

Examen de recuperació de SIN: Test del bloc 2 (1.75 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 24 de gener de 2025

Grup, cognoms i nom: 2,

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació: $\max(0, (\text{encerts} - \text{errors} / 3) \cdot 1,75 / 6)$.

- 1 ☐ A Donada la següent taula de probabilitats de les variables de interès:

	$P(A = 0 \mid B, C)$				$P(B, C)$			
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
	0.049	0.431	0.022	0.842	0.038	0.292	0.462	0.208

Quin és el valor de $P(A = 1, B = 1 \mid C = 1)$? $P(A = 1, B = 1 \mid C = 1) = 0.066$

- A) $P(A = 1, B = 1 \mid C = 1) \leq 0.25$
B) $0.25 < P(A = 1, B = 1 \mid C = 1) \leq 0.50$
C) $0.50 < P(A = 1, B = 1 \mid C = 1) \leq 0.75$
D) $0.75 < P(A = 1, B = 1 \mid C = 1) \leq 1.00$

- 2 ☐ D Siga un problema de classificació en quatre classes per a dades del tipus $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$, amb les distribucions de probabilitat de la taula. Indica en quin interval es troba l'error de Bayes, ε^* :

- A) $\varepsilon^* < 0.40$.
B) $0.40 \leq \varepsilon^* < 0.45$.
C) $0.45 \leq \varepsilon^* < 0.50$.
D) $0.50 \leq \varepsilon^*$.

\mathbf{x}		$P(c \mid \mathbf{x})$			$P(\mathbf{x})$
x_1	x_2	$c=1$	$c=2$	$c=3$	
0	0	0.3	0.3	0.1	0.2
0	1	0.1	0.2	0.2	0.2
1	0	0.3	0.1	0.3	0.1
1	1	0.1	0.2	0.2	0.5

$\varepsilon^* = 0.56$

- 3 ☐ E Siga \mathbf{x} un objecte a classificar en una classe de C possibles. Indica quin dels següents classificadors és d'error mínim (o escull l'última opció si els tres són d'error mínim):

- A) $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(c \mid \mathbf{x}) + \log p(\mathbf{x})$
B) $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(c \mid \mathbf{x}) - \log p(\mathbf{x})$
C) $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \frac{\log p(c \mid \mathbf{x})}{\log p(\mathbf{x})}$
D) Els tres classificadors anteriors són d'error mínim.

- 4 D Supposeu que estem aplicant l'algorisme Perceptró, a un conjunt de 3 mostres bidimensionals d'aprenentatge per a un problema de 2 classes. Se sap que, després de processar les primeres 2 mostres, s'han obtingut els vectors de pesos $\mathbf{w}_1 = (0, -4, 1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, 4, -1)^t$. A continuació, es processa la mostra, $(\mathbf{x}_3 = (1, 5), c_3 = 1)$, Quin dels següents valors de marge b és el mínim necessari per a actualitzar els pesos amb esta mostra?

- A) 0.0
- B) 0.1
- C) 1.0
- D) 10.0

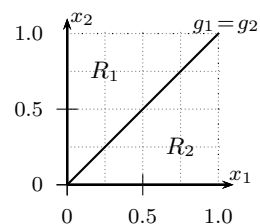
- 5 C Donat el classificador en dues classes definit per la seua frontera i regions de decisió de la figura de la dreta, quin dels següents vectors de pesos (en notació homogènia) defineix un classificador **no** equivalent al donat?

A) $\mathbf{w}_1 = (0, -1, 0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0, 0, -1)^t$.

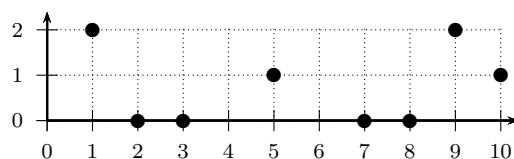
B) $\mathbf{w}_1 = (0, 0, 1)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 0)^t$.

C) $\mathbf{w}_1 = (0, 1, 0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0, 0, 1)^t$.

- D) Tots els vectors de pesos anteriors defineixen classificadors no equivalents.



- 6 D La figura següent mostra un conjunt de 8 punts bidimensionals:



Quin és el nombre de clústers que minimitza la suma d'errors quadràtics (SEC) d'aquest conjunt?

- A) 1
- B) 4
- C) 5
- D) 8

Examen de recuperació de SIN: Problema del bloc 2 (2 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 24 de gener de 2025

Grup, cognoms i nom: 2,

Problema sobre regressió logística

La següent taula presenta per files un conjunt de 2 mostres d'entrenament de 2 dimensions procedents de 2 classes:

n	x_{n1}	x_{n2}	c_n
1	0	0	1
2	1	1	2

Adicionalment, la següent taula representa una matriu de pesos inicials amb els pesos de cadascuna de les classes per columnes::

\mathbf{w}_1	\mathbf{w}_2
0.	0.
-0.25	0.25
-0.25	0.25

Es demana:

- (0.5 punts) Calcula el vector de logits associat a cada mostra d'entrenament.
- (0.25 punts) Aplica la funció softmax al vector de logits de cada mostra d'entrenament.
- (0.25 punts) Classifica cadascuna de les mostres d'entrenament. En cas d'empat, tria qualsevol classe.
- (0.5 punts) Calcula el gradient de la funció NLL en el punt de la matriu de pesos inicials.
- (0.5 punts) Actualitza la matriu de pesos inicials aplicant descens per gradient amb factor d'aprenentatge $\eta = 1.0$.

Solució:

- Vector de logits per a cada mostra d'entrenament:

n	a_{n1}	a_{n2}
1	0.	0.
2	-0.5	0.5

- Aplicació de la funció softmax:

n	μ_{n1}	μ_{n2}
1	0.5	0.5
2	0.27	0.73

- Classificació de cada mostra:

n	$\hat{c}(x_n)$
1	1
2	2

- Gradient:

\mathbf{g}_1	\mathbf{g}_2
-0.12	0.12
0.13	-0.13
0.13	-0.13

- Matriu de pesos actualitzada:

\mathbf{w}_1	\mathbf{w}_2
0.12	-0.12
-0.38	0.38
-0.38	0.38