

Taller Calculo Integral

1. Encuentre los valores de la suma indicada.

a. $\sum_{k=1}^6 (k - 1)$

b. $\sum_{k=1}^7 \frac{1}{k + 1}$

c. $\sum_{k=3}^7 \frac{(-1)^k 2^k}{(k + 1)}$

2. Escriba la suma que se indica en la notación sigma.

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 41$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 50$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{100}$$

3. Evalúe las integrales definidas por medio de sumas de Riemann y compruebe el resultado.

a. $\int_{-1}^3 (2x^2 - 4x + 5) dx = \frac{40}{3}$

b. $\int_0^3 (8 - x^3) dx = \frac{15}{4}$

c. $\int_2^5 (5 - 3x) dx = -\frac{33}{2}$

d. $\int_{-5}^{-1} (x + 3)^2 dx = \frac{16}{3}$

e. $\int_{-4}^{-1} (x + 3) dx = \frac{5}{2} u^2$

f. $\int_0^2 x^4 dx = \frac{1}{5} u^2$

4. Lea con atención el enunciado y responda:

Suponga que $\int_0^1 f(x) dx = 2$, $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_0^1 g(x) dx = -1$, y

$\int_0^2 g(x) dx = 4$. Utilice las propiedades de las integrales definidas (linealidad, aditividad para intervalos, etcétera). Para calcular cada una de las integrales

a. $\int_0^2 [2f(x) + g(x)] dx$

c. $\int_0^1 [2f(s) + g(s)] ds$

b. $\int_2^1 [2f(s) + 5g(s)] ds$

d. $\int_1^1 [3f(x) + 2g(x)] dx$

5. Aplique el primer teorema fundamental del cálculo integral.

$$\begin{aligned}
 G(x) &= \int_1^x 2t \, dt & G(x) &= \int_1^{x^2} \sin t \, dt \\
 G(x) &= \int_x^1 2t \, dt & G(x) &= \int_1^{x^2+x} \sqrt{2z + \sin z} \, dz \\
 G(x) &= \int_0^x (2t^2 + \sqrt{t}) \, dt & G(x) &= \int_{-x^2}^x \frac{t^2}{1+t^2} \, dt \text{ Sugerencia: } \int_{-x^2}^x = \int_{-x^2}^0 + \int_0^x \\
 & & G(x) &= \int_{\cos x}^{\sin x} t^5 \, dt
 \end{aligned}$$

6. Halle el área real para las integrales aplicando el segundo teorema fundamental del cálculo integral, recuerde aplicar las propiedades y tener en cuenta cuando las áreas estén bajo el *eje x* y sean negativas.

$$\begin{aligned}
 \int_{-1}^2 (3x^2 - 2x + 3) \, dx & \quad \int_{-2}^0 x^4 \, dx \\
 \int_1^2 (4x^3 + 7) \, dx & \quad \int_0^2 5(x-1)^3 \, dx \\
 \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx & \quad \int_2^7 (x-1)(2x+3) \, dx \\
 \int_{\pi/6}^{\pi/2} 2 \sin t \, dt & \quad \int_{-2}^2 (7x^2 - 5) \, dx \\
 \int_0^4 \sqrt{t} \, dt & \quad \int_1^3 \frac{2}{t^3} \, dt
 \end{aligned}$$

Integrales

$$\begin{aligned}
 \int c \, dx &= cx \\
 \int x \, dx &= \frac{x^2}{2} \\
 \int x^2 \, dx &= \frac{x^3}{3} \\
 \int x^3 \, dx &= \frac{x^4}{4} \\
 \int x^4 \, dx &= \frac{x^5}{5} \\
 \int \cos x \, dx &= \sin x \\
 \int \sin x \, dx &= -\cos x \\
 \int \frac{1}{x^3} \, dx &= -\frac{1}{2x^2} \\
 \int \sqrt{x} \, dx &= \frac{2\sqrt{x^3}}{3}
 \end{aligned}$$

7. Halle el valor medio $f(c)$ para algunas de las integrales de las funciones del punto anterior.