

Examen del bloc 2 de SIN (tipus A)  
ETSINF, Universitat Politècnica de València, 14 de gener de 2020

Cognoms:

Nom:

Grup: ☐ 3A ☐ 3B ☐ 3C ☐ 3D ☐ 3E ☐ 3F ☐ 3G ☐ 4IA

Test (1,75 punts)

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació:  $\max(0, (\text{encerts} - \text{errors} / 3) \cdot 1,75 / 9)$ .

- 1 ☐ Siga  $\mathbf{x}$  un objecte a classificar en una classe de  $C$  possibles. Indica quin dels següents classificadors *no* és d'error mínim (o tria l'última opció si els tres són d'error mínim):

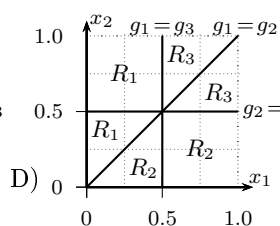
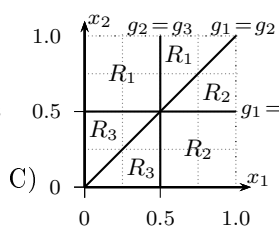
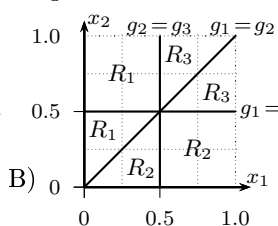
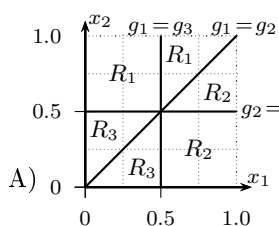
A)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} p(c | \mathbf{x})^2$ .

B)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(\mathbf{x}, c)$ .

C)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \sqrt{p(\mathbf{x}, c)} / p(\mathbf{x})$ .

D) Els tres classificadors anteriors són d'error mínim.

- 2 ☐ Siga un classificador en tres classes basat en les funcions discriminants lineals bidimensionals de vectors de pesos:  $\mathbf{w}_1 = (0, 0, 1)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 0)^t$  i  $\mathbf{w}_3 = (0.5, 0, 0)^t$ . Indica quina de les figures donades a continuació és coherent amb les fronteres i regions de decisió que defineix aquest classificador.



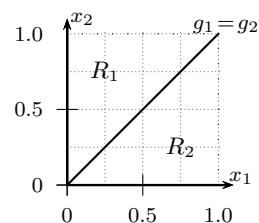
- 3 ☐ Donat el classificador en dues classes definit per la frontera i regions de decisió de la figura de la dreta, quin dels següents vectors de pesos *no* defineix un classificador equivalent al donat?

A)  $\mathbf{w}_1 = (0, 0, 1)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (0, 1, 0)^t$ .

B)  $\mathbf{w}_1 = (0, 1, 0)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (0, 0, 1)^t$ .

C)  $\mathbf{w}_1 = (0, -1, 0)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (0, 0, -1)^t$ .

D) Tots els vectors de pesos anteriors defineixen classificadors equivalents.



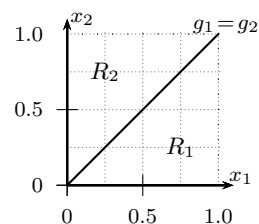
- 4 ☐ Durant l'aplicació de l'algorisme Perceptró ( $\alpha = 1.0$  i  $b = 0$ ) en un problema de classificació en dues classes, s'han obtingut els vectors de pesos  $\mathbf{w}_1 = (-1, 1, 0)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (1, 0, 1)^t$ . Suposa que el següent pas en l'aplicació de Perceptró consisteix a processar una certa mostra d'entrenament  $\mathbf{x}$  de classe  $c$ . Indica quina de les següents opcions donaria com a resultat un conjunt de pesos que defineix la frontera i regions de decisió de la figura de la dreta.

A)  $\mathbf{x} = (-1, 1)^t$  i  $c = 2$ .

B)  $\mathbf{x} = (0, 0)^t$  i  $c = 2$ .

C)  $\mathbf{x} = (-1, 1)^t$  i  $c = 1$ .

D)  $\mathbf{x} = (0, 0)^t$  i  $c = 1$ .



- 5 ☐ Siga un problema de classificació en tres classes per a objectes del tipus  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$ , amb les distribucions de probabilitat de la dreta. Quin és l'error de Bayes,  $\epsilon^*$ , en aquest problema?

A)  $\epsilon^* < 0.2$ .

B)  $0.2 \leq \epsilon^* < 0.4$ .

C)  $0.4 \leq \epsilon^* < 0.7$ .

D)  $0.7 \leq \epsilon^*$ .

$\mathbf{x}$		$P(c   \mathbf{x})$			$P(\mathbf{x})$
$x_1$	$x_2$	$c=1$	$c=2$	$c=3$	
0	0	0.6	0.2	0.2	0.2
0	1	0.1	0.1	0.8	0.3
1	0	0.3	0.5	0.2	0.2
1	1	1/3	1/3	1/3	0.3

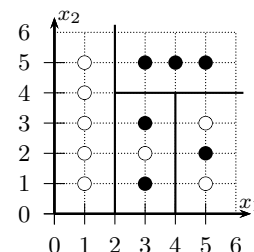
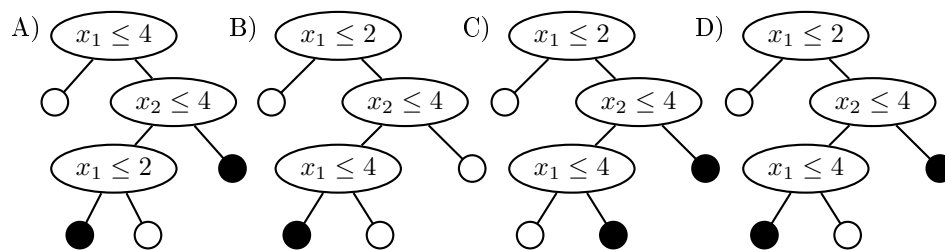
6 ☐ Es té un problema de classificació per al qual s'ha après un classificador. Així mateix, es té un conjunt de  $M = 100$  mostres de test amb el qual s'ha estimat:

- La probabilitat d'error del classificador après,  $\hat{p} = 0.10 = 10\%$ .
- Un interval de confiança al 95 % per a aquesta probabilitat d'error,  $\hat{I} = [0.04, 0.16] = [4\%, 16\%]$ .

Es considera que la probabilitat d'error estimada és raonable i que la mateixa no variarà significativament encara que usem moltes més mostres de test. Ara bé, l'interval de confiança (al 95 %) estimat,  $\hat{I} = 10\% \pm 6\%$ , ens sembla una mica ampli i ens preguntem si és possible reduir la seua amplitud mitjançant l'ús de més de  $M = 100$  mostres de test. A més, si això fóra possible, ens preguntem si seria possible reduir aquesta amplitud a la meitat o menys; això és, tal que  $\hat{I} = 10\% \pm \hat{R}$  amb  $\hat{R} \leq 3\%$ . En relació amb aquestes qüestions, indica quina de les següents afirmacions és correcta.

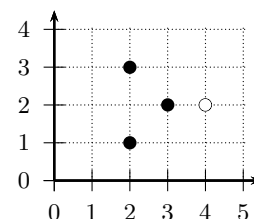
- A) En general, no és possible reduir l'amplitud de  $\hat{I}$  perquè  $\hat{I}$  no depèn significativament de  $M$ .
- B) No és possible reduir l'amplitud de  $\hat{I}$  ja que hem considerat que  $\hat{p}$  no variarà significativament i, sent així, l'amplitud de  $\hat{I}$  tampoc pot variar significativament.
- C) Sí que és possible reduir l'amplitud de  $\hat{I}$ , a la meitat o menys, si doblem  $M$  almenys ( $M \geq 200$ ).
- D) Sí que és possible reduir l'amplitud de  $\hat{I}$ , a la meitat o menys, si emprem almenys quatre vegades més mostres de test aproximadament ( $M \geq 400$ ).

7 ☐ Donat el conjunt de mostres de 2 classes ( $\circ$  i  $\bullet$ ) de la figura de la dreta, quin dels següents arbres de classificació és coherent amb la partició representada?



8 ☐ La figura a la dreta mostra una partició de 4 punts bidimensionals en 2 clústers (representats mitjançant els símbols  $\bullet$  i  $\circ$ ). La transferència del punt  $(3, 2)^t$  del clúster  $\bullet$  al clúster  $\circ$ :

- A) produeix un increment en la Suma d'Errors Quadràtics (SEQ).
- B) produeix un decrement en la SEQ.
- C) no altera la SEQ.
- D) produeix una SEQ negativa.



9 ☐ En relació al càlcul de la probabilitat  $P(y | M)$  amb la qual un model de Markov  $M$  genera una cadena de símbols  $y$ , indica quina afirmació és certa:

- A) L'única manera de calcular  $P(y | M)$  consisteix a generar explícitament totes les seqüències d'estats, calcular la probabilitat que cada seqüència d'estats haja generat  $y$  i posteriorment sumar totes les probabilitats obtingudes.
- B) Una forma eficient computacionalment de calcular  $P(y | M)$  consisteix a aplicar l'algorisme *Forward*.
- C) Una forma eficient computacionalment de calcular  $P(y | M)$  consisteix a aplicar l'algorisme de Viterbi.
- D) L'única manera de calcular  $P(y | M)$  consisteix a generar explícitament totes les seqüències d'estats mitjançant l'algorisme de Viterbi, calcular la probabilitat que cada seqüència haja generat  $y$  i sumar totes les probabilitats obtingudes.

## Problema (2 punts)

Siga un model de Markov de conjunt d'estats  $Q = \{1, 2, F\}$  i conjunt de símbols  $\Sigma = \{a, b\}$ . Es demana:

- a) (1 punt) Siguen el vector de probabilitats inicials ( $\pi$ ), matriu de transició entre estats ( $A$ ) i matriu de generació de símbols ( $B$ ):

$\pi$	1	2
	0.6	0.4

$A$	1	2	$F$
1	0.6	0.3	0.1
2	0.3	0.4	0.3

$B$	$a$	$b$
1	0.3	0.7
2	0.8	0.2

Realitza una traça de l'algorisme de Viterbi per a la cadena  $y = aab$  obtenint la millor seqüència d'estats.

- b) (1 punt) Siguen les tres cadenes de símbols:  $y_1 = bbaa$ ,  $y_2 = abab$  i  $y_3 = aabbb$ . En aplicar l'algorisme de Viterbi amb un cert model de Markov  $M$ , s'obtenen, respectivament, les següents seqüències òptimes d'estats:  $1122F$ ,  $2121F$  i  $22111F$ . A partir d'aquestes cadenes i les seues respectives seqüències òptimes d'estats, re-estima les probabilitats inicials ( $\pi$ ), de transició ( $A$ ) i d'emissió ( $B$ ) de  $M$  (de la mateixa manera que es fa en una iteració de l'algorisme de re-estimació de Viterbi).