t_s + (4N+1)t_w \approx 5t_s + 4Nt_w.$$

El coste paralelo es la suma de los dos tiempos anteriores:

$$t(N,3) = 4N^2 \text{ flops} + 5t_s + 4Nt_w.$$

Cuestión 2 (1.2 puntos)

Dada la siguiente función:

```
void normaliza( float v[N] ) {
  int i;
  float max = -FLT_MAX;
  for (i=0;i<N;i++)
    if( v[i] > max )
      max = v[i];
  for (i=0;i<N;i++)
```

```
    v[i] /= max;
}
```

0.9 p. (a) Haz una versión paralela usando MPI, suponiendo que el vector `v` se encuentra inicialmente solo en el proceso 0 y, al finalizar, el proceso 0 debe contener el vector `v` modificado. Deberán distribuirse los datos necesarios para que todos los cálculos se repartan de forma equitativa. Nota: Se puede asumir que `N` es divisible entre el número de procesos.

Solución:

```
void normaliza( float v[N] ) {
  int i, p;
  float max, max_loc=-FLT_MAX;
  float vloc[N];
  MPI_Comm_size( MPI_COMM_WORLD, &p );
  MPI_Scatter( v, N/p, MPI_FLOAT, vloc, N/p, MPI_FLOAT, 0, MPI_COMM_WORLD );
  for (i=0;i<N/p;i++)
    if( vloc[i] > max_loc )
      max_loc = vloc[i];
  MPI_Allreduce( &max_loc, &max, 1, MPI_FLOAT, MPI_MAX, MPI_COMM_WORLD );
  for (i=0;i<N/p;i++)
    vloc[i] /= max;
  MPI_Gather( vloc, N/p, MPI_FLOAT, v, N/p, MPI_FLOAT, 0, MPI_COMM_WORLD );
}
```

0.3 p. (b) Calcula el coste computacional (en flops) de la versión secuencial y de la versión paralela desarrollada en el apartado anterior. Detalla el coste de las operaciones de comunicaciones empleadas. Asume que las comparaciones entre números reales cuestan 1 flop.

Solución:

Coste secuencial: $t(N) = \sum_{i=0}^{N-1} 1 + \sum_{i=0}^{N-1} 1 = 2N$ flops.

Coste aritmético paralelo: $t_a(N,p) = \sum_{i=0}^{\frac{N}{p}-1} 1 + \sum_{i=0}^{\frac{N}{p}-1} 1 = \frac{2N}{p}$ flops.

Coste Scatter: $(p-1)\left(t_s + \frac{N}{p}t_w\right) \approx pt_s + Nt_w$.

Coste Allreduce (Reduce + Bcast, $p-1$ flops): $2(p-1)(t_s+t_w) + (p-1) \approx 2pt_s + 2pt_w + p$.

Coste Gather: $(p-1)\left(t_s + \frac{N}{p}t_w\right) \approx pt_s + Nt_w$.

Coste paralelo: $t(N,p) \approx 4pt_s + 2(N+p)t_w + \frac{2N}{p} + p$ flops.

Cuestión 3 (1 punto)

Se quiere implementar una función MPI para transmitir una matriz cuadrada de enteros de dimensión n, siendo n un número par, del proceso P0 al proceso P1, de manera que el proceso P1 reciba la matriz con las columnas adyacentes intercambiadas; es decir, si la matriz del proceso P0 es, por ejemplo:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix}$$

el proceso P1 recibirá la matriz:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 8 & 7 \\ 10 & 9 & 12 & 11 \\ 14 & 13 & 16 & 15 \end{bmatrix}.$$

La transmisión de la matriz debe hacerse mediante solo dos mensajes y sin realizar copias intermedias de los datos. La cabecera de la función a implementar será:

```
comunica_matriz(int A[n][n], int B[n][n], int rank)
```

donde `A` es la matriz almacenada en el proceso P0, `B` es la matriz donde se van a recibir los datos en el proceso P1 y `rank` es el identificador del proceso local (el programa puede tener más de dos procesos).

Solución: Teniendo en cuenta que las filas de las matrices se encuentran almacenadas en posiciones consecutivas de memoria y definiendo un nuevo tipo de datos derivado consistente en $n^2/2$ bloques de 1 elemento con una `stride` igual a 2, con solo dos mensajes se puede obtener la matriz B en el proceso P_1.

```
void comunica_matriz(int A[n][n], int B[n][n], int rank){
  MPI_Status stat;
  MPI_Datatype int_col;
  MPI_Type_vector(n*n/2, 1, 2, MPI_INT, &int_col);
  MPI_Type_commit(&int_col);
  if (rank==0) {
    MPI_Send(&A[0][0], 1, int_col, 1, 100, MPI_COMM_WORLD);
    MPI_Send(&A[0][1], 1, int_col, 1, 200, MPI_COMM_WORLD);
  }
  else if (rank==1) {
    MPI_Recv(&B[0][1], 1, int_col, 0, 100, MPI_COMM_WORLD, &stat);
    MPI_Recv(&B[0][0], 1, int_col, 0, 200, MPI_COMM_WORLD, &stat);
  }
  MPI_Type_free(&int_col);
}
```