# Examen del bloc 2 de SIN (tipus B)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 14 de gener de 2020

**Cognoms:** ☐ **Nom:** ☐

**Grup:** ☐ **3A** ☐ **3B** ☐ **3C** ☐ **3D** ☐ **3E** ☐ **3F** ☐ **3G** ☐ **4IA**

## Test (1,75 punts)

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació: $\text{máx}(0, (\text{encerts} - \text{errors} / 3) \cdot 1,75 / 9)$.

1 ☐ Siga $\mathbf{x}$ un objecte a classificar en una classe de $C$ possibles. Indica quin dels següents classificadors *no* és d'error mínim (o tria l'última opció si els tres són d'error mínim):

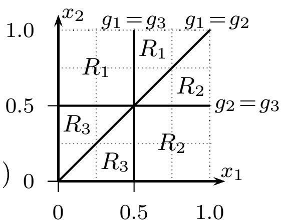
A) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\ \log p(\mathbf{x}, c)$.

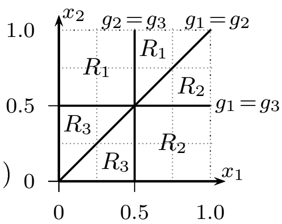
B) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\ p(c \mid \mathbf{x})^2$.

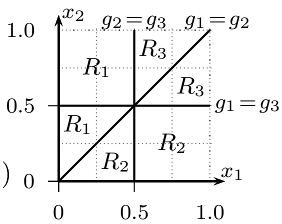
C) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\ \sqrt{p(\mathbf{x}, c)} \,/\, p(\mathbf{x})$.

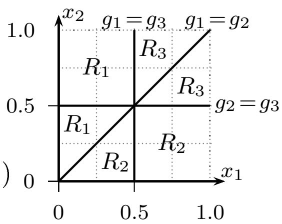
D) Els tres classificadors anteriors són d'error mínim.

2 ☐ Siga un classificador en tres classes basat en les funcions discriminants lineals bidimensionals de vectors de pesos: $\mathbf{w}_1 = (0, 0, 1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 0)^t$ i $\mathbf{w}_3 = (0.5, 0, 0)^t$. Indica quina de les figures donades a continuació és coherent amb les fronteres i regions de decisió que defineix aquest classificador.

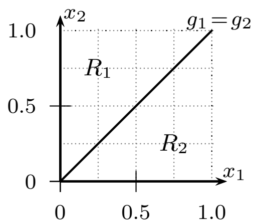
A) 


B) 


C) 


D) 


3 ☐ Donat el classificador en dues classes definit per la frontera i regions de decisió de la figura de la dreta, quin dels següents vectors de pesos *no* defineix un classificador equivalent al donat?



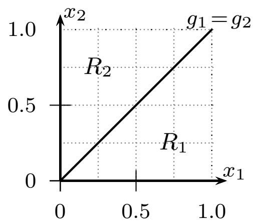

A) $\mathbf{w}_1 = (0, 0, 1)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 0)^t$.

B) $\mathbf{w}_1 = (0, -1, 0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0, 0, -1)^t$.

C) $\mathbf{w}_1 = (0, 1, 0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0, 0, 1)^t$.

D) Tots els vectors de pesos anteriors defineixen classificadors equivalents.

4 ☐ Durant l'aplicació de l'algorisme Perceptró ($\alpha = 1.0$ i $b = 0$) en un problema de classificació en dues classes, s'han obtingut els vectors de pesos $\mathbf{w}_1 = (-1, 1, 0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (1, 0, 1)^t$. Suposa que el següent pas en l'aplicació de Perceptrón consisteix a processar una certa mostra d'entrenament $\mathbf{x}$ de classe $c$. Indica quina de les següents opcions donaria com a resultat un conjunt de pesos que defineix la frontera i regions de decisió de la figura de la dreta.




A) $\mathbf{x} = (-1, 1)^t$ i $c = 2$.

B) $\mathbf{x} = (0, 0)^t$ i $c = 2$.

C) $\mathbf{x} = (0, 0)^t$ i $c = 1$.

D) $\mathbf{x} = (-1, 1)^t$ i $c = 1$.

5 ☐ Siga un problema de classificació en tres classes per a objectes del tipus $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$, amb les distribucions de probabilitat de la dreta. Quin és l'error de Bayes, $\varepsilon^*$, en aquest problema?

| $\mathbf{x}$ | | $P(c \mid \mathbf{x})$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | $x_2$ | $c{=}1$ | $c{=}2$ | $c{=}3$ | $P(\mathbf{x})$ |
| 0 | 0 | 0.6 | 0.2 | 0.2 | 0.2 |
| 0 | 1 | 0.1 | 0.1 | 0.8 | 0.3 |
| 1 | 0 | 0.3 | 0.5 | 0.2 | 0.2 |
| 1 | 1 | 1/3 | 1/3 | 1/3 | 0.3 |

A) $\varepsilon^* < 0.2$.

B) $0.2 \leq \varepsilon^* < 0.4$.

C) $0.4 \leq \varepsilon^* < 0.7$.

D) $0.7 \leq \varepsilon^*$.

6 ☐ Es té un problema de classificació per al qual s'ha après un classificador. Així mateix, es té un conjunt de $M = 100$ mostres de test amb el qual s'ha estimat:

- La probabilitat d'error del classificador après, $\hat{p} = 0.10 = 10\,\%$.
- Un interval de confiança al 95 % per a aquesta probabilitat d'error, $\hat{I} = [0.04, 0.16] = [4\,\%, 16\,\%]$.

Es considera que la probabilitat d'error estimada és raonable i que la mateixa no variarà significativament encara que usem moltes més mostres de test. Ara bé, l'interval de confiança (al 95 %) estimat, $\hat{I} = 10\,\% \pm 6\,\%$, ens sembla una mica ampli i ens preguntem si és possible reduir la seua amplitud mitjançant l'ús de més de $M = 100$ mostres de test. A més, si això fóra possible, ens preguntem si seria possible reduir aquesta amplitud a la meitat o menys; això és, tal que $\hat{I} = 10\,\% \pm \hat{R}$ amb $\hat{R} \leq 3\,\%$. En relació amb aquestes qüestions, indica quina de les següents afirmacions és correcta.

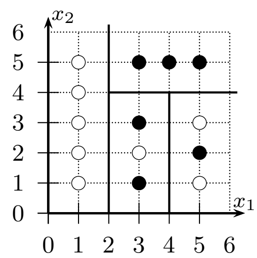
A) No és possible reduir l'amplitud de $\hat{I}$ ja que hem considerat que $\hat{p}$ no variarà significativament i, sent així, l'amplitud de $\hat{I}$ tampoc pot variar significativament.

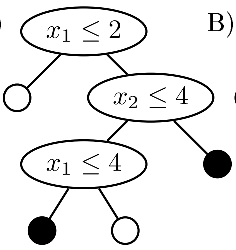
B) En general, no és possible reduir l'amplitud de $\hat{I}$ perquè $\hat{I}$ no depèn significativament de $M$.

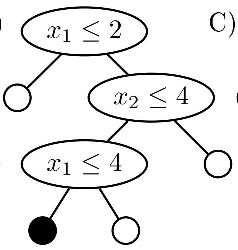
C) Sí que és possible reduir l'amplitud de $\hat{I}$, a la meitat o menys, si doblem $M$ almenys ($M \geq 200$).

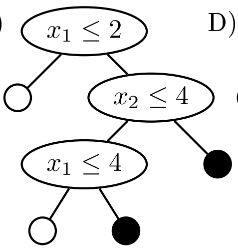
D) Sí que és possible reduir l'amplitud de $\hat{I}$, a la meitat o menys, si emprem almenys quatre vegades més mostres de test aproximadament ($M \geq 400$).

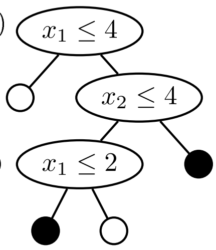
7 ☐ Donat el conjunt de mostres de 2 classes (○ i ●) de la figura de la dreta, quin dels següents arbres de classificació és coherent amb la partició representada?



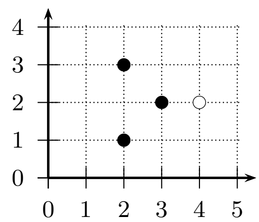

A)



B)



C)



D)



8 ☐ La figura a la dreta mostra una partició de 4 punts bidimensionals en 2 clústers (representats mitjançant els símbols ● i ○). La transferència del punt $(3, 2)^t$ del clúster ● al clúster ○:




A) produeix un increment en la Suma d'Errors Quadràtics (SEQ).

B) no altera la SEQ.

C) produeix un decrement en la SEQ.

D) produeix una SEQ negativa.

9 ☐ En relació al càlcul de la probabilitat $P(y \mid M)$ amb la qual un model de Markov $M$ genera una cadena de símbols $y$, indica quina afirmació és certa:

A) L'única manera de calcular $P(y \mid M)$ consisteix a generar explícitament totes les seqüències d'estats, calcular la probabilitat que cada seqüència d'estats haja generat $y$ i posteriorment sumar totes les probabilitats obtingudes.

B) Una forma eficient computacionalment de calcular $P(y \mid M)$ consisteix a aplicar l'algorisme de Viterbi.

C) Una forma eficient computacionalment de calcular $P(y \mid M)$ consisteix a aplicar l'algorisme *Forward*.

D) L'única manera de calcular $P(y \mid M)$ consisteix a generar explícitament totes les seqüències d'estats mitjançant l'algorisme de Viterbi, calcular la probabilitat que cada seqüència haja generat $y$ i sumar totes les probabilitats obtingudes.

## Problema (2 punts)

Siga un model de Markov de conjunt d'estats $Q = \{1,\ 2,\ F\}$ i conjunt de símbols $\Sigma = \{a, b\}$. Es demana:

a) (1 punt) Siguen el vector de probabilitats inicials ($\pi$), matriu de transició entre estats ($A$) i matriu de generació de símbols ($B$):

| $\pi$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| | 0.6 | 0.4 |

| $A$ | 1 | 2 | $F$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.6 | 0.3 | 0.1 |
| 2 | 0.3 | 0.4 | 0.3 |

| $B$ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|
| 1 | 0.3 | 0.7 |
| 2 | 0.8 | 0.2 |

Realitza una traça de l'algorisme de Viterbi per a la cadena $y = aab$ obtenint la millor seqüència d'estats.

b) (1 punt) Siguen les tres cadenes de símbols: $y_1 = bbaa$, $y_2 = abab$ i $y_3 = aabbb$. En aplicar l'algorisme de Viterbi amb un cert model de Markov $M$, s'obtenen, respectivament, les següents seqüències òptimes d'estats: $1122F$, $2121F$ i $22111F$. A partir d'aquestes cadenes i les seues respectives seqüències òptimes d'estats, re-estima les probabilitats inicials ($\pi$), de transició ($A$) i d'emissió ($B$) de $M$ (de la mateixa manera que es fa en una iteració de l'algorisme de re-estimació de Viterbi).