

## 高等数学A1 模1

### 1. 单项选择题(每小题3分, 共15分)

- (1) 若 $x \rightarrow 0$ 时 $a(x - \arcsin x)$ 与 $x^3$ 是等价无穷小, 则 $a =$  ( )  
A. -6    B. 6    C. -2    D. 2
- (2) 设 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+ax+3}{x-1} = b$ , 则 $a+b =$  ( )  
A. -2    B. -4    C. -6    D. -8
- (3) 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-x^{2n+1}}{1+x^{2n}}$ , 则 $f(x)$ 的间断点为 ( )  
A.  $x = -1$     B.  $x = 0$     C.  $x = 1$     D.  $x = 2$
- (4) 若 $f'(1) = 2$ , 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h)-f(1+2h)}{h} =$  ( )  
A. 1    B. 2    C. 5    D. 10
- (5) 设在 $[0, 1]$ 上有 $f''(x) < 0$ , 则 ( )  
A.  $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$     B.  $f'(0) > f(0) - f(1) > f'(1)$   
C.  $f'(0) > f'(1) > f(1) - f(0)$     D.  $f'(0) > f(1) - f(0) > f'(1)$

### 2. (每小题3分, 共15分)填空题

- (1) 已知 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-a}{x-3} = 4$ , 则 $a =$ \_\_\_\_\_
- (2) 曲线 $y = \frac{x^2+2x+4}{2x}$ 的渐近线为\_\_\_\_\_
- (3) 函数曲线 $y = x^3$ 过 $(1, 1)$ 点的切线方程为\_\_\_\_\_
- (4) 抛物线 $y = x^2 - 4x + 5$ 在其顶点处的曲率半径为\_\_\_\_\_
- (5) 函数 $y = \ln(1-x)$ 的 $n$ 阶麦克劳林公式为\_\_\_\_\_

### 3. 计算题(每小题5分, 共15分)

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sec x - \cos x}$ ;    (2)  $\int x(e^x + \ln x)dx$     (3)  $\int_0^\pi \sqrt{1 - \sin 2x}dx$

### 4. 证明题(每小题10分, 共20分)

- (1) 对所有实数 $x$ 都有 $e^x \geq e^2(x-1)$ 成立;
- (2) 方程 $2x^3 - 9x^2 + 12x - 4 = 0$ 恰有两个不同的实根.

### 5. 求解下列微分方程(每小题10分, 共20分)

(1)  $x^2y' + xy = y^2$ ;    (2)  $y'' - 2y' + y = x + 2xe^x$

### 6. (15分) 已知曲线 $y = a\sqrt{x}$ 与 $y = \ln \sqrt{x}$ 在 $(x_0, y_0)$ 处有公共切线, 求常数 $a$ 以及切点 $(x_0, y_0)$ , 并求由这两条曲线以及 $x$ 轴围成的图形绕 $x$ 轴旋转产生的旋转体的体积.