



## **Desarrollo y validación de un método de reparación para cascos tácticos militares**

Solano Yépez, Erick Vladimír

Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica

Carrera de Ingeniería Mecánica

Trabajo de integración curricular, previo a la obtención del título de Ingeniero Mecánico

Ing. Sánchez Sánchez, Xavier Rolando, Ph.D

27 de febrero de 2024

.....

**Ing. Sánchez Sánchez, Xavier Rolando, Ph.D**

C.C.: 1712575826



## Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica

### Carrera de Ingeniería Mecánica

#### Certificación

Certifico que el trabajo de integración curricular: “**Desarrollo y validación de un método de reparación para cascos tácticos militares**” fue realizado por el señor **Solano Yépez, Erick Vladimir**, el mismo que cumple con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, además fue revisado y analizada en su totalidad por la herramienta de prevención y/o verificación de similitud de contenidos; razón por la cual me permito acreditar y autorizar para que se lo sustente públicamente.

**Sangolquí, 27 de febrero de 2024**

.....

**Ing. Sánchez Sánchez, Xavier Rolando, Ph.D**

C.C.: 1712575826



**Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica**

**Carrera de Ingeniería Mecánica**

**Responsabilidad de Autoría**

Yo, Solano Yépez, Erick Vladimír, con cédula de ciudadanía n° 1004383723, declaro que el contenido, ideas y criterios del trabajo de integración curricular: **Desarrollo y validación de un método de reparación para cascos tácticos militares** es de mi autoría y responsabilidad, cumpliendo con los requisitos legales, teóricos, científicos, técnicos, y metodológicos establecidos por la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, respetando los derechos intelectuales de terceros y referenciando las citas bibliográficas.

Sangolquí, 27 de febrero de 2024

**Solano Yépez, Erick Vladimír**

C.C.: 1004383723



**Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica**

**Carrera de Ingeniería Mecánica**

**Autorización de Publicación**

**Yo Solano Yépez, Erick Vladimír**, con cédula de ciudadanía n° 1004383723, autorizo a la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE publicar el trabajo de integración curricular: “**Desarrollo y validación de un método de reparación para cascos tácticos militares**” en el Repositorio Institucional, cuyo contenido, ideas y criterios son de mi responsabilidad.

**Sangolquí, 27 de febrero de 2024**

**Solano Yépez, Erick Vladimír**

C.C.: 1004383723

### **Dedicatoria**

A mi madre Gladys, mi padre Romel, pilares fundamentales de quien soy, mi mayor motivación e inspiración, guían mi camino y a quienes les debo mi vida entera. A mis hermanos Stalin y Franklin que me brindaron su apoyo incondicional y en los momentos más difíciles siempre estuvieron ahí. A mis abuelitos José Solano y Luis Yépez a quienes no los conocí, pero sé que en alguna parte del cielo están muy orgullosos de mí. A mi familia, mis profesores y amigos que me acompañaron y compartieron conmigo en este camino que continua en busca de la felicidad.

**Erick Wladimir Solano Yépez**

### **Agradecimiento**

A Dios, a la Virgen Santísima del Quinche y el Divino Niño Jesús, a mi amada madre Gladys y mi querido padre Romel que son mi luz, quienes me enseñaron a seguir adelante a pesar de cualquier circunstancia, que sacrificaron mucho en sus vidas, me brindaron su amor y llenan mi vida de felicidad. A mi hermano mayor Stalin, mi referente y a quien sigo sus pasos, de quien aprendí que todo sacrificio tiene su recompensa y que siempre hay que luchar por cumplir tus sueños. A mi hermano menor Franklin, que me brindo su tiempo en risas, llantos, enojos, y siempre está conmigo para las que sea. A mis abuelitas Angelita y Carmen, mi familia, docentes y amigos que creyeron en mí y me brindaron su granito de arena para cumplir una de muchas metas que faltan por cumplir. Un agradecimiento eterno y un Dios le pague por todo.

**Erick Vladimír Solano Yépez**

## Índice de contenido

Dedicatoria .....	6
Agradecimiento .....	7
Resumen .....	14
Abstract .....	15
Capítulo I: Generalidades .....	16
Introducción .....	16
Antecedentes .....	17
Definición del proyecto .....	18
Justificación e importancia .....	18
Alcance .....	19
Objetivos .....	19
Objetivo general .....	19
Objetivos específicos .....	19
Capítulo II: Estado del Arte .....	20
Materiales compuestos .....	20
Matriz y Refuerzo .....	21
Matriz .....	22
Refuerzo .....	22
Interfaz .....	23
Estructura .....	24
Clasificación de los materiales compuestos .....	25
Kevlar .....	25

Análisis del material compuesto .....	27
Módulo de tracción .....	27
Estimación de los niveles de tensión soportados por fibra y matriz.....	31
Análisis de una lámina de material compuesto en las direcciones locales.....	33
Análisis de una lámina de material compuesto en las direcciones globales .....	37
Análisis de un laminado de material compuesto .....	38
Teoría del comportamiento de sistemas multicapa .....	43
Relación de resistencia a la tracción y $V_{50}$ de Cunniff.....	44
Relación entre la resistencia a la tracción y el $V50$ de Phoenix-Porwal .....	45
Análisis en sistemas mult capas .....	46
Daños y defectos en materiales compuestos.....	47
Delaminación.....	49
Degradación o expiración.....	50
Exposición a la humedad .....	51
Relaciones de degradación teóricas.....	51
Relación bajo el modelo de Cunniff .....	52
Relación bajo el modelo de Phoenix-Porwal's.....	52
Reparación de un composite .....	52
Prueba Balística .....	54
Entorno de prueba.....	54
Terminología de la prueba .....	55
Definiciones de falla .....	56
Mecanismo de absorción de energía.....	58
Capítulo III: Metodología.....	62

Ingeniería inversa.....	62
Definición de características del casco táctico .....	62
Modelación .....	64
Diseño y fabricación de probetas para pruebas balísticas.....	68
Procedimiento de fabricación probeta plana .....	68
Proceso de prueba balística en placa plana.....	72
Procedimiento del método de reparación.....	76
Análisis del método de reparación del casco táctico.....	77
Proceso del método de reparación del casco táctico .....	85
Proceso de prueba balística casco reparado .....	91
Capítulo IV: Análisis de resultados .....	95
Análisis de resultados de pruebas balísticas.....	95
Probetas planas.....	96
Cascos .....	97
Análisis y comparación de resultados entre casco fabricado y reparado.....	99
Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones .....	103
Conclusiones .....	103
Recomendaciones .....	104
Bibliografía .....	105
Apéndices .....	109

## Índice de tablas

<b>Tabla 1</b> <i>Technical Datasheet Kevlar 49.....</i>	26
<b>Tabla 2</b> <i>Características mecánicas en direcciones locales .....</i>	34
<b>Tabla 3</b> <i>Tipos de defectos localizados en composites .....</i>	47
<b>Tabla 4</b> <i>Relación límite balístico vs composición del laminado .....</i>	56
<b>Tabla 5</b> <i>Tipos de fallas en pruebas balísticas.....</i>	56
<b>Tabla 6</b> <i>Proceso de fabricación probeta plana .....</i>	69
<b>Tabla 7</b> <i>Proceso prueba balística placa plana .....</i>	73
<b>Tabla 8</b> <i>Propiedades típicas DuPont™ Kevlar® 49 Aramid Fiber.....</i>	79
<b>Tabla 9</b> <i>Características técnicas munición Cal 9mm FMJ 124 grains.....</i>	81
<b>Tabla 10</b> <i>Proceso reparación casco táctico .....</i>	85
<b>Tabla 11</b> <i>Proceso de prueba balística casco reparado.....</i>	92
<b>Tabla 12</b> <i>Elementos ejecutados ensayo balístico.....</i>	95
<b>Tabla 13</b> <i>Resultados ensayos balísticos probetas planas.....</i>	96
<b>Tabla 14</b> <i>Resultados ensayos balísticos cascós .....</i>	98

## Índice de figuras

<b>Figura 1</b> Clases de materiales para fabricar un material compuesto .....	20
<b>Figura 2</b> Componentes de los materiales compuestos .....	21
<b>Figura 3</b> Refuerzos de alambres, fibras y whiskers .....	23
<b>Figura 4</b> Función de la interfaz .....	23
<b>Figura 5</b> Vista no adherida de un laminado.....	24
<b>Figura 6</b> Clasificación de los materiales compuestos .....	25
<b>Figura 7</b> Estructura y composición del Kevlar.....	25
<b>Figura 8</b> Esquema de direcciones locales en un composite .....	27
<b>Figura 9</b> Condiciones de trabajo en la dirección longitudinal .....	28
<b>Figura 10</b> Condiciones de trabajo en la dirección transversal .....	30
<b>Figura 11</b> Niveles de tensión y deformación .....	33
<b>Figura 12</b> Estado tensional en las direcciones locales .....	34
<b>Figura 13</b> Estado tensional en las direcciones globales .....	37
<b>Figura 14</b> Estructura de un composite.....	39
<b>Figura 15</b> Estado tensional de un laminado .....	39
<b>Figura 16</b> Esquema para análisis de tensiones y deformaciones .....	40
<b>Figura 17</b> Formación de la delaminación .....	50
<b>Figura 18</b> Ruta para realizar el proceso de reparación de un composite.....	53
<b>Figura 19</b> Ondas generadas por un impacto balístico a una fibra .....	58
<b>Figura 20</b> Prueba de mechero a casco táctico.....	63
<b>Figura 21</b> Laminado para comprobación de espesor.....	64
<b>Figura 22</b> Sistema óptico de un escáner 3D. ....	65
<b>Figura 23</b> Puntos magnéticos en la superficie del casco.....	65
<b>Figura 24</b> Proceso de escaneo del casco táctico.....	66

<b>Figura 25</b> Diseño CAD casco táctico.....	67
<b>Figura 26</b> Arma y munición para prueba balística.....	72
<b>Figura 27</b> Capas de la probeta plana ensayada .....	75
<b>Figura 28</b> Cambio de coloración en fibra de aramida por envejecimiento natural .....	77
<b>Figura 29</b> Casco táctico militar para reparar .....	78
<b>Figura 30</b> Diagrama de flujo del método de reparación.....	94
<b>Figura 31</b> Resultado ensayo balístico probetas planas .....	97
<b>Figura 32</b> Resultado ensayo balístico casco reparado .....	98
<b>Figura 33</b> Atenuación teórica del impacto según el número de capas del composite..	99
<b>Figura 34</b> Comparación resultados de casco reparado y caducado .....	100
<b>Figura 35</b> Comparación resultados de casco reparado y fabricado .....	102

## Resumen

El presente proyecto tiene por objeto el desarrollo de un método de reparación para cascos tácticos militares a partir de un laminado de material balístico a base de fibras de kevlar 49 con una matriz de cemento de contacto y que posteriormente se validó con pruebas de resistencia balística según la norma NIJ 0101.06 para un nivel de protección III-A.

El método de reparación se fundamentó en tres ejes: la selección del casco a reparar, la evaluación de los daños o defectos presentes y la ejecución del procedimiento, todo en función de la viabilidad técnica y operativa.

Se aplicó la metodología de la ingeniería inversa para definir los criterios de diseño y fabricación del casco, se realizó una prueba del mechero, un escaneo 3D y finalmente el diseño CAD, definiendo así la estructura física, características y propiedades del yelmo. Al no existir una norma o procedimiento en la reparación de cascos en el Ejército Ecuatoriano, se fabricó probetas planas de fibra de kevlar 49 con matrices de diferente tipo, configuración de apilamiento de capas  $0^\circ, 90^\circ, 45^\circ$ , a las cuales se realizó ensayos balísticos bajo la norma NIJ 0108.01 y se comprobó que la ductilidad es fundamental para soportar los impactos, y en conjunto con el análisis teórico del impacto se optimizó la conformación del composite. Finalmente se ejecutó la reparación del casco mediante un laminado externo de cuatro capas de tejido de fibra de aramida Panamá style 1350 con una matriz de cemento de contacto, se sometió a la prueba de resistencia balística y resultó en una mejora comparada con un casco sin reparar, lo que sienta un antecedente en la investigación de reparación de cascos con materiales compuestos en el ámbito militar.

Palabras clave: casco, prueba de resistencia balística, material compuesto, reparación

## Abstract

The objective of this project is the development of a repair method for military tactical helmets from a laminate of ballistic material based on Kevlar 49 fibers with a contact cement matrix and which was subsequently validated with ballistic resistance tests according to the NIJ 0101.06 standard for a protection level III-A.

The repair method was based on three axes: the selection of the hull to be repaired, the evaluation of the damage or defects present and the execution of the procedure, all based on profitability, technical and operational feasibility.

The reverse engineering methodology was applied to define the design and manufacturing criteria of the helmet, a lighter test, a 3D scan and finally the CAD design were carried out, thus defining the physical structure, characteristics and properties of the helmet. As there is no standard or procedure in the repair of helmets in the Ecuadorian Army, flat specimens of Kevlar 49 fiber were manufactured with different types of matrices, 90°, 45° layer stacking configuration, on which ballistic tests were carried out under the NIJ 0108.01 standard and it was proven that ductility is essential to withstand impacts, and in conjunction with the theoretical analysis of the impact, the conformation of the composite was optimized. Finally, the hull was repaired using an external laminate of four layers of Panama style 1350 aramid fiber fabric with a contact cement matrix, it was subjected to the ballistic resistance test and resulted in an improvement compared to an unrepairs hull, which sets a precedent in research into the repair of helmets with composite materials in the military field.

Keywords: helmet, ballistic resistance test, composite material, repair

## Capítulo I: Generalidades

### Introducción

En el ámbito militar, el casco táctico es una de las más antiguas formas de equipo de protección personal, los cambios que ha sufrido a lo largo del tiempo han sido enfocados en encontrar el equilibrio óptimo entre seguridad y confort, para conseguirlo los diseños se orientaron en la optimización del material de fabricación.

Dicha optimización tiene por objetivo mejorar las propiedades físicas y mecánicas del casco, como lo son: dureza, rigidez, masa, densidad, fluencia, ductilidad, tenacidad, resistencia, entre otras. Esto básicamente implica localizar un punto de equilibrio en el aspecto físico y mecánico, es decir una alta rigidez o resistencia con mínimo peso, lo cual es imposible conseguir con un material monolítico.

Por lo tanto, un material compuesto permite superar límites en diseños y una versatilidad enorme dado el sinnúmero de combinaciones que es posible realizar en función de lo atractivas que sean las propiedades que presenta. A la hora de fabricar un material compuesto se debe trabajar, de forma simultánea, en tres planos distintos: el índice de funcionamiento, que determina qué combinación de propiedades del material puede maximizar sus prestaciones; los gráficos de selección de materiales, en los que las propiedades de distintos materiales junto a sus índices de funcionamiento se pueden seleccionar y, por último, el uso de límites para definir el entorno de propiedades accesibles por un sistema compuesto.(da Costa et al., 2000; Guerrero et al., 2011)

El presente proyecto propone obtener un método de reparación de los cascos tácticos utilizando material compuesto, para lo cual se realizará un estudio en los principales factores que causan daños en los cascos, se analizara procesos de reparación a partir del

asesoramiento de técnicos militares, la aplicación del método conseguido y la verificación del mismo a partir de pruebas de resistencia balística.

## **Antecedentes**

La reparación de o con materiales compuestos es una propuesta que a inicios del siglo XXI ha tomado mayor interés de la industria debido a la eficiencia del sistema y la accesibilidad económica, además de la complejidad de encontrar criterios de reparación completamente efectivos a través de teorías y métodos aplicados en la práctica ingenieril. Además de que muchos reglamentos y/o normas son deficientes, por lo que es necesario el desarrollo de métodos innovadores y apropiados. (Guerrero et al., 2011)

Uno de los campos que más énfasis ha puesto la reparación a partir de materiales compuestos es el de la construcción, que busca la solución de problemas estructurales con un mínimo impacto en la estructura original. Otro ejemplo es la medicina, con los biomateriales, implementados para el desarrollo de prótesis, implantes, sistemas y aparatos médicos que deben trabajar en contacto con los tejidos corporales.(Guerrero et al., 2011)

En la campo militar, la reparación de partes de aeronaves a partir de materiales compuestos, así como también la posibilidad de reparación de cierto equipamiento de protección personal como, por ejemplo: los cascos balísticos que ante fracturas o deterioros se pueda restaurarlo a partir de una reparación bajo criterios ingenieriles debidamente obtenidos y probados que garantice su correcto funcionamiento.(Rikard Benton, 2019)

En el Ejército Ecuatoriano, el casco siguió la línea de optimización del material desde la utilización de materiales convencionales en ejércitos aborígenes e incaicos (como el hierro, piedra, oro, acero, entre otros.) hasta materiales compuestos (esto a partir de la adquisición del equipo) que según el Centro de Estudios Históricos del Ejercito, en el año de 1995 el Casco PASGT (KEVLAR) llegó como dotación y que actualmente es utilizado principalmente por las

unidades de la frontera norte, en operaciones militares de defensa interna, específicamente en los patrullajes contra fuerzas ilegales.(Centro de Estudios Históricos del Ejército, 2011)

### **Definición del proyecto**

El presente proyecto plantea obtener un método de reparación de los cascos tácticos utilizando material compuesto, esto a partir del análisis del estado de arte en la reparación de o con material compuesto, los principales daños encontrados en equipamiento militar, el proceso de fabricación y el análisis de un laminado de material compuesto.

Se recompilará información de cascos tácticos dados de baja del ejercito (presentan daños) para identificar las principales variables para la evaluación del daño y con ello definir los criterios para la ejecución de la reparación. El proceso de reparación se fundamentará en las técnicas de reparación de materiales compuestos, complementado con la asesoría técnica del personal del Centro de Investigación Científica y Tecnológica del Ejercito – CICTE.

La validación del proceso se realizará mediante el análisis del laminado de material compuesto a cargas de impacto. Por otra parte, la verificación se sustentará a partir de pruebas de resistencia balística realizadas bajo normas técnicas estandarizadas.

### **Justificación e importancia**

En la actualidad, la utilización de material compuesto en la reparación de piezas, elementos u estructuras ha tomado un papel protagónico debido a la obtención de propiedades que difícilmente se pueden conseguir con materiales convencionales y con ello el mejoramiento de las prestaciones del elemento a reparar.

En las Fuerzas Armadas del Ecuador, la dotación de equipación de protección personal garantiza la seguridad de los gendarmes en sus actividades, por ello la importancia radica en que dichos elementos tengan un adecuado funcionamiento, para esto se requiere realizar inspecciones periódicas, mantenimientos preventivos y reparaciones en caso de que se

necesite. Para este último no existe un antecedente en concreto, por lo que la equipación que presenta daños simplemente se la daba de baja.

El presente proyecto permitirá obtener un método de reparación de los cascos tácticos a partir de material compuesto, con ello se pretende reintegrar cascos con daños, a partir de un estudio del estado de arte de los principales factores que producen dichos daños, la obtención del proceso de reparación y el diseño experimental a partir del análisis del composite y la realización de pruebas de resistencia balística que validen el procedimiento obtenido.

## **Alcance**

El proyecto tiene por objetivo desarrollar y validar un método de reparación de un casco táctico militar. Para ello se realizará un estudio de los factores principales que producen daños en los cascos, se investigara procedimientos de reparación de o con material compuesto, aplicaciones y su viabilidad técnica. Con ello se elaborará un procedimiento sistemático para la reparación que se pondrá a prueba para su validación, a partir de pruebas balísticas.

## **Objetivos**

### **Objetivo general**

Desarrollar un método de reparación para cascos tácticos militares.

### **Objetivos específicos**

- Realizar el estudio de los principales factores que causan daños en los cascos tácticos.
- Aplicar el método de reparación a un casco dado de baja.
- Verificar la resistencia balística del casco reparado.

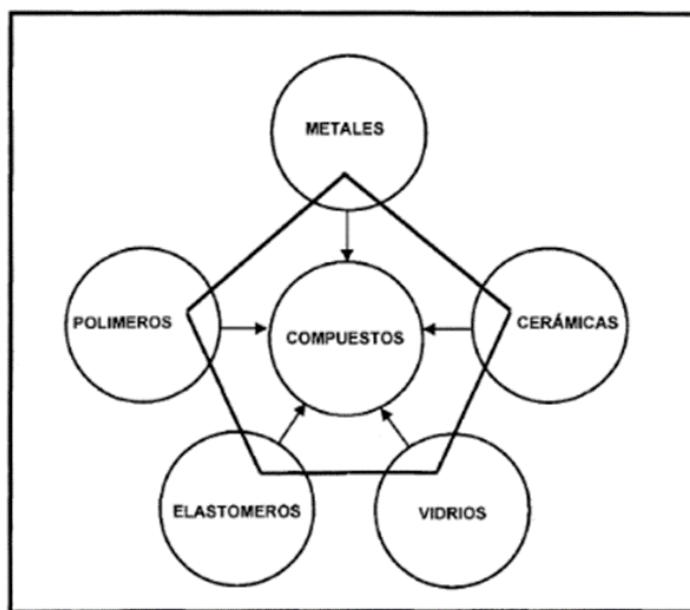
## Capítulo II: Estado del Arte

### Materiales compuestos

Como la palabra lo indica compuesto, define aquello que está constituido macroscópicamente por mínimo dos o más materiales monofásicos de diferentes orígenes (Figura 1), y cuyas propiedades se combinan en la formación de un material multifásico con características que dependerán de la correlación de las propiedades de sus constituyentes pero que en general potencia el mejoramiento de las propiedades que difícilmente se consiguen con materiales convencionales. (Stupenengo F, 2011)

**Figura 1**

*Clases de materiales para fabricar un material compuesto*



*Nota.* El gráfico representa el origen de los diferentes materiales que pueden ser constituyentes de un material compuesto. Tomado de Materiales compuestos de matriz metálica. I parte. Tipos, propiedades, aplicaciones (p.2), por (da Costa et al., 2000)

En la actualidad comprende una de las soluciones en ingeniería en varios campos como lo son: la construcción, aeronáutico, medicina, mecánico, entre otros. Esto debido a la

versatilidad y acoplamiento que tiene frente a los diseños que tienen el reto de optimizar propiedades como son: peso, resistencia a la corrosión, resistencia a la fluencia, rigidez, etc.(Guerrero et al., 2011)

Es importante destacar que se desconoce el inicio del manejo de materiales compuestos, pero su utilización tiene registros históricos como, por ejemplo: el uso de la paja como fibra de refuerzo en la elaboración de ladrillos de barro por los Israelitas, o la madera contrachapada en la que los egipcios apilaban y adherían tablas de madera para aumentar su resistencia.(Jones, 2018)

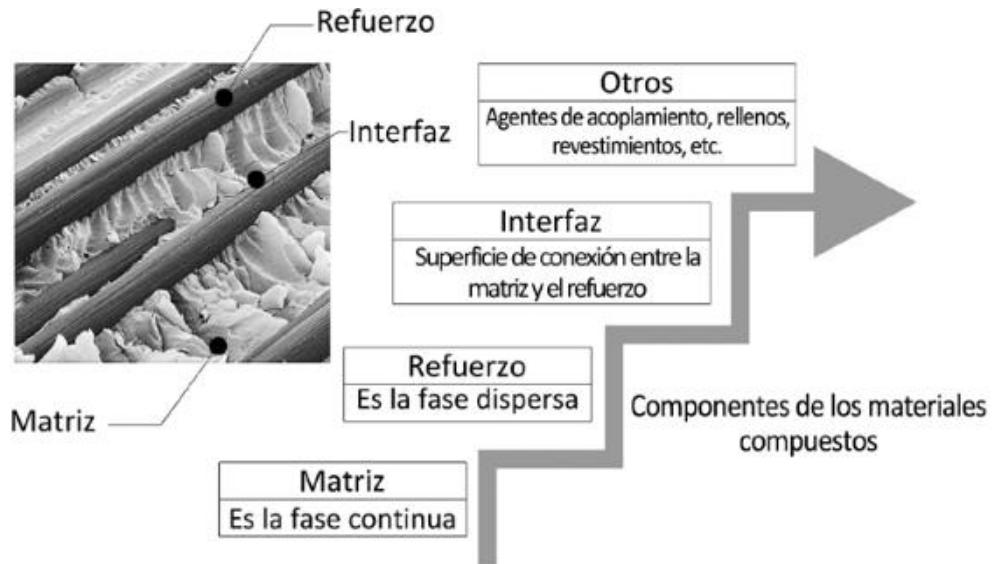
### ***Matriz y Refuerzo***

Un material compuesto comprende dos interfases una continua o matriz y otra discontinua o refuerzo, esto determina la separación de las fases y determina que el conjunto tenga un comportamiento anisotrópico y heterogéneo en donde las propiedades son diferentes alrededor de todo el volumen de extensión y en cualquier dirección. (Stupenengo F, 2011)

La región de contacto de las fases continua (matriz) y discontinua (refuerzo) comprende la interfase (ver Figura 2) que permite la transmisión de las cargas, de ahí que la correlación de los materiales de composición sea la adecuada, así como el proceso de fabricación contemple estándares de calidad. (Stupenengo F, 2011)

### ***Figura 2***

*Componentes de los materiales compuestos*



*Nota.* Otros comprenden elementos complementarios que generalmente permiten aislar, acoplar, revestir o llenar zonas de la estructura del material compuesto. Tomado de Nuevos materiales aplicaciones estructurales e industriales (p.50), por (Guerrero et al., 2011)

### **Matriz**

Besednjak (2009) define a la matriz como un material aglutinante de estructura compleja que puede ser sintético o natural, principalmente distribuye las cargas hacia el material de refuerzo, así como también menciona que:

- Actúa como ligante es decir mantiene las fibras unidas (adhesión y cohesión).
- Aislante ante medios externos dañinos y protección ante esfuerzos de compresión al material de refuerzo.
- Proporciona fijación geométrica.

*Nota.* la matriz es menos resistente y rígida que el material de refuerzo.

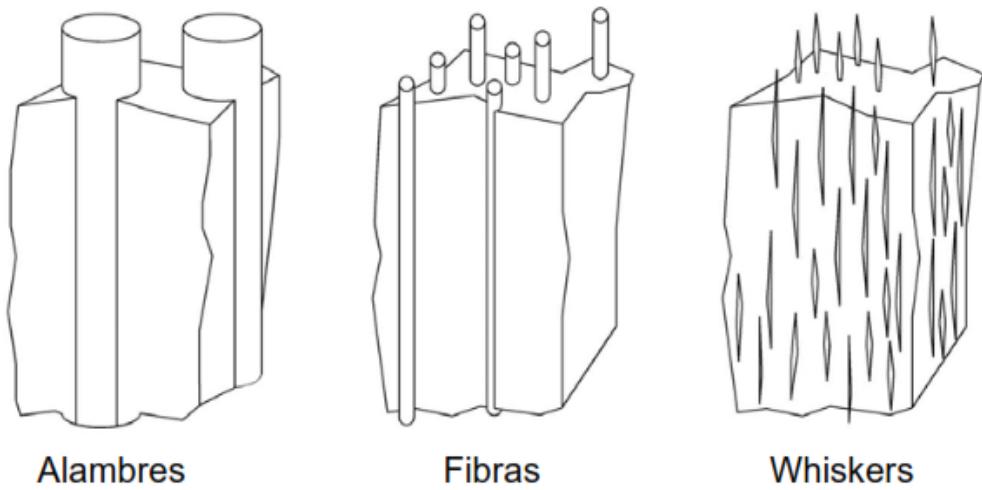
### **Refuerzo**

Es la fase discontinua que se presentan como alambres, fibras o partículas (ver Figura 3) y proporcionan rigidez y tenacidad, así como también resistencia a altas temperaturas y

medios agresivos. Son frágiles y esta es la principal razón del complemento de la matriz.(Besednjak, 2009) Además el refuerzo define el comportamiento mecánico del composite según la orientación y el tipo de fibra, la efectividad del compuesto depende de: caso partículas – tienen menor tamaño y distribución homogénea o fibras – mayor relación longitud / diámetro.(Stupenengo F, 2011)

### **Figura 3**

*Refuerzos de alambres, fibras y whiskers*



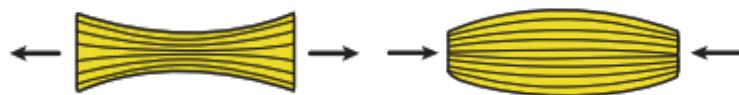
*Nota.* El gráfico muestra el tipo de forma que puede tener un material de refuerzo. Tomado de Nuevos materiales aplicaciones estructurales e industriales (p.57), por (Guerrero et al., 2011).

### **Interfaz**

Se genera por la unión de la matriz y el refuerzo, de aquella zona depende la transmisión de los esfuerzos, así como también de las propiedades del composite. Una buena unión garantiza soporte de las cargas aplicadas (ver Figura 4), en tanto que la unión deficiente producirá daños.(Guerrero et al., 2011)

### **Figura 4**

*Función de la interfaz*



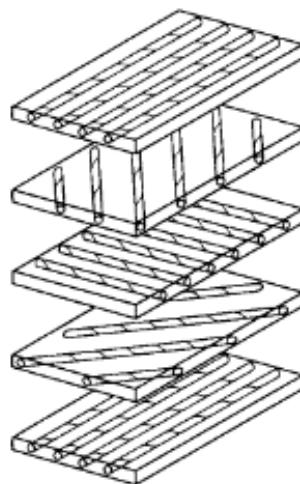
*Nota.* Al tener una buena unión soporta las cargas en tracción transfiriendo hacia las fibras y en compresión mediante la matriz. Tomado de Materiales y materias primas – Materiales compuestos (p.8), por (Stupenengo F, 2011).

### **Estructura**

Además de conocer los componentes del composite, es fundamental definir la geometría, dirección y orientación de las fibras. Por ejemplo, en un laminado de material compuesto se apila y cohesiona láminas siguiendo un ordenamiento en función del ángulo de dirección de las fibras (ver Figura 5) con el objetivo de conseguir una alta resistencia, esto se da para aprovechar la dirección de mayor resistencia que tienen las láminas. (Guerrero et al., 2011)

### **Figura 5**

*Vista no adherida de un laminado*



*Nota.* El gráfico muestra una configuración de apilamiento de las fibras de un laminado.

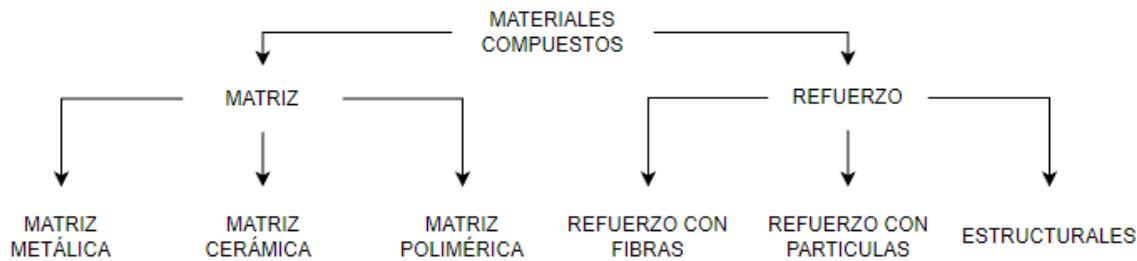
Tomado de Mechanics of composite materials (p.17), por (Jones, 2018).

### ***Clasificación de los materiales compuestos***

Existen varias clasificaciones de los materiales compuestos, pero en general se los clasifica en función del tipo de matriz o refuerzo como se observa en la Figura 6.

**Figura 6**

#### *Clasificación de los materiales compuestos*



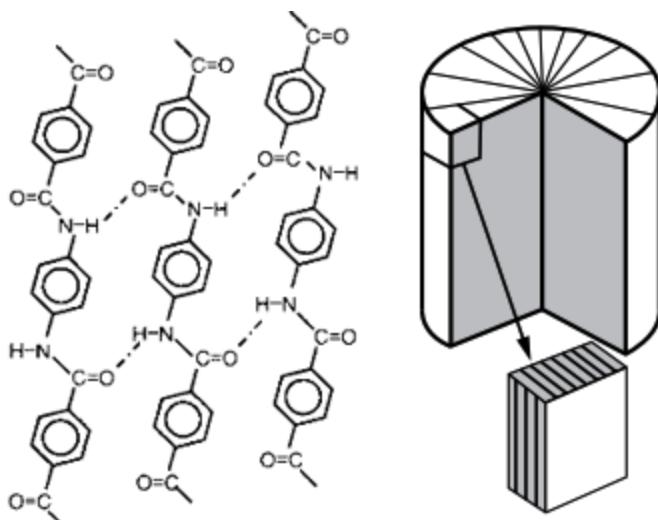
*Nota.* Es importante realizar la selección idónea del tipo de matriz y refuerzo en función de la aplicación.

### ***Kevlar***

Material polimérico en forma de fibra perteneciente al grupo de las poliamidas aromáticas (aramidas), posee excelentes propiedades físicas como se muestra en la Tabla 1(ECC, 2023), debido a su ligereza y alta resistencia es muy utilizado en aplicaciones militares como lo son: cascos, blindajes corporales, cuerdas, y cables. Kevlar es una marca de DuPont a quienes se les otorgó el desarrollo del método para producir una extensión de cadena de polímero casi perfecta.(DuPont, 2017)

**Figura 7**

#### *Estructura y composición del Kevlar*



*Nota.* Estructura química del Kevlar. Tomado de Kevlar aramid fiber – Technical guide (p.3), por (DuPont, 2017).

**Tabla 1**

*Technical Datasheet Kevlar 49*

Datos Técnicos	Unidad	Objetivo	+/-	Tolerancia
<b>Densidad fibra</b>	g/cm <sup>3</sup>	1,45	+/-	0,05
<b>Densidad lineal</b>	tex	240	+/-	12
<b>Torsión</b>	T/m	-	+/-	-
<b>Configuración</b>	Thr./cm	10,5	+/-	0,5
<b>Tejido</b>	-	Basket 4/4	+/-	-
<b>Peso</b>	g/m <sup>2</sup>	470	+/-	20
<b>Peso en seco</b>	g/m <sup>2</sup>	470	+/-	20

Datos Técnicos	Unidad	Objetivo	+/-	Tolerancia
<b>Contenido humedad</b>	%	5,0	+/-	máx.
<b>Espesor</b>	mm	0,78	+/-	0,05
<b>Ancho</b>	cm	según orden	+/-	1

*Nota.* Información proporcionada por el CICTE. Tomado de Datasheet de ECC – Fabric for composites, por (ECC, 2023).

La tecnología del Kevlar reflejo un avance contundente en la optimización de los diseños en ingeniería por la excelentes propiedades mecánicas que posee, pero también refleja un reto en la inserción dentro del mercado, al competir con materiales convencionales.

### **Análisis del material compuesto**

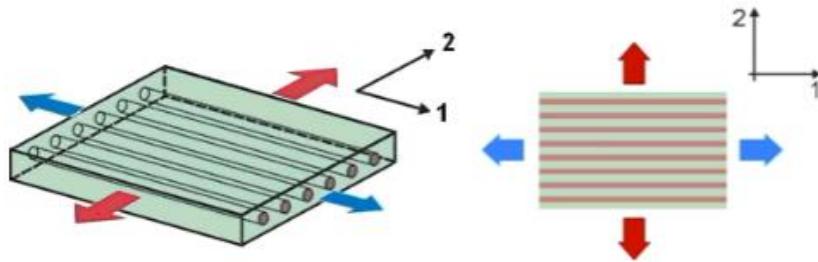
Un composite viene de la combinación de dos o más componentes para obtener un efecto sinérgico, cuyo comportamiento es marcadamente anisotrópico y es la razón fundamental para estimar las propiedades de material en las direcciones longitudinal (dirección de la fibra) y transversal (perpendicular a la dirección del eje de la fibra). (Balart R., 2011)

### **Módulo de tracción**

Se tiene un material compuesto conformado por una matriz y refuerzo con sus respectivas direcciones, como se muestra en la Figura 8.

### **Figura 8**

*Esquema de direcciones locales en un composite*



*Nota.* Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

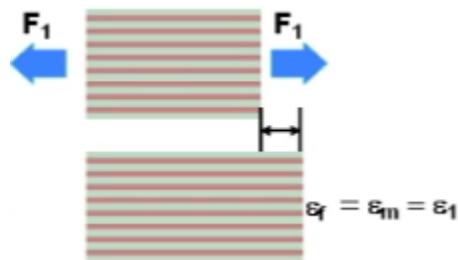
En donde está definido:

- La geometría del compuesto.
- Las propiedades del compuesto: módulo de tracción de la matriz ( $E_m$ ), módulo de tracción de la fibra ( $E_f$ ) y la fracción en volumen de fibras ( $v_f$ )

Para definir las características mecánicas en la dirección longitudinal se definen las siguientes condiciones de trabajo (los sufijos se refieren a matriz, fibra y dirección local respectivamente).(Balart R., 2011)

### Figura 9

*Condiciones de trabajo en la dirección longitudinal*



*Nota.* Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

- Isodeformación

$$\varepsilon_m = \varepsilon_f = \varepsilon_1 \quad (1)$$

- Reparto de fuerzas

$$F_1 = F_m + F_f \quad (2)$$

Jones (2018) define el comportamiento mecánico de una lámina de material compuesto a partir definiciones conocidas, por lo que se tiene a continuación:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3)$$

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (4)$$

$$\sigma_1 A_c = \sigma_m A_m + \sigma_f A_f$$

$$E_1 \varepsilon_1 A_c = E_m \varepsilon_m A_m + E_f \varepsilon_f A_f$$

$$E_1 A_c = E_m A_m + E_f A_f$$

$$E_1 = E_m \left( \frac{A_m}{A_c} \right) + E_f \left( \frac{A_f}{A_c} \right) \quad (5)$$

Aplicando la definición de la fracción en volumen tanto a las fibras y matriz se tiene

$$\frac{V_f}{V_c} = \frac{A_f \cdot L}{A_c \cdot L} = \frac{A_f}{A_c} = v_f$$

$$\frac{V_m}{V_c} = \frac{A_m \cdot L}{A_c \cdot L} = \frac{A_m}{A_c} = v_m$$

$$E_1 = E_m v_m + E_f v_f$$

Conociendo que la regla de las mezclas es

$$v_m + v_f = 1 \quad (6)$$

$$E_1 = E_f v_f + E_m (1 - v_f) \quad (7)$$

Donde

$E_1$ : Módulo de elasticidad en la dirección longitudinal

$E_f$ : Módulo de elasticidad de la fibra

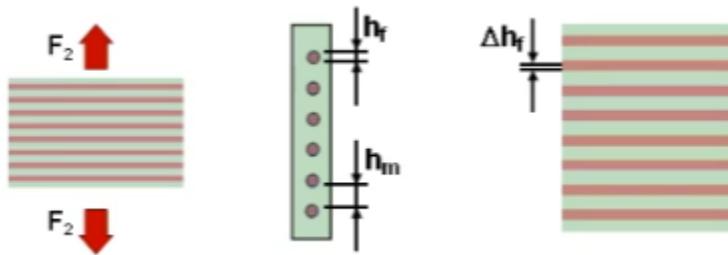
$v_f$ : Fracción en volumen de fibra

$E_m$ : Módulo de elasticidad de la matriz

Por otra parte, para las características mecánicas en la dirección transversal se define las siguientes condiciones de trabajo. (Balart R., 2011)

**Figura 10**

Condiciones de trabajo en la dirección transversal



Nota. Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

- Igualdad de fuerzas

$$F_2 = F_m = F_f \quad (8)$$

$$\sigma_2 = \sigma_m = \sigma_f \quad (9)$$

- Aditividad de deformaciones

$$\Delta h_c = \Delta h_m + \Delta h_f \quad (10)$$

Balart (2011) define el análisis en la dirección transversal en función del espesor y composición del composite

$$\Delta h = \varepsilon \cdot h \quad (11)$$

$$\varepsilon_2 h_c = \varepsilon_m \sum h_m + \varepsilon_f \sum h_f$$

$$\frac{\sigma_2}{E_2} h_c = \frac{\sigma_m}{E_m} \sum h_m + \frac{\sigma_f}{E_f} \sum h_f$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{1}{E_m} \left( \frac{\sum h_m}{h_c} \right) + \frac{1}{E_f} \left( \frac{\sum h_f}{h_c} \right)$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{v_m}{E_m} + \frac{v_f}{E_f}$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f v_m + E_m v_f}$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f (1 - v_f) + E_m v_f} \quad (12)$$

Donde

$E_2$ : Módulo de elasticidad en la dirección transversal

$E_f$ : Módulo de elasticidad de la fibra

$v_f$ : Fracción en volumen de fibra

$E_m$ : Módulo de elasticidad de la matriz

### **Estimación de los niveles de tensión soportados por fibra y matriz**

La matriz permite la procesabilidad del material compuesto, es el medio de protección y mantiene al composite en la configuración deseada, en tanto que la fibra aporta rigidez.(Vasiliev & Morozov, 2001)

Jones, (2018) señala que es imperativo determinar el equilibrio de las partes que conforman un material compuesto, obteniendo así:

Relación entre la fracción en peso y en volumen

$$v_f = \frac{V_f}{V_c} = \frac{m_f/\rho_f}{m_c/\rho_c}$$

$$w_f = \frac{m_f}{m_c}$$

$$v_f = w_f \frac{\rho_c}{\rho_f} \quad (13)$$

Densidad del composite

$$\rho_c = \rho_f v_f + \rho_m (1 - v_f)$$

$$v_f = w_f \frac{\rho_f v_f + \rho_m (1 - v_f)}{\rho_f} \quad (14)$$

Donde

$w_f$ : Fracción en peso de fibra

$\rho_c$ : Densidad del material compuesto

$\rho_f$ : Densidad de la fibra

Relación de la tensión soportada por fibras y compuesto

$$\sigma_{cl} = \sigma_f v_f + \sigma_m (1 - v_f)$$

$$\frac{\sigma_{cl}}{\sigma_f} = v_f + \frac{\sigma_m}{\sigma_f} (1 - v_f)$$

$$\varepsilon_m = \varepsilon_f \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma_m}{E_m} = \frac{\sigma_f}{E_f}$$

$$\frac{\sigma_{cl}}{\sigma_f} = v_f + \frac{E_m}{E_f} (1 - v_f)$$

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_{cl}} = \frac{1}{v_f + \frac{E_m}{E_f}(1 - v_f)} \quad (15)$$

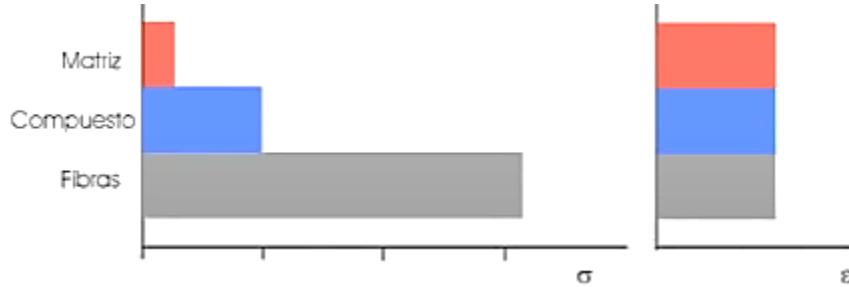
Relación de la tensión soportada por matriz y compuesto

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{cl}} = \frac{1}{\frac{E_m}{E_f}v_f + (1 - v_f)} \quad (16)$$

De acuerdo con lo expuesto anteriormente es evidente que el nivel de tensión soportado por la fibra es mayor que el de la matriz y lo recalca la manera de trabajar del composite. Como se muestra en la Figura 11.(Balart R., 2011)

**Figura 11**

*Niveles de tensión y deformación*



Nota: en el gráfico la fibra trabaja a un nivel de tensión superior debido a que soporta mucha fuerza con poca sección, la matriz prácticamente no trabaja desde el punto de vista mecánico.

Se genera isodeformación debido a la adherencia. *Nota.* Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

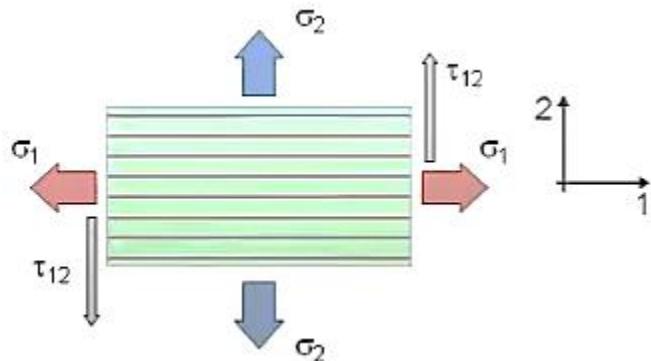
#### **Análisis de una lámina de material compuesto en las direcciones locales**

Para empezar el análisis, es necesario conocer las propiedades de matriz y el refuerzo estan son: módulo de elasticidad (E), modulo de cortadura (G) y coeficiente de poisson (v). A partir de dicha información se puede definir las características mecánicas y las relaciones

tensión – deformación, para ello se realiza un esquema como se muestra en la Figura 12, en donde se evidencia el estado tensional en las direcciones locales.(Balart R., 2011)

**Figura 12**

*Estado tensional en las direcciones locales*



*Nota.* Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

Dado el comportamiento anisotrópico y según el modo trabajo del material compuesto se define los siguientes parámetros.(Balart R., 2011)

**Tabla 2**

*Características mecánicas en direcciones locales*

<b>Características mecánicas (1-2)</b>			
<b>Tracción</b>	$E_1$	$E_2$	---
<b>Cortadura</b>	$G_{12}$	---	Estiramiento no produce cortadura
<b>Poisson</b>	$v_{12}$	$v_{21}$	Contracción debido a tensión

*Nota.* Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

Entonces a partir de expresiones teóricas y la combinación de ciertos parámetros se puede obtener las ecuaciones para las características antes mencionadas. Según Jones (2018) para cada dirección en particular se tiene

$$E_1 = E_F v_f + E_m (1 - v_f) \quad (17)$$

$$E_2 = E_m \frac{1 + 2\beta v_f}{1 - \beta v_f} \quad (18)$$

$$\beta = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_f} + 2} \quad (19)$$

$$G_{12} = G_m \frac{(G_f + G_m) + v_f(G_f - G_m)}{(G_f + G_m) - v_f(G_f - G_m)} \quad (20)$$

$$v_{12} = v_f v_f + v_m (1 - v_f) \quad (21)$$

$$v_{21} = v_{12} \left( \frac{E_2}{E_1} \right) \quad (22)$$

### Relaciones esfuerzo – deformación

Conocidas las características mecánicas en las direcciones locales, se definen las relaciones  $\sigma - \epsilon$  dado el modo de trabajo que por general posee el composite.(Jones, 2018)

#### Deformación longitudinal

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} - \nu_{21} \frac{\sigma_2}{E_2} \quad (23)$$

Deformación transversal

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} - \nu_{12} \frac{\sigma_1}{E_1} \quad (24)$$

Deformación por cortadura

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad (25)$$

Forma Matricial

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Por lo tanto, se puede definir

$$[\varepsilon_{12}] = [S] \cdot [\sigma_{12}] \quad (28)$$

$$[\sigma_{12}] = [S]^{-1} \cdot [\varepsilon_{12}] = [Q] \cdot [\varepsilon_{12}] \quad (27)$$

Donde

$[\varepsilon_{12}]$ : Matriz de deformaciones

$[S]$ : Matriz de flexibilidad

$[\sigma_{12}]$ : Matriz de esfuerzos

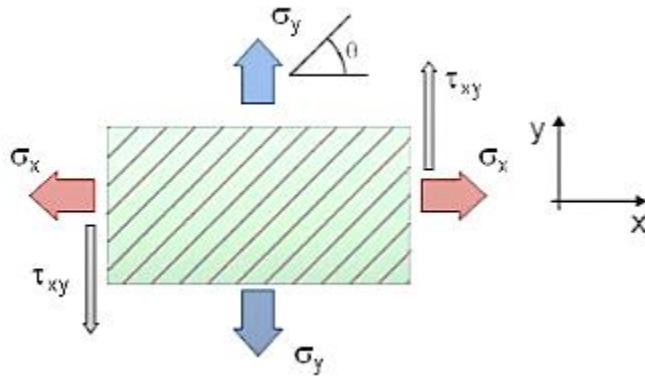
$[Q]$ : Matriz de rigidez

### Análisis de una lámina de material compuesto en las direcciones globales

Al igual que el análisis anterior es indispensable conocer las características mecánicas de la matriz y refuerzo, pero además se requiere el ángulo de disposición de las fibras. A continuación, se muestra el estado tensional respecto a las direcciones globales (ver Figura 13). (Balart R., 2011)

**Figura 13**

Estado tensional en las direcciones globales



Nota. Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

A partir de las características mecánicas y relaciones  $\sigma - \varepsilon$  en las direcciones locales, se procede a calcular las relaciones  $\sigma - \varepsilon$  en las direcciones x – y. Se transforma la matriz de deformaciones y la esfuerzos para obtener: (Jones, 2018)

$$[\varepsilon_{12}] = [T_\varepsilon] \cdot [\varepsilon_{xy}]$$

$$[T_\varepsilon] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -2 \sin \theta \cos \theta & 2 \sin \theta \cos \theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix}$$

$$[\sigma_{12}] = [T_\sigma] \cdot [\sigma_{xy}]$$

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix}$$

Entonces se tiene que

$$[\varepsilon_{xy}] = [T_\varepsilon]^{-1} \cdot [\varepsilon_{12}]$$

$$[\varepsilon_{xy}] = [T_\varepsilon]^{-1} \cdot [S] \cdot [\sigma_{12}]$$

$$[\varepsilon_{xy}] = [T_\varepsilon]^{-1} \cdot [S] \cdot [T_\sigma] \cdot [\sigma_{xy}]$$

$$[\varepsilon_{xy}] = [\bar{S}] \cdot [\sigma_{xy}] \quad (29)$$

Además, se tiene que

$$[\sigma_{xy}] = [\bar{S}]^{-1} \cdot [\varepsilon_{xy}]$$

$$[\sigma_{xy}] = [T_\sigma]^{-1} \cdot [Q] \cdot [T_\varepsilon] \cdot [\varepsilon_{xy}]$$

$$[\sigma_{xy}] = [\bar{Q}] \cdot [\varepsilon_{xy}] \quad (30)$$

Donde

$[\varepsilon_{xy}]$ : Matriz de deformaciones

$[\bar{Q}]$ : Matriz de rigidez global

$[\sigma_{xy}]$ : Matriz de esfuerzo

$[\bar{S}]$ : Matriz de flexibilidad global

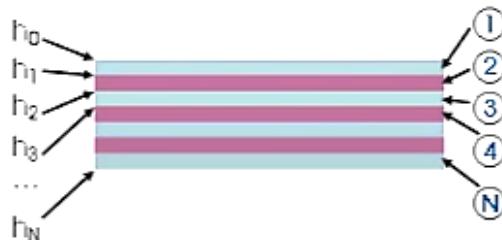
### Análisis de un laminado de material compuesto

Un laminado es un ensamble de láminas con una configuración (ordenamiento y dirección de las fibras en el apilamiento) definida para conseguir las propiedades mecánicas

deseadas.(Hexcel Composites, 2007) Para el análisis se puede identificar las capas del laminado en función de la altura, así como el espesor propio de cada lámina. (ver la Figura 14)

**Figura 14**

*Estructura de un composite*

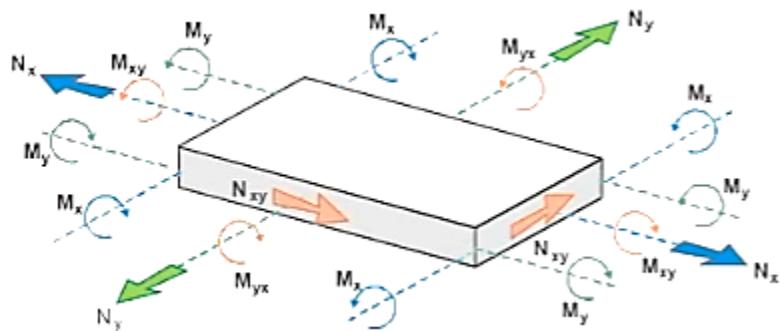


*Nota.* Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

Al igual que los apartados anteriores, se requiere tener cierta información disponible como lo es: geometría del compuesto, módulo de elasticidad, cortadura y coeficiente de poisson tanto de la matriz y refuerzo, así como también se debe identificar la tipología en relación del refuerzo que corresponde a aspectos de cantidad ( fracción en volumen de fibra) y orientación (ángulo de las fibras).(Balart R., 2011). En la Figura 15 se muestra el estado tensional de un laminado de composite.

**Figura 15**

*Estado tensional de un laminado*



*Nota.* Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

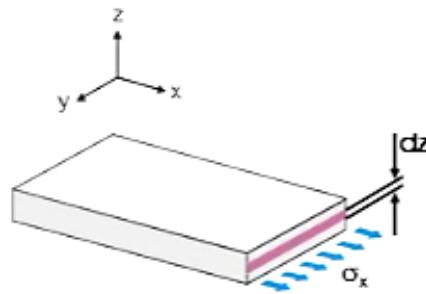
A partir de ello se puede estimar las características mecánicas y las relaciones  $\sigma - \varepsilon$  en las direcciones globales ( $x - y$ ) para todo el material compuesto.(Balart R., 2011)

### Análisis de tensiones y deformaciones

Definiendo un elemento infinitesimal en la sección transversal de la dirección principal x (ver la Figura 16)

**Figura 16**

*Esquema para análisis de tensiones y deformaciones*



*Nota.* Tomado de Curso de Ingeniería de materiales, por (Balart R., 2011).

Jones (2018), utiliza la definición del esfuerzo para caracterizarlo en la dirección de interés, de tal modo que:

$$N_x = \int \sigma_x \cdot dz$$

Realizando una analogía se tiene que la fuerza y momento total se define como

$$[N] = \int [\sigma] \cdot dz$$

$$[M] = \int [\sigma] \cdot z \cdot dz$$

Del análisis de las deformaciones en un composite se define que

$$\varepsilon(z) = \varepsilon + z \cdot c$$

Y además del análisis de láminas, la ley de Hooke estable que

$$\sigma(z) = [\bar{Q}][\varepsilon] + [\bar{Q}][c]z$$

A partir de las definiciones anteriores se realiza el análisis de fuerza – deformación y momento – deformación para todo el material compuesto, por lo que tienen carácter global.(Balart R., 2011)

### Relaciones Fuerza – Deformación

$$[N]_T = \sum_{i=1}^{I_T} [N]_i = \sum_{i=1}^{I_T} \int_{h_{i-1}}^{h_i} [\sigma]_i \cdot dz$$

$$[N]_T = \sum_{i=1}^{I_T} \left\{ [\bar{Q}][\varepsilon] \int_{h_{i-1}}^{h_i} dz + [\bar{Q}][c] \int_{h_{i-1}}^{h_i} z \cdot dz \right\}_i$$

### Integrando

$$[N]_T = \sum_{i=1}^{I_T} \left\{ [\bar{Q}][\varepsilon](h_i - h_{i-1}) + [\bar{Q}][c] \left(\frac{1}{2}\right) (h_i^2 - h_{i-1}^2) \right\}_i \quad (31)$$

### Simplificando

$$[N]_T = [A][\varepsilon] + [B][c] \quad (32)$$

### Donde

$$[A] = \sum_{i=1}^{I_T} [\bar{Q}]_i (h_i - h_{i-1}) \quad (33)$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{I_T} [\bar{Q}]_i (h_i^2 - h_{i-1}^2) \quad (34)$$

### Relaciones Momento – Deformación

$$\begin{aligned}
 [M]_T &= \sum_{i=1}^{I_T} [M]_i = \sum_{i=1}^{I_T} \int_{h_{i-1}}^{h_i} [\sigma]_i \cdot z \cdot dz = \sum_{i=1}^{I_T} \int_{h_{i-1}}^{h_i} ([\bar{Q}][\varepsilon] z + [\bar{Q}][c] z^2) dz \\
 [M]_T &= \sum_{i=1}^{I_T} \left\{ [\bar{Q}][\varepsilon] \int_{h_{i-1}}^{h_i} z \cdot dz + [\bar{Q}][c] \int_{h_{i-1}}^{h_i} z^2 \cdot dz \right\}_i
 \end{aligned}$$

Integrando

$$[M]_T = \sum_{i=1}^{I_T} \left\{ [\bar{Q}][\varepsilon] \left(\frac{1}{2}\right) (h_i^2 - h_{i-1}^2) + [\bar{Q}][c] \left(\frac{1}{3}\right) (h_i^3 - h_{i-1}^3) \right\}_i \quad (35)$$

Simplificando

$$[M]_T = [B][\varepsilon] + [D][c] \quad (36)$$

Donde

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{I_T} [\bar{Q}]_i (h_i^3 - h_{i-1}^3) \quad (37)$$

Expresión matricial

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix}$$

Si se tiene en cuenta que  $[M] = 0$ , que es habitual en algunos casos en aplicaciones de ingeniería.(Jones, 2018) La expresión anterior queda como

$$[\varepsilon] = a \cdot [N]$$

Si  $[N] = h_T \cdot [\sigma]$  entonces

$$[\varepsilon] = a \cdot h_T \cdot [\sigma]$$

Finalmente, los elementos necesarios para el análisis de materiales compuestos son:

- Geometría del laminado
- Número total de láminas / capas
- Espesor de cada capa
- Materiales de cada capa
  - o Matriz ( $E_m, G_m, v_m$ )
  - o Refuerzo ( $E_f, G_f, v_f$ )
  - o Cantidad de fibra ( $V_f$ )
  - o Ángulo de las fibras ( $\theta$ )(Balart R., 2011)

### **Teoría del comportamiento de sistemas multicapa**

Los múltiples estudios realizados para predecir el rendimiento balístico de varios tipos de materiales han coincidido en que la tenacidad específica y la velocidad de onda de tensión son los parámetros críticos. La tenacidad específica es la cantidad aproximada de energía elástica que puede soportar una fibra antes de fallar, normalizada por la densidad de masa, y se calcula como la relación entre el producto de la resistencia máxima a la tracción axial de la fibra  $\sigma$ , y la resistencia última a la tracción de la fibra  $\varepsilon$ , partido para dos veces la densidad de la fibra  $\rho$ . (Forster et al., 2020)

$$S_t = \frac{\sigma \varepsilon}{2\rho} \quad (38)$$

La velocidad de onda de tensión es la velocidad de disipación de energía desde un punto de impacto balístico y se calcula como la raíz cuadrada de la relación entre el módulo de Young de una fibra,  $E$ , y la densidad de la fibra  $\rho$ .(Forster et al., 2020)

$$V_w = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (39)$$

### **Relación de resistencia a la tracción y $V_{50}$ de Cunniff**

A partir del análisis dimensional realizado por Cunniff en el cual definió la relación entre la propiedades críticas del rendimiento balístico con el límite de protección  $V_{50}$ , que involucra dos parámetros adimensionales (Cunniff & Cunniff, 1999)

$$\phi \left( \Gamma_0, \frac{V_{50}}{\Omega^{1/3}} \right) = 0 \quad (40)$$

El primero  $\Gamma_0$  que relaciona la densidad de sección del proyectil con la densidad de superficie del material de protección

$$\Gamma_0 = \frac{A_d A_p}{M_p} \quad (41)$$

donde  $A_d$  es la densidad del área del sistema de protección,  $A_p$  es el área de sección del proyectil y  $M_p$  es la masa del proyectil.(Forster et al., 2020)

El segundo es la velocidad  $V_{50}$  escalada con la raíz cúbica de  $\Omega$ , que es el producto de la tenacidad específica y la velocidad de onda de tensión.(Cunniff & Cunniff, 1999)

$$\Omega = \frac{\sigma \varepsilon}{2\rho} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (42)$$

Como el tipo de proyectil es fijo,  $\Gamma_0$  es constante. Dado que la relación entre los dos términos en (40) es biyectiva, si el primer término es constante, entonces el segundo término adimensional en (40) también debe permanecer constante. Por tanto,  $V_{50}$  es proporcional a la raíz cúbica de  $\Omega$  (Engelbrecht-Wiggans et al., 2020)

$$V_{50} \propto \Omega^{\frac{1}{3}} \quad (43)$$

### **Relación entre la resistencia a la tracción y el V50 de Phoenix-Porwal**

Las expresiones (40) y (42) del análisis realizado por Cunniff resultan de un enfoque empírico de análisis de datos balísticos. Por otra parte, Phoenix-Porwal modelo el impacto balístico asumiendo el comportamiento isotrópico y homogéneo de la membrana, resultando en la expresión (Leigh Phoenix & Porwal, 2003)

$$V_{50} = \Omega^{1/3} \frac{2^{\frac{1}{3}} \varepsilon^{\frac{1}{12}} (1 + \theta^2 \Gamma_0)}{K_{max}^{\frac{3}{4}}} \quad (44)$$

donde  $\Omega$  y  $\Gamma_0$  corresponden a (41) y (42) respectivamente del análisis de Cunniff,  $\theta$  es un parámetro de ajuste por efectos de deformación del que toma un valor mayor que 1 (generalmente entre 1,25 – 1,35) y  $K_{max}$  se obtiene mediante (Leigh Phoenix & Porwal, 2003)

$$K_{max} = \exp \left\{ -\frac{4\theta^2 \Gamma_0 (\psi_{max}^2 - 1)}{3(1 + \theta^2 \Gamma_0)} \right\} \psi_{max}^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{\sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon}} (\psi_{max} - 1)}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon}} (\psi_{max} - 1) \right\}} \right]^{\frac{2}{3}} \quad (45)$$

y  $\psi_{max}$  es aproximadamente

$$\psi_{max} \approx \sqrt{\frac{1 + \theta^2 \Gamma_0}{2\theta^2 \Gamma_0}} \quad (46)$$

Conociendo que  $\theta$ ,  $\Gamma_0$  son constantes dado el proyectil, entonces (Forster et al., 2020)

$$V_{50} \propto \Omega^{\frac{1}{3}} \varepsilon^{\frac{1}{12}} \left[ \frac{\sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon}} (\psi_{max} - 1)}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon}} (\psi_{max} - 1) \right\}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (47)$$

### Análisis en sistemas multicapas

Según Porwal & Phoenix (2008), para un sistema de blindaje compuesto por un número i-enésimo de capas la expresión (41) se define como

$$\Gamma_{0i} = \frac{A_{di}}{A_{dp}} = \frac{m_{pi}}{M_p} \quad (48)$$

donde  $A_{di}$  y  $A_{dp}$  son la densidad de área de la i-ésima capa y del proyectil respectivamente,  $m_{pi} = A_{di}A_p$  es la masa del material de la capa en contacto directo con el proyectil,  $M_p = A_{dp}A_p$  es la masa del proyectil. Entonces generalizando se tiene que la densidad de área es (Kumar Porwal & Leigh Phoenix, 2008)

$$\tilde{\Gamma}_0 = \sum_{i=1}^n \Gamma_{0i} \quad (49)$$

Un instante después del impacto se produce un impulso que se transfiere a las capas en el área perpendicular al punto de contacto.(Kumar Porwal & Leigh Phoenix, 2008) Por lo tanto, la velocidad del proyectil es

$$V_0 = \frac{V_p}{1 + \tilde{\Gamma}_0} \quad (50)$$

Al garantizar adherencia entre las capas, se supone que la transferencia del impulso es instantánea, por lo cual la tensión critica de deformación para la i-ésima capa después del impacto se produce en el radio del proyectil. (Kumar Porwal & Leigh Phoenix, 2008)

$$\epsilon_{p0i} = \left[ \frac{V_0}{\sqrt{2}V_{wi}} \right]^{\frac{4}{3}} \quad (51)$$

el termino  $\sqrt{2}$  corresponde a la masa del tejido que no soporta carga, y  $V_{wi}$  es la velocidad de onda de tensión para la i-ésima capa (Kumar Porwal & Leigh Phoenix, 2008)

$$V_{wi} = \sqrt{\frac{E_i}{\rho_i}} \quad (52)$$

En el momento justo después del impacto el proyectil se desacelera a medida que el tejido genera fuerzas conforme las ondas se propagan en sentido longitudinal de forma radial y transversal en forma de conos.(Kumar Porwal & Leigh Phoenix, 2008) El perfil de velocidad del proyectil esta dado por

$$V = \frac{V_p}{1 + \tilde{I}_0} \exp \left[ -\frac{\sum_{i=1}^n \varphi_i I_{0i} \psi_i^2 + \sum_{i=1}^n (1 - \varphi_i) I_{0i} \psi_{i,fi}^2 - \tilde{I}_0}{1 + \tilde{I}_0} \right] \quad (53)$$

donde  $\psi_i = r_{ci}/r_p$  es la posición de la onda transversal en forma de cono dada la i-ésima capa ( $r_{ci}$  es el radio de deflexión cónica en la capa),  $\varphi_i$  es una constante que si la capa sufre penetración  $\varphi_i = 0$  caso contrario  $\varphi_i = 1$ .(Kumar Porwal & Leigh Phoenix, 2008)

### **Daños y defectos en materiales compuestos**

Los daños y defectos en materiales compuestos son variados y generalmente responden al momento en que aparecen en la vida útil del componente. Variables como: tamaño, ubicación u origen permiten clasificarlos y definir el efecto que desatan en el composite.(Rikard Benton, 2019) A continuación, la Tabla 3 muestra una clasificación

**Tabla 3**

*Tipos de defectos localizados en composites*

---

#### **Daños y defectos encontrados en materiales compuestos**

---

*Descascarillado*

*Abultamientos*

*Contaminación*

División de esquinas/bordes    Grieta en la esquina    Delaminaciones de radio de esquina

---

### Daños y defectos encontrados en materiales compuestos

---

Grietas	Por fluencia	Aplastamiento
Cortes	Filamentos dañados	Delaminación
Abolladuras	Daños de borde	Erosión
Superposición de capas	Agujeros de sujeción	Variación de distribución de fibra
Fallos de fibra	Torcedura de fibra	Desunión fibra/matriz
Desalineación de fibra	Fractura	Agujeros/penetración
Daño por impacto	Fibra marcelladas	Agrietamiento de matriz
Envejecimiento	Sobre/sub curado	Bolas de pelusa
Separación de capas	Porosidad	Variabilidad de pre-impregnado
Áreas reelaboradas	Daños en superficie	Oxidación superficial
Hinchamiento	Tensiones térmicas	Grietas translaminares

---

*Nota.* Tomado de Engineered repairs of composite structures (p.41), por (Rikard Benton, 2019)

Durante la vida útil del composite se identifican tres fases en las cuales se produjo los daños o defectos, las cuales son: primero los materiales constituyentes que tuvieron un mal almacenamiento o control de calidad y también por la variación de material, por otro lado la manufactura del componente en un proceso ineficiente de laminación, un sobre/subcurado o durante el mecanizado y finalmente el uso en servicio en la cual se somete el composite a la acción mecánica o el contacto con entornos hostiles.(Rikard Benton, 2019)

Conocido el origen, se identifica el tamaño y localización del defecto, el primero influye directamente en el rendimiento y resistencia del compuesto, en tanto que el segundo permite identificar la zona afectada y definir la complejidad en caso de reparación. La mayoría de los daños a los materiales compuestos reforzados con fibra son el resultado de impactos de baja velocidad y, a veces, de alta velocidad. En los metales, la energía se disipa a través de deformaciones elásticas y plásticas y aún conserva una buena parte de la integridad estructural. Mientras que, en el material reforzado con fibra, el daño suele ser más extenso que el que se ve en la superficie.(Hexcel Composites, 2007)

Para poder definir una ruta idónea para definir el o los daños que se generan en específico en los cascos tácticos, se realizó un sondeo y recopilación de información con los técnicos del CICTE, en el cual se identificó dos casos en específico: la delaminación y la degradación o expiración de los cascos.

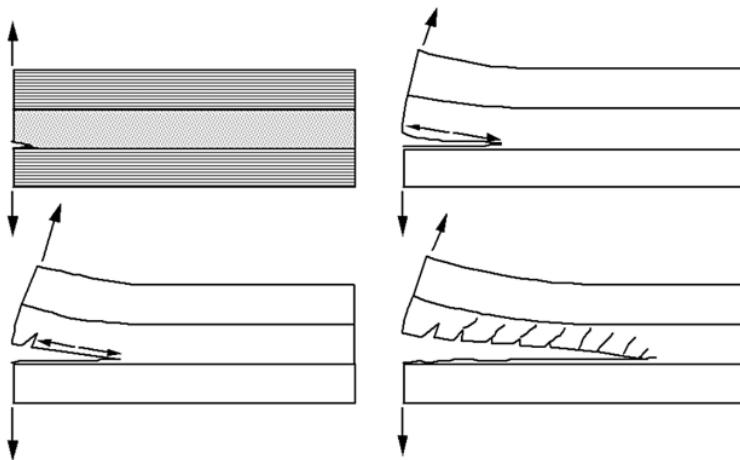
### ***Delaminación***

Es un tipo de daño que se produce en capas adyacentes de un composite laminado que fue sometido a cargas de impacto. El defecto inicia con la aparición de una grieta intralaminar (matriz) que se propaga a medida que aumentan los niveles de carga, al localizar capas adyacentes cambia la dirección de propagación hacia el plano del laminado, es decir se sitúa en la sección entre la matriz y la fibra. Esto resulta en la perdida de adherencia entre las capas del composite, consecuentemente el desprendimiento de la capa, y junto a ello la reducción de la rigidez del material compuesto.(Rikard Benton, 2019)

Por lo general, las causas de la delaminación son: efectos ambientales (humedad), suciedad al laminar, uso de material caducado, ciclo de curado incorrecto e impacto de objetos extraños.(Uysal M., 2009)

**Figura 17**

*Formación de la delaminación*



*Nota.* Tomado de Engineered repairs of composite structures (p.24), por (Rikard Benton, 2019)

### **Degradación o expiración**

Cualquier estructura o componente de material compuesto durante su vida útil se encuentra expuesto a varias condiciones ambientales según su función y ubicación. Es así como dichos ambientes tienden a afectar al composite, empezando con la degradación de sus propiedades (físicas, mecánicas, químicas), la aparición de defectos o daños, y su prominente falla. (Ray & Rathore, 2014)

La exposición a altas o bajas temperaturas, a un choque térmico, o la fatiga térmica son los escenarios más comunes a los que componentes de material compuesto están expuestos, y con los cuales se disminuye su vida útil. Según Ray & Rathore (2014) cada escenario al que se encuentra expuesto el composite incide en el cambio de sus propiedades y comportamiento como se detalla a continuación

Temperatura alta: induce tensiones térmicas entre la matriz y la fibra debido al diferencial del coeficiente de expansión térmica del composite, debilita la interfaz fibra – matriz haciéndolo susceptible a efectos externos. (Ray & Rathore, 2014)

Temperatura baja: endurecimiento producto de la generación de micro fisuras en la matriz, consecuentemente se torna un material frágil, aumento considerable de rigidez. (Ray & Rathore, 2014)

Choque térmico: perdida de adherencia de la interfaz fibra – matriz, degradación en la capacidad de transmisión de carga entre la matriz y el refuerzo.(Ray & Rathore, 2014)

Fatiga térmica: generación de tensiones locales en el composite, que produce agrietamiento, desunión y delaminación de la matriz y el refuerzo. (Ray & Rathore, 2014)

En el caso de los cascos tácticos en su mayoría son retirados de funcionamiento por caducidad del producto, un casco tiene un tiempo de vida útil de entre 4 a 5 años de según indicaciones del fabricante.

### ***Exposición a la humedad***

La interfaz entre la fibra y la matriz es la zona más expuesta a la absorción de agua debido generalmente a la insuficiente humectación de la fibra con la matriz en el proceso de fabricación del composite. La humedad genera degradación química y mecánica conduciendo a la plastificación del material compuesto.(Ray & Rathore, 2014)

El daño producto de la humedad son micro fisuras que extienden la absorción del agua a las capas contiguas que generan delaminaciones de capas internas o externas. En compuestos de Kevlar por absorción de 1% de humedad se reduce en 5%, 4% y 2% la resistencia a la compresión, al corte interlaminar y la flexión respectivamente. Es decir que la exposición a largo plazo a la humedad genera la degradación de las propiedades mecánicas con ello la diminución de la vida útil del composite. (Ray & Rathore, 2014)

### **Relaciones de degradación teóricas**

El envejecimiento del material provoca cambios en sus propiedades mecánicas, incluida la tensión última de tracción, la deformación última de tracción y el módulo de Young. Se

supone que la densidad del material permanece constante, es decir la densidad lineal no se ve afectada por la sorción/desorción de agua.(Abu Obaid et al., 2011) La relación entre el  $V_{50}$  del material envejecido y el del material no envejecido, para un tipo de proyectil constante, puede calcularse entonces en función de estos parámetros del material como sigue.(Kumar Porwal & Leigh Phoenix, 2008) y según lo expuesto por (Forster et al., 2020)

### ***Relación bajo el modelo de Cunniff***

$$\begin{aligned}
 rV_{50\text{C}} &= \frac{V_{50\text{C aged}}}{V_{50\text{C new}}} \times 100 = \left( \frac{\sigma_{aged} \varepsilon_{aged}}{\sigma_{new} \varepsilon_{new}} \sqrt{\frac{\sigma_{aged} \varepsilon_{new}}{\sigma_{new} \varepsilon_{aged}}} \right)^{\frac{1}{3}} \times 100 \\
 &= \left( \frac{\sigma_{aged}}{\sigma_{new}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\varepsilon_{aged}}{\varepsilon_{new}} \right)^{\frac{1}{6}} \times 100
 \end{aligned} \tag{54}$$

### ***Relación bajo el modelo de Phoenix-Porwal's***

$$\begin{aligned}
 rV_{50\text{PP}} &= \frac{V_{50\text{PP aged}}}{V_{50\text{PP new}}} \times 100 = \left( \frac{\Omega_{aged}}{\Omega_{new}} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\varepsilon_{aged}}{\varepsilon_{new}} \right)^{\frac{1}{12}} \left( \frac{K_{max\text{ new}}}{K_{max\text{ aged}}} \right)^{\frac{3}{4}} \times 100 \\
 &= \left( \frac{\sigma_{aged}}{\sigma_{new}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\varepsilon_{aged}}{\varepsilon_{new}} \right)^{\frac{1}{6}} \left( \frac{\varepsilon_{aged}}{\varepsilon_{new}} \right)^{\frac{1}{12}} \left[ \sqrt{\frac{\varepsilon_{aged}}{\varepsilon_{new}}} \frac{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon_{aged}}} (\psi_{max} - 1) \right\}}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon_{new}}} (\psi_{max} - 1) \right\}} \right]^{\frac{1}{2}} \times 100 \\
 &= \left[ \frac{\sigma_{aged} \varepsilon_{aged}}{\sigma_{new} \varepsilon_{new}} \frac{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon_{aged}}} (\psi_{max} - 1) \right\}}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon_{new}}} (\psi_{max} - 1) \right\}} \right]^{\frac{1}{2}} \times 100
 \end{aligned} \tag{55}$$

### **Reparación de un composite**

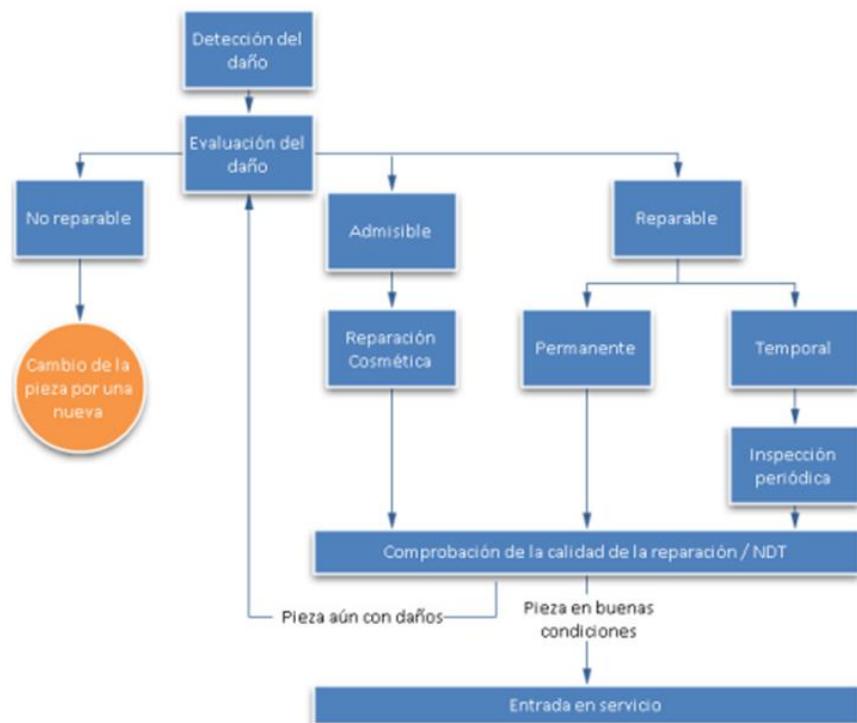
Existen varias tecnologías para ejecutar la reparación de un composite que van de acuerdo con el daño localizado y la posibilidad de ejecutar el proceso. Para realizar las

reparaciones con éxito se requiere un perfecto conocimiento de la estructura del material compuesto, además hay que considerar la eliminación del daño, la preparación superficial, la selección de materiales y la aplicación de los mismos, es decir, requiere un proceso de ingeniería bien definido. El nivel de reparación se determinará en función del tipo de daño, de los requerimientos operacionales y de las capacidades de la estación de reparación.(Callejo J, 2012)

Cuando un daño es detectado se evaluará si es reparable o no; en caso de no ser reparable la pieza se cambiará por una nueva, en cambio sí es reparable se debe evaluar qué tipo de reparación es necesaria y si tras la misma la pieza puede entrar en servicio o continúa teniendo daños.(Callejo J, 2012)

**Figura 18**

*Ruta para realizar el proceso de reparación de un composite*



*Nota.* Tomado de Optimización de reparaciones encoladas de materiales compuestos (p.31), por (Callejo J, 2012)

### **Prueba Balística**

La verificación del proceso de reparación del casco táctico se realizará a partir de una prueba de resistencia balística bajo la norma NIJ Standard for Combat Helmets – NIJ Standard -0106.01

#### ***Entorno de prueba***

Para Crouch & Eu (2017) un laboratorio que este destinado a comprobar productos que salvan vidas requiere tener ciertas características que garanticen su acreditación, por lo que debe tener las siguientes características:

- Tener la capacidad técnica, física, tecnológica y de recursos para realizar cualquier prueba balística según cualquier tipo de nivel de protección. Es decir, poseer la infraestructura adecuada (túneles de disparo, iluminación, EPP), recursos (municiones en calibres estandarizados, armas) e instrumentos de medición.(Crouch & Eu, 2017)
- Una climatización controlada que generalmente es  $21^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$  con una humedad relativa del  $50\% \pm 20\%$ . (Crouch & Eu, 2017)
- Garantizar el desplazamiento idóneo del proyectil, bajo el uso correcto del arma y munición adecuada al tipo de nivel de protección.(Crouch & Eu, 2017)
- Generar condiciones ambientales (humedad, temperatura baja, presión baja, inmersión en agua) para comprobar equipamiento de protección. (Crouch & Eu, 2017)

### ***Terminología de la prueba***

Para ejecutar una prueba balística existe dos criterios para seleccionar el método de prueba idóneo, primero el tipo de equipo de protección a probar (chalecos, cascos, placas balísticas) y finalmente el nivel de protección (I, II, IIA, IIIA). Dichos criterios permiten la selección principalmente de la norma a utilizar, y dentro de la cual se tiene lineamientos de selección del arma, la munición, el túnel de disparo y la cantidad de disparos a realizar según lo requerido.

En general en una prueba de resistencia balística se utiliza el parámetro de Velocidad – 50% o  $V_{50}$  la cual es un límite balístico, en donde el 50 % de los disparos ejecutados no generan penetración y el restante 50% genera penetración. Es decir que es una variable que describe que a cierta velocidad de la bala tiene la probabilidad del 50% de no generar penetración en la armadura.(Forster et al., 2020) Por lo tanto, experimentalmente resulta de un análisis estadístico de la velocidad alcanzada por el proyectil y la deformación producida por el impacto, y que están vinculada al tipo de munición. (United States Department of Defense, 1999)

$$V_p = V_{bala} + 3 \cdot \sigma \quad (56)$$

Donde

$V_p$ : Velocidad del proyectil

$V_{bala}$ : Velocidad del disparo medido con un cronógrafo balístico

$\sigma$ : Constante de prueba balística equivalente a 11,35

En la especificación técnica ET-A-E /04 del Ejército argentino - Casco de fibra aramida tipo Kevlar para tropas de infantería ligera, menciona un requisito de construcción que vincula el límite balístico con la conformación del laminado.

**Tabla 4***Relación límite balístico vs composición del laminado*

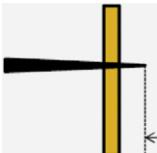
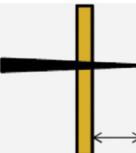
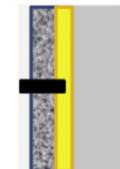
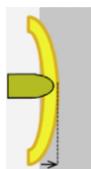
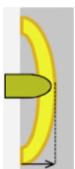
<b>Requisito V<sub>50</sub></b> <b>(m/s)</b>	<b>Número de capas</b> <b>tipo Kevlar</b>
<b>550</b>	14
<b>600</b>	16
<b>650</b>	18

*Nota.* Recuperado de Casco de fibra aramida tipo Kevlar para tropas de infantería ligera (p.3), por (Ejército Argentino, 2004)

#### **Definiciones de falla**

Existen múltiples aplicaciones del blindaje, es así como la prueba balística se ajusta a el producto a ensayar y se define directrices para su aprobación. En el caso de armaduras corporales como lo son: chalecos y cascós, se prueba el blindaje a partir de la medición de la profundidad del impacto de bala sin penetración y menor a 44 mm según la NIJ (National Institute of Justice). Esto se consigue al colocar la placa de blindaje sobre blanco de disparo cubierto de plastilina, la cual recibe el impacto y posteriormente se tiene los lugares de impacto que a partir de un calibrador se miden.(Crouch & Eu, 2017)

**Tabla 5***Tipos de fallas en pruebas balísticas*

Aprueba	Falla	Descripción
		Límite balístico del ejército: agrietamiento por deformación elástica (bulto), límite de penetración. Aplicación en armaduras herméticas.
		Límite balístico de la armada: penetración completa. Aplicación en armaduras navales y proyectiles de alto calibre.
		Límite balístico de protección: perforación de un panel testigo contiguo al blindaje.
		Profundidad critica de intrusión: penetración de armas blancas y/o cortopunzantes que exceden un límite.
		Detención de la placa de blindaje duro: el blindaje duro debe detener el proyectil, no debe existir penetración, reutilización de la armadura.
		Firma en la cara posterior: el proyectil debe ser detenido por el sistema de blindaje y tener una profundidad de impacto máxima de 44 mm.

Nota. Recuperado de Ballistic testing methodologies (p.646), por (Crouch & Eu, 2017)

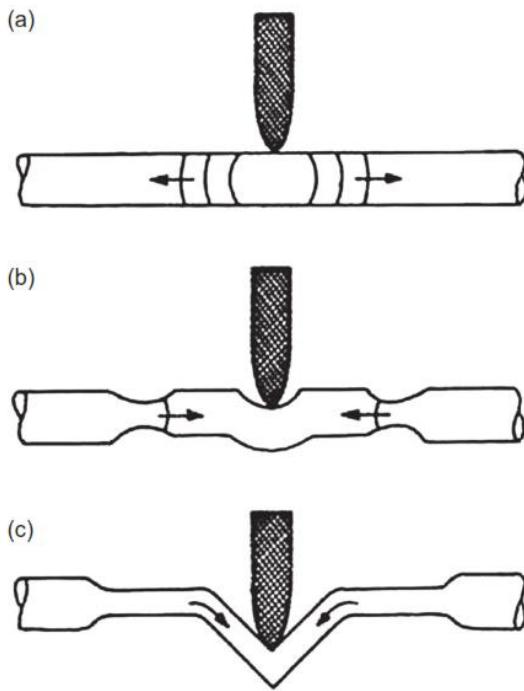
### ***Mecanismo de absorción de energía***

Analizando el impacto balístico se considera un equilibrio energético entre el objetivo impactado (casco, placa, chaleco) y el proyectil (munición). Al disparar un arma se impulsa la bala con energía cinética que se transfiere al objetivo, y en el cual se convierten en energía cinética y potencial debido al comportamiento de las fibras textiles. Es importante destacar el papel fundamental de las fuerzas no conservativas dentro del análisis del impacto balístico ya que son las encargadas de disipar un gran porcentaje de energía. (Crouch et al., 2017)

Considerando que dentro de la conformación de un composite la fibra es la encargada de otorgar la resistencia mecánica, entonces analizando el instante en que el proyectil impacta la fibra sufre una deformación que se manifiesta en dos tipos de ondas: la primera denominada onda longitudinal que promueve el estiramiento de la fibra, a una velocidad similar a la del sonido y que es independiente de la velocidad del disparo, se dirige hacia afuera de la fibra por lo que propaga el efecto de la región del impacto a la totalidad del tejido elaborado por fibras, la segunda es la onda transversal que es relativamente lenta y genera la deformación del tejido de fibras debido a que esta viaja en la misma dirección del proyectil, lo que en una prueba balística es la profundidad de impacto. (Crouch et al., 2017)

### **Figura 19**

*Ondas generadas por un impacto balístico a una fibra.*



*Nota.* El gráfico muestra que: a) existen dos regiones adyacentes al impacto que no han sido afectadas por el impacto, b) dichas regiones son donde se produce el estrechamiento de la fibra por el desvío horizontal generado, y c) una zona V que es el desvío perpendicular al plano de la fibra. Tomado de Fibres, textiles and protective apparel (p.271), por (Crouch et al., 2017)

I.G Crouch y otros, (2017) mencionan que a partir de observaciones cuidadosas y la investigación clásica de Cunniff (1992), entre otros, han confirmado los siguientes hechos:

En la zona V generada por el impacto la fibra adquiere solo la componente transversal de velocidad, por lo tanto, todo movimiento horizontal está restringido por las regiones adyacentes. Toda la fibra en las regiones de desvío horizontal se deforman hasta un valor  $\varepsilon$  que está en función de las propiedades físicas de la fibra y la velocidad del proyectil  $V_p$ . Suponiendo una tensión constante a lo largo de dichas regiones. La fibra en las zonas de estiramiento horizontal se mueve con la misma velocidad. Si la velocidad del proyectil permanece constante

en el instante del impacto, la velocidad que adquiere la fibra será la velocidad del proyectil  $V_p$ . (Crouch et al., 2017)

Sabiendo que la deformación en las regiones adyacentes a la zona V se trasfiere hacia afuera mediante ondas longitudinales en el plano de la fibra, se tiene que cuanto mayor sea la velocidad de la onda de tensión mayor será la disipación de tensión fuera de la zona de impacto, por lo que se requiere una velocidad de onda alta. (Crouch et al., 2017)

Por otra parte, la respuesta de la fibra es dependiente de la velocidad del impacto, si se tiene una velocidad de impacto baja conjuntamente con una alta velocidad de onda de tensión, el nivel de tensión generado es insuficiente para generar ruptura de la fibra. Es decir que la energía transferida durante la deformación generada por el proyectil es un mecanismo principal de absorción de energía, que se complementa con la selección idónea del material del hilo constituyente de la fibra, debido a que, si la velocidad de impacto es alta, se genera una tensión alta al instante del impacto, y la respuesta de la fibra es insuficiente dada la velocidad finita de la onda, lo que resulta en la ruptura de la misma. Por lo que es fundamental que las propiedades mecánicas del material del hilo sean las idóneas (Crouch & Eu, 2017)

Nota: la fibra refiere al tejido elaborado a partir de hilos de distintos materiales y bajo un tipo de tejido, que para este particular es una fibra de aramida style 1350, configuración: 10,5/8,5, tejido: Basket 4/4, Trama: Kevlar 49 – 240 tex, Urdido: Kevlar 49 – 240 tex.

I.G Crunch menciona que Phillip Cunniff (1999b) presentó un artículo principal en el 18º Simposio Internacional de Balística, en San Antonio, y propuso combinar estos dos factores principales en un factor unificado  $(U^*)^{1/3}$ , donde

$$(U^*)^{1/3} = E_S \cdot V_{def,onda} \quad (57)$$

Cuyo análisis define que las propiedades importantes de la fibra son: la velocidad de onda de deformación y la energía elástica almacenada. Así como también del proyectil su masa y área de impacto (superficie frontal de la munición), en el análisis del impacto balístico.(Crouch et al., 2017)

## Capítulo III: Metodología

### Ingeniería inversa

El presente proyecto sigue el procedimiento de la ingeniería inversa, el cual a partir de un objeto (casco táctico) se obtendrá información al someterlo a pruebas y ensayos que permitan definir características, diseñar, optimizar y manufacturar dicho producto. El objetivo de esta investigación es desarrollar y validar un método de reparación para cascos tácticos militares, para aquello se ejecutarán: primero pruebas de mechero para definir el número de capas que componen el casco, conjuntamente con el análisis de materiales que conforman el composite tanto la fibra como el aglomerante a utilizar para unir dichas capas. Seguidamente para precisar las características dimensionales se ejecutará el modelaje del casco táctico a partir de un escaneo 3D obteniendo un modelo CAD.

El procedimiento de reparación se fundamentará en tres ejes: selección, evaluación y ejecución, que determinará la viabilidad técnica y operativa de la reparación, con ello se pretende optimizar los recursos disponibles y garantizar la funcionalidad adecuada del casco. Para validar el procedimiento de reparación se realizará pruebas balísticas en primer lugar a probetas de ensayo que brindaran información sistemática de selección de material y verificación del proceso de manufactura. Y finalmente se someterá al ensayo balístico al casco reparado (ver la Figura 30).

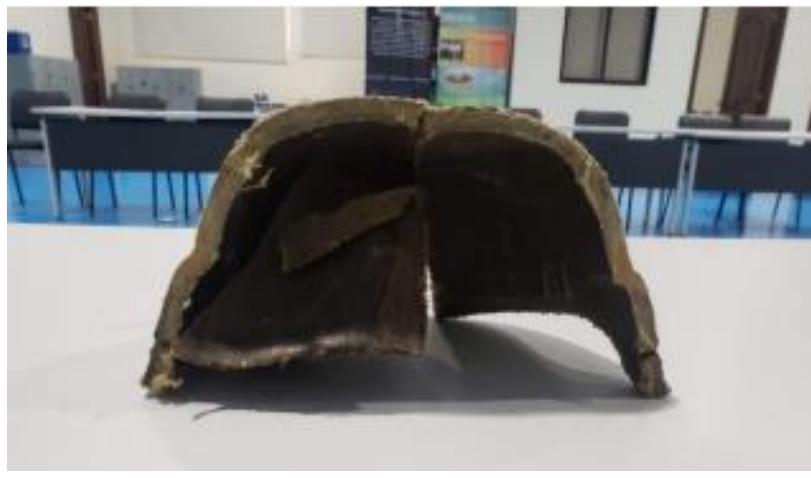
#### ***Definición de características del casco táctico***

Para definir la conformación física del casco, se realiza una prueba de mechero a un casco dado de baja, consiste en exponer a calor un punto de la superficie del yelmo hasta conseguir el corte del material en todo su espesor en sentido tangencial respecto a su vista frontal. El proceso es similar al corte realizado con un proceso de soldadura OAW.

Tras realizar corte, se procede a separar las capas de forma manual utilizando un estilete, con ello se identifica el número de capas que para el particular son 18 capas de Kevlar que corresponden a un espesor de 10 mm aproximadamente. (ver Figura 20)

**Figura 20**

*Prueba de mechero a casco táctico.*



*Nota.* Elaboración propia realizada en las instalaciones del Laboratorio de Ciencias de Materiales, Universidad de las Fuerzas Armadas “ESPE”, 2023.

Con el objeto de aseverar la información obtenida con la prueba del mechero y además seleccionar e identificar la configuración de apilamiento más adecuada para el material

compuesto se fabrica un laminado con fibras de DuPont™ Kevlar® 49 Aramid Fiber, constituido de 18 capas con orientación de 0°, 90°, 45°. Con una matriz de resina poliéster. Dando como resultado un laminado de un espesor de 9.90 mm según lo observado en la Figura 21.

### **Figura 21**

*Laminado para comprobación de espesor.*



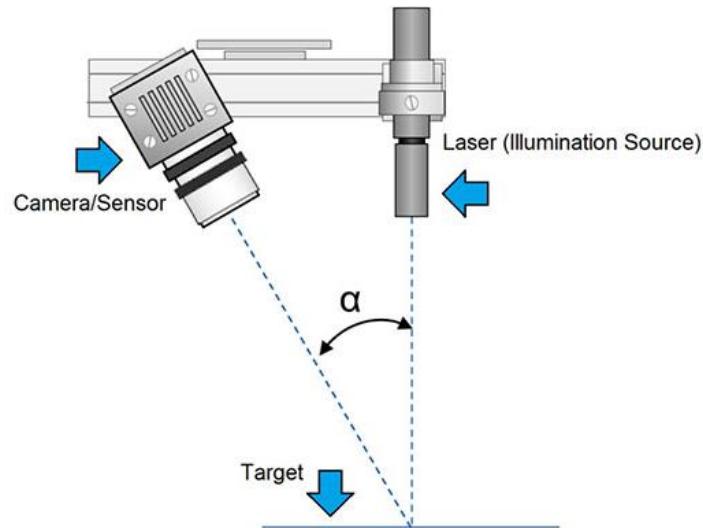
*Nota.* Elaboración propia realizada en las instalaciones del CICTE ,Universidad de las Fuerzas Armadas “ESPE”, 2023.

### **Modelación**

Las coordenadas y conformación dimensional del casco táctico se obtienen con un escaneo tridimensional, para ello se utiliza un scanner GoScan 20 (Creaform) que está disponible en el CICTE, el cual consiste en un sistema óptico de corto alcance con una fuente de luz blanca y un sensor que capta la luz reflejada del objeto, y mediante triangulación trigonométrica calcula la distancia y posición entre el objeto y el escáner. En caso de objetos con curvaturas, ondulaciones o detalles finos en su superficie se requiere utilizar puntos magnéticos para mejorar la precisión del escaneo (ver Figura 23).(Fovea, 2023)

**Figura 22**

*Sistema óptico de un escáner 3D.*



*Nota.* Tomado de Servicio escáner 3d, por (Fovea, 2023).

El escáner está conectado mediante conexión USB a un ordenador que previamente tiene instalado el software vXelement que es un visualizador de mallas en el cual a tiempo real permite observar el proceso de la creación del mallado al procesar la información receptada del escáner, conforme a las preferencias del usuario.

**Figura 23**

*Puntos magnéticos en la superficie del casco.*





*Nota.* Elaboración propia realizada en las instalaciones del CICTE ,Universidad de las Fuerzas Armadas “ESPE”, 2023.

Tras ejecutar el escaneo, el mallado se exporta a un software CAD para realizar el post procesado correspondiente al diseño del objeto con su respectivo dimensionamiento. En dicho software se permite definir variables físicas que serán útiles para cálculos a realizar a continuación.

#### **Figura 24**

*Proceso de escaneo del casco táctico.*

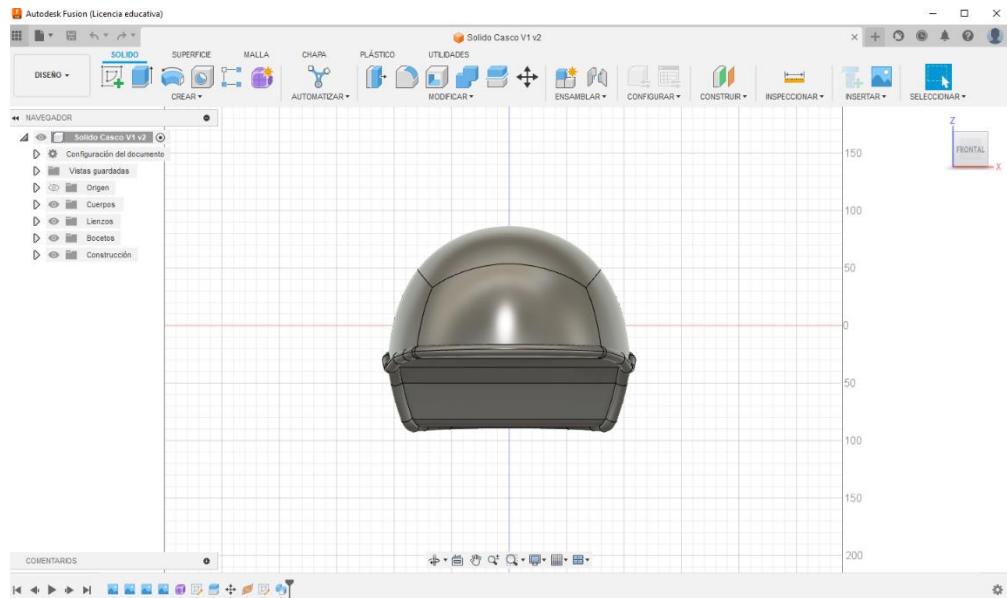


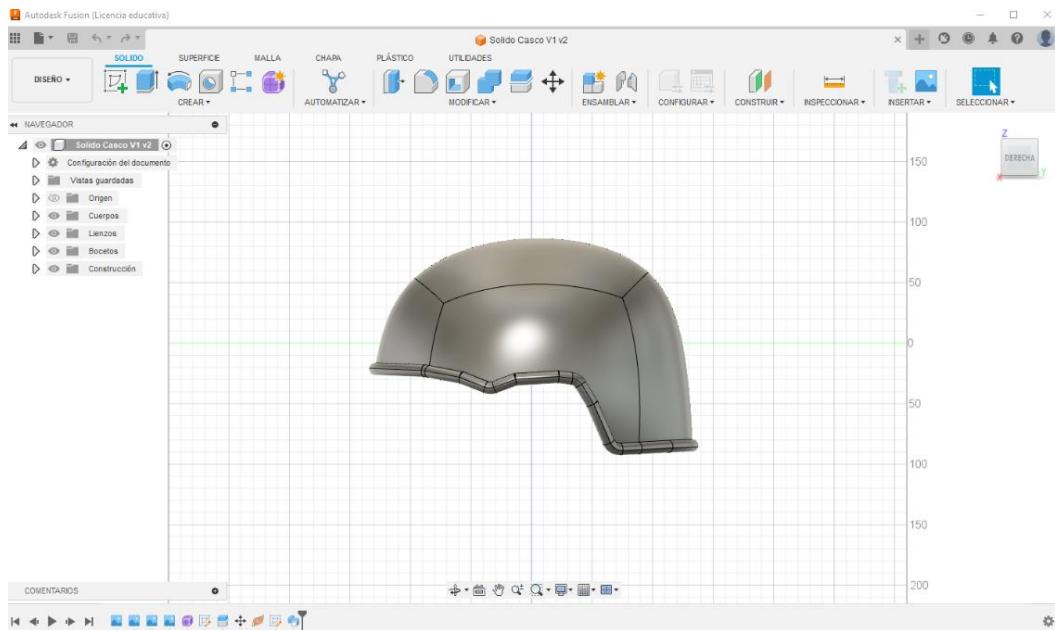


*Nota.* Elaboración propia realizada en las instalaciones del CICTE, Universidad de las Fuerzas Armadas “ESPE”, 2023.

**Figura 25**

*Diseño CAD casco táctico.*





*Nota.* Elaboración propia realizado en software de diseño CAD/CAM Autodesk Fusion, 2023.

### Diseño y fabricación de probetas para pruebas balísticas

El composite está conformado de una matriz y refuerzo, que deben ser seleccionados de manera objetiva para cumplir la función del diseño. Bajo esta primicia y conocido el material de refuerzo (que corresponde a un tejido a base de fibra DuPont™ Kevlar® 49 Aramid Fiber) se realizan probetas planas para comprobar y seleccionar: el refuerzo y configuración de apilamiento de las capas.

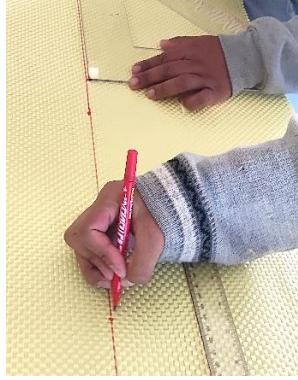
#### **Procedimiento de fabricación probeta plana**

La norma NIJ Standard 0108.01 “Ballistic Resistant Protective Materials” en su sección 5.1 Muestreo menciona: “*La muestra de prueba será una muestra de producción actual del material resistente a balísticas de al menos 30,5 x 30,5 cm (12 x 12 pulgadas).*” (U.S. Department of Justice & National Institute of Justice, 1985)

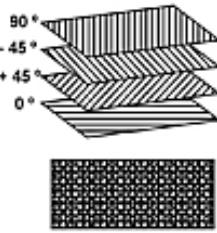
Por lo tanto, la probeta plana constará de 18 capas de fibras de aramida Panamá Style 1350, con una orientación de apilamiento 0°, 90°, -45°, 45° y con una dimensión de 305 x 305 mm, con una matriz cemento de contacto.

**Tabla 6**

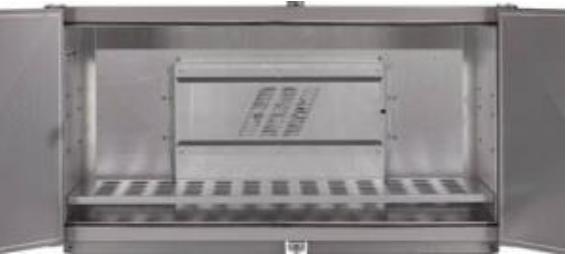
*Proceso de fabricación probeta plana*

Descripción	Imagen
<p>1. Se marca las zonas de corte en el tejido de acuerdo con el diagrama del apéndice “A”, considerar la orientación de la fibra para optimizar el uso del material.</p>	
<p>2. Cortar las marcas establecidas sobre el tejido, evitar manipular excesivamente la fibra debido a posible destejido.</p>	
<p>3. Repetir los puntos 1 y 2 según el número de fibras necesarias para el laminado.</p>	

---

Descripción	Imagen
4. Colocar sobre una superficie plana un corte de una tela plástica.	
5. Colocar el cemento de contacto con una espátula sobre el tejido y esparcir el mismo sobre la superficie de la fibra, verificar que la fibra quede completamente impregnada de la matriz.	
6. Apilar los cortes de fibra impregnadas de cemento de contacto según la configuración establecida.	

---

Descripción	Imagen
7. Repetir los puntos 6 y 7 según el número de capas del laminado. Entre cada ciclo verificar la adherencia entre las capas.	
8. Curar el laminado en el horno durante aproximadamente 60 minutos, retirarlo y dejarlo reposar a temperatura ambiente.	
9. Resultado	

*Nota.* El procedimiento descrito se utilizó también para placas en las cuales se utilizó otro tipo de matriz a excepción de la probeta de resina por infusión.

Se probaron 5 adhesivos en muestras simples de 5 x 5 cm y 5 capas de fibra de aramida con la finalidad de probar la ductilidad y maleabilidad del laminado.

### **Proceso de prueba balística en placa plana**

Obtenido el espécimen de prueba, la norma NIJ Standard 0108.01 "Ballistic Resistant Protective Materials" en su apartado 5 – Métodos de prueba, sección 5.2.4 establece el tipo de armas y municiones para la prueba tipo III-A (nivel de protección).

La sección 5.2.4.2 - *Subfusil (SMG) de 9 mm* establece que: "*El arma de prueba puede ser una SMG de 9 mm o un cañón de prueba. Se sugiere el uso de un cañón de prueba con un cañón de 24 a 26 cm (9,5 a 10,25 pulgadas). Las balas de prueba tendrán una camisa metálica de 9 mm, con una masa nominal de 8,0 g (124 gr) y velocidades medidas de 426 ± 15 metros (1400 ± 50 pies) por segundo.*" (ver Figura 26) (U.S. Department of Justice & National Institute of Justice, 1985)

Bajo estos criterios la prueba consiste en realizar 5 - 6 disparos consecutivos a 5 metros de distancia de tiro y verificar el trauma o deformación producido por cada impacto que no debe exceder los 44 mm, y que en caso de penetración total del espécimen no pasa la prueba balística.

### **Figura 26**

*Arma y munición para prueba balística.*



*Nota.* Elaboración propia realizada en el laboratorio y túneles para pruebas de resistencia balísticas de la empresa Santa Bárbara EP, Sangolquí, Ecuador, 2024.

**Tabla 7**

*Proceso prueba balística placa plana*

Descripción	Imagen
<p>1. Verificar el arma y munición para el tipo de prueba (III-A) (será comunicado por el encargado del ensayo) así como también la norma bajo la cual se realiza la prueba.</p>	
<p>2. Colocar el espécimen de prueba (probeta) con cinta adhesiva en el panel antibalas ubicado en el túnel de prueba. En la cara de impacto colocar adhesivos para identificar los puntos de impacto. Verificar que la arcilla del panel este completamente lisa.</p>	
<p>3. Realizar los disparos y verificar la cantidad impactos validos requeridos por normativa (5 impactos)</p>	

---

Descripción	Imagen
4. Verificar que los impactos no hayan penetrado el espécimen.	
5. Medir el trauma generado en el blanco por los impactos válidos. Hay que considerar que el trauma máximo aceptable es de 44 mm.	
6. Resultado	

---

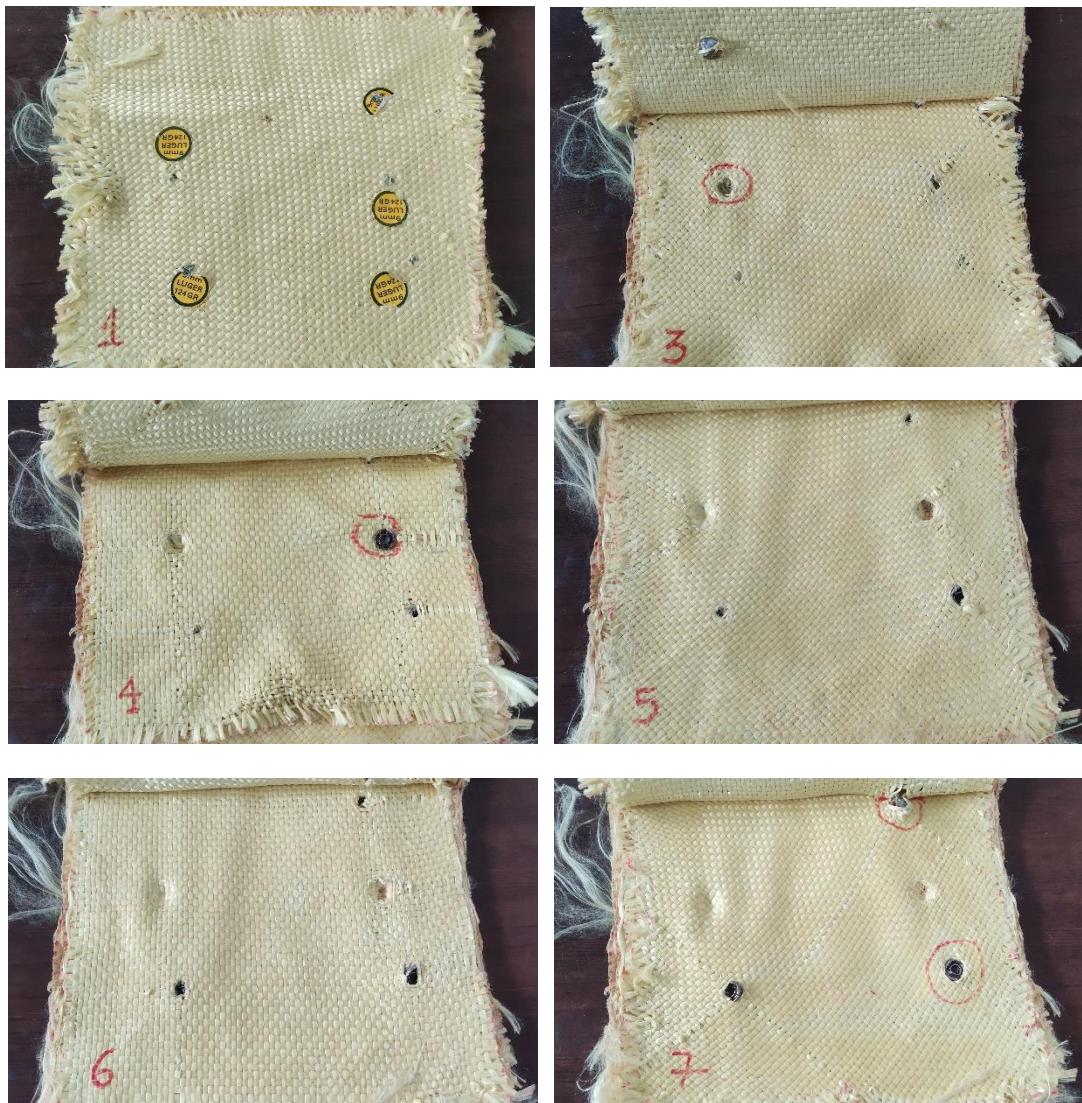
*Nota.* El proceso se realizó en el laboratorio balístico de la empresa Santa Bárbara EP, ubicada en Sangolquí, Ecuador, Av. Gral. Rumiñahui 3976 y Ambato junto a la Universidad de las Fuerzas Armadas - ESPE

Es importante destacar que se realizó pruebas balísticas a probetas con matriz de resina epoxi mediante infusión por vacío, silicón caliente y silicón en frío por mojado de fibra.

Como medida suplementaria y con objeto de análisis de la resistencia balística de la probeta se despega las capas para verificar la penetración de cada uno de los proyectiles según se observa en la Figura 27 a continuación.

**Figura 27**

*Capas de la probeta plana ensayada*





*Nota.* En el gráfico los puntos indicados con círculos rojos señalan la capa en la cual se detuvo la bala. Elaboración propia realizada en las instalaciones del CICTE ,Universidad de las Fuerzas Armadas “ESPE”, 2024.

#### **Procedimiento del método de reparación**

Los cascos tácticos tienen un tiempo de 5 años de vida útil, debido al envejecimiento natural que sufre la fibra de aramida producto de la exposición a ambientes agresivos (húmedos, secos, calurosos, fríos) generan degradación hidrolítica y agotamiento por estrés

ambiental, lo que incide principalmente en la disminución del rendimiento mecánico.(Konarzewski et al., 2019)

### **Figura 28**

*Cambio de coloración en fibra de aramida por envejecimiento natural*



*Nota.* Tomado de Natural ageing of polyaramide fiber from ballistic armor (p.4), por (Konarzewski et al., 2019)

Por lo tanto, es importante determinar y optimizar ingenierilmente un proceso que permita reintegrar cascos caducados.

### **Análisis del método de reparación del casco táctico**

El método de reparación se fundamenta en tres ejes: la selección del casco a reparar a partir de una inspección visual, identificar el estado físico (si presenta algún defecto visible), la evaluación para determinar si el daño o defecto identificado tiene la viabilidad técnica y operativa (personal, equipación e insumos están disponibles) y la ejecución del proceso con la optimización de recursos.

### Figura 29

*Casco táctico militar para reparar*



*Nota.* Tomado de, Cascos Composites en las FFAA Argentinas, 1982 Military Forum

, Recuperado de: <https://1982militariaforum.forumcommunity.net/?t=58458107>, 2024.

Para realizar la ejecución del proceso se analiza matemáticamente la resistencia del material balístico al impacto, entonces la ecuación (40) define los parámetros críticos en el impacto balístico

$$\phi \left( \Gamma_0, \frac{V_{50}}{\Omega^{1/3}} \right) = 0$$

Si  $\Gamma_0 = \text{constante}$ , por lo tanto

$$V_{50} \propto \Omega^{\frac{1}{3}}$$

$$V_{50} = \Omega^{\frac{1}{3}}$$

Se tiene que  $\Omega = S_t \cdot V_w$

$$V_{50} = (S_t \cdot V_w)^{\frac{1}{3}}$$

Si  $S_t = \frac{\sigma \varepsilon}{2\rho}$ ,  $V_w = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , reemplazando se tiene

$$V_{50} = \left( \frac{\sigma \varepsilon}{2\rho} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

El tejido utilizado es de fibra de aramida Panamá Style 1350, cuyas propiedades se muestran en la Tabla 1, que corresponden a propiedades del hilatura de la fibra.

**Tabla 8**

*Propiedades típicas DuPont™ Kevlar® 49 Aramid Fiber*

Propiedad	Unidad	Kevlar® 49
Espesor	mm	0,78 ± 0,05
Densidad	Kg/m <sup>3</sup>	1440
Módulo de elasticidad	GPa	120
Resistencia a la tensión	GPa	3,04
Tensión de rotura	%	1,20
Deformación Elástica	-	0,0237

*Nota.* Recuperado de Kevlar aramid fiber – Technical guide (p.5), por (DuPont, 2017).

A partir de las propiedades de la Tabla 8 se calcula  $V_{50}$ , reemplazando se tiene la tenacidad específica

$$S_t = \frac{\sigma \varepsilon}{2\rho}$$

$$S_t = \frac{3,04 \times 10^9 [Pa] \cdot 0,0237}{2 \cdot 1440 \left[ \frac{Kg}{m^3} \right]}$$

$$S_t = 25,02 \cdot 10^3 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right]$$

y la velocidad de onda de tensión

$$V_w = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$V_w = \sqrt{\frac{120 \cdot 10^9 \text{ [Pa]}}{1440 \left[ \frac{Kg}{m^3} \right]}}$$

$$V_w = 9,13 \cdot 10^3 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Calculando se tiene

$$\Omega^{\frac{1}{3}} = S_t \cdot V_w$$

$$\Omega^{\frac{1}{3}} = \left( 25,02 \cdot 10^3 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right] \cdot 9,13 \cdot 10^3 \left[ \frac{m}{s} \right] \right)^{\frac{1}{3}}$$

reemplazando

$$V_{50} = \left( 25,02 \cdot 10^3 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right] \cdot 9,13 \cdot 10^3 \left[ \frac{m}{s} \right] \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$V_{50} = \left( 228,40 \cdot 10^6 \left[ \frac{m^3}{s^3} \right] \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$V_{50} = \left( 228,40 \cdot 10^6 \left[ \frac{m^3}{s^3} \right] \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$V_{50 \text{ c}} = 611,3 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Es decir que la fibra DuPont™ Kevlar® 49 Aramid Fiber, tiene un límite balístico de

$V_{50} = 611,3 \left[ \frac{m}{s} \right]$ , según el análisis dimensional de Cunniff. Considerando el momento del

impacto de la bala contra a la fibra, Phoenix-Porwal's propuso la ecuación (44)

$$V_{50} = \Omega^{\frac{1}{3}} \frac{2^{\frac{1}{3}} \varepsilon^{\frac{1}{12}} (1 + \theta^2 \Gamma_0)}{K_{max}^{\frac{3}{4}}}$$

La expresión anterior considera el parámetro  $\Gamma_0$  que es la relación de densidad de área entre la fibra y la bala al momento del impacto.

**Tabla 9**

*Características técnicas munición Cal 9mm FMJ 124 grains*

Característica	Unidad	Cal 9mm FMJ
Peso de la bala	gr	124
Diámetro de la bala	mm	9,02
Longitud de la bala	mm	10,54
Longitud de barril	mm	19,15

*Nota.* Recuperado de 9 mm Luger (9 mm parabellum, 9 x 19 mm), obtenido de <https://www.xxl-reloading.com/9-mm-Luger-9-mm-Parabellum-9-x-19-mm>, xxl-reloading, 2024.

Calculando  $\Gamma_0$  se tiene que

$$\Gamma_0 = \frac{A_d A_p}{M_p} = \frac{m_p}{M_p}$$

si  $m_p = \rho h A_p$  y  $A_p = \pi r_p^2$  entonces

$$\Gamma_0 = \frac{\rho h \pi r_p^2}{M_p}$$

$$\Gamma_0 = \frac{1440 \left[ \frac{Kg}{m^3} \right] \cdot 10,54 \cdot 10^{-3} [m] \cdot \pi \cdot (4,51 \cdot 10^{-3} [m])^2}{0,124 [Kg]}$$

$$\Gamma_0 = 0,00782$$

Conocido que  $1,25 < \theta < 1,35$  entonces

$$\theta = 1,30$$

De la ecuación (45) y (46) se obtiene

$$\psi_{max} \approx \sqrt{\frac{1 + \theta^2 \Gamma_0}{2\theta^2 \Gamma_0}}$$

$$\psi_{max} \approx \sqrt{\frac{1 + (1,30)^2 \cdot 0,00782}{2(1,30)^2 \cdot 0,00782}}$$

$$\psi_{max} \approx 6,20$$

Por lo tanto,  $K_{max}$  es igual a

$$K_{max} = \exp \left\{ -\frac{4\theta^2 \Gamma_0 (\psi_{max}^2 - 1)}{3(1 + \theta^2 \Gamma_0)} \right\} \psi_{max}^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{\sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon}} (\psi_{max} - 1)}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon}} (\psi_{max} - 1) \right\}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

$$K_{max} = \exp \left\{ -\frac{4(1,30)^2 \cdot 0,00782 \cdot ((6,20)^2 - 1)}{3(1 + (1,30)^2 \cdot 0,00782)} \right\} (6,20)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{\sqrt{\frac{6,20}{0,0237}} (6,20 - 1)}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{6,20}{0,0237}} (6,20 - 1) \right\}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

$$K_{max} = \exp (0,52) \cdot 2,489 \cdot (18,24)$$

$$K_{max} = 24,92$$

Calculando  $V_{50}$  se obtiene

$$V_{50} = \left( 25,02 \cdot 10^3 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right] \cdot 9,13 \cdot 10^3 \left[ \frac{m}{s} \right] \right)^{\frac{1}{3}} \frac{\frac{1}{2} \left( 0,0237 \right)^{\frac{1}{12}} (1 + (1,30)^2 \cdot 0,00782)}{(18,24)^{\frac{3}{4}}}$$

$$V_{50 PP} = 51,77 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Comparando los valores de  $V_{50}$  obtenidos se concluye que un tejido de aramida

Panamá Style 1350 con trama y urdimbre de fibra Kevlar 49, soporta teóricamente  $51,77 \left[ \frac{m}{s} \right]$  por capa.

Al tener noción de los efectos generados por el impacto balístico (ver Figura 27) y la capacidad mecánica del material se define la ejecución de la reparación, en base a la selección y evaluación realizada previamente.

Para seleccionar el número de capas, se toma de referencia la Tabla 4 y se considera la energía que absorbe la fibra a partir de parámetro de Cunniff  $V_{50C}$ . Se compara ambos parámetros y se realiza la selección. Según la norma del Ejército Argentino, esta relación se utiliza para la fabricación de cascos en base de fibra de Kevlar, para este caso en específico se requiere efectuar la reparación al casco que previamente ya se encuentra delaminado (3 capas interiores y 3 capas exteriores) y el que se encuentra con 12 capas actualmente.

Se determina la velocidad del proyectil

$$V_p = V_{bala} + 3 \cdot \alpha$$

$$V_p = (403 + 3 \cdot 11,35) \left[ \frac{m}{s} \right]$$

$$V_p = 437 \left[ \frac{m}{s} \right]$$

Cumple con el requisito de la norma para un nivel de protección III-A, a partir de este parámetro y si  $V_{50C} = 612 \left[ \frac{m}{s} \right]$  se selecciona

---

Requisito $V_{50}$ (m/s)	Número de capas
550	14
600	16
650	18

---

De la Figura 27 se observa que la penetración del impacto es mínimo hasta la tercera capa y máximo a la octava capa, y que el trauma avanza hasta la doceava capa, que corresponde a un espesor promedio

$$\text{espesor}_{\text{penetrado}} = e_{\text{kevlar}} \cdot \text{número de capas}$$

$$\text{espesor}_{\text{penetrado}} = 0,78 \text{ [mm]} \cdot 12 = 9,36 \text{ mm}$$

$$\text{espesor}_{\text{penetrado}} \approx 10 \text{ mm}$$

Se define una relación entre la velocidad del proyectil y el límite balístico del material para obtener un factor de seguridad

$$FS = \frac{V_{50C}}{V_p}$$

$$FS = \frac{612 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}{437 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]}$$

$$FS = 1,40$$

Por lo tanto, un laminado conformado por 16 capas tipo kevlar tiene un  $V_{50} = 600 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$ .

Para ejecutar la reparación se define un espesor promedio a laminar que determina el número de capas a colocar.

$$e_{\text{laminado}} = e_{\text{fibra, kevlar}} \cdot \text{número de capas} = 0,78 \cdot 16 = 12,48 \text{ mm}$$

$$e_{\text{delaminado}} = e_{\text{fibra, kevlar}} \cdot \text{número de capas retiradas} = 0,78 \cdot 6 = 4,68 \text{ mm}$$

$$e_{\text{delaminado}} \approx 5 \text{ mm}$$

Las capas con daños corresponden a 5 mm de espesor y a seis capas de material balístico.

$$\text{Número de capas}_{\text{reparación}} = \# \text{capas}_{\text{según } V_{50}} - \# \text{capas}_{\text{casco delaminado}} = 16 - 12 = 4$$

$$\text{Número de capas}_{\text{reparación}} = 4$$

$$e_{reparación,laminado} = e_{fibra,kevlar} \cdot \text{número de capas} = 0,78 \cdot 4 = 3,12 \text{ mm}$$

Bajo los requerimientos de la NIJ 0108.01 y la capacidad del material balístico disponible, se requiere efectuar la laminación de cuatro capas con matriz de cemento de contacto al casco en la zona externa al considerarla más crítica al impacto (ver la Figura 27).

### ***Proceso del método de reparación del casco táctico***

El casco para reparar se seleccionó por términos de disponibilidad y de investigación. Se verificó su estado, el cual presenta delaminación del borde en capas externas e internas (tres respectivamente), por lo que se requiere reemplazarlas.

Es importante mencionar que, para el caso de cascos tácticos militares, la reparación solo se aplicaba a la parte estética (limpieza, pintura, pulimiento, etc..) y que, a diferencia de otros composites, en este caso se requiere el cambio completo de capas con un máximo de 6 que corresponden al 33,33 % del espesor total del casco.

#### **Tabla 10**

##### *Proceso reparación casco táctico*

---

<b>Descripción</b>	<b>Imagen</b>
1. Seleccionar el casco a reparar e inspeccionar a simple vista.	

---

---

Descripción	Imagen
<p>2. Evaluar los daños o defectos del casco y verificar la viabilidad técnica, de recursos para ejecución. Generalmente presentan delaminación de borde por lo que es necesario quitar las capas.</p>	
<p>3. Retirar las capas con daños utilizando calor. Exponer la superficie del casco al fuego en intervalos cortos (de aproximadamente 1 - 2 minutos).</p>	
<p>4. Desprender la capa utilizando una espátula metálica, realizarlo entre cada intervalo de exposición.</p>	

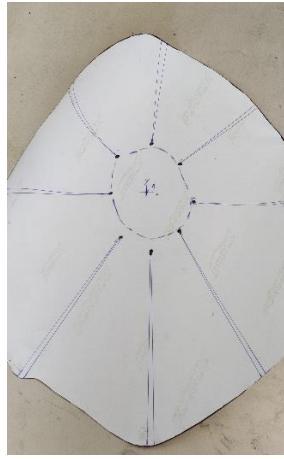
---

---

Descripción	Imagen
5. Repetir los puntos 3 y 4 hasta que se desprendra totalmente la capa.	
6. Repetir los puntos 3, 4 y 5 según las capas a retirar.	
7. Resultado	
8. Diagramar el perfil de la capa del casco, se puede utilizar una capa delaminada si está completa o se calca la forma del casco utilizando vinyl adhesivo y tela.	

---

---

Descripción	Imagen
9. Marcar las zonas de corte en la fibra de aramida style 1350 según el diagrama establecido y la orientación de las fibras a utilizar.	 
10. Realizar los cortes en las marcas establecidas en el tejido	
11. Lijar la superficie externa del casco, limpiar los residuos con alcohol y aire comprimido.	

---

---

Descripción	Imagen
12. Colocar el cemento de contacto sobre el casco y esparcir el mismo sobre toda la superficie.	
13. Colocar el cemento de contacto sobre el tejido y esparcir el mismo sobre toda la superficie de la fibra, la fibra debe quedar totalmente impregnada de cemento de contacto	
14. Colocar la fibra impregnada de cemento contacto sobre la superficie del casco, verificar que la orientación del corte de la fibra sea el correcto a la disposición del casco.	

---

Descripción	Imagen
<p>15. Presionar la fibra contra la superficie del casco para obtener los detalles de forma del casco. Repetir el punto 12,13 y 14 según el número de capas a colocar.</p>	
<p>16. Colocar una capa de pele ply sobre el laminado para permitir la homogenización del cemento de contacto sobre la superficie.</p>	
<p>18. Colocar una capa de bagging film sobre el laminado, dejando dentro el puerto que se conectará al generador de vacío.</p>	

---

Descripción	Imagen
19. Conectar la línea de vacío y revisar que no existan pérdidas. Minimizar las imperfecciones con una espátula plástica sobre el bagging film.	
20. Resultado	

---

*Nota.* Corresponde a la fase de ejecución del proceso de reparación, cabe recalcar que el procedimiento puede tomar ciertas variantes en función de las fases de selección y evaluación.

#### ***Proceso de prueba balística casco reparado***

Al tener el casco reparado se realiza el ensayo balístico bajo la norma NIJ Standard 0101.06 “Ballistic Resistance of Body Armor” y NIJ Standard 0108.01 “Ballistic Resistant Protective Materials” menciona que:

*“Se recomienda según norma que la temperatura no debe ser ≤ a 3<sup>a</sup> (5° F) por encima de la temperatura del punto de roció. Munición para esta prenda antibalas tipo III-A, exige la norma NIJ, una velocidad de 448m/s ± 9.1 m/s (1470 pie/seg ± 30 pie/seg) 124 grains Full Metal Jacketed disparadas a 5 metros, 5 municiones con un ángulo de incidencia a 0°”(U.S.*

Department of Justice & National Institute of Justice, 2008)

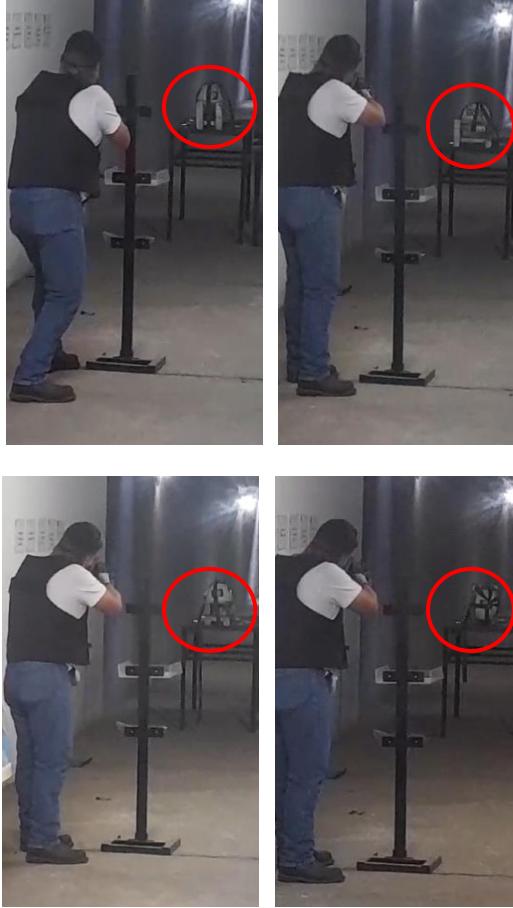
Bajo los criterios de las normas, la prueba consiste en realizar cinco disparos uno por cada posición (frontal, lateral derecha e izquierda, trasera y alzado), a cinco metros de distancia de disparo y verificar que no exista penetración del impacto.

#### **Tabla 11**

##### *Proceso de prueba balística casco reparado*

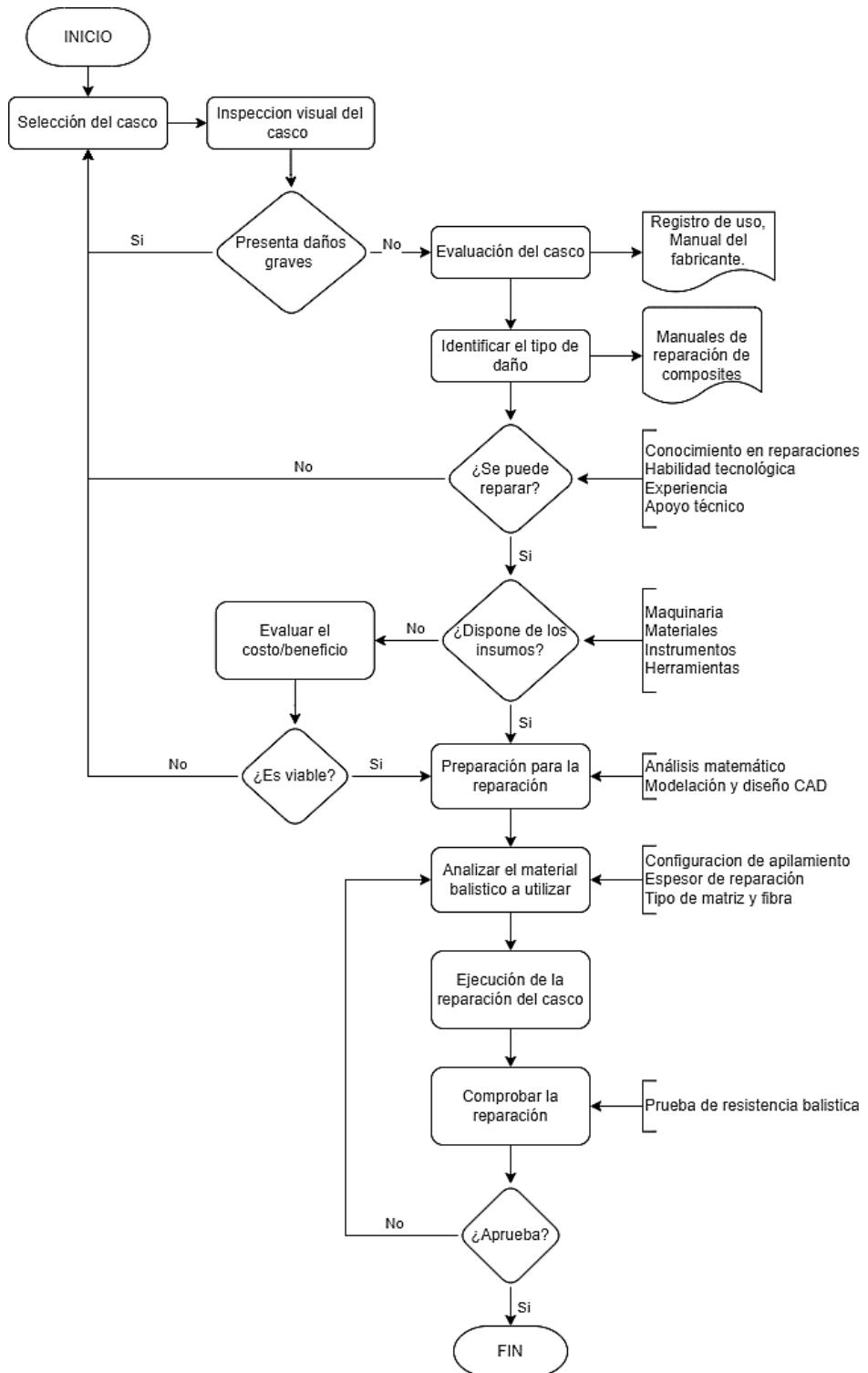
<b>Descripción</b>	<b>Imagen</b>
1. Verificar el arma y munición para el tipo de prueba (III-A) (será comunicado por el encargado del ensayo) así como también la norma bajo la cual se realiza la prueba.	
2. Colocar el espécimen de prueba (casco) sobre el soporte ubicado en el túnel de prueba. Fijar con una correa. En las secciones de impacto colocar adhesivos para identificar los puntos de impacto.	

---

Descripción	Imagen
<p>3. Realizar los disparos, entre cada impacto reposicionar el casco y verificar el punto de impacto en cada posición.</p>	
4. Resultado	

---

*Nota.* El proceso se realizó en el laboratorio balístico de la empresa Santa Bárbara EP, ubicada en Sangolquí, Ecuador, Av. Gral. Rumiñahui 3976 y Ambato junto a la Universidad de las Fuerzas Armadas – ESPE.

**Figura 30***Diagrama de flujo del método de reparación*

*Nota.* El gráfico muestra la secuencia de actividades que engloban el método de reparación.

## Capítulo IV: Análisis de resultados

### Análisis de resultados de pruebas balísticas

Se realizo las pruebas de resistencia balística a cuatro probetas y tres cascos con material balístico según lo detallado a continuación

**Tabla 12**

*Elementos ejecutados ensayo balístico*

Elemento	Fibra	Matriz	Configuración	Número de capas	Condición
Probeta	Kevlar 49	Resina Epoxi	0°- 90°	18	Nuevo
Probeta	Kevlar 49	Silicon en frio	0°- 90°- 45°	18	Nuevo
Probeta	Kevlar 49	Silicon caliente	0°- 90°- 45°	18	Nuevo
Probeta	Kevlar 49	Cemento de contacto	0°- 90°- 45°	18	Nuevo
Casco	Kevlar	-	-	-	Caducado
Casco	Kevlar 49	Cemento de contacto	0°- 90°- 45°	16*	Reparado
Casco	Kevlar 49	Cemento de contacto	0°- 90°- 45°	16	Fabricado

*Nota.* \* cuatro capas son nuevas y se colocaron en la parte externa del casco.

### **Probetas planas**

Bajo los parámetros de las normas NIJ Standard 0108.01 y NIJ Standard 0101.06 se ejecutó el ensayo balístico para medir la resistencia balística de las probetas, al impacto de un proyectil calibre 9 mm FMJ 124 gr de  $426 \pm 15$  metros por segundo, correspondiente a un nivel de protección III-A y a 5 metros de distancia de disparo. Dando los siguientes resultados.

**Tabla 13**

*Resultados ensayos balísticos probetas planas*

<b>Elemento</b>	<b>Matriz</b>	<b>Velocidad</b>	<b>Impactos</b>	<b>Resultado</b>
Probeta	Resina epoxi infusión	436 m/s	5	Penetración de 5 impactos
Probeta	Silicon en frio	430 m/s	5	Trauma* máximo 45 mm
Probeta	Silicon caliente	420 m/s	5	Trauma máximo 36 mm
Probeta	Cemento de contacto	431 m/s	5	Trauma máximo 25 mm

*Nota.* \*refiérase a la deformación causada en la probeta por el impacto de la bala con el material balístico sin generar penetración.

La probeta kevlar 49/resina epoxi infusión resultó con 5 impactos con penetración total del composite, producto de su alta dureza y nula ductilidad, la configuración de apilamiento capas no incidió en la atenuación del impacto (ver Figura 31).

La probeta kevlar 49/silicón en frio resultó con 5 impactos con un trauma máximo de 45 mm que excede la profundidad máxima requerida, mejora notoria en la ductilidad, post-ensayo presenta delaminación de borde, y configuración de apilamiento de capas atenúa el impacto.

La probeta kevlar 49/silicón caliente resultó con 5 impactos con un trauma máximo de 36 mm que cumple con la profundidad máxima requerida, alta ductilidad, configuración de apilamiento de capas atenúa el impacto. Al fabricar el composite existe dificultad en impregnar la matriz sobre la fibra, al no mantener la temperatura constante, lo que incide en la homogenización y adherencia entre capa.

La probeta kevlar 49/cemento de contacto resultó con 5 impactos con un trauma máximo de 25 mm que cumple con la profundidad máxima requerida, alta ductilidad, configuración de apilamiento de capas atenúa el impacto, el procedimiento se detalló en la sección anterior (ver Figura 31).

### **Figura 31**

*Resultado ensayo balístico probetas planas*



*Nota.* De izquierda a derecha probeta de tejido de fibra kevlar 49/ cemento de contacto y kevlar 49/ resina epoxi infusión.

### **Cascos**

Bajo los parámetros de la norma NIJ Standard 0101.06 se ejecutó el ensayo balístico para medir la resistencia balística de tres cascos de material balístico, al impacto de un proyectil calibre 9 mm FMJ 124 gr con una velocidad de  $448 \pm 9,1$  metros por segundo, apto

para un nivel de protección III-A, a 5 metros de distancia de disparo con ángulo de incidencia de  $0^\circ$ . Dando los siguientes resultados

**Tabla 14**

*Resultados ensayos balísticos cascos*

Elemento	Matriz	Velocidad	Impactos	Resultado
Casco	-	431 m/s	5	Penetración de 5 impactos
Casco	Cemento de contacto	437 m/s	5	*Penetración de 1 impacto
Casco	Cemento de contacto	435 m/s	5	Sin penetración

*Nota.* \*total de las capas del composite.

El casco reparado con cuatro capas de kevlar 49 / cemento de contacto resultó con 5 impactos, un impacto penetra el casco, se produjo delaminación en los traslapos de capas internas al no existir material balístico de apoyo interior, como se puede observar en la Figura 31.

**Figura 32**

*Resultado ensayo balístico casco reparado*



*Nota.* Se observa el antes y después del ensayo balístico, los círculos rojos indican las zonas donde se delamino la capa y es justamente en donde se traslapa la capa por cuestión de fabricación.

El casco caducado sin ningún reacondicionamiento resultó con 5 impactos con penetración total. El casco fabricado con diecisésis capas de kevlar 49 / cemento de contacto resultó con 5 impactos sin penetración.

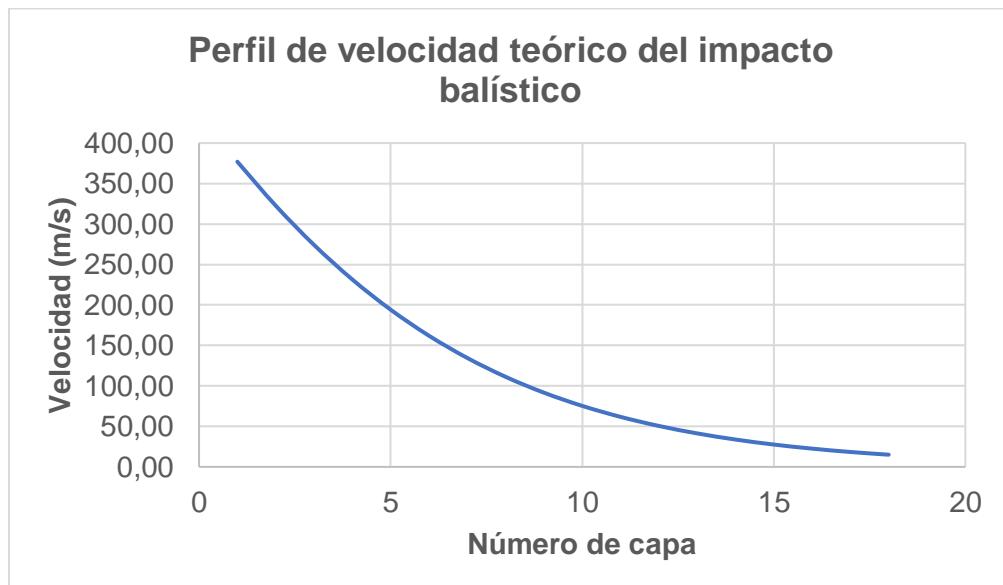
### Análisis y comparación de resultados entre casco fabricado y reparado

Se conoce que un casco está conformado de 18 capas, por lo que se define el perfil de velocidad aproximado que tendrá este laminado para determinar en qué medida teóricamente cada capa absorbe la energía del impacto. La ecuación (53) describe el perfil de velocidad teórico.

$$V = \frac{V_p}{1 + \tilde{I}_0} \exp \left[ -\frac{\sum_{i=1}^n \varphi_i \Gamma_{0i} \psi_i^2 + \sum_{i=1}^n (1 - \varphi_i) \Gamma_{0i} \psi_{i,fi}^2 - \tilde{I}_0}{1 + \tilde{I}_0} \right]$$

**Figura 33**

*Atenuación teórica del impacto según el número de capas del composite.*



*Nota.* depende del material balístico, conformación del composite y del tipo de munición.

De la Figura 33, se evidencia que a partir de la capa 15 la disminución de la velocidad es considerable, por lo tanto, es necesario que el casco tenga como mínimo 16 capas. Esta primicia sustento la reparación del casco, pero es importante destacar que del total de capas del casco reparado solo el 25% son nuevas.

**Figura 34**

*Comparación resultados de casco reparado y caducado*



*Nota.* en ambos casos el material balístico es kevlar, pero de diferente tipo.

En la Figura 34, se observa que el casco caducado no resiste ningún impacto, se evidencia perforaciones en cada una de las zonas de impacto, al contrario, el casco reparado

se produjo una perforación y la perdida de adherencia de las capas internas contiguas en donde se sobrepone el material (ver Figura 33), adicionando un número determinado de capas al interior se puede solucionar, lo que evidenciaría la importancia de la laminación del interior del casco, que justamente sería una hipótesis para sustentar en futuras investigaciones.

El 75% de las capas del casco reacondicionado ha sufrido envejecimiento natural por exposición a ambientes agresivos, afectando sus propiedades mecánicas. Un estudio realizado en Porto Alegre - Brasil de material balístico de la brigada militar del estado de Rio Grande do Sul, identifica que muestras de fibra de aramida expuestas a ambientes con gran humedad y calor, genera la reducción del 52% resistencia ultima de tensión y el 50% en la elongación de rotura.(Konarzewski et al., 2019)

De la ecuación (54) y (55) es posible definir una proporción en la resistencia balística de un material envejecido con un nuevo. Se obtiene según el criterio de Cunniff

$$rV_{50\ C} = \left( \frac{\sigma_{aged}}{\sigma_{new}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\varepsilon_{aged}}{\varepsilon_{new}} \right)^{\frac{1}{6}} \times 100$$

$$rV_{50\ C} = \left( \frac{1,58}{3,04} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{0,6}{1,2} \right)^{\frac{1}{6}} \times 100$$

$$rV_{50\ C} = 64,23\ %$$

Y el criterio de Phoenix-Porwal's

$$rV_{50\ PP} = \left[ \frac{\frac{\sigma_{aged}}{\sigma_{new}} \frac{\varepsilon_{aged}}{\varepsilon_{new}} \frac{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon_{aged}}} (\psi_{max} - 1) \right\}}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{\psi_{max}}{\varepsilon_{new}}} (\psi_{max} - 1) \right\}}^{\frac{1}{2}}}{\frac{1,58}{3,04} \cdot \frac{0,6}{1,2} \frac{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{6,20}{0,6}} (6,20 - 1) \right\}}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{6,20}{1,2}} (6,20 - 1) \right\}}^{\frac{1}{2}}} \right] \times 100$$

$$rV_{50\ PP} = \left[ \frac{1,58}{3,04} \cdot \frac{0,6}{1,2} \frac{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{6,20}{0,6}} (6,20 - 1) \right\}}{\ln \left\{ 1 + \sqrt{\frac{6,20}{1,2}} (6,20 - 1) \right\}}^{\frac{1}{2}} \right] \times 100$$

$$V_{50\,PP} = 54,11 \%$$

Por lo tanto, comparando el casco reparado con el casco fabricado (ver Figura 35) evidentemente existe la diferencia en la capacidad balística de aproximadamente un 54% por la condición del material y que se sustenta por resultados del ensayo balístico, lo que recalca la importancia de la laminación interna en medida de lo posible, de la mano de la optimización del método de reparación.

**Figura 35**

*Comparación resultados de casco reparado y fabricado*



## Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones

### Conclusiones

- El factor crítico que produce el deterioro del casco táctico es el envejecimiento natural del material balístico producto de la exposición a ambientes agresivos, que consecuentemente generan delaminación y degradación en sus propiedades.
- El ensayo de resistencia balística a probetas planas determinó que el laminado fabricado con 18 capas de tejido de aramida Panamá style 1350 con fibras de Kevlar 49, matriz de cemento de contacto y configuración de apilamiento  $0^\circ, 90^\circ, 45^\circ, \dots, 90^\circ, 45^\circ, 0^\circ$  soporta un nivel de protección NIJ III-A a una velocidad promedio del proyectil calibre 9 mm FMJ de  $426 \pm 15$  metros por segundo y cuyos impactos generaron un trauma máximo de 25 mm de profundidad. Se concluye que la matriz de cemento de contacto mejora la ductilidad del composite y con ello optimizar el número de capas del laminado.
- El ensayo de resistencia balística al casco reparado determinó que la reparación con un laminado de la superficie externa del yelmo con 4 capas de tejido de aramida Panamá style 1350 con fibras de Kevlar 49, matriz de cemento de contacto y configuración de apilamiento  $90^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 45^\circ$  soporta parcialmente un nivel de protección NIJ III-A a una velocidad promedio del proyectil calibre 9 mm FMJ de  $448 \pm 9,1$  metros por segundo, debido a que los impactos generaron delaminación en la cavidad por la pérdida de adherencia de los traslapes de las capas interiores, lo cual se puede optimizar con un laminado interior del casco.
- En base de las pruebas balísticas, se comprueba que la reparación mejora parcialmente la resistencia balística de un casco dado de baja.
- El método de reparación del casco militar se fundamentó en tres ejes de acción: selección, evaluación y ejecución, en función de la viabilidad técnica y operativa

disponible, se validó experimentalmente mediante ensayos de resistencia balística, resultando en un proceso innovador para la investigación tecnológica en reparaciones con materiales compuestos aplicados al ámbito militar.

### **Recomendaciones**

- Se recomienda realizar tanto la laminación externa como interna del casco a reparar.
- Para determinar con certeza el envejecimiento de los cascos dados de baja, se recomienda realizar muestras del material balístico de cascós del ejército y someterlas a ensayos mecánicos para determinar estadísticamente un factor de degradación común de las propiedades mecánicas debido al envejecimiento natural.
- En la fase de ejecución del método de reparación, al realizar la delaminación se recomienda controlar la temperatura y realizar intervalos cortos de exposición al calor.

## Bibliografía

- Abu Obaid, A., Deitzel, J. M., Gillespie, J. W., & Zheng, J. Q. (2011). The effects of environmental conditioning on tensile properties of high performance aramid fibers at near-ambient temperatures. *Journal of Composite Materials*, 45(11), 1217–1231.  
<https://doi.org/10.1177/0021998310381436>
- Balart R. (2011, septiembre 27). *Curso de Ingeniería de Materiales*. Universidad Politécnica de Valencia. [https://www.youtube.com/playlist?list=PL6kQim6ljTJs68kaWApEzRSVAsge-N\\_CS](https://www.youtube.com/playlist?list=PL6kQim6ljTJs68kaWApEzRSVAsge-N_CS)
- Besednjak, A. (2009). *Materiales compuestos* (Vol. 100). Univ. Politèc. de Catalunya.
- Callejo J, R. A. V. F. (2012). *OPTIMIZACIÓN DE REPARACIONES ENCOLADAS DE MATERIALES COMPUESTOS*.
- Centro de Estudios Históricos del Ejército. (2011). *Historias y Tradiciones Militares del Ejército Ecuatoriano: Vol. I* (E. Espinoza, W. Amoroso, P. Quintero, & Jácome Gorky, Eds.; I). Comando de Educación y Doctrina.  
[https://issuu.com/ceheesmil/docs/historias\\_y\\_tradiciones\\_militares](https://issuu.com/ceheesmil/docs/historias_y_tradiciones_militares)
- Crouch, I. G., Arnold, L., Pierlot, A., & Billon, H. (2017). Fibres, textiles and protective apparel. En *The Science of Armour Materials* (pp. 269–330). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/b978-0-08-100704-4.00006-2>
- Crouch, I. G., & Eu, B. (2017). Ballistic testing methodologies. En *The Science of Armour Materials* (pp. 639–673). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/b978-0-08-100704-4.00011-6>
- Cunniff, P., & Cunniff, P. M. (1999). *Dimensionless Parameters for Optimization of Textile Based Body Armor Systems Dimensionless Parameters for Optimization of Textile-Based Body Armor Systems*. <https://www.researchgate.net/publication/256816090>

- da Costa, C. E., López, F. V., & Castelló, J. M. T. (2000). Materiales compuestos de matriz metálica. I parte. Tipos, propiedades, aplicaciones. *Revista de metalurgia*, 36(3), 179–192.
- DuPont. (2017). Kevlar Aramid Fiber - Technical Guide. En *DuPont*.
- ECC. (2023). *Technical Datasheet - Style 1350 Kevlar® 49*.
- Ejército Argentino. (2004). *CASCO DE FIBRA ARAMIDA TIPO KEVLAR PARA TROPAS DE INFANTERÍA LIGERA*.
- Engelbrecht-Wiggans, A., Burni, F., Krishnamurthy, A., & Forster, A. L. (2020). Tensile testing of aged flexible unidirectional composite laminates for body armor. *Journal of Materials Science*, 55(3), 1035–1048. <https://doi.org/10.1007/s10853-019-04063-w>
- Forster, A. L., Leber, D. D., Engelbrecht-Wiggans, A., Landais, V., Chang, A., Guigues, E., Messin, G., & Riley, M. A. (2020). Linking theory to practice: Predicting ballistic performance from mechanical properties of aged body armor. *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, 125. <https://doi.org/10.6028/JRES.125.026>
- Fovea. (2023). *Servicios de Digitalización 3D - Escáner 3D - Metrología y control dimensional*. <https://www.fovea.es/servicio-escaner-3d-medicion-piezas/>
- Guerrero, V., Dávila, J., Galeas, S., Pontón, P., Rosas Laverde, N., Sotomayor, V., & C.Valdivieso. (2011). *Nuevos Materiales: Aplicaciones Estructurales e Industriales*.
- Hexcel Composites. (2007). *Composite Repair*. Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-045146-6.X5000-0>
- Jones, R. M. (2018). *Mechanics of Composite Materials*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781498711067>

Konarzewski, V. H. C., Spiekemann, F. L., & Santana, R. M. C. (2019). Natural ageing of polyaramide fiber from ballistic armor. *Polímeros*, 29(1). <https://doi.org/10.1590/0104-1428.05617>

Kumar Porwal, P., & Leigh Phoenix, S. (2008). Mechanics of Materials and Structures  
EFFECTS OF LAYER STACKING ORDER ON THE V 50 VELOCITY OF A TWO-  
LAYERED HYBRID ARMOR SYSTEM EFFECTS OF LAYER STACKING ORDER ON THE  
V 50 VELOCITY OF A TWO-LAYERED HYBRID ARMOR SYSTEM. En *JOURNAL OF  
MECHANICS OF MATERIALS AND STRUCTURES* (Vol. 3, Número 4).

Leigh Phoenix, S., & Porwal, P. K. (2003). A new membrane model for the ballistic impact  
response and V50 performance of multi-ply fibrous systems. *International Journal of Solids  
and Structures*, 40(24), 6723–6765. [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(03\)00329-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(03)00329-9)

Ray, B. C., & Rathore, D. (2014). Durability and integrity studies of environmentally conditioned  
interfaces in fibrous polymeric composites: Critical concepts and comments. *Advances in  
Colloid and Interface Science*, 209, 68–83. <https://doi.org/10.1016/J.CIS.2013.12.014>

Rikard Benton, H. (2019). *Engineered Repairs of Composite Structures*. CRC Press.  
<https://doi.org/10.1201/9780429198656>

Stupenengo F. (2011). *Materiales y materias primas - Materiales compuestos*.

United States Department of Defense. (1999). *ITOP-4.2.805 - PROJECTILE VELOCITY AND  
TIME-OF-FLIGHT MEASUREMENTS*.

<https://publishers.standardstech.com/content/military-dod-itop-4-2-805>

U.S. Department of Justice, & National Institute of Justice. (1985). Ballistic Resistant Protective  
Materials. NIJ Standard 0108.01. En *Superintendent of Documents, U.S. Government  
Printing Office* (pp. 1–16).

U.S. Department of Justice, & National Institute of Justice. (2008). Ballistic Resistance of Body Armor. NIJ Standard 0101.06. En *Superintendent of Documents, U.S. Government Printing Office* (pp. 1–89). Office of Law Enforcement Standards .

Uysal M. (2009). *Repair of Damaged Composite Laminates*. Dokuz Eylul University.

Vasiliev, V. V, & Morozov, E. V. (2001). *Mechanics and analysis of composite materials*. Elsevier.

## **Apéndices**