



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

Quadern de treball:

# Introducció a l'estimació de l'error en Reconeixement de Formes

Albert Sanchis

*DSIC*

Departament de Sistemes  
Informàtics i Computació

# Objectius formatius

- Calcular l'error teòric d'un classificador
- Calcular l'error de Bayes
- Calcular el nombre mínim de mostres de test necessari per a aconseguir que l'interval de confiança al 95 % del error del classificador no supere un cert percentatge

- **Qüestió 1:** Siga un problema de classificació en tres classes per a dades del tipus  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$ , amb les distribucions de probabilitat de la taula:

$x_1$	$x_2$	$P(c = 1 \mid \mathbf{x})$	$P(c = 2 \mid \mathbf{x})$	$P(c = 3 \mid \mathbf{x})$	$P(\mathbf{x})$	$c(\mathbf{x})$
0	0	0,2	0,1	0,7	0,2	2
0	1	0,4	0,3	0,3	0	1
1	0	0,3	0,4	0,3	0,4	3
1	1	0,4	0,4	0,2	0,4	1

Calcula l'error del classificador donat,  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = 0,2 \cdot (1 - 0,1) + 0 \cdot (1 - 0,4) + 0,4 \cdot (1 - 0,3) + 0,4 \cdot (1 - 0,4) = 0,70$$

- **Qüestió 2:** Siga un problema de classificació en quatre classes per a dades del tipus  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$ , amb les distribucions de probabilitat de la taula:

$x_1$	$x_2$	$P(c = 1 \mathbf{x})$	$P(c = 2 \mathbf{x})$	$P(c = 3 \mathbf{x})$	$P(c = 4 \mathbf{x})$	$P(\mathbf{x})$
0	0	0,1	0,3	0,1	0,5	0
0	1	0,2	0,5	0,3	0	0,1
1	0	0,2	0,4	0,1	0,3	0,3
1	1	0,1	0,3	0,3	0,3	0,6

Calcula l'error de Bayes,  $\varepsilon^*$ :

$$\varepsilon^* = 0 \cdot (1 - 0,5) + 0,1 \cdot (1 - 0,5) + 0,3 \cdot (1 - 0,4) + 0,6 \cdot (1 - 0,3) = 0,65$$

- **Qüestió 3:** La probabilitat d'error d'un classificador s'estima que és del 20 %. Determina quin és el nombre mínim de mostres de test necessari,  $M$ , per aconseguir que l'interval de confiança al 95 % del dit error no supere el  $\pm 1$  %; açò es,  $I = [19 \%, 21 \%]$

$$I = \left[ \hat{\varepsilon}_{N,M} \pm 1,96 \sqrt{\frac{\hat{\varepsilon}_{N,M}(1 - \hat{\varepsilon}_{N,M})}{M}} \right]$$

$$0,01 = 1,96 \sqrt{\frac{0,2(1 - 0,2)}{M}}$$

$$0,01^2 = 1,96^2 \frac{0,2(1 - 0,2)}{M}$$

$$M = 1,96^2 \frac{0,2(1 - 0,2)}{0,01^2} = 6146,56 \approx 6147 \text{ **mostres**}$$