

山西大学经济与管理学院

2015 – 2016 学年第1 学期

年级： 2015 专业： 课程： 数学分析1 试卷(A)

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

本试题满分100分，成绩占期末总评比例： %。

得分	
----	--

一、单项选择题(每小题3分，共15分)

(1) 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$. 则下列说法错误的是 ()

(A) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 0$, (B) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n \cdot b_n) = 0$,

(C) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 0$, (D) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 0, b_n \neq 0$.

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = ()$

(A) 1, (B) 0, (C) ∞ , (D) 无极限.

(3) 设 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ()

(A) 连续点, (B) 可导点, (C) 第二类间断点, (D) 第一类间断点.

(4) 设函数 f 满足 $f'(x_0) = 0$, 则 x_0 是 ()

(A) x_0 是极小值, (B) x_0 是极大值, (C) x_0 是拐点, (D) 不一定是极值.

(5) 函数 $f(x) = x^3$ 在区间 $[0, 1]$ 上满足拉格朗日中值定理的条件, 则定理中的 $\xi = ()$

(A) $-\sqrt{3}$, (B) $\sqrt{3}$, (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$, (D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

得分	
----	--

二、填空题(每小题3分，共15分)

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{2x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2) 设 $f(x) = e^x \sin x$, $g(x) = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$, 则 $f(g(x)) =$ _____.

(3) $f(x) = \begin{cases} e^{2x}(\sin x + \cos x), & x > 0, \\ x + 2a, & x \leq 0, \end{cases}$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的连续函数, 则 $a =$ _____.

(4) $y = \ln(1+x)$ 在 $x=0$ 处带有皮亚诺余项的泰勒展式为_____.

(5) 设曲线 $y = \log_a x$ 与直线 $y = x$ 相切, 则 $a =$ _____.

得分	
----	--

三、证明题(每小题5分, 共10分)

1、设函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上二阶可导, 且 $f(1) = f(2) = 0$, 又 $F(x) = (x-1)^2 f(x)$. 证明在 $(1, 2)$ 内至少有一点 ξ , 使得 $F''(\xi) = 0$.

2、证明不等式:

$$x > \sin x > \frac{2}{\pi}x, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$$

得分	
----	--

四、计算题(每小题5分, 共30分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}} + \frac{1}{12}x^4}{x^6}$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \sin \frac{1}{3x}}{\sqrt{2x^2 - 1}}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

(4) 设 $f(x) = \sqrt{2x^2 + 4x - 1}$, 求函数 $f(x)$ 当 x 趋于正无穷时的渐近线.

(5) 若 $y = y(x)$ 是由 $e^y = xy$ 确定的隐函数, 求 $\frac{dy}{dx}$.

(6) 设 $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t, \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

得分	
----	--

五、(20分) 讨论 $y = \frac{x^2}{1+x}$ 的单调性、凸性、极值、拐点、渐近线等性质, 并作函数图形.

得分	
----	--

六、(10分) 证明: 可导的偶函数其导数是奇函数, 而可导的奇函数其导数是偶函数.