Logică computațională Curs 5

Lector dr. Mihiș Andreea-Diana

Metoda tabelelor semantice

- introdusă de Smullyan
- se bazează pe considerații semantice
- încearcă să construiască modelele unei formule date

(FND)

- $\vdash U$ prin respingere, $\neg U$ nu are modele
- ideea:
 - descompunerea formulei inițiale în subformule
 - până la nivel de literali

Clase de formule

• clasa α - formule de tip conjunctiv

$$A \wedge B$$

$$\neg (A \lor B)$$

$$\neg (A \rightarrow B)$$

• clasa β - formule de tip disjunctiv

$$A \vee B$$

$$\neg (A \land B)$$

$$A \rightarrow B$$

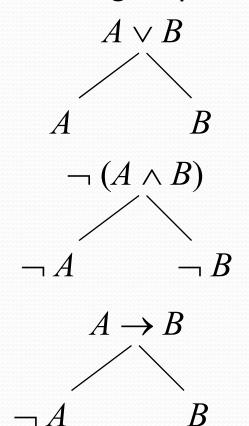
Reguli de descompunere a formulelor

• regula α

$$A \wedge B \qquad \neg (A \vee B) \qquad \neg (A \to B)$$

$$\begin{vmatrix} & & & & \\ & & & \\ & A & & \neg A & & A \\ & & & & \\ & & & & \\ & B & & \neg B & & \neg B \end{vmatrix}$$

• regula β



Arborele binar de descompunere a unei formule

Având o formulă U, ei i se poate asocia o tabelă semantică, care este de fapt un arbore binar ce conține în nodurile sale formule și se construiește astfel:

- \bullet rădăcina arborelui este etichetată cu formula U;
- fiecare ramură a arborelui care conţine o formulă va fi extinsă cu subarborele corespunzător regulii de descompunere care se aplică formulei;
- extinderea unei ramuri se încheie în două situații:
 - a) dacă pe ramură apare o formulă și negația sa;
 - b) dacă au fost descompuse toate formulele de pe acea ramură

Exemplu

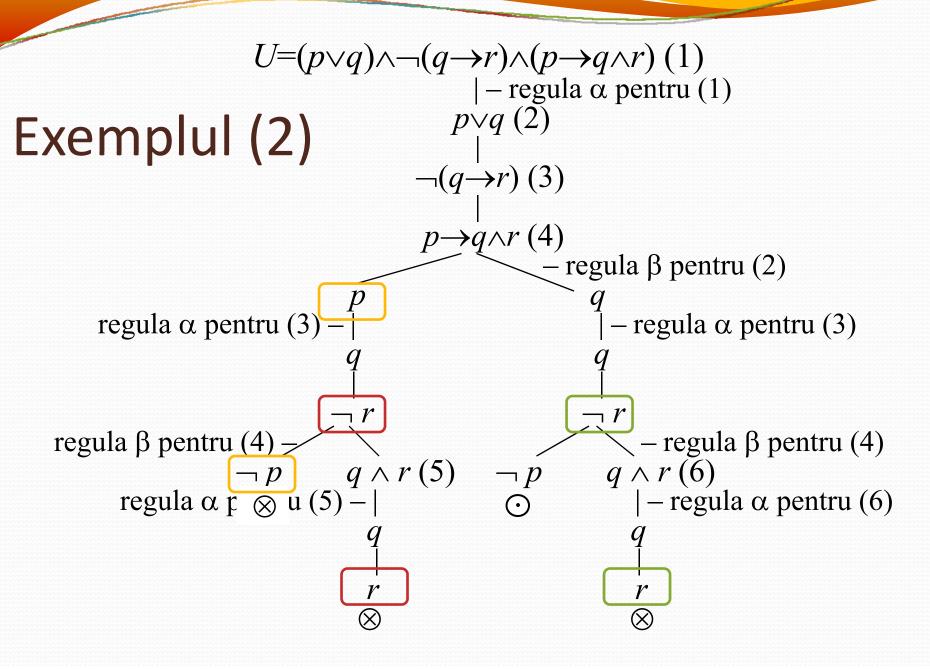
 $FND(U) = (p \land \neg q) \lor (p \land \neg p) \equiv p \land \neg q$

Tipuri de ramuri

- O ramură a tabelei se numeşte închisă (simbolizată prin ⊗) dacă ea conține o formulă și negația ei, în caz contrar ramura se numeşte deschisă (simbolizată prin⊙).
- O ramură a tabelei se numește completă dacă ea este fie *închisă*, fie toate formulele de pe acea ramură au fost descompuse.

Tipuri de tabele semantice

- O *tabelă* se numește *închisă* dacă toate ramurile sale sunt închise. Dacă o tabelă are cel puţin o ramură deschisă, atunci ea se numește *deschisă*.
- O *tabelă* se numește *completă* dacă toate ramurile ei sunt complete.



Observații:

- Procesul de construire a unei tabele semantice este unul nedeterminist deoarece regulile de descompunere se pot aplica în orice ordine şi la un moment dat se pot alege mai multe ramuri pentru extindere. Astfel unei formule i se pot asocia mai multe tabele semantice, dar acestea sunt echivalente.
- Pentru a obține tabele semantice *cât mai simple* (mai puțin ramificate) se recomandă:
 - utilizarea regulilor de tip α înaintea regulilor de tip β care realizează o ramificare;

Observații (2):

- formulele de pe aceeași ramură a unei tabele semantice sunt *legate* între ele prin conectiva logică ^, iar *ramificarea* corespunde conectivei logice >.
- tabela semantică asociată unei formule propoziționale este o reprezentare grafică a *formei* sale *normale disjunctive*. Fiecare ramură reprezintă un *cub* (conjuncția tuturor literalilor de pe acea ramură), iar arborele este *disjuncția* tuturor *ramurilor* sale.
- Unei formule *consistente* i se asociază o *tabelă completă deschisă*, iar fiecare *ramură deschisă* a tabelei furnizează cel puţin un *model* pentru formula respectivă.
- O *tabelă semantică închisă* asociată unei formule indică faptul că formula este *inconsistentă*, adică nu există nicio interpretare în care formula să fie adevărată

Teorema de corectitudine şi completitudine a metodei tabelelor semantice

• O formulă U este teoremă (tautologie) dacă și numai dacă există o tabelă semantică închisă pentru formula $\neg U$.

Teoremă

• $U_1, U_2, ..., U_n \vdash Y$ (echivalent cu $U_1, U_2, ..., U_n \models Y$) dacă şi numai dacă există o tabelă semantică închisă pentru formula $U_1 \land U_2 \land ... \land U_n \land \neg Y$.