



Prof.  
Érika Fialho

Monitora  
Isabella

# ESTATÍSTICA PARAMÉTRICA E NÃO-PARAMÉTRICA COM USO DO SOFTWARE R



## Testes Não Paramétricos para dois grupos: Mann-Whitney e Wilcoxon



# O que vamos aprender durante a aula?

- Conceitos estatísticos importantes



# O que vamos aprender durante a aula?

- Conceitos estatísticos importantes
- Testes não paramétricos



# O que vamos aprender durante a aula?

- Conceitos estatísticos importantes
- Testes não paramétricos
- Teste Mann-Whitney



# O que vamos aprender durante a aula?

- Conceitos estatísticos importantes
- Testes não paramétricos
- Teste Mann-Whitney
- Teste Wilcoxon



# O que vamos aprender durante a aula?

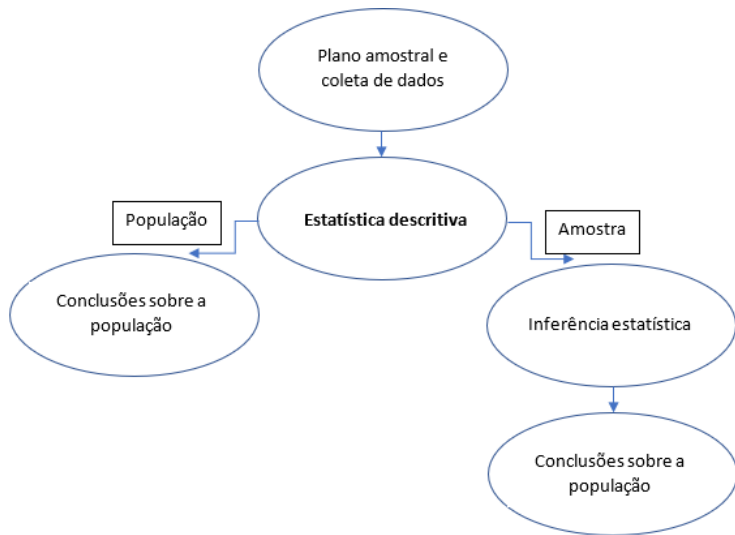
- Conceitos estatísticos importantes
- Testes não paramétricos
- Teste Mann-Whitney
- Teste Wilcoxon
- Exemplos práticos com uso do R:  
Monitora Isabella Cavalcanti

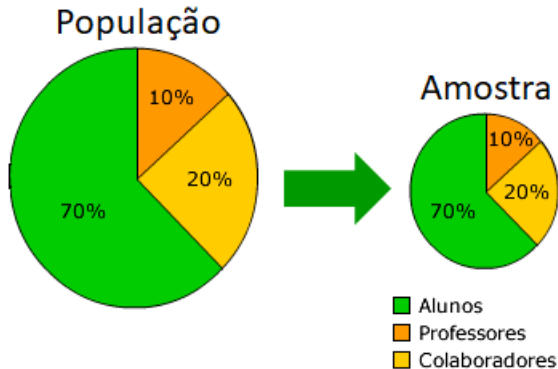


# O que é estatística?

Estatística é a ciência que trata da coleta, da organização, da análise, da interpretação e da apresentação de dados.









- Qualitativas (atribuições, características)
  - Nominais
  - Ordinais
- Quantitativas (numéricas).
  - Contínuas
  - Discretas

Testes paramétricos: assumem que a distribuição de probabilidade seja conhecida. Ex.: Teste para média, teste para proporção, Teste para razão de verossimilhanças, etc.

Testes não paramétricos: assumem poucas suposições sobre as distribuições probabilísticas. Ex.: Testes de aderência, testes de independência, etc.

- 1 Formulam-se as hipóteses a serem testadas
- 2 Calcula-se o valor da estatística do teste
- 3 Decide-se pela rejeição (não aceitação) ou aceitação da hipótese nula



## Teste Wilcoxon

## Teste Wilcoxon

Este teste foi desenvolvido por F. Wilcoxon em 1945 para comparar tendências centrais de duas amostras independentes de tamanhos iguais.



$$\begin{cases} H_0 : \text{n\~ao existe diferen\~ca entre os tratamentos (mesma mediana)} \\ H_1 : \text{caso contr\~ario.} \end{cases}$$



$$\begin{cases} H_0 : \text{n\~ao existe diferen\~ca entre os tratamentos (mesma mediana)} \\ H_1 : \text{caso contr\~ario.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_0 : \sum p_i(+) = \sum p_i(-) \\ H_1 : c.c. \end{cases}$$



Como calcular os postos?



Como calcular os postos?

- 1 Calcular as diferenças entre os valores das amostras:

$$d_i = X_i - Y_i.$$



Como calcular os postos?

- 1 Calcular as diferenças entre os valores das amostras:  
$$d_i = X_i - Y_i.$$
- 2 Excluir as diferenças iguais a zero.

Como calcular os postos?

- 1 Calcular as diferenças entre os valores das amostras:  
 $d_i = X_i - Y_i.$
- 2 Excluir as diferenças iguais a zero.
- 3 Atribuir os postos a  $|d_i|$  em ordem crescente.

Como calcular os postos?

- 1 Calcular as diferenças entre os valores das amostras:  
 $d_i = X_i - Y_i.$
- 2 Excluir as diferenças iguais a zero.
- 3 Atribuir os postos a  $|d_i|$  em ordem crescente.
- 4 Uma vez obtidos os postos, colocam-se os sinais das diferenças  $d_i$ .

Como calcular os postos?

- 1 Calcular as diferenças entre os valores das amostras:  
 $d_i = X_i - Y_i.$
- 2 Excluir as diferenças iguais a zero.
- 3 Atribuir os postos a  $|d_i|$  em ordem crescente.
- 4 Uma vez obtidos os postos, colocam-se os sinais das diferenças  $d_i$ .
- 5 Obter o valor da menor das somas de postos de mesmo sinal ( $T$ ).



Observação:



## Observação:

- Quando houver empate em  $|d_i|$ , atribuem-se às diferenças a média dos postos que elas receberiam se não fossem empatadas. Por exemplo, suponha  $d_1 = 1$ ,  $d_2 = -1$  e  $d_3 = -1$ , o posto 2 seria atribuído à cada uma das três diferenças, pois a média de 1, 2 e 3 é 2. Assim, os postos com os sinais das diferenças são: 2, -2 e -2. A próxima diferença na ordem receberia o posto 4 e assim por diante.

## Estatística de teste

- 1 Para  $N < 25$ , utiliza-se a Tabela do Teste de Wilcoxon.
- 2 Para  $N \geq 25$ , a estatística é definida por:

$$Z_{calculado} = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} \sim N(0, 1),$$

$$\mu_T = \frac{N(N+1)}{4} \quad \text{e} \quad \sigma_T = \sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{24}}$$

Rejeita-se  $H_0$  se  $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z_{calculado}$  ou  $Z_{calculado} < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ .



Exemplo no R



## Teste Mann-Whitney

## Teste Mann-Whitney

Este teste é uma generalização do anterior desenvolvida por H.B. Mann e D.R. Whitney em 1947. Com ele é possível comparar amostras de tamanhos diferentes.

A construção das hipóteses é a mesma:

$$\begin{cases} H_0 : & \text{não existe diferença entre os tratamentos (mesma mediana)} \\ H_1 : & \text{caso contrário.} \end{cases}$$



A estatística  $U$  é a base para a decisão sobre as hipóteses e pode ser calculada da seguinte maneira:



A estatística  $U$  é a base para a decisão sobre as hipóteses e pode ser calculada da seguinte maneira:

- 1 Organizar os valores das duas amostras em um só grupo ( $W$ )





A estatística  $U$  é a base para a decisão sobre as hipóteses e pode ser calculada da seguinte maneira:

- 1 Organizar os valores das duas amostras em um só grupo ( $W$ )
- 2 Ordenar o conjunto  $W$  de forma crescente e atribuir postos a cada elemento

A estatística  $U$  é a base para a decisão sobre as hipóteses e pode ser calculada da seguinte maneira:

- 1 Organizar os valores das duas amostras em um só grupo ( $W$ )
- 2 Ordenar o conjunto  $W$  de forma crescente e atribuir postos a cada elemento
- 3 Separam-se novamente as amostras, observando-se o número de casos e a soma dos postos em cada amostra

A estatística  $U$  é a base para a decisão sobre as hipóteses e pode ser calculada da seguinte maneira:

- 1 Organizar os valores das duas amostras em um só grupo ( $W$ )
- 2 Ordenar o conjunto  $W$  de forma crescente e atribuir postos a cada elemento
- 3 Separam-se novamente as amostras, observando-se o número de casos e a soma dos postos em cada amostra

Calcula-se

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1 \quad \text{e} \quad U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2$$

## Estatística de teste

- 1 Para  $N < 25$ , utiliza-se a Tabela do Teste U de Mann-Whitney.
- 2 Para  $N \geq 25$ , a estatística é definida por:

$$Z_{calculado} = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U} \sim N(0, 1),$$

$$\mu_U = \frac{n_1 n_2}{2} \quad \text{e} \quad \sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

Rejeita-se  $H_0$  se  $Z_{1-\frac{\alpha}{2}} < Z_{calculado}$  ou  $Z_{calculado} < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ .



Exemplo no R

