

# Examen de recuperación de SIN: Test del bloque 2 (1.75 puntos)

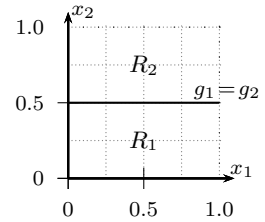
ETSINF, Universitat Politècnica de València, 24 de enero de 2025

**Grupo, apellidos y nombre:** 1,

Marca cada recuadro con una única opción. Puntuación:  $\max(0, (\text{aciertos} - \text{errores} / 3) \cdot 1,75 / 6)$ .

- 1 ☒ Dado el clasificador en dos clases definido por su frontera y regiones de decisión de la figura de la derecha, ¿cuál de los siguientes vectores de pesos (en notación homogénea) define un clasificador **no** equivalente al dado?

- A)  $\mathbf{w}_1 = (0, 0, -1)^t$  y  $\mathbf{w}_2 = (-0.5, 0, 0)^t$ .  
B)  $\mathbf{w}_1 = (0.5, 0, 0)^t$  y  $\mathbf{w}_2 = (0, 0, 1)^t$ .  
C)  $\mathbf{w}_1 = (-0.5, 0, 0)^t$  y  $\mathbf{w}_2 = (0, 0, -1)^t$ .  
D) Todos los vectores de pesos anteriores definen clasificadores no equivalentes al dado.



- 2 ☒ Dada la siguiente tabla de probabilidades de las variables de interés:

	$P(A = 0 \mid B, C)$				$P(B, C)$			
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
	0.462	0.383	0.248	0.128	0.482	0.357	0.018	0.143

¿Cuál es el valor de  $P(A = 1, B = 0 \mid C = 1)$ ?  $P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) = 0.441$

- A)  $P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) \leq 0.25$   
B)  $0.25 < P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) \leq 0.50$   
C)  $0.50 < P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) \leq 0.75$   
D)  $0.75 < P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) \leq 1.00$
- 3 ☒ Sea  $\mathbf{x}$  un objeto a clasificar en una clase de  $C$  posibles. Indica cuál de los siguientes clasificadores es de error mínimo (o escoge la última opción si los tres son de error mínimo):

- A)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(c \mid \mathbf{x}) - \log p(\mathbf{x})$   
B)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(c \mid \mathbf{x}) \cdot \log p(\mathbf{x})$   
C)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \frac{\log p(c \mid \mathbf{x})}{\log p(\mathbf{x})}$   
D) Los tres clasificadores anteriores son de error mínimo.

- 4 **A** Supóngase que estamos aplicando el algoritmo Perceptrón, a un conjunto de 3 muestras bidimensionales de aprendizaje para un problema de 2 clases. Tras procesar las primeras 2 muestras se han obtenido los vectores de pesos  $\mathbf{w}_1 = (0, -1, 1)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (0, 1, -1)^t$ . A continuación, se procesa la muestra  $(\mathbf{x}_3 = (3, 4), c_3 = 2)$ , ¿cuál de los siguientes valores de margen  $b$  es el mínimo necesario para que se actualicen los pesos con esta muestra?

- A) 0.0  
B) 0.1  
C) 1.0  
D) 10.0

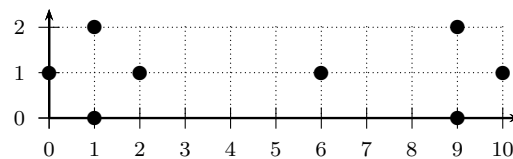
- 5 **D** Sea un problema de clasificación en cuatro clases para datos del tipo  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$ , con las distribuciones de probabilidad de la tabla. Indica en qué intervalo se halla el error de Bayes,  $\varepsilon^*$ :

- A)  $\varepsilon^* < 0.40$ .  
B)  $0.40 \leq \varepsilon^* < 0.45$ .  
C)  $0.45 \leq \varepsilon^* < 0.50$ .  
D)  $0.50 \leq \varepsilon^*$ .

$\mathbf{x}$		$P(c   \mathbf{x})$			$P(\mathbf{x})$
$x_1$	$x_2$	$c=1$	$c=2$	$c=3$	
0	0	0.3	0.1	0.1	0.3
0	1	0.3	0.3	0.2	0.2
1	0	0.3	0.2	0.3	0.2
1	1	0.1	0.3	0.3	0.3

$$\varepsilon^* = 0.64$$

- 6 **D** Dada la figura siguiente que muestra un conjunto de 8 puntos bidimensionales:



¿Cuál es el número de clústers que minimiza la suma de errores cuadráticos (SEC) de este conjunto?

- A) 1  
B) 3  
C) 6  
D) 8

# Examen de recuperación de SIN: Problema del bloque 2 (2 puntos)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 24 de enero de 2025

Grupo, apellidos y nombre: 1,

## Problema sobre regresión logística

La siguiente tabla presenta por filas un conjunto de 2 muestras de entrenamiento de 2 dimensiones procedentes de 2 clases:

$n$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	$c_n$
1	-1	1	1
2	1	1	2

Adicionalmente, la siguiente tabla representa una matriz de pesos iniciales con los pesos de cada clase dispuestos por columnas:

$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$
0.	0.
-0.5	0.5
0.	0.

Se pide:

- (0.5 puntos) Calcula el vector de logits asociado a cada muestra de entrenamiento.
- (0.25 puntos) Aplica la función softmax al vector de logits de cada muestra de entrenamiento.
- (0.25 puntos) Clasifica todas las muestras de entrenamiento. En caso de empate, elige cualquier clase.
- (0.5 puntos) Calcula el gradiente de la función NLL en el punto de la matriz de pesos iniciales.
- (0.5 puntos) Actualiza la matriz de pesos iniciales aplicando descenso por gradiente con factor de aprendizaje  $\eta = 1.0$ .

Solución:

- Vector de logits para cada muestra de entrenamiento:

$n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$
1	0.5	-0.5
2	-0.5	0.5

- Aplicación de la función softmax:

$n$	$\mu_{n1}$	$\mu_{n2}$
1	0.73	0.27
2	0.27	0.73

- Clasificación de cada muestra:

$n$	$\hat{c}(x_n)$
1	1
2	2

- Gradiente:

$\mathbf{g}_1$	$\mathbf{g}_2$
0.	0.
0.27	-0.27
0.	0.

- Matriz de pesos actualizada:

$\mathbf{w}_1$	$\mathbf{w}_2$
-0.	0.
-0.77	0.77
-0.	0.