Examen del bloc 2 de SIN (tipus A)

ETSINF, Universitat Politècnica de València, 14 de gener de 2020

Cognoms: ______ **Nom:** ______

Grup: ☐ 3A ☐ 3B ☐ 3C ☐ 3D ☐ 3E ☐ 3F ☐ 3G ☐ 4IA

Test (1,75 punts)

Marca cada requadre amb una única opció. Puntuació: $\max(0, (\text{encerts} - \text{errors} / 3) \cdot 1,75 / 9)$.

1 $\boxed{\text{D}}$ Siga $\mathbf{x}$ un objecte a classificar en una classe de C possibles. Indica quin dels següents classificadors *no* és d'error mínim (o tria l'última opció si els tres són d'error mínim):

A) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\; p(c \mid \mathbf{x})^2$.

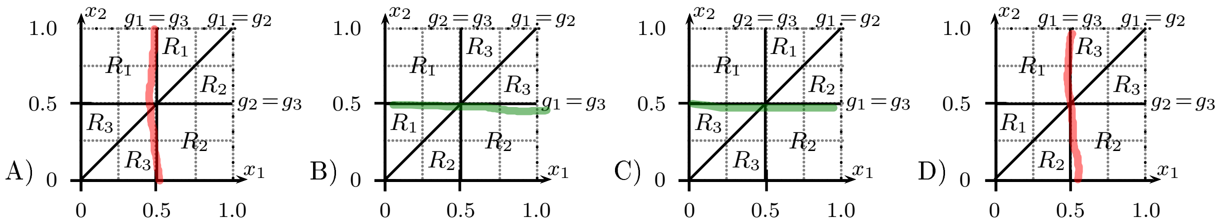
B) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\; \log p(\mathbf{x}, c)$.

C) $c(\mathbf{x}) = \underset{c=1,\dots,C}{\arg\max}\; \sqrt{p(\mathbf{x}, c)} \,/\, p(\mathbf{x})$.

D) Els tres classificadors anteriors són d'error mínim.

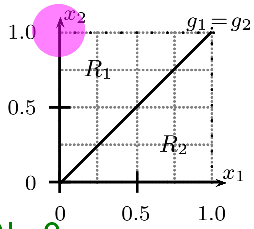
g_1(x_1,x_2)=w_1^t (1,x_1,x_2)^t=(0,0,1) (1,x_1,x_2)^t=x_2

2 $\boxed{\text{C}}$ Siga un classificador en tres classes basat en les funcions discriminants lineals bidimensionals de vectors de pesos: $\mathbf{w}_1 = (0,0,1)^t$, $\mathbf{w}_2 = (0,1,0)^t$ i $\mathbf{w}_3 = (0.5,0,0)^t$. Indica quina de les figures donades a continuació és coherent amb les fronteres i regions de decisió que defineix aquest classificador.



g_3(x_1,x_2)=(0.5,0,0)(1,x_1,x_2)^t=0.5

3 $\boxed{\text{B}}$ Donat el classificador en dues classes definit per la frontera i regions de decisió de la figura de la dreta, quin dels següents vectors de pesos *no* defineix un classificador equivalent al donat?



(0,0,1)(1,x1,x2)'=(0,1,0)(1,x1,x2)' -> x2=x1

A) $\mathbf{w}_1 = (0,0,1)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0,1,0)^t$.

(0,0,1)(1,0,1)'=1

B) $\mathbf{w}_1 = (0,1,0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0,0,1)^t$.

(0,1,0)(1,0,1)'=0

C) $\mathbf{w}_1 = (0,-1,0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (0,0,-1)^t$.

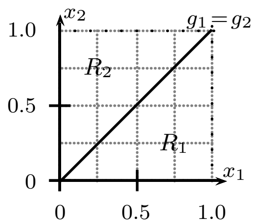
D) Tots els vectors de pesos anteriors defineixen classificadors equivalents.

(0,1,0)(1,0,1)'=0

(0,1,0)(1,x1,x2)'=(0,0,1)(1,x1,x2)' -> x1=x2

(0,0,1)(1,0,1)'=1

4 $\boxed{\text{D}}$ Durant l'aplicació de l'algorisme Perceptró ($\alpha = 1.0$ i $b = 0$) en un problema de classificació en dues classes, s'han obtingut els vectors de pesos $\mathbf{w}_1 = (-1,1,0)^t$ i $\mathbf{w}_2 = (1,0,1)^t$. Suposa que el següent pas en l'aplicació de Perceptrón consisteix a processar una certa mostra d'entrenament $\mathbf{x}$ de classe c. Indica quina de les següents opcions donaria com a resultat un conjunt de pesos que defineix la frontera i regions de decisió de la figura de la dreta.



A) $\mathbf{x} = (-1,1)^t$ i $c = 2$.

B) $\mathbf{x} = (0,0)^t$ i $c = 2$.

C) $\mathbf{x} = (-1,1)^t$ i $c = 1$

D) $\mathbf{x} = (0,0)^t$ i $c = 1$.

5 $\boxed{\text{C}}$ Siga un problema de classificació en tres classes per a objectes del tipus $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^t \in \{0,1\}^2$, amb les distribucions de probabilitat de la dreta. Quin és l'error de Bayes, ε^*, en aquest problema?

$\mathbf{x}$		$P(c \mid \mathbf{x})$			
x_1	x_2	$c=1$	$c=2$	$c=3$	$P(\mathbf{x})$
0	0	0.6	0.2	0.2	0.2
0	1	0.1	0.1	0.8	0.3
1	0	0.3	0.5	0.2	0.2
1	1	1/3	1/3	1/3	0.3

A) $\varepsilon^* < 0.2$.

B) $0.2 \leq \varepsilon^* < 0.4$.

C) $0.4 \leq \varepsilon^* < 0.7$. $.2 \cdot .4 + .3 \cdot .2 + .2 \cdot .5 + .3 \cdot 2/3 = .44$

D) $0.7 \leq \varepsilon^*$.

6 $\boxed{\text{D}}$ Es té un problema de classificació per al qual s'ha après un classificador. Així mateix, es té un conjunt de $M = 100$ mostres de test amb el qual s'ha estimat:

- La probabilitat d'error del classificador après, $\hat{p} = 0.10 = 10\,\%$.
- Un interval de confiança al 95 % per a aquesta probabilitat d'error, $\hat{I} = [0.04, 0.16] = [4\,\%, 16\,\%]$.

Es considera que la probabilitat d'error estimada és raonable i que la mateixa no variarà significativament encara que usem moltes més mostres de test. Ara bé, l'interval de confiança (al 95 %) estimat, $\hat{I} = 10\,\% \pm 6\,\%$, ens sembla una mica ampli i ens preguntem si és possible reduir la seua amplitud mitjançant l'ús de més de $M = 100$ mostres de test. A més, si això fóra possible, ens preguntem si seria possible reduir aquesta amplitud a la meitat o menys; això és, tal que $\hat{I} = 10\,\% \pm \hat{R}$ amb $\hat{R} \leq 3\,\%$. En relació amb aquestes qüestions, indica quina de les següents afirmacions és correcta.

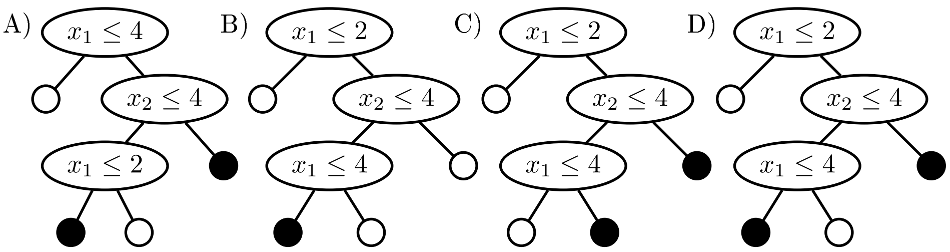
A) En general, no és possible reduir l'amplitud de $\hat{I}$ perquè $\hat{I}$ no depèn significativament de M.

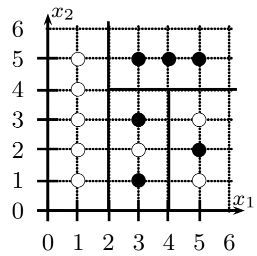
B) No és possible reduir l'amplitud de $\hat{I}$ ja que hem considerat que $\hat{p}$ no variarà significativament i, sent així, l'amplitud de $\hat{I}$ tampoc pot variar significativament.

C) Sí que és possible reduir l'amplitud de $\hat{I}$, a la meitat o menys, si doblem M almenys ($M \geq 200$).

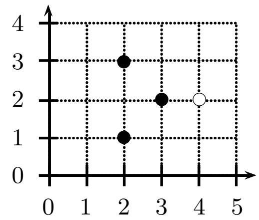
D) Sí que és possible reduir l'amplitud de $\hat{I}$, a la meitat o menys, si emprem almenys quatre vegades més mostres de test aproximadament ($M \geq 400$). $1.96 \cdot \sqrt{(0.1 \cdot 0.9)/M} \leq 0.03 \rightarrow M \geq 385$

7 $\boxed{\text{D}}$ Donat el conjunt de mostres de 2 classes (○ i •) de la figura de la dreta, quin dels següents arbres de classificació és coherent amb la partició representada?





8 $\boxed{\text{B}}$ La figura a la dreta mostra una partició de 4 punts bidimensionals en 2 clústers (representats mitjançant els símbols • i ○). La transferència del punt $(3,2)^t$ del clúster • al clúster ○:



A) produeix un increment en la Suma d'Errors Quadràtics (SEQ).

B) produeix un decrement en la SEQ. $\Delta J = 0.5 - 0.67335 = -0.17335$

C) no altera la SEQ.

D) produeix una SEQ negativa.

9 $\boxed{\text{B}}$ En relació al càlcul de la probabilitat $P(y \mid M)$ amb la qual un model de Markov M genera una cadena de símbols y, indica quina afirmació és certa:

A) L'única manera de calcular $P(y \mid M)$ consisteix a generar explícitament totes les seqüències d'estats, calcular la probabilitat que cada seqüència d'estats haja generat y i posteriorment sumar totes les probabilitats obtingudes.

B) Una forma eficient computacionalment de calcular $P(y \mid M)$ consisteix a aplicar l'algorisme *Forward*.

C) Una forma eficient computacionalment de calcular $P(y \mid M)$ consisteix a aplicar l'algorisme de Viterbi.

D) L'única manera de calcular $P(y \mid M)$ consisteix a generar explícitament totes les seqüències d'estats mitjançant l'algorisme de Viterbi, calcular la probabilitat que cada seqüència haja generat y i sumar totes les probabilitats obtingudes.

Problema (2 punts)

Siga un model de Markov de conjunt d'estats $Q = \{1,\ 2,\ F\}$ i conjunt de símbols $\Sigma = \{a, b\}$. Es demana:

a) (1 punt) Siguen el vector de probabilitats inicials (π), matriu de transició entre estats (A) i matriu de generació de símbols (B):

π	1	2
	0.6	0.4

A	1	2	F
1	0.6	0.3	0.1
2	0.3	0.4	0.3

B	a	b
1	0.3	0.7
2	0.8	0.2

Realitza una traça de l'algorisme de Viterbi per a la cadena $y = aab$ obtenint la millor seqüència d'estats.

b) (1 punt) Siguen les tres cadenes de símbols: $y_1 = bbaa$, $y_2 = abab$ i $y_3 = aabbb$. En aplicar l'algorisme de Viterbi amb un cert model de Markov M, s'obtenen, respectivament, les següents seqüències òptimes d'estats: $1122F$, $2121F$ i $22111F$. A partir d'aquestes cadenes i les seues respectives seqüències òptimes d'estats, re-estima les probabilitats inicials (π), de transició (A) i d'emissió (B) de M (de la mateixa manera que es fa en una iteració de l'algorisme de re-estimació de Viterbi).

a) Traça de l'algorisme de Viterbi per a la cadena $y = aab$:

V	a		a	
$b1$	$0.6 \cdot 0.3 = 0.18$	$0.18 \cdot 0.6 \cdot 0.3 = 0.0324$ $0.32 \cdot 0.3 \cdot 0.3 = 0.0288$ $0.0324 > 0.028$ (de 1)	$0.0324 \cdot 0.6 \cdot 0.7 = 0.0136$ $0.1024 \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 0.0215$ $0.0136 < 0.0215$ (de 2)	
2	$0.4 \cdot 0.8 = 0.32$	$0.18 \cdot 0.3 \cdot 0.8 = 0.0432$ $0.32 \cdot 0.4 \cdot 0.8 = 0.1024$ $0.0432 < 0.1024$ (de 2)	$0.0324 \cdot 0.3 \cdot 0.2 = 0.0019$ $0.1024 \cdot 0.4 \cdot 0.2 = 0.0082$ $0.0019 < 0.0082$ (de 2)	
F	$-$	$-$	$-$	$0.0215 \cdot 0.1 = 0.0022$ $0.0082 \cdot 0.3 = 0.0025$ $0.0022 < 0.0025$ (de 2)

La seqüència òptima d'estats és: 222F

b) L'estimació de π, A i B per a les cadenes d'entrenament $y_1 = bbaa$, $y_1 = abab$ i $y_3 = aabbb$ és

π: L'estat 1 s'ha utilitzat una vegada com a estat inicial i l'estat 2 dues vegades.

A:
- La transició 1-1 3 vegades, la 1-2 2 vegades, la 1-F dues vegades.
- La transició 2-1 3 vegades, la 2-2 2 vegada, la 2-F una vegada.

B:
- El símbol a s'ha emès 0 vegades en l'estat 1 i 6 vegades en l'estat 2.
- El símbol b s'ha emès 7 vegades de l'estat 1 i 0 vegades de l'estat 2.

Normalitzant:

	1	2
π	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

A	1	2	F
1	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

B	a	b
1	0.0	1.0
2	1.0	0.0