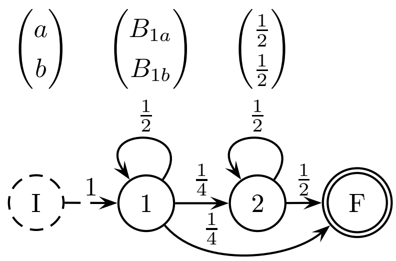
Examen final de SIN: Test del bloc 2 (1,75 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 3 de febrer de 2021

Grup, cognoms i nom: TA-Blanc, 1,

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació: $\max(0, (\text{encerts} - \text{errors}\,/\,3) \cdot 1,75\,/\,6)$.

1 $\boxed{\text{C}}$ Siga M el model de Markov representat en la figura a la dreta, on B_{1s} denota una probabilitat *positiva* d'emissió del símbol s ($s = a, b$) en l'estat 1. Donada la cadena $x = "aba"$, suposeu que s'està aplicant l'algorisme *Forward*, havent-hi arribat al càlcul de la probabilitat de que M emeta x i en l'instant 3 es trobe en l'estat 1, $\alpha_{13} = P_M(x = "aba", q_3 = 1)$. Si $\alpha_{13}(B_{1s})$ denota el valor de α_{13} en funció de les probabilitats d'emissió en l'estat 1, indica quina de les següents afirmacions *no* es compleix:



A) $\alpha_{13}(B_{1s})$ amb $B_{1a} = 0.2$ és menor que $\alpha_{13}(B_{1s})$ amb $B_{1a} = 0.4$.
B) $\alpha_{13}(B_{1s})$ amb $B_{1a} = 0.8$ és menor que $\alpha_{13}(B_{1s})$ amb $B_{1a} = 0.7$.
C) $\alpha_{13}(B_{1s})$ amb $B_{1a} = 0.5$ és menor que $\alpha_{13}(B_{1s})$ amb $B_{1a} = 0.4$.
D) $\alpha_{13}(B_{1s})$ amb $B_{1a} = 0.4$ és menor que $\alpha_{13}(B_{1s})$ amb $B_{1a} = 0.5$.

$$\alpha_{13} = B_{1a}\,\frac{1}{2}\,B_{1b}\,\frac{1}{2}\,B_{1a} = \frac{1}{4}\,B_{1a}^2\,(1 - B_{1a})$$

2 $\boxed{\text{D}}$ Siga $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_D)^t$, $D > 1$, un objecte representat mitjançant un vector de característiques D-dimensional a classificar en una de C classes. Indica quin dels següents classificadors *no* és (de risc) d'error mínim:

A) $c(\mathbf{x}) = \arg\max_{c=1,\ldots,C}\ \log p(c \mid x_1) + \log p(x_2, \ldots, x_D \mid x_1, c)$
B) $c(\mathbf{x}) = \arg\max_{c=1,\ldots,C}\ p(c)\,p(x_1 \mid c)\,p(x_2, \ldots, x_D \mid x_1, c)$
C) $c(\mathbf{x}) = \arg\max_{c=1,\ldots,C}\ \log p(x_1, c) + \log p(x_2, \ldots, x_D \mid x_1, c)$
D) $c(\mathbf{x}) = \arg\max_{c=1,\ldots,C}\ p(x_1 \mid c)\,p(x_2, \ldots, x_D \mid x_1, c)$

3 $\boxed{\text{C}}$ Suposeu que estem aplicant l'algorisme Perceptró, amb factor d'aprenentatge $\alpha = 1$ i marge $\gamma = 0.1$, a un conjunt de 4 mostres bidimensionals d'aprenentatge per a un problema de 4 classes, $c = 1, 2, 3, 4$. En un moment donat de l'execució de l'algorisme s'han obtés els vectors de pesos $\mathbf{w}_1 = (-2, -1, -2)^t$, $\mathbf{w}_2 = (-2, -7, -4)^t$, $\mathbf{w}_3 = (-2, -3, -8)^t$, $\mathbf{w}_4 = (-2, -7, -10)^t$. Suposant que a continuació es va a processar la mostra $(\mathbf{x}, c) = ((3, 3)^t, 3)$, quants vectors de pesos es modificaran?

A) 0
B) 2
C) 3
D) 4

4 $\boxed{\text{A}}$ Siga M un model de Markov de conjunt d'estats $Q = \{1, 2, F\}$ i alfabet $\Sigma = \{a, b\}$. Durant l'aplicació d'una iteració de l'algorisme de reestimació per Viterbi, s'ha obtés un parell "(cadena, camí més probable)" per cada cadena d'entrenament. Seguidament, a partir de tots els parells obtinguts, s'han obtingut els comptes (freqüències absolutes) d'emissió de símbols en els estats mostrats en la taula a la dreta. La normalització *correcta* d'aquests comptes resultarà en la taula de probabilitats d'emissió de símbols en els estats:

B	a	b
1	2	4
2	3	4

A)

B	a	b
1	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$
2	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$

B)

B	a	b
1	$\frac{2}{13}$	$\frac{4}{13}$
2	$\frac{3}{13}$	$\frac{4}{13}$

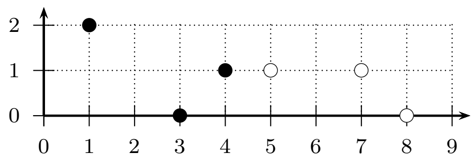
C)

B	a	b
1	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{8}$
2	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{8}$

D)

B	a	b
1	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{7}$
2	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{6}$

5 $\boxed{\text{D}}$ La figura següent mostra una partició de 6 punts bidimensionals en dos clústers, $\bullet$ i $\circ$:



La transferència del punt $(4, 1)^t$ del clúster $\bullet$ al clúster $\circ$ produeix una variació de la suma d'errors quadràtics, ΔJ, tal que: $\Delta J = 2.75$

A) $\Delta J < 0$, açò és, la transferència és profitosa.

B) $0 \leq \Delta J < 1$.

C) $1 \leq \Delta J < 2$.

D) $\Delta J \geq 2$.

6 $\boxed{\text{C}}$ Suposeu que estem aplicant l'algorisme d'aprenentatge d'arbres de classificació per a un problema de 4 classes, $c = 1, 2, 3, 4$. L'algorisme ha arribat a un node t que ha estat dividit en un node esquerre amb 2 mostres de la classe 1, 0 mostres de la classe 2, 4 mostres de la classe 3 i 2 mostres de la classe 4; i un node dret amb 0 mostres de la classe 1, 2 mostres de la classe 2, 0 mostres de la classe 3 i 0 mostres de la classe 4, quin decrement d'impuresa s'ha assolit amb esta partició? $\Delta\mathcal{I} = 0.72$

A) $0.00 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.25$.

B) $0.25 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.50$.

C) $0.50 \leq \Delta\mathcal{I} < 0.75$.

D) $0.75 \leq \Delta\mathcal{I}$.

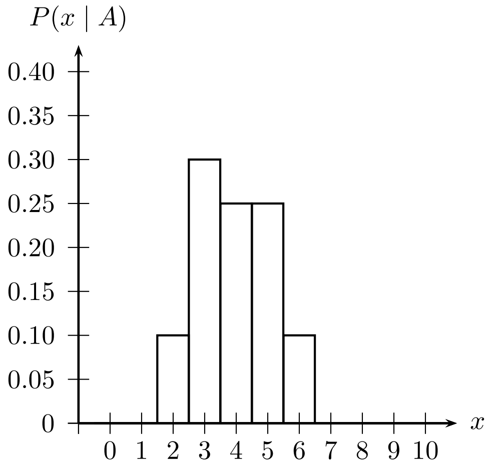
Examen final de SIN: Problema del bloc 2 (2 punts)

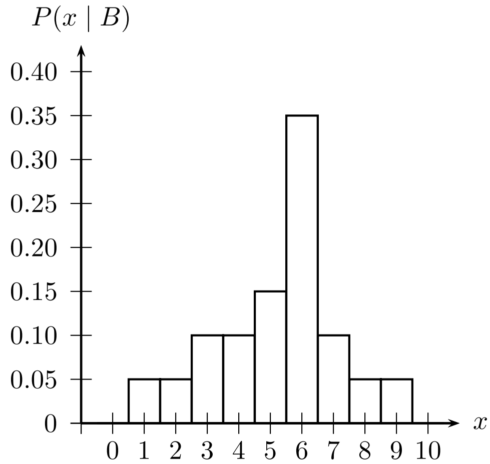
ETSINF, Universitat Politècnica de València, 3 de febrer de 2021

Grup, cognoms i nom: TA-Blanc, 1,

Problema sobre Bayes

Es té un problema de classificació en dues classes, A i B, per a objectes representats mitjançant una única característica discreta, $x \in \{0, 1, \ldots, 10\}$. Se sap que les probabilitats a priori de las classes són $P(A) = 0.9$ i $P(B) = 0.1$. Així mateix, se sap que les funcions de probabilitat condicionals de las classes són:





Siga $x = 5$. Es demana:

1. (0.5 punts) Determina la probabilitat (incondicional) d'observar x.
2. (0.5 punts) Troba la probabilitat a posteriori de que x pertanya a la classe A.
3. (0.5 punts) Classifica x per mínim (risc d')error.
4. (0.5 punts) Calcula l'error de Bayes.

Solució:

1. $P(x) = P(A)\,P(x \mid A) + P(B)\,P(x \mid B) = 0.24$
2. $P(A \mid x) = \dfrac{P(A)\,P(x \mid A)}{P(x)} = 0.9375$
3. $c^*(x) = \arg\min_c P(c \mid x) = A$
4.

$$\begin{aligned}
\varepsilon^* &= \sum_x P(x) \cdot (1 - P(c^*(x) \mid x)) \\
&= \sum_x P(x) \cdot \min(P(A \mid x), P(B \mid x)) \\
&= \sum_x P(x) \cdot \min\left(\frac{P(A)\,P(x \mid A)}{P(x)}, \frac{P(B)\,P(x \mid B)}{P(x)}\right) \\
&= \sum_x \min(P(A)\,P(x \mid A), P(B)\,P(x \mid B)) \\
&= 0.075
\end{aligned}$$