

PLANTEAMIENTO:

Dados los números primos $p=11$, $q=23$, y el mensaje $m=3$; usar el algoritmo RSA para encriptar el mensaje(m).

SOLUCIÓN:

1. Hallar n y $\Phi(n)$:

a. $n = p \cdot q = 11 \cdot 23 = 253$ ☐ $n = 253.$

b. $\Phi(n) = (p-1) \cdot (q-1) = (11-1) \cdot (23-1) = (10) \cdot (22) = 220$ ☐ $\Phi(n) = 220.$

2. Hallar k :

$k = \Phi(n) + 1 = 220 + 1 = 221$ ☐ $k = 221.$

3. Factorizar K para hallar e y d :

a. $k = e \cdot d.$

b. Para hallar e , se deben tener en cuenta las siguientes características:

i. $1 < e < \Phi(n)$

ii. $\text{MCD}(e, \Phi(n)) = 1$ ☐ e y $\Phi(n)$ sean primos relativos.

c. Se despeja d ($d = k/e$).

4. Según lo anterior se procede de la siguiente manera:

a. $221 = e \cdot d = 13 \cdot 17$.

b. Se supone $e=13$:

i. $1 < 13 < 221$.

ii. $\text{MCD}(3, 220) = 1$ \square 13 y 220 si son primos relativos.

c. Luego, $d = 221/13 = 17$.

d. En conclusión:

i. Llave pública: $(e, n) = (13, 253)$.

ii. Llave privada: $(d, n) = (17, 253)$.

5. Una vez se tienen las llaves, se puede pasar a encriptar (cifrar) / desencriptar (descifrar) el mensaje:

Cifrado: $mc = m^e \bmod n$; con $\text{MCD}(m, n) = 1$ y $m < n$.

Descifrado: $m = mc^d \bmod n$.

Es importante decir que para efectuar estos cálculos se necesita de un computador y se requiere manejar los números con altísima precisión.

1. Se cifra el mensaje m (mc) y se lo envía, de acuerdo al siguiente procedimiento:

$$mc = (m)^e \bmod n = (3)^{13} \bmod 253 = 1594323 \bmod 253 = 170;$$

con $\text{MCD}(3, 253) = 1$ y $3 < 253$ \square **$mc = 170$.**

2. Se recibe el mensaje cifrado mc , y se procede a realizar el procedimiento inverso que implica descifrar mc , obteniendo el mensaje original (m):

$$m = (mc)^d \bmod n = (170)^{17} \bmod 253 = 3.8621687291664 \cdot 10^{36} \bmod 253 = 3$$

$$(p, q, m) = (3, 11, 14)$$

1. Hallar n y $\Phi(n)$:

a. $n = p \cdot q = 3 \cdot 11 = 33$? $n = 33.$

b. $\Phi(n) = (p-1) \cdot (q-1) = (3-1) \cdot (11-1) = (2) \cdot (10) = 20$? $\Phi(n) = 20.$

2. Hallar k :

$k = \Phi(n) + 1 = 20 + 1 = 21$? $k = 21.$

3. Factorizar K para hallar e y d :

a. $k = e \cdot d.$

$$21 = 3 \cdot 7$$

b. Para hallar e , se deben tener en cuenta las siguientes características:

$$e = 3 \quad 1 < e < \Phi n$$

se cumple que $1 < 3 < 20$

ii) $\text{MCD}(e, \Phi, (n)) = 1$

$$\text{MCD}(3, 20) = 1 \quad \text{son primos relativos}$$

C. Se despeja d

$$K = e \cdot d$$

$$d = k/e$$

$$d = 21/3 \text{ por lo tanto } d = 7$$

4) a) $21 = e \cdot d$

$$21 = 3 \cdot 7$$

Entonces $e = 3$

$$1 < 3 < 20 \quad 3 \text{ y } 20 \text{ son primos relativos}$$

$$\text{Luego } d = 21/3 = 7$$

En conclusión

i. Llave pública: $(e, n) = (3, 33).$

ii. Llave privada: $(d, n) = (7, 33).$

5. Una vez se tienen las llaves, se puede pasar a encriptar (cifrar) / desencriptar (descifrar) el mensaje:

Cifrado: $mc = m^e \bmod n$; con $\text{MCD}(m, n) = 1$ y $m < n$.

Descifrado: $m = mc^d \bmod n$.

Es importante decir que para efectuar estos cálculos se necesita de un computador y se requiere manejar los números con altísima precisión.

6. Se cifra el mensaje m (mc) y se lo envía, de acuerdo al siguiente procedimiento:

$$mc = (14)^3 \bmod (33)$$

$$mc = 2744 \bmod 33$$

$$mc = 5$$

7. Se recibe el mensaje cifrado mc , y se procede a realizar el procedimiento inverso que implica descifrar mc , obteniendo el mensaje original (m):

$$m = (mc)^d \bmod n =$$

$$m = (5)^7 \bmod (33) =$$

$$m = 78125 \bmod 33 =$$

$$m = 14$$

Explicación porque no da $p=7$, $q=11$, $m=5$

c. $n = p \cdot q = 7 \cdot 11 = 77$ $\boxed{?}$ $n = 77.$

d. $\Phi(n) = (p-1) \cdot (q-1) = (7-1) \cdot (11-1) = (6) \cdot (10) = 60$ $\boxed{?}$ $\Phi(n) = 60.$

3. Hallar k :

$k = \Phi(n) + 1 = 60 + 1 = 61$ $\boxed{?}$ $k = 61.$

4. Factorizar K para hallar e y d :

a. $k = e \cdot d.$

b. Para hallar e , se deben tener en cuenta las siguientes características:

i. $1 < e < \Phi(n)$

ii. $\text{MCD}(e, \Phi(n)) = 1$ $\boxed{?}$ e y $\Phi(n)$ sean primos relativos.

c. Se despeja d ($d = k/e$).

$61 = e \cdot d = 1 \cdot 61.$

61 es un número primo, solo es divisible entre 1 y el mismo número, por lo tanto para este caso no existe e que cumpla la condición $1 < e < \Phi(n)$

Es decir: $1 < e < 61$