Examen de recuperación de SIN: Test del bloque 2 (1.75 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 24 de enero de 2025

Grupo, apellidos y nombre: 2,

Marca cada recuadro con una única opción. Puntuación: $\max(0, (\text{aciertos} - \text{errores}\,/\,3) \cdot 1,75\,/\,6)$.

1 $\boxed{\text{A}}$ Dada la siguiente tabla de probabilidades de las variables de interés:

	$P(A=0 \mid B, C)$				$P(B, C)$			
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
	0.049	0.431	0.022	0.842	0.038	0.292	0.462	0.208

¿Cuál es el valor de $P(A=1, B=1 \mid C=1)$? $P(A=1, B=1 \mid C=1) = 0.066$

A) $P(A=1, B=1 \mid C=1) \leq 0.25$
B) $0.25 < \ P(A=1, B=1 \mid C=1) \leq 0.50$
C) $0.50 < \ P(A=1, B=1 \mid C=1) \leq 0.75$
D) $0.75 < \ P(A=1, B=1 \mid C=1) \leq 1.00$

2 $\boxed{\text{D}}$ Sea un problema de clasificación en cuatro clases para datos del tipo $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0,1\}^2$, con las distribuciones de probabilidad de la tabla. Indica en qué intervalo se halla el error de Bayes, ε^*:

A) $\varepsilon^* < 0.40.$
B) $0.40 \leq \varepsilon^* < 0.45.$
C) $0.45 \leq \varepsilon^* < 0.50.$
D) $0.50 \leq \varepsilon^*.$

$\mathbf{x}$		$P(c \mid \mathbf{x})$			
x_1	x_2	$c{=}1$	$c{=}2$	$c{=}3$	$P(\mathbf{x})$
0	0	0.3	0.3	0.1	0.2
0	1	0.1	0.2	0.2	0.2
1	0	0.3	0.1	0.3	0.1
1	1	0.1	0.2	0.2	0.5

$\varepsilon^* = 0.56$

3 $\boxed{\text{A|B}}$ Sea $\mathbf{x}$ un objeto a clasificar en una clase de C posibles. Indica cuál de los siguientes clasificadores es de error mínimo (o escoge la última opción si los tres son de error mínimo):

A) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\ \log p(c \mid \mathbf{x}) + \log p(\mathbf{x})$
B) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\ \log p(c \mid \mathbf{x}) - \log p(\mathbf{x})$
C) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\ \frac{\log p(c \mid \mathbf{x})}{\log p(\mathbf{x})}$
D) Los tres clasificadores anteriores son de error mínimo.

4 $\boxed{\text{D}}$ Supóngase que estamos aplicando el algoritmo Perceptrón, a un conjunto de 3 muestras bidimensionales de aprendizaje para un problema de 2 clases. Tras procesar las primeras 2 muestras se han obtenido los vectores de pesos $\mathbf{w}_1 = (0, -4, 1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0, 4, -1)^t$. A continuación, se procesa la muestra ($\mathbf{x}_3 = (1, 5)$, $c_3 = 1$), ¿cuál de los siguientes valores de margen b es el mínimo necesario para que se actualicen los pesos con esta muestra?

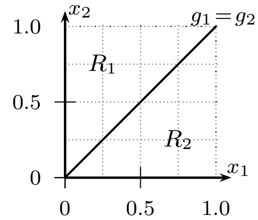
A) 0.0

B) 0.1

C) 1.0

D) 10.0

5 $\boxed{\text{C}}$ Dado el clasificador en dos clases definido por su frontera y regiones de decisión de la figura de la derecha, ¿cuál de los siguientes vectores de pesos (en notación homogénea) define un clasificador **no** equivalente al dado?



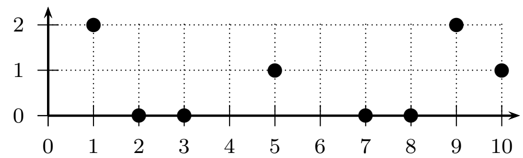
A) $\mathbf{w}_1 = (0, -1, 0)^t$ y $\mathbf{w}_2 = (0, 0, -1)^t$.

B) $\mathbf{w}_1 = (0, 0, 1)^t$ y $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 0)^t$.

C) $\mathbf{w}_1 = (0, 1, 0)^t$ y $\mathbf{w}_2 = (0, 0, 1)^t$.

D) Todos los vectores de pesos anteriores definen clasificadores no equivalentes al dado.

6 $\boxed{\text{D}}$ Dada la figura siguiente que muestra un conjunto de 8 puntos bidimensionales:



¿Cuál es el número de clústers que minimiza la suma de errores cuadráticos (SEC) de este conjunto?

A) 1

B) 4

C) 5

D) 8

Examen de recuperación de SIN: Problema del bloque 2 (2 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 24 de enero de 2025

Grupo, apellidos y nombre: 2,

Problema sobre regresión logística

La siguiente tabla presenta por filas un conjunto de 2 muestras de entrenamiento de 2 dimensiones procedentes de 2 clases:

n	x_{n1}	x_{n2}	c_n
1	0	0	1
2	1	1	2

Adicionalmente, la siguiente tabla representa una matriz de pesos iniciales con los pesos de cada clase dispuestos por columnas:

$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$
0.	0.
-0.25	0.25
-0.25	0.25

Se pide:

1. (0.5 puntos) Calcula el vector de logits asociado a cada muestra de entrenamiento.
2. (0.25 puntos) Aplica la función softmax al vector de logits de cada muestra de entrenamiento.
3. (0.25 puntos) Clasifica todas las muestras de entrenamiento. En caso de empate, elige cualquier clase.
4. (0.5 puntos) Calcula el gradiente de la función NLL en el punto de la matriz de pesos iniciales.
5. (0.5 puntos) Actualiza la matriz de pesos iniciales aplicando descenso por gradiente con factor de aprendizaje $\eta = 1.0$.

Solución:

1. Vector de logits para cada muestra de entrenamiento:

n	a_{n1}	a_{n2}
1	0.	0.
2	-0.5	0.5

2. Aplicación de la función softmax:

n	μ_{n1}	μ_{n2}
1	0.5	0.5
2	0.27	0.73

3. Clasificación de cada muestra:

n	$\hat{c}(x_n)$
1	1
2	2

4. Gradiente:

$\mathbf{g}_1$	$\mathbf{g}_2$
-0.12	0.12
0.13	-0.13
0.13	-0.13

5. Matriz de pesos actualizada:

$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$
0.12	-0.12
-0.38	0.38
-0.38	0.38