Pregunta 1.

Cuál es la señal obtenida en tiempo discreto al utilizar un conversor análogo digital de 5 bits con frecuencia de 5KHz, aplicado a la señal continua $x(t) = 0.3\cos(1000\pi t - \pi/4) + 0.6\,sen(2000\pi t) + 0.1\cos(11000\pi t - \pi)$? Realizar la simulación del proceso de digitalización incluyendo al menos 3 ciclos de la señal $x(t)$.

En caso de que la digitalización no sea apropiada, diseñe e implemente un conversor adecuado para la señal estudiada. El conversor debe permitir configurar la cantidad de bits y la frecuencia de muestreo, indicándole al usuario si dicha frecuencia es apropiada o no, y graficar la señal continua, discreta y digital.

Se comienza determinando si cumple Nyquist

Frecuencia de muestreo: 5000 Hz

$\omega_1 = 1000\pi$

$\omega_2 = 2000\pi$

$\omega_3 = 11000\pi$

$\omega = 2\pi F$

$F = \dfrac{\omega}{2\pi}$

$F_1 = \dfrac{\omega_1}{2\pi} = \dfrac{1000\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} = 500\text{ Hz}$

$F_2 = \dfrac{\omega_2}{2\pi} = \dfrac{2000\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} = 1000\text{ Hz}$

$F_3 = \dfrac{\omega_3}{2\pi} = \dfrac{11000\cancel{\pi}}{2\cancel{\pi}} = 5500\text{ Hz} \rightarrow$ Frecuencia máxima

$F_S \geq 2F_{max}$

$5000 \geq 2(5500)$

$5000 \geq 11000$ No cumple Nyquist

Aliasing

$\rightarrow \cos(1000\pi t - \pi/4)$

$\cos(\alpha \pm \beta) : \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \mathrm{Sen}(\alpha)\,\mathrm{Sen}(\beta)$

$(\cos(1000\pi t - \pi/4) = \cos(1000\pi t)\,\cancel{\cos(-\pi/4)}^{\to 0.707} + \mathrm{Sen}(1000\pi t)\,\cancel{\mathrm{Sen}(-\pi/4)}^{\to 0.707}$

$= 0.707\cos(1000\pi t) - 0.707\,\mathrm{Sen}(1000\pi t)$

$\rightarrow \cos(11000\pi t - \pi)$

$\cos(\alpha \pm \beta) : \cos(\alpha)\cos(\beta) + \mathrm{Sen}(\alpha)\,\mathrm{Sen}(\beta)$

$\cos(11000\pi t - \pi) : \cos(11000\pi t)\,\cancel{\cos(-\pi)}^{-1} + \mathrm{Sen}(11000\pi t)\,\cancel{\mathrm{Sen}(-\pi)}^{\to 0}$

$= -\cos(11000\pi t)$

$x(t) : 0.2121(\cos(1000\pi t) - \mathrm{Sen}(1000\pi t)) + 0.6\,\mathrm{Sen}(2000\pi t) - \cos(11000\pi t)$

Teniendo en cuenta que

$T_1 : \dfrac{1\pi}{500\pi}$ [rad/s]

$T_2 : \dfrac{1\pi}{1000\pi}$ [rad/s]

$T_3 : \dfrac{1\pi}{5500\pi}$

Además

$\dfrac{w_1}{w_2} : \dfrac{1000\pi}{2000\pi} = \dfrac{1}{2} \in Q$

$\dfrac{w_1}{w_3} : \dfrac{1000\pi}{11000\pi} : \dfrac{1}{11} \in Q$

$\dfrac{w_2}{w_3} : \dfrac{2000\pi}{11000\pi} = \dfrac{2}{11} \in Q$

la señal $x(t)$ es cuasiperiódica, con periodo

$T = kT_1 = lT_2 = rT_3$ con $k, l, r \in Z$

$T = k\dfrac{1\pi}{500\pi} = l\dfrac{1\pi}{1000\pi} = r\dfrac{1\pi}{5500\pi}$

$$55000\pi T = \left(k \frac{1\pi}{500\pi}\right) 55000\pi = \left(l \frac{1\pi}{1000\pi}\right) 55000\pi = \left(r \frac{1\pi}{5500\pi}\right) 55000\pi$$

$$\frac{55000\cancel{\pi}T}{\cancel{\pi}} = \frac{k\,110\cancel{\pi}}{\pi} = \frac{l\,55\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} = \frac{r\,10\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}}$$

$55000T = k110 = l55 = r10$

El mcm $(110, 55, 10) = 110$

Entonces

$55000T = k110 = l55 = r10 = 110$

$k = 1,\ l = 2,\ r = 11$

$55000T = 110$

$$T = \frac{110}{55000}$$

$$T = \frac{1}{500}\ [seg]$$

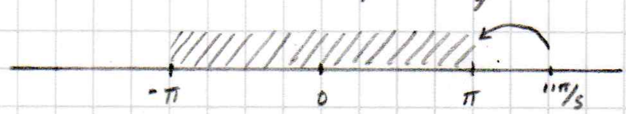
Cambio de variable para discretizar

$t = nT_s = n/F_s$

$$-0.1(\cos(11000\pi t)) = -0.1(\cos(11000\pi n/F_s))$$
$$= -0.1(\cos(11\cancel{000}\pi n/5\cancel{000}))$$
$$= -0.1(\cos(11\pi n/5))$$

$$\Omega\ copia = \frac{11\pi}{5}\ \text{Aliasing}$$

Copia de quien?



$$\Omega ori = \frac{11\pi}{5} - 2\pi = \frac{\pi}{5}$$

$$\Omega ori = 2\pi f_{ori} = \frac{2\pi F_{ori}}{F_s}$$

$$F_{ori} = \frac{\Omega ori \cdot F_s}{2\pi} = \frac{(\pi/5)\cdot(5000)}{2\pi} = 500\ Hz$$

—— // —— // —— // —— // —— // —— // —— // —— // —— // —— // —— // —— //

Planteando una nueva frecuencia de muestreo

$F_s = 12000\,Hz$

$\omega_1 = 1000\pi$

$\omega_2 = 2000\pi$

$\omega_3 = 11000\pi$

$F_1 = 500\,Hz$

$F_2 = 1000\,Hz$

$F_3 = 5500\,Hz$

$F_s \geq 2F_{max}$

$12000 \geq 2(5500)$

$12000 \geq 11000$ Cumple Nyquist

$-0.1\cos(11000\pi n/12000) = -0.1\cos(11\pi n/12)$

$\Omega_{ori} = \frac{11\pi}{12}$ $[-\pi, \pi] \rightarrow$ Original

$F_{ori} = \frac{F_s \cdot \Omega_{ori}}{2\pi} = \frac{(12000)(11\pi/12)}{2\pi} = 5500\,Hz$

$Bits = 5$

$Estados = 2^{\#bits} = 2^5 = 32$