

高等数学A1 2010年

1. 单项选择题(每小题3分, 共15分)

- (1) $f(x)$ 在 a 点连续, 且 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{(x-a)^4} = 3$, 则 (B)
 A. a 是 $f(x)$ 的极大值点; B. a 是 $f(x)$ 的极小值点;
 C. a 不是 $f(x)$ 的极值点; D. 不能判断 a 是否 $f(x)$ 的极值点.
- (2) $f(x), g(x)$ 均为可微函数, 且 $f'(x)g(x) + g'(x)f(x) > 0$, 则当 $x > a$ 时, 成立 (A)
 A. $f(x)g(x) > f(a)g(a)$; B. $f(x)g(a) > f(a)g(x)$;
 C. $f(a)g(x) > f(x)g(a)$; D. $f(a)g(a) > f(x)g(x)$.
- (3) 函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1+x^{2n}}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续且 (C)
 A. 处处可导; B. 仅有一个不可导点;
 C. 仅有两个不可导点; D. 至少有三个不可导点.
- (4) $\int_{-1}^1 \frac{1+x \sin^2 x}{1+x^2} dx =$ (B)
 A. $\frac{\pi}{4}$; B. $\frac{\pi}{2}$; C. π ; D. 0.
- (5) 下列反常积分收敛的是 (D)
 A. $\int_3^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$ B. $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}$ C. $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ D. $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$

2. (每小题3分, 共15分) 填空题

- (1) 已知 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+a}{x-2} = b$, 则 $a+b = \underline{3}$
- (2) 设函数 $y = \arcsin x + \arctan x$, 则 $\frac{dy}{dx} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (3) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$
- (4) 当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos x$ 是 βx^α 的等价无穷小, 则 $\alpha\beta = \underline{\hspace{2cm}}$
- (5) 设 $f(x)$ 为连续函数, $F(x) = \int_0^{2x} f(x+t) dt$, 则 $F'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

3. (10分) 求极限 (每小题5分, 共10分)

- (1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{2+x}{1+x})^x$; (2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^x$.

4. (10分) 求导数或微分(每小题5分, 共15分)

- (1) 设函数 $y = f(x)$ 由 $\begin{cases} x = 2t + 3t^2 \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$;
- (2) 设 $y = \arctan \frac{1+x}{1-x}$, 求 dy .
- (3) 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $x^y + y^x = 1$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$.

5. 计算下列积分(每小题5分, 共15分)

- (1) $\int x(e^x + \ln x) dx$; (2) $\int_0^1 x \sqrt{1+x^2} dx$ (3) $\int_0^\pi |\sin x - \cos x| dx$.

6. (10分) 解下列方程(每小题5分, 共10分)

- (1) $y' + y = e^{-x}$; (2) $y' = 1 + x + y + xy$.

7. 应用题 (每小题10分, 共20分)

(a) 确定常数 a, b, c , 使三次曲线 $y = ax^3 + bx^2 + cx$ 有拐点 $(1, 2)$, 且在该拐点处的切线斜率为 -1 .

(b) 欲制造一个容积为 $2\pi m^3$ 的圆柱形带盖的封闭储油桶, 试问它的半径 r 和高 h 各为多少时才能用料最省? 说明理由.