

# Examen de recuperació de SIN: Test del bloc 2 (1.75 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 24 de gener de 2025

**Grup, cognoms i nom:** 1,

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació:  $\max(0, (\text{encerts} - \text{errors} / 3) \cdot 1,75 / 6)$ .

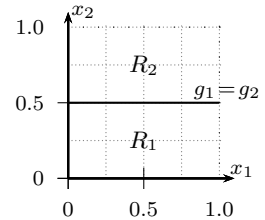
- 1 ☐ Donat el classificador en dues classes definit per la seua frontera i regions de decisió de la figura de la dreta, quin dels següents vectors de pesos (en notació homogènia) defineix un classificador **no** equivalent al donat?

A)  $\mathbf{w}_1 = (0, 0, -1)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (-0.5, 0, 0)^t$ .

B)  $\mathbf{w}_1 = (0.5, 0, 0)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (0, 0, 1)^t$ .

C)  $\mathbf{w}_1 = (-0.5, 0, 0)^t$  i  $\mathbf{w}_2 = (0, 0, -1)^t$ .

D) Tots els vectors de pesos anteriors defineixen classificadors no equivalents.



- 2 ☐ Donada la següent taula de probabilitats de les variables de interès:

	$P(A = 0 \mid B, C)$				$P(B, C)$			
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
	0.462	0.383	0.248	0.128	0.482	0.357	0.018	0.143

Quin és el valor de  $P(A = 1, B = 0 \mid C = 1)$ ?  $P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) = 0.441$

- A)  $P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) \leq 0.25$   
B)  $0.25 < P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) \leq 0.50$   
C)  $0.50 < P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) \leq 0.75$   
D)  $0.75 < P(A = 1, B = 0 \mid C = 1) \leq 1.00$

- 3 ☐ Siga  $\mathbf{x}$  un objecte a classificar en una classe de  $C$  possibles. Indica quin dels següents classificadors és d'error mínim (o escull l'última opció si els tres són d'error mínim):

A)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(c \mid \mathbf{x}) - \log p(\mathbf{x})$

B)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \log p(c \mid \mathbf{x}) \cdot \log p(\mathbf{x})$

C)  $c(\mathbf{x}) = \arg \max_{c=1, \dots, C} \frac{\log p(c \mid \mathbf{x})}{\log p(\mathbf{x})}$

D) Els tres classificadors anteriors són d'error mínim.

- 4 A Supposeu que estem aplicant l'algorisme Perceptró, a un conjunt de 3 mostres bidimensionals d'aprenentatge per a un problema de 2 classes. Se sap que, després de processar les primeres 2 mostres, s'han obtingut els vectors de pesos  $\mathbf{w}_1 = (0, -1, 1)^t$ ,  $\mathbf{w}_2 = (0, 1, -1)^t$ . A continuació, es processa la mostra,  $(\mathbf{x}_3 = (3, 4), c_3 = 2)$ , Quin dels següents valors de marge  $b$  és el mínim necessari per a actualitzar els pesos amb esta mostra?

- A) 0.0  
B) 0.1  
C) 1.0  
D) 10.0

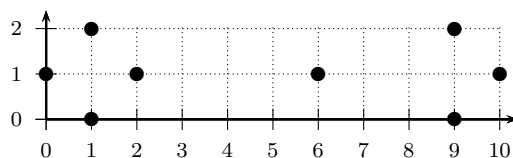
- 5 D Siga un problema de classificació en quatre classes per a dades del tipus  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0, 1\}^2$ , amb les distribucions de probabilitat de la taula. Indica en quin interval es troba l'error de Bayes,  $\varepsilon^*$ :

- A)  $\varepsilon^* < 0.40$ .  
B)  $0.40 \leq \varepsilon^* < 0.45$ .  
C)  $0.45 \leq \varepsilon^* < 0.50$ .  
D)  $0.50 \leq \varepsilon^*$ .

$\mathbf{x}$		$P(c   \mathbf{x})$			$P(\mathbf{x})$
$x_1$	$x_2$	$c=1$	$c=2$	$c=3$	
0	0	0.3	0.1	0.1	0.3
0	1	0.3	0.3	0.2	0.2
1	0	0.3	0.2	0.3	0.2
1	1	0.1	0.3	0.3	0.3

$$\varepsilon^* = 0.64$$

- 6 D La figura següent mostra un conjunt de 8 punts bidimensionals:



Quin és el nombre de clústers que minimitza la suma d'errors quadràtics (SEC) d'aquest conjunt?

- A) 1  
B) 3  
C) 6  
D) 8

# Examen de recuperació de SIN: Problema del bloc 2 (2 punts)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 24 de gener de 2025

Grup, cognoms i nom: 1,

## Problema sobre regressió logística

La següent taula presenta per files un conjunt de 2 mostres d'entrenament de 2 dimensions procedents de 2 classes:

$n$	$x_{n1}$	$x_{n2}$	$c_n$
1	-1	1	1
2	1	1	2

Adicionalment, la següent taula representa una matriu de pesos inicials amb els pesos de cadascuna de les classes per columnes::

$w_1$	$w_2$
0.	0.
-0.5	0.5
0.	0.

Es demana:

- (0.5 punts) Calcula el vector de logits associat a cada mostra d'entrenament.
- (0.25 punts) Aplica la funció softmax al vector de logits de cada mostra d'entrenament.
- (0.25 punts) Classifica cadascuna de les mostres d'entrenament. En cas d'empat, tria qualsevol classe.
- (0.5 punts) Calcula el gradient de la funció NLL en el punt de la matriu de pesos inicials.
- (0.5 punts) Actualitza la matriu de pesos inicials aplicant descens per gradient amb factor d'aprenentatge  $\eta = 1.0$ .

Solució:

- Vector de logits per a cada mostra d'entrenament:

$n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$
1	0.5	-0.5
2	-0.5	0.5

- Aplicació de la funció softmax:

$n$	$\mu_{n1}$	$\mu_{n2}$
1	0.73	0.27
2	0.27	0.73

- Classificació de cada mostra:

$n$	$\hat{c}(x_n)$
1	1
2	2

- Gradient:

$g_1$	$g_2$
0.	0.
0.27	-0.27
0.	0.

- Matriu de pesos actualitzada:

$w_1$	$w_2$
-0.	0.
-0.77	0.77
-0.	0.