

山西大学经济与管理学院
2016—2017 学年第一学期

课程：高等代数一试卷 (A)

年级：2016 专业：

题号	一	二	三	四	总分
得分					

本试题满分 100 分，成绩占期末总评比例 80%

得分

一、填空题 (本题含 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 4 阶行列式 D 的第一行元依次为 1, x , 2, 1, 第 3 行元的式依次为 2, -1, 1, 3, 则 $x =$ _____.

2. 已知 A 为 3 阶方阵，且 $|A| = \frac{1}{2}$ ，则 $\left| \left(\frac{1}{2}A \right)^{-1} - 6A^* \right| =$ _____.

3. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 16x_4 = 25 \\ x_1 + 8x_2 + 27x_3 + 64x_4 = 125 \end{cases}$ 中未知数 $x_4 =$ _____.

4. 已知 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，则 $A^{-1} =$ _____.

5. 设 $\alpha_1 = (1 \ 1 \ 1)$, $\alpha_2 = (1 \ 0 \ 1)$, $\alpha_3 = (t \ 1 \ 2)$ 线性无关，则 $t =$ _____.

得分

二、单项选择题（本题含 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）
将所选的选项填入下列表格中

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. 下列哪一项是 4 阶行列式中带 “+” 号的项

(A) $a_{11}a_{23}a_{14}a_{32}$

(B) $a_{14}a_{23}a_{32}a_{41}$

(C) $a_{13}a_{24}a_{32}a_{41}$

(D) $a_{11}a_{23}a_{34}a_{43}$

2. 设 A 是一个 n 阶方阵， A' 是 A 的转置矩阵，下列结论正确的是

(A) $A' = A$

(B) $|A'| = |A|$

(C) $|A'| = \frac{1}{|A|}$

(D) $|A'| = |A|^{n-1}$

3. 设 A, B 为两个 n 阶方阵，且 $AB = 0$ ，下面论断正确的是

(A) $A = 0$

(B) $B = 0$

(C) $A = 0$ 或 $B = 0$

(D) $|A| = 0$ 或 $|B| = 0$

4. 设 A, B 为两个 n 阶对称矩阵，则下列论断不正确的是

(A) $A + B$ 是对称矩阵

(B) $A - B$ 是对称矩阵

(C) AB 是对称矩阵

(D) 对任意常数 k ， kA 仍是对称矩阵

5. 设 A 是一个 4 阶方阵， A 的所有 3 阶子式都等于 0，则 A^* 的秩是

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

6. 设 A, B 为两个 n 阶方阵， $r(A) = n$ ， $r(B) = m$ ，则 $r(AB)$

(A) n

(B) m

(C) nm

(D) 0

7. 如果齐次线性方程组
$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + kx_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + kx_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + kx_4 = 0 \end{cases}$$
 有非零解，则 $k =$

(A) 0

(B) -3

(C) 1

(D) -3 或 1

年级

班级

姓名

学号

8. 设 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系, 则下列向量也是它的基础解系

- (A) $\beta_1 - \beta_2, \beta_2 - \beta_3, \beta_3 - \beta_1$ (B) $\beta_1 + \beta_2, \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$
(C) $\beta_1 + \beta_2, \beta_2 + \beta_3, \beta_3 + \beta_1$ (D) $\beta_1 + \beta_2, \beta_2 - \beta_3, \beta_3 + \beta_1$

9. 设非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的导出组 $Ax = 0$ 有非零解, 则非齐次性方程组 $Ax = b$

- (A) 有无穷多解 (B) 有唯一解
(C) 无解 (D) 或者无穷多解或者无解

10. 如果向量组(I)和向量组(II)等价, 则向量组(I)和向量组(II)

- (A) 有相同的秩 (B) 包含相同个数的向量
(C) 都线性相关 (D) 都线性无关

得分

三、 计算题 (本题含 4 小题, 共 45 分) 要求写出主要步骤

1. (10分) 计算行列式

$$\begin{vmatrix} x_1 + a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & x_2 + a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & x_3 + a_3 & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & x_n + a_n \end{vmatrix} \quad (x_1 x_2 \cdots x_n \neq 0)$$

2. (10分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

X 满足方程 $A \cdot X = 2A^{-1} - X$, 求 X .

3. (10分) 求向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 2, 0)$, $\alpha_2 = (1, -1, 2, 2)$, $\alpha_3 = (3, 0, 7, 14)$, $\alpha_4 = (0, 3, 1, 2)$, $\alpha_5 = (2, 1, 5, 6)$ 的一个极大无关组, 并将其余向量用该极大无关组线性表示.

学号

姓名

班级

年级

线

密

封

山西大学经济与管理学院

2016—2017 学年第一学期

年级：2016 专业： 课程：高等代数一试卷 (A)

题号	一	二	三	四	总分
得分					

本试题满分 100 分，成绩占期末总评比例 80%

得分	
----	--

一、 填空题 (本题含 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 4 阶行列式 D 的第一行元依次为 1, x , 2, 1, 第 3 行元的余子式依次为 2, -1, 1, 3, 则 $x =$ _____.

2. 已知 A 为 3 阶方阵，且 $|A| = \frac{1}{2}$ ，则 $\left| \left(\frac{1}{2}A \right)^{-1} - 6A^* \right| =$ _____.

3. 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 16x_4 = 25 \\ x_1 + 8x_2 + 27x_3 + 64x_4 = 125 \end{cases}$ 中未知数

$x_4 =$ _____.

4. 已知 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ，则 $A^{-1} =$ _____.

5. 设 $\alpha_1 = (1 \ 1 \ 1)$, $\alpha_2 = (1 \ 0 \ 1)$, $\alpha_3 = (t \ 1 \ 2)$ 线性相关，则 $t =$ _____.

得分

单项选择题 (本题含 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)
将所选的选项填入下列表格中

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. 下列哪一项是 4 阶行列式中带 “+” 号的项

- (A) $a_{11}a_{23}a_{14}a_{32}$ (B) $a_{14}a_{23}a_{32}a_{41}$
(C) $a_{13}a_{24}a_{32}a_{41}$ (D) $a_{11}a_{23}a_{34}a_{43}$

2. 设 A 是一个 n 阶方阵, A' 是 A 的转置矩阵, 下列结论正确的是

- (A) $A' = A$ (B) $|A'| = |A|$
(C) $|A'| = \frac{1}{|A|}$ (D) $|A'| = |A|^{n-1}$

3. 设 A, B 为两个 n 阶方阵, 且 $AB = 0$, 下面论断正确的是

- (A) $A = 0$ (B) $B = 0$
(C) $A = 0$ 或 $B = 0$ (D) $|A| = 0$ 或 $|B| = 0$

4. 设 A, B 为两个 n 阶对称矩阵, 则下列论断不正确的是

- (A) $A + B$ 是对称矩阵 (B) $A - B$ 是对称矩阵
(C) AB 是对称矩阵 (D) 对任意常数 k , kA 仍是对称矩阵

5. 设 A 是一个 4 阶方阵, A 的所有 3 阶子式都等于 0, 则 A^* 的秩是

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

6. 设 A, B 为两个 n 阶方阵, $r(A) = n$, $r(B) = m$, 则 $r(AB)$

- (A) n (B) m (C) nm (D) 0

如果齐次线性方程组
$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + kx_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + kx_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + kx_4 = 0 \end{cases}$$
 有非零解, 则 $k =$

- (A) 0 (B) -3 (C) 1 (D) -3 或 1

学号

姓名

班级

年级

8. 设 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系, 则下列哪组向量也是它的基础解系

- (A) $\beta_1 - \beta_2, \beta_2 - \beta_3, \beta_3 - \beta_1$ (B) $\beta_1 + \beta_2, \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$
 (C) $\beta_1 + \beta_2, \beta_2 + \beta_3, \beta_3 + \beta_1$ (D) $\beta_1 + \beta_2, \beta_2 - \beta_3, \beta_3 + \beta_1$

9. 设非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的导出组 $Ax = 0$ 有非零解, 则非齐次线性方程组 $Ax = b$

- (A) 有无穷多解 (B) 有唯一解
 (C) 无解 (D) 或者无穷多解或者无解

10. 如果向量组(I)和向量组(II)等价, 则向量组(I)和向量组(II)

- (A) 有相同的秩 (B) 包含相同个数的向量
 (C) 都线性相关 (D) 都线性无关

得分	
----	--

三、 计算题 (本题含 4 小题, 共 45 分) 要求写出主要步骤

1. (10分) 计算行列式

$$\begin{vmatrix} x_1 + a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & x_2 + a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & x_3 + a_3 & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & x_n + a_n \end{vmatrix} \quad (x_1 x_2 \cdots x_n \neq 0)$$

2. (10分) 已知 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, X 满足方程 $A \cdot X = 2A^{-1} - X$, 求 X .

3. (10分) 求向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 2, 0)$, $\alpha_2 = (1, -1, 2, 2)$,
 $\alpha_3 = (3, 0, 7, 14)$, $\alpha_4 = (0, 3, 1, 2)$, $\alpha_5 = (2, 1, 5, 6)$ 的一个极大无关组, 并将其
其余向量用该极大无关组线性表示.

学号

姓名

班级

年级

线

封

密

4. (15 分) b 为何值时线性方程组
- $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 1 \\ -x_1 + x_3 + x_4 + 5x_5 = 2 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = b \end{cases}$$
- 有解, 在有无穷多解时用导出组的基础解系表示全部解.

得分	
----	--

四、证明题 (本题含 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

1. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性相关, 如果向量 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意 $s-1$ 个向量都线性无关, 证明存在全不为零的数 k_1, k_2, \dots, k_s 使得

$$k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s = 0$$

2. 设 A, B 为两个 n 阶方阵, 如果 $AB = 0$, 证明 $r(A) + r(B) \leq n$.