

Ejercicios B2T1

Sistemas Inteligentes (SIN)
ETSIInf - Grado en Informática

Curso 2023/2024

1. Para el clásico problema de clasificación de las flores iris, se ha calculado el histograma de la superficie de los pétalos para 50 muestras de cada clase (setosa, versicolor, virginica)

$P(y c)$	tamaño pétalos (cm^2)											
	<1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	>10
SETO	0.90	0.10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VERS	0	0	0	0.20	0.30	0.32	0.12	0.06	0	0	0	0
VIRG	0	0	0	0	0	0	0.08	0.12	0.24	0.14	0.20	0.22

Suponiendo las clases equiprobables, se pide:

- Las probabilidades *a posteriori* $P(c | y)$, $c \in \{\text{SETO}, \text{VERS}, \text{VIRG}\}$, para una flor cuyo tamaño de pétalos es $y = 7 \text{ cm}^2$
 - La decisión óptima de clasificación de esta flor y la probabilidad de que dicha decisión sea errónea
 - La mejor decisión y la correspondiente probabilidad de error para tamaños de pétalos $1, 2, \dots, 10 \text{ cm}^2$
 - La mínima probabilidad de error de decisión esperada para cualquier flor Iris; es decir, $P_*(\text{error})$
 - Repetir los calculos anteriores, asumiendo que las probabilidades a priori son:
 $P(\text{SETO}) = 0,3$, $P(\text{VERS}) = 0,5$, $P(\text{VIRG}) = 0,2$
2. Para diseñar un sistema de diagnóstico diferencial entre Gripe y Resfriado, se han elaborado histogramas de valores de temperatura corporal en pacientes con estas enfermedades. A partir de estos histogramas se han obtenido las siguientes distribuciones de temperaturas:

$t(^{\circ}\text{C})$	36	37	38	39	40
$P(T = t D = \text{GRIPE})$	0.05	0.10	0.20	0.30	0.35
$P(T = t D = \text{RESFR})$	0.10	0.30	0.40	0.15	0.05

Sabiendo que la incidencia relativa de la gripe con respecto al resfriado es del 30 % (es decir, $P(D = \text{GRIPE}) = 0,3$), determínese:

- La probabilidad *a posteriori* de que un paciente con 39 grados de fiebre tenga gripe
 - El diagnóstico más probable para ese paciente y la probabilidad de que ese diagnóstico sea erróneo
 - Las probabilidades de los diagnósticos GRIPE y RESFR $\forall t \in \{36, 37, 38, 39, 40\}$, así como el mínimo error global de diagnóstico ($P_*(\text{error})$) esperado para un sistema diseñado en base a las observaciones utilizadas
3. Sea una variable aleatoria $x \in \{0, 1, 2, \dots\}$ que sigue la distribución $p_{\lambda}(x) = \exp(-\lambda)\lambda^x/x!$ (distribución de Poisson de parámetro λ). Para el caso $C = 2$, $P(c = 1) = P(c = 2) = 0,5$, $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$:
- Determinar $P(x = 2)$
 - Calcular $P(c = 2 | x = 2)$ y la probabilidad de error si $x = 2$ se clasifica en $c = 2$

Soluciones

1. a) $P(\text{SETO}|y = 7) = 0$, $P(\text{VERS}|y = 7) = \frac{1}{3}$, $P(\text{VIRG}|y = 7) = \frac{2}{3}$

b) $c^*(7) = \text{sc Virg}$, $p(\text{error}|7) = \frac{1}{3}$

c)

y	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$c^*(y)$	SETO	-	VERS	VERS	VERS	VERS	VIRG	VIRG	VIRG	VIRG
$P(\text{error} y)$	0	-	0	0	0	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0

d) $P_*(\text{error}) = 0,05$

e) $c^*(6) = \text{VERS}$, $c^*(7) = \text{VERS}$, $P(\text{error}|6) = 0,21$, $P(\text{error}|7) = 0,44$ (resto no cambia); $P_*(\text{error}) = 0,04$

2. a) $P(\text{GRIPE}|t = 39) = 0,46$

b) $c^*(t = 39) = \text{RESFR}$, $P(\text{error}|t = 39) = 0,46$

c)

t	36	37	38	39	40
$P(\text{sc Gripe} t)$	0.18	0.13	0.18	0.46	0.75
$P(\text{sc Resfr} t)$	0.82	0.87	0.82	0.54	0.25

$P_*(\text{error}) = 0,23$

3. a) $P(x = 2) = 0,2273$

b) $P(c = 2|x = 2) = 0,5954$, $P(\text{error}|x = 2) = 0,4046$