

# Examen del Bloc 2 de Sistemes Intel·ligents (tipus A)

ETSINF, UPV, 18 de desembre de 2017. Puntuació: nencerts - nerrors/3.

1 [A] Quina de les següents expressions és *incorrecta*?

- A)  $\sum_y P(x | y) = 1, \forall x$
- B)  $\sum_x P(x | y) = 1, \forall y$
- C)  $\sum_x \sum_y P(x, y) = 1$
- D)  $\sum_x P(x | u) = \sum_y P(y | w), \forall u, w$

2 [B] Es tenen dos magatzems de taronges: 1 i 2. El 65% de les taronges es troben al magatzem 1 i la resta al 2. Se sap que al magatzem 1 hi ha un 1% de taronges no aptes per al consum; i un 3% al 2. Suposeu que es distribueix una taronja no apta per al consum. Quina és la probabilitat  $P$  que siga del magatzem 1?

- A)  $0.00 \leq P < 0.25$
- B)  $0.25 \leq P < 0.50$   $P = P(A = 1 | C = 0) = \frac{P(A=1)P(C=0|A=1)}{P(C=0)} = \frac{P(A=1)P(C=0|A=1)}{P(A=1)P(C=0|A=1) + P(A=2)P(C=0|A=2)} = 0.38$
- C)  $0.50 \leq P < 0.75$
- D)  $0.75 \leq P$

3 [D] Siga  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$  un objecte donat mitjançant una seqüència de  $N$  vectors de característiques, el qual es vol classificar en una  $C$  de classes. Indica quin dels següents classificadors *sí* és d'error mínim ( $\mathbf{x}_2^N$  denota  $\mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N$ ):

- A)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(\mathbf{x}_1 | c) p(\mathbf{x}_2^N | \mathbf{x}_1)$
- B)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(\mathbf{x}_1, c) p(\mathbf{x}_2^N | \mathbf{x}_1)$
- C)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(\mathbf{x}_1 | c) p(\mathbf{x}_2^N | \mathbf{x}_1, c)$
- D)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(\mathbf{x}_1, c) p(\mathbf{x}_2^N | \mathbf{x}_1, c)$

4 [B] Siga un classificador en 3 classes per a  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in [0, 1]^2$  amb les distribucions de probabilitat donades a la dreta. Quina és la probabilitat d'error  $p_e$  del classificador?

- A)  $p_e < 0.35$
- B)  $0.35 \leq p_e < 0.45$   $.1 \cdot 0 + .2 \cdot .02 + .3 \cdot .5 + .4 \cdot 2/3 = .42$
- C)  $0.45 \leq p_e < 0.65$
- D)  $0.65 \leq p_e$

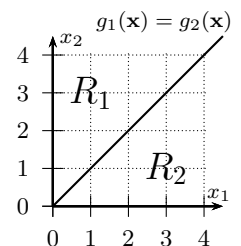
$x_1$	$x_2$	$p(c = 1   \mathbf{x})$	$p(c = 2   \mathbf{x})$	$p(c = 3   \mathbf{x})$	$p(\mathbf{x})$
0	0	1.0	0.0	0.0	0.1
0	1	0.01	0.01	0.98	0.2
1	0	0.25	0.5	0.25	0.3
1	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0.4

5 [B] Siga un problema de classificació en quatre classes d'objectes a  $\mathbb{R}^3$ . Es té un classificador de funcions discriminants lineals amb vectors de pesos (en notació homogènia):  $\mathbf{w}_1 = (-2, 1, 2, 0)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (0, 2, 2, 0)^t$ ,  $\mathbf{w}_3 = (1, 1, 1, 0)^t$  i  $\mathbf{w}_4 = (3, 0, 0, 1)^t$ . Indica a quina classe s'assignarà l'objecte  $\mathbf{x} = (1, 2, 2)^t$  (no en notació homogènia).

- A) 1.  $-2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 2 = 3$
- B) 2.  $0 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot 2 = 6$
- C) 3.  $1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 2 = 4$
- D) 4.  $3 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 5$

6 [C] En la figura es representen frontera i regions de decisió d'un classificador binari. Quin dels següents parells de vectors de pesos correspon al classificador de la figura?

- A)  $\mathbf{w}_1 = (-1, -1, -2)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (-1, -2, -1)^t$   $x_2 = x_1$   $R_1 : x_2 < x_1$   $R_2 : x_2 > x_1$
- B)  $\mathbf{w}_1 = (1, -1, -2)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (0, -2, -1)^t$   $x_2 = x_1 + 1$   $R_1 : x_2 < x_1 + 1$   $R_2 : x_2 > x_1 + 1$
- C)  $\mathbf{w}_1 = (1, 1, 2)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (1, 2, 1)^t$   $x_2 = x_1$   $R_1 : x_2 > x_1$   $R_2 : x_2 < x_1$
- D)  $\mathbf{w}_1 = (-1, 1, 2)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (0, 2, 1)^t$   $x_2 = x_1 + 1$   $R_1 : x_2 > x_1 + 1$   $R_2 : x_2 < x_1 + 1$



7 [D] Siga un problema de classificació en 3 classes,  $c = 1, 2, 3$ , per a objectes representats mitjançant vectors de característiques bidimensionals. Es tenen 3 mostres d'entrenament representades en notació homogènia:  $\mathbf{x}_1 = (1, 1, 2)^t$  de la classe  $c_1 = 1$ ,  $\mathbf{x}_2 = (1, 2, 3)^t$  de la classe  $c_2 = 2$  i  $\mathbf{x}_3 = (1, 3, 1)^t$  de la classe  $c_3 = 3$ . Així mateix, es té un classificador lineal definit pels vectors de pesos:  $\mathbf{w}_1 = (w_{10}, w_{11}, w_{12}) = (2, -8, 0)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (w_{20}, w_{21}, w_{22}) = (-5, -2, -1)^t$  i  $\mathbf{w}_3 = (w_{30}, w_{31}, w_{32}) = (-2, 1, -10)^t$ . Si apliquem una iteració de l'algorisme Perceptró a partir d'aquests vectors de pesos, amb factor d'aprenentatge  $\alpha = 1$  i marge  $b = 1.5$ , llavors:

- A) Es modificaran els vectors de pesos  $\mathbf{w}_1$  i  $\mathbf{w}_2$ .
- B) Es modificaran els vectors de pesos  $\mathbf{w}_1$  i  $\mathbf{w}_3$ .
- C) Es modificaran els vectors de pesos  $\mathbf{w}_2$  i  $\mathbf{w}_3$ .
- D) No es modificarà cap vector de pesos.

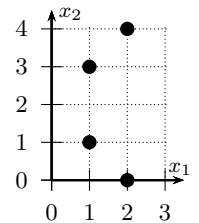
- 8 **[D]** En el procés d'entrenament d'un arbre de classificació, un node intern  $t$  té un grau d'impuresa  $\mathcal{I}(t) > 0$ . Un dels "splits" produeix un decrement d'impuresa igual a  $\mathcal{I}(t)$ . Indica l'afirmació correcta:
- A) No és possible aconseguir aqueix decrement d'impuresa.
  - B) Aquest "split" genera dos nodes impurs.
  - C) Aquest "split" genera un node pur i un altre impur.
  - D) Aquest "split" genera dos nodes purs.

- 9 **[A]** Per a un problema de classificació de dades bidimensionals  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$  en dues classes disposem d'un arbre de classificació. Quin tipus de fronteres de decisió defineix el node arrel?
- A)  $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c = 0$  on  $a = 0 \vee b = 0$  **Fronteres paral·leles als eixos**
  - B)  $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c = 0$  on  $a \neq 0 \wedge b \neq 0$
  - C)  $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c = 0$  on  $a \neq 0 \vee b = 0$
  - D)  $a \cdot x_1 + b \cdot x_2 + c = 0$  on  $a = 0 \vee b \neq 0$

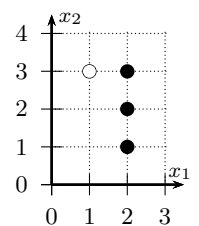
- 10 **[D]** Supposeu que estem aplicant l'algorisme d'aprenentatge d'arbres de classificació per a un problema de quatre classes: 1, 2, 3 i 4. L'algorisme ha aconseguit un node  $t$  que inclou una dada de cada classe, açò és, 4 en total. Es pretén avaluar la qualitat d'una partició del node  $t$  mitjançant un "split"  $s = (j, r)$ , que divideix les dades en dos nodes  $t_1$  i  $t_2$  de la següent forma: les dades de les classes 1 i 2 queden en el node  $t_1$  i les dades de les classes 3 i 4 queden en el node  $t_2$ . El decrement d'impuresa  $\Delta\mathcal{I}(j, r, t)$  (mesurat com entropia) per a quantificar la qualitat d'aquesta partició és:
- A)  $\Delta\mathcal{I}(j, r, t) < 0.0$ .
  - B)  $0.0 \leq \Delta\mathcal{I}(j, r, t) < 0.5$ .
  - C)  $0.5 \leq \Delta\mathcal{I}(j, r, t) < 1.0$ .
  - D)  $1.0 \leq \Delta\mathcal{I}(j, r, t)$ .  **$\Delta\mathcal{I}(j, r, t) = \mathcal{I}(t) - \hat{P}_t(t_1)\mathcal{I}(t_1) - \hat{P}_t(t_2)\mathcal{I}(t_2) = 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 = 1$**

- 11 **[A]** Indica quina de les següents afirmacions sobre un arbre de classificació construït mitjançant l'algorisme d'aprenentatge d'arbres és *incorrecta*.
- A) En cada node  $t$ , la probabilitat a posteriori de qualsevol classe  $c$ ,  $P(c | t)$ , és sempre major o igual que el menor dels pesos o probabilitats de decisió dels seus dos fills.
  - B) En cada node  $t$  la suma per a totes les classes de  $P(c | t)$  és 1.
  - C) La impuresa d'un node, mesurada com entropia, no pot ser menor que 0 ni major que  $\log_2 C$ , on  $C$  és el nombre de classes.
  - D) Si  $N$  és el nombre de dades d'aprenentatge, la profunditat de l'arbre no serà major que  $N$  encara que, en la pràctica, sol ser proporcional a  $\log_2 N$ .

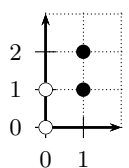
- 12 **[D]** En la figura de la dreta es representen 4 mostres bidimensionals. Quin és el nombre de clústers que minimitza la suma d'errors quadràtics per a les dites 4 mostres?
- A) 1
  - B) 2
  - C) 3
  - D) 4  **$J = 0$**



- 13 **[D]** La figura a la dreta mostra una partició de 4 punts bidimensionals en 2 clústers (representats mitjançant els símbols  $\bullet$  i  $\circ$ ). La transferència del punt  $(2, 3)^t$  del clúster  $\bullet$  al  $\circ$  condueix a una variació de la SEQ,  $\Delta J$ , tal que:
- A)  $\Delta J > 0$ .
  - B)  $0 \geq \Delta J > -\frac{1}{2}$ .
  - C)  $-\frac{1}{2} \geq \Delta J > -1$ .
  - D)  $-1 \geq \Delta J$ .  **$\Delta J = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$**



- 14 **[A]** En la figura de la dreta es mostra una partició de 4 punts bidimensionals de 2 clústers. La transferència del punt  $(1, 1)^t$  del clúster  $\bullet$  al clúster  $\circ$
- A) produeix un increment en la SEQ.
  - B) produeix un decrement en la SEQ.
  - C) no altera la SEQ.
  - D) produeix una SEQ negativa.



- 15 **[A]** Considereu l'algorisme  $C$ -mitjanes de Duda i Hart. Indiqueu quina de les següents afirmacions és *correcta*:
- A) La seua bona eficàcia computacional s'aconsegueix gràcies al càlcul incremental de la variació de distorsió i dels vectors mitjana de clúster.
  - B) Determina el nombre de clústers que minimitza la suma d'errors quadràtics (SEQ).
  - C) Quan un clúster es queda buit, aquest clúster s'elimina.
  - D) Cap de les anteriors.