

# **Tecnología Industrial II**

## **Cuestiones de Selectividad Resueltas**

Álvaro Ramos Cabello



Enunciado	Tema	Convocatoria
<p>Para el diagrama de fases de la aleación Cu-Ag:</p> <p>a) Composiciones en tanto por ciento de Cu y Ag y de los constituyentes del punto eutéctico. (0.5 puntos)</p> <p>b) Para una aleación de 36% de Ag, indique las transformaciones que ocurren al enfriarse hasta la temperatura ambiente especificando fases que se forman y temperaturas a las que ocurren los cambios. (1 punto)</p> <p>c) Defina "curva de enfriamiento" de una aleación. (0.5 puntos)</p> <p>Solución:</p> <p>a) 72% de Ag y 28% de Cu</p> $\frac{91.2 - 72}{83.3} = 23.05\% \alpha$ $\frac{72 - 7.9}{83.3} = 76.95\% \beta$ <p>b) La aleación con 36% de Ag se encuentra en estado líquido por encima de los 950°C. Al enfriarse y alcanzar esta temperatura comienza a aparecer la solución sólida <math>\alpha</math>. Entre los 950°C y los 780°C se va solidificando <math>\alpha</math>, cada vez con una concentración mayor de Ag, mientras en el líquido va disminuyendo la concentración de Cu. A los 780°C se tiene una fase sólida de <math>\alpha</math> (de 7.9% de Ag) y una líquida con 28% de Cu y 72% de Ag. Esta última solidifica a esta temperatura en la forma de mezcla eutéctica dando como resultado, por debajo de los 780°C, granos de solución sólida <math>\alpha</math> (de 7.9% de Ag) y mezcla eutéctica.</p> <p>c) La curva de enfriamiento de una aleación nos da la evolución temporal de su temperatura cuando se somete a un enfriamiento (por lo general, lento).</p>	AI	J-2004



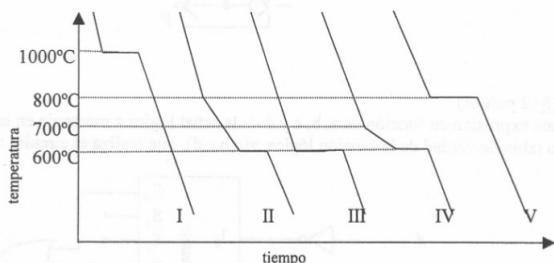
a) Indique que finalidad se persigue con los tratamientos de recocido y de revenido (1 punto) b) Indique brevemente como se realiza el recocido (1 punto)	AI	S-2004
<p><b>Solución:</b></p> <p>a) Son tratamientos térmicos a los que se someten los aceros. En ambos procesos se pretende eliminar tensiones internas existentes en el acero debidas a procesos previos como el temple. En particular pretenden eliminar la fragilidad, aumentar la plasticidad, y disminuir la resistencia y la dureza.</p> <p>b) Existen varios tipos de recocido. En todos ellos la velocidad de enfriamiento es lenta (normalmente el enfriamiento se realiza en un horno), aunque la temperatura máxima y el tiempo de permanencia en dicha temperatura varían.</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. <b>Recocido de regeneración:</b> su finalidad es afinar los granos de un acero sobre calentado y eliminar los efectos de un temple mal realizado. Se transforma toda la pieza en austenita y se enfria lentamente para obtener constituyentes estables.</li><li>2. <b>Recocido globular o de ablandamiento:</b> pretende obtener el máximo ablandamiento. Se transforma la pieza en austenita y cementita y se enfria lentamente para obtener perlita y cementita globular.</li><li>3. <b>Recocido de homogeneización:</b> su finalidad es destruir las heterogeneidades químicas que se originan durante la solidificación. Se transforma toda la pieza en austenita y se enfria tanto más lentamente cuanto mayores sean las heterogeneidades.</li><li>4. <b>Recocido de recristalización o contra acritud:</b> para devolver las características estables iniciales a los aceros sometidos a deformaciones por trabajos en frío o en caliente (disminuir la acritud). Se calienta la pieza a una temperatura ligeramente inferior a la del recocido de ablandamiento y se deja enfriar en horno o al aire libre.</li><li>5. <b>Recocido isotérmico:</b> Se emplea en herramientas de alta aleación. Se transforma toda la pieza en austenita y se enfria hasta una temperatura intermedia manteniéndose a esa temperatura hasta que la austenita se transforma en perlita.</li></ol>	AI	Ramos Cabello
Conteste brevemente a las siguientes cuestiones: a) ¿Qué es una red cúbica centrada y una red cúbica centrada en las caras? (0,5 puntos) b) Determine el número de átomos situados en el interior de la celdilla de una red cúbica centrada y una red cúbica centrada en las caras (0,5 puntos) c) Defina el concepto de constante reticular y calcule dicha constante para una red cúbica centrada y una red cúbica centrada en las caras suponiendo el radio atómico de 0,1 nm. (1 punto)	AI	J-2005

$$CC: \quad a = \frac{4R}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot 10^{-10}}{\sqrt{3}} = 2,309 \cdot 10^{-10} m$$

$$CCC: \quad a = 2\sqrt{2} R = 2.828 \cdot 10^{-11} m$$

En la figura adjunta se muestran las curvas de enfriamiento para una aleación de metales A-B completamente soluble en estado líquido e insoluble en estado sólido. Determine:

- I: Metal A puro  
II: 70% A-30% B  
III: 40% A-60% B  
IV: 20% A- 80% B  
V: Metal B puro

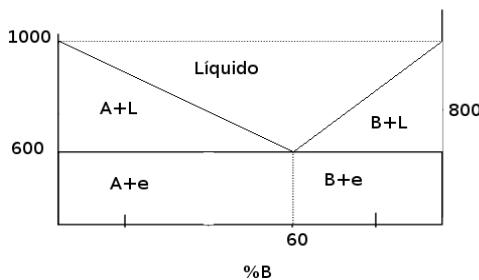


- a) La composición del eutéctico y temperatura a la que solidifica (0,5 puntos)  
b) El diagrama de fases, indicando las fases existentes en cada una de las áreas en que se subdivide el diagrama (1 punto)  
c) La proporción de los constituyentes (A-eutéctico) de una aleación con 80% de A y 20% de B a temperatura ambiente. (0,5 puntos)

#### Solución

a) Aleación III: solidificación a una temperatura constante y mínima de 600°C:  
40%A-60%B

- b)  
c)



$$\%A : \frac{60-20}{60} = 66.6 \%$$

$$\%e : \frac{20-0}{60} = 33.3 \%$$

En la figura adjunta se representa el diagrama de fases de la aleación de los metales A-B.

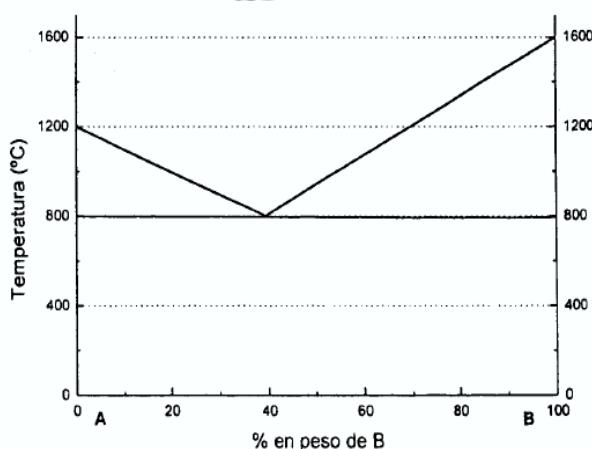
- a) Determine la composición del eutéctico y la temperatura a la que solidifica (0,5 puntos)

Indique los diferentes estados por los que pasa al enfriar desde el estado líquido al sólido, las temperaturas a las que se produce el cambio y las

AI J-2005


composiciones de la fase líquida y sólida, en los siguientes casos:

- b) Metal B puro (0,5 puntos)  
c) Aleación con 80% de A y 20% de B. (1 punto)



Solución:

- a) El eutéctico se compone de un 40% de B y un 60% de A y solidifica a 800°C  
b) El metal B se encuentra en fase líquida por encima de los 1600°C. Al alcanzar dicha temperatura comienza a solidificar permaneciendo en dicha temperatura. Una vez se produce el cambio de estado sigue enfriándose hasta temperatura ambiente.  
c) La aleación se encuentra en estado líquido por encima de los 1000°C. A esta temperatura comienza a solidificar y conviven la fase sólida y líquida hasta los 800°C. Conforme desciende la temperatura la fase sólida compuesta por metal A puro aumenta y la líquida (solución de A y B líquidos) disminuye en cantidad y en concentración de metal A. A los 800°C la fase líquida, que tiene la concentración de la mezcla eutéctica, solidifica en esta última, dando lugar a dos fases sólidas por debajo de los 800°C: metal A y mezcla eutéctica.

- a) Describa brevemente el fundamento de los tratamientos térmicos a los que se somete el acero (1 punto).  
b) Describa brevemente los constituyentes de los aceros: perlita, ferrita, cementita y martensita (1 punto).

Solución:

a) Los tratamientos térmicos a los que se somete el acero tienen diferentes objetivos como pueden ser disminuir la acritud, aumentar la dureza y la resistencia, mejorar la maquinabilidad y la resistencia a los agentes químicos, o proporcionar estructuras internas homogéneas. El proceso general consiste en aumentar la temperatura para después disminuirla controlando tiempos en cada fase. Variando los tiempos y las temperaturas, se produce la aparición de diferentes constituyentes y se controla la localización de los mismos en la pieza (profundidad). Por ejemplo en el temple completo se calienta el acero hasta convertirlo completamente en austenita homogénea, pero solamente el tiempo estrictamente necesario para conseguirlo. Después se enfria rápidamente para convertir la totalidad de la austenita en martensita.

b) **Perlita:** mezcla eutectoide de cementita y ferrita. Constituyente fundamental de los aceros eutectoides.

**Ferrita:** Solución sólida de hierro y carbono con una baja concentración de

AI J-2006



éste último (inserción). Es el constituyente más blando y maleable de los aceros.

**Cementita:** Es carburo de hierro, un compuesto químico con un alto contenido en carbono y el constituyente más duro y frágil de los aceros y fundiciones.

**Martensita:** Aleación sobresaturada de carbono. Presenta una extraordinaria dureza y aparece por el enfriamiento rápido de la austenita, que impide la difusión normal del carbono dejándolo atrapado en la red cristalina.

Defina brevemente los siguientes conceptos:

- a) Isomorfismo
- b) Alotropía
- c) Enlace iónico y enlace metálico
- d) Determine el tipo de enlace que tienen los siguientes compuestos  $H_2O$ ,  $NaCl$ ,  $Cu$

**Solución:**

a) El isomorfismo se da cuando dos materiales cristalizan con el mismo tipo de red cristalina.

b) Se da cuando un mismo elemento cristaliza en distintos tipos de sistemas cristalinos.

c) El enlace iónico se da entre un metal y un no metal. La diferencia sustancial en sus afinidades electrónicas provoca la cesión de uno o más electrones por parte del metal y su aceptación por parte del no metal, formándose iones. La atracción electrostática entre ellos provoca su unión.

El enlace metálico se da en elementos metálicos. Los átomos se sitúan en posiciones de equilibrio dentro de una nube electrónica formada por los electrones de las capas más externas.

d)

$H_2O$ : Enlace covalente (dos no metales)

$NaCl$ : Enlace iónico (metal y no metal)

$Cu$ : Enlace metálico

AI S-2006

Conteste brevemente a las siguientes cuestiones:

- a) Una sustancia formada por enlaces covalentes, ¿será un buen conductor eléctrico? ¿por qué? (0,5 puntos)
- b) ¿En qué se diferencia un sólido cristalino de uno amorfo? (0,5 puntos)
- c) ¿En qué consiste el fenómeno de la allotropía? (0,5 puntos)
- d) ¿Cuáles son los tres tipos de cristalización más comunes de los metales? (0,5 puntos)

**Solución:**

a) Las sustancias formadas por enlaces covalentes están compuestas por moléculas en las que los electrones se comparten entre varios átomos en orbitales moleculares. Estos electrones no están libres y carecen de movilidad más allá de la molécula. Al ser además las moléculas electricamente neutras, no existen cargas libres que puedan generar una corriente. Por todo esto, dicha sustancia no es un buen conductor eléctrico.

b) En un sólido cristalino los átomos están ordenados en el espacio en una estructura que se repite. En uno amorfo los átomos carecen de dicha estructura espacial.

c) La allotropía es la existencia de un mismo elemento en distintas estructuras cristalinas.

d) Cúbica Centrada en el Cuerpo, Cúbica Centrada en las Caras y Hexagonal Compacta

AI J-2007



- a) Si en una red cúbica, el número total de átomos en la celda unitaria es de 2 ¿Qué tipo de estructura tiene? (0,5 puntos)
- b) Si el número total de átomos en la celda unitaria es de 4 ¿Qué tipo de estructura tiene? (0,5 puntos)
- c) Defina el concepto de constante reticular (0,5 puntos)
- d) Calcule la constante reticular para una red cúbica centrada en el cuerpo y una red cúbica centrada en las caras en función del radio atómico (0,5 puntos)

AI J-2008

**Solución:****a) Red Cúbica Centrada en el cuerpo (CC): diagrama.**

$$N = 1 \text{ átomo} + 8 \text{ vértices} \cdot \frac{1}{8} \text{ átomo/vértice} = 2$$

**b) Red Cúbica Centrada en las Caras (CCC): diagrama.**

$$N = 6 \text{ caras} \cdot \frac{1}{2} \text{ átomos/cara} + 8 \text{ vértices} \cdot \frac{1}{8} \text{ átomo/vértice} = 4 \text{ átomos}$$

**c) Las constantes reticulares son dimensiones que definen el tamaño de la celda unidad. En las redes cúbicas se define como la longitud de la arista de dicha celda (la arista del cubo).****d)****CC:**

$$d_{cubo} = \sqrt{3}a = 4R$$

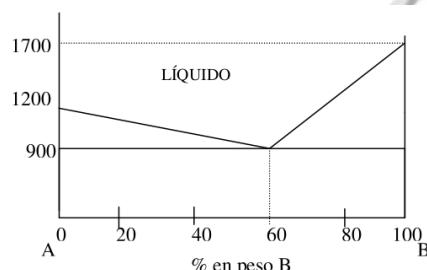
$$a = \frac{4}{\sqrt{3}}R$$

**CCC:**

$$d_{cara} = \sqrt{2}a = 4R$$

$$a = 2\sqrt{2}R$$

Sea el siguiente diagrama de fases de la aleación de los metales A-B. Comente los estados por los que pasa cuando se enfria desde el estado líquido hasta temperatura ambiente, indicando las temperaturas a las que se producen, en los siguientes casos:



- a) Metal A puro (0,5 puntos)
- b) Aleación con 80% de A y 20 % de B (1 punto)
- c) Aleación con 40% de A y 60 % de B (0,5 puntos)

AI J-2008

**Solución:**

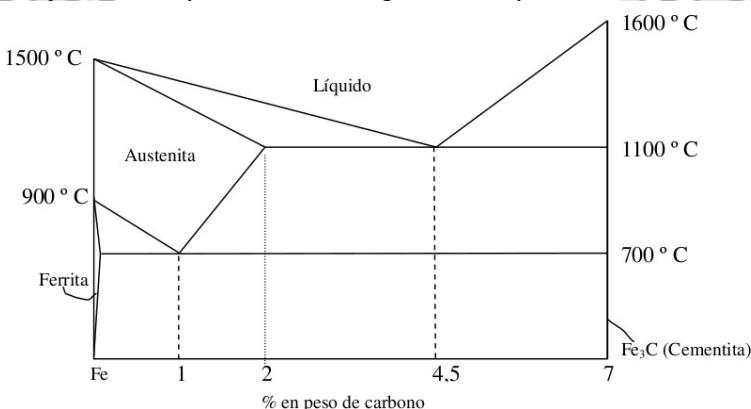
a) El metal puro A se encuentra en estado líquido por encima de los 1200°C. Al enfriarse y alcanzarlos comienza a solidificarse conviviendo su fase sólida y líquida a esta temperatura únicamente. Por debajo de los 1200°C se encuentra en estado sólido.

b) La aleación con 20% de B se encuentra en estado líquido por encima de los

1100°C. Al enfriarse y alcanzar esta temperatura comienza a aparecer el metal A sólido. Entre los 1100°C y los 900°C se va solidificando el metal A mientras en el líquido disminuye la concentración de A. A los 900°C se tiene una fase sólida de A y una líquida con 40% de A y 60% de B. Esta última solidifica a esta temperatura en la forma de mezcla eutéctica dando como resultado, por debajo de los 900°C, granos de metal puro A y mezcla eutéctica.

c) Por encima de los 900°C se encuentra en estado líquido. A los 900°C solidifica en forma de mezcla eutéctica y permanece de esta forma hasta temperatura ambiente.

En la figura adjunta se representa el diagrama simplificado Fe-C:



AI

J-2009

- a) ¿Qué porcentaje de hierro y carbono tiene el eutéctico (ledeburita). (0,5 puntos)
- b) ¿A qué temperaturas empieza y termina de solidificar dicho eutéctico? (0,5 puntos)
- c) ¿En qué se transforma al solidificar y en qué proporción? (0,5 puntos)
- d) Cuando la temperatura del eutéctico desciende de los 700 °C: ¿Qué transformaciones se producen? (0,5 puntos)

Solución:

- a) 4.5% de carbono, 95.5% de hierro.
- b) Empieza y termina de solidificar a la misma temperatura: 1100 °C.
- c) Se transforma en la mezcla eutéctica de austenita al 2% de carbono y de cementita. Esta mezcla contiene:

$$\frac{7-4.5}{7-2} \cdot 100 = 50\% \text{ de austenita (2\% C)}$$

$$\frac{4.5-2}{7-2} \cdot 100 = 50\% \text{ de cementita}$$

- d) Al descender de 700 °C la austenita del 1% de carbono que queda en el eutéctico se transforma íntegramente en perlita en lo que se conoce como reacción eutectoide. Como la austenita había ido reduciendo su concentración de carbono formando cementita secundaria, la aleación queda constituida por cementita eutéctica, perlita y cementita secundaria.

Defina brevemente las siguientes propiedades que presentan los compuestos metálicos:

- a) Elasticidad (0,5 puntos)
- b) Tenacidad (0,5 puntos)

AI

J-2010-FE

- c) Maleabilidad (0,5 puntos)  
d) Dureza (0,5 puntos)

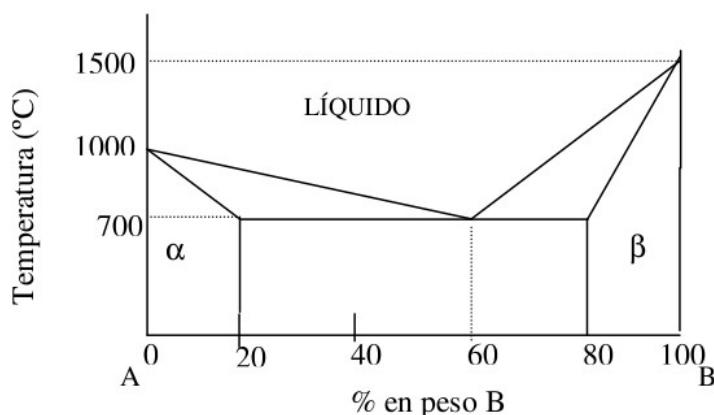
**Solución:**

- a) La elasticidad es la capacidad de un cuerpo para recuperar su forma primitiva cuando cesa la causa que lo deforma.  
b) La tenacidad es la capacidad de absorber energía frente a esfuerzos exteriores de gran intensidad y corta duración antes de romperse o deformarse.  
c) La maleabilidad es la capacidad de un material de deformarse plásticamente y extenderse en forma de láminas al ser sometido a esfuerzos de compresión.  
d) La dureza es la resistencia que opone un cuerpo a ser penetrado por otro.

Para una aleación A-B con el diagrama de fases mostrado, se pide:

- a) Porcentaje de las fases ( $\alpha$ - $\beta$ ) de las que se compone el eutéctico (0,5 puntos)  
b) Para una aleación del 40 % de B y 60 % de A, indique las transformaciones que ocurren al enfriar y a qué temperaturas (1 punto)  
c) Para la aleación anterior (40% de B /60% de A), porcentaje de sus constituyentes ( $\alpha$ -eutéctico) a temperatura ambiente (0,5 puntos)

AI J-2010-FG



**Solución:**

a)

$$\% \alpha = \frac{80 - 60}{80 - 20} = 33.3\% \alpha$$

$$\% \beta = \frac{60 - 20}{80 - 20} = 66.6\% \beta$$

b) Para una aleación de 40% de B y un 60% de A:

Líquido hasta los 850°C aproximadamente. A esta temperatura se transforma en una mezcla de solución sólida  $\alpha$  y líquido. Los cristales de  $\alpha$  van aumentando de tamaño a medida que desciende la temperatura así como su concentración en B. Al alcanzar los 700°C, se tiene  $\alpha$  (al 20% de B) y líquido con la concentración de la mezcla eutéctica. Este último solidifica a esa temperatura en mezcla eutéctica, resultando a temperatura ambiente granos



de solución sólida o rodeados de mezcla eutéctica ( $\alpha+\beta$ ).

c)

$$\% \alpha = \frac{60-40}{60-20} = 50\% \alpha$$

$$\% \beta = \frac{40-20}{60-20} = 50\% \beta$$

a) ¿Cuál es el fundamento de los tratamientos térmicos a los que se somete el acero? (1 punto)

b) Defina brevemente los siguientes constituyentes de los aceros: ferrita, martensita, perlita y cementita.

(1 punto)

Solución:

a) Los tratamientos térmicos pretenden modificar la estructura cristalina de los constituyentes de los aceros mediante interviniendo en el proceso de enfriamiento, en particular y comúnmente en su velocidad. La austenita es un constituyente del acero que sólo existe por encima de determinada temperatura y que se transforma al enfriarse lentamente en cementita secundaria, a través de la cual se reduce la concentración de carbono en la austenita, y, al producirse la reacción eutectoide, en perlita. Diferentes velocidades de enfriamiento provocan diferentes constituyentes metaestables a partir de la austenita, dando lugar diferentes propiedades mecánicas con la misma composición química.

b) Ferrita: solución sólida de carbono en hierro alfa. La solubilidad del carbono es muy baja a temperatura ambiente. Es el más blando y dúctil de los constituyentes de los aceros.

Martensita: solución sólida sobresaturada de carbono. Se forma por enfriamiento rápido de la austenita. Tras la cementita es el constituyente más duro de los aceros.

Perlita: constituyente eutectoide de los aceros formado por ferrita y cementita.

Cementita: Carburo de hierro Fe<sub>3</sub>C. Es el constituyente más duro y frágil de los aceros.

En la figura adjunta se representa el diagrama de fases de la aleación de los metales A-B.

a) Determine la composición del eutéctico y la temperatura a la que solidifica (0,5 puntos)

Indique los diferentes estados por los que pasa al enfriar desde el estado líquido al sólido, las temperaturas a las que se produce el cambio y las composiciones de la fase líquida y sólida, en los siguientes casos:

b) Metal A puro (0,5 puntos)

AI

J-2010-FG

En la figura adjunta se representa el diagrama de fases de la aleación de los metales A-B.

a) Determine la composición del eutéctico y la temperatura a la que solidifica (0,5 puntos)

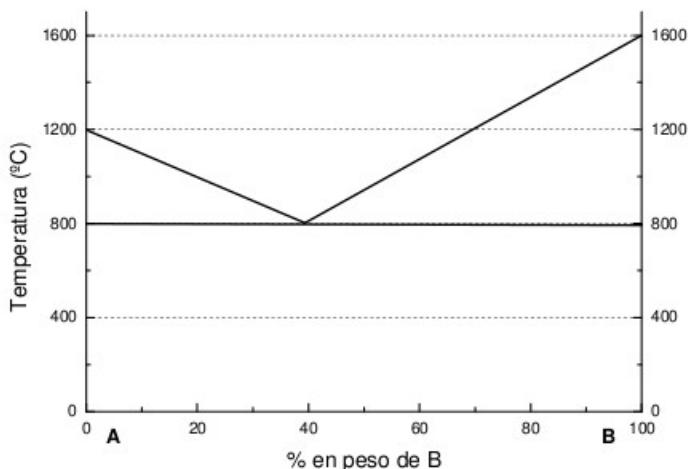
Indique los diferentes estados por los que pasa al enfriar desde el estado líquido al sólido, las temperaturas a las que se produce el cambio y las composiciones de la fase líquida y sólida, en los siguientes casos:

b) Metal A puro (0,5 puntos)

AI

Mod-2010

c) Aleación con 80% de A y 20% de B. (1 punto)

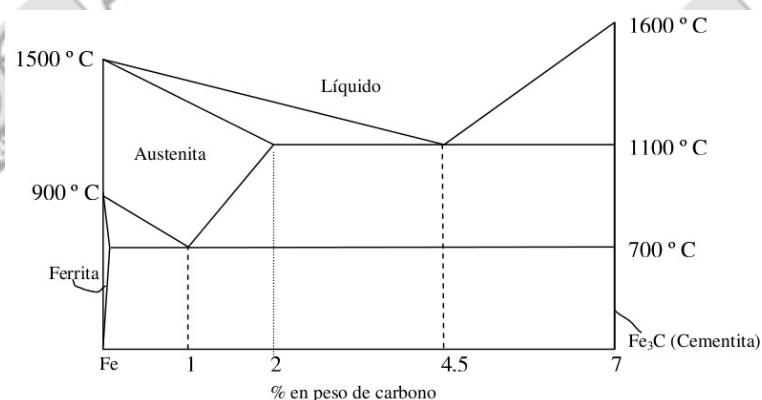


Solución:

- a) 60% de A y 40% de B. Solidifica a 800°C.
- b) A 1200°C todo el líquido solidifica.
- c) A 1000°C empieza a solidificar el metal. Entre 1000 y 800°C coexisten fase líquida y sólida. La fase líquida contiene A y B mientras que la fase sólida es sólo de metal A. A 800°C toda la fase líquida que queda (el 50% del total) solidifica formando el eutéctico.

En el diagrama Fe-C simplificado de la figura adjunta, determine:

AI J-2011



- a) Porcentaje máximo de solubilidad de C en Fe (austenita) y temperatura a la que existe esa máxima solubilidad. (0,5 puntos)
- b) Temperaturas de solidificación del hierro puro y de la ledeburita (eutéctico). (0,5 puntos)
- c) Porcentaje de fases (ferrita-cementita) que componen el eutectoide (perlita). Indique la temperatura a la que se forma el eutectoide. (0,5 puntos)
- d) Porcentaje de constituyentes (ferrita-perlite) de un acero con el 0,5 % de C a temperatura ambiente. (0,5 puntos)

Solución:

- a) 2% de C a 1100°C.
- b) El hierro puro solidifica a 1500°C; la ledeburita a 1100°C.



c)  $1/7 = 14,3\%$  de cementita;  $6/7 = 85,7\%$  de ferrita. Se forma a  $700^\circ C$  a partir de la austenita.

d) 50 % de ferrita; 50 % de perlita.

a) Describa brevemente en qué consiste el tratamiento térmico del temple del acero indicando las propiedades que se consiguen. (1 punto)

b) Describa brevemente como se realiza el ensayo Jominy de templabilidad. (1 punto)

**SOLUCIÓN:**

a) El temple consiste en calentar el acero hasta la temperatura de austenización para realizar después un enfriamiento rápido del mismo y convertirlo así en acero martensítico. Se aumentan la dureza y la resistencia, aunque disminuyen la plasticidad y tenacidad.

b) Se templa una probeta sacada del horno con un chorro de agua sobre uno de sus extremos y después se mide la dureza en distintos puntos a diferentes distancias, trazando su curva de templabilidad de la dureza en función de la distancia al extremo.

a) Razone cómo es la conductividad de los materiales formados por enlaces covalentes. (0,5 puntos)

b) Razone cómo es la fragilidad de los materiales formados por enlaces iónicos. (0,5 puntos)

c) Razone cómo es la resistencia mecánica de los materiales formados por enlaces metálicos. (0,5 puntos)

d) Justifique qué tipo de enlace presentan los materiales: ClNa, NH<sub>3</sub>. (0,5 puntos)

**SOLUCIÓN**

a) La formación de moléculas entre elementos con enlaces covalente se basan en la compartición de electrones entre ellos para que cada uno logre estructura de gas noble. En esta situación los elementos son muy estables y poco reactivos, por lo que son poco propensos a ceder electrones y la conductividad de dichos materiales será baja.

b) La formación de compuestos por enlaces iónicos se basan en la cesión de electrones de un elemento a favor de otro que los capta, ambos se ionizan y se mantienen unidos entre ellos y a otras moléculas por atracción electrostática. Ante un esfuerzo que deslice las moléculas de la situación de equilibrio se pueden producir repulsiones entre iones del mismo signo fracturando el material, por lo que su fragilidad será alta.

c) Los elementos metálicos forman estructuras cristalinas cediendo electrones a la red, alcanzando una posición de equilibrio respecto a otros átomos. Ante un esfuerzo mecánico la red puede sufrir deformaciones de las que puede recuperarse siempre que no excedan ciertos límites (Ley de Hooke), por lo que serán materiales resistentes.

Nota: para calificarse correctamente estos apartados, la respuesta de los alumnos no tiene por qué ser exactamente la propuesta aquí

d) ClNa enlace iónico, NH<sub>3</sub> enlace covalente.

A la vista del diagrama de equilibrio de fases simplificado de la aleación hierro – carbono:

a) Señale los nombres en cada una de las zonas A, B(eutectoide), C, D. (1 punto)

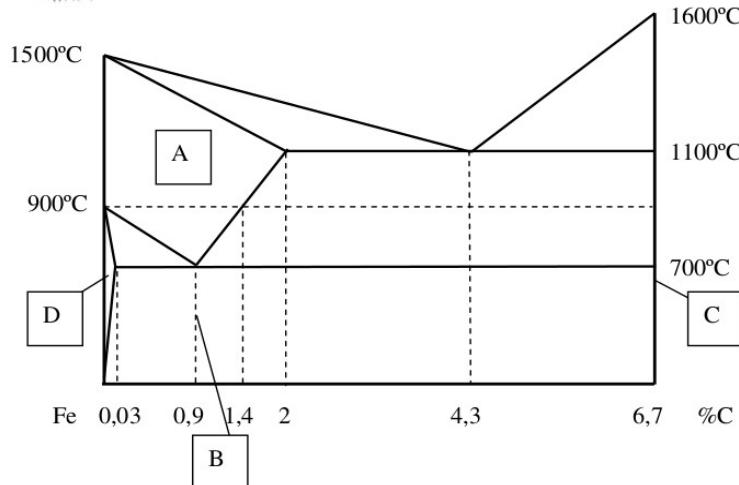
b) Indique qué parte del diagrama corresponde a los aceros y qué parte a las fundiciones. (0,5 puntos)

AI J-2011

AI J-2012\*

AI J-2012\*

c) Determine la proporción de cada uno de los constituyentes de una aleación con un 4,3% de carbono a 900°C. (0,5 puntos)



Solución:

a) A= Austenita; B= perlita; C=Cementita; D = Ferrita

b) Aceros: por debajo del 2% de C;

Fundiciones: entre el 2 % y el 6,7% de C.

c) Aplicando la regla de la palanca,  $\omega_A = 100 \cdot (6,7 - 4,3) / (6,7 - 1,4) = 45,28\%$  austenita, luego  $\omega_C = 54,72\%$  cementita.

a) Describa brevemente qué es la resiliencia y como se realiza el ensayo para medirla. (1 punto)

b) Describa brevemente qué es la dureza y como se realizan los ensayos Brinell y Vickers para medirla (1 punto)

ENS J-2003

Solución:

a) La resiliencia es la capacidad de un material para absorber energía en la zona elástica cuando se somete a un esfuerzo de rotura. Se mide empleando el péndulo de Charpy. Este péndulo se deja caer desde una cierta altura inicial, H, para que impacte en la probeta y la rompa. Tras la ruptura el péndulo alcanza una altura menor, h, por el lado opuesto. La resiliencia puede hallarse entonces a partir de la diferencia de energías potenciales:

$$T = mg(H-h)$$

dividiendo este valor por la sección de la probeta o, por medio de tablas.

(figura del péndulo)

b) La dureza es la propiedad de los materiales que representa la resistencia a ser penetrado. El método de Brinell emplea como penetrador una esfera de acero extraduro de diámetro conocido sobre el que se aplica una carga conocida. A partir del diámetro de la huella se puede obtener su superficie. La dureza Brinell se obtiene como el cociente de la carga y la superficie de la huella. El método de Vickers sólo se diferencia del de Brinell en que el penetrador es una pirámide de base cuadrada y en que se mide la diagonal de la huella (cuadrada).

a) Defina la resiliencia e indique y explique como se realiza un ensayo ENS J-2004



característico para medirla. (1 punto)

b) Describa en que consiste el fenómeno de la fatiga de un material. (1 punto)

Solución:

a) La resiliencia es la capacidad de un material para absorber energía en la zona elástica cuando se somete a un esfuerzo de rotura. Se mide empleando el péndulo de Charpy. Este péndulo se deja caer desde una cierta altura inicial,  $H$ , para que impacte en la probeta y la rompa. Tras la ruptura el péndulo alcanza una altura menor,  $h$ , por el lado opuesto. La resiliencia puede hallarse entonces a partir de la diferencia de energías potenciales:

$$T = mg(H - h)$$

dividiendo este valor por la sección de la probeta o, por medio de tablas. (figura del péndulo)

b) La fatiga es el fenómeno observable que consiste en la rotura de un material ante esfuerzos repetitivos de intensidad, dirección o sentido variables, menores en valor absoluto que los observados en ensayos estáticos de rotura.

Tras someter a una pieza a ensayo Vickers con una carga de 20 kp se obtiene una huella en la que cada uno de los triángulos que la componen tienen una altura ( $h$ ) de 0,20 mm y una base ( $L$ ) de 0,37 mm.

a) Indique la forma de la huella. (0,5 puntos)

b) Calcule la superficie lateral de la huella. (0,5 puntos)

c) Determine la dureza Vickers de la pieza. (0,5 puntos)

d) ¿Qué ventajas representa este ensayo respecto al Brinell? (0,5 puntos)

Solución:

a)

Es un cuadrado de 0,37mm de lado

b)

$$S_h = 4 \cdot b \cdot \frac{h}{2} = 2 \cdot 0,20 \cdot 0,37 \text{ mm}^2 = 0,148 \text{ mm}^2$$

c)

$$HV = \frac{F}{S_h} = \frac{20 \text{ kp}}{0,148 \text{ mm}^2} = 135,1 \text{ kp/mm}^2 = 1324 \text{ N/mm}^2$$

d)

Permite penetrar materiales de mayor dureza, ya que el penetrador piramidal de diamante es más eficaz para ese tipo de materiales que la esfera de acero extraduro.

A la probeta de acero de la figura, con secciones circulares, y cuyos diámetros se indican, se la somete a una fuerza de tracción  $F$  de 400.000 N (ver figura). El acero tiene un módulo de elasticidad de  $2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$  y una tensión límite elástica de  $50.000 \text{ N/cm}^2$

Calcule:

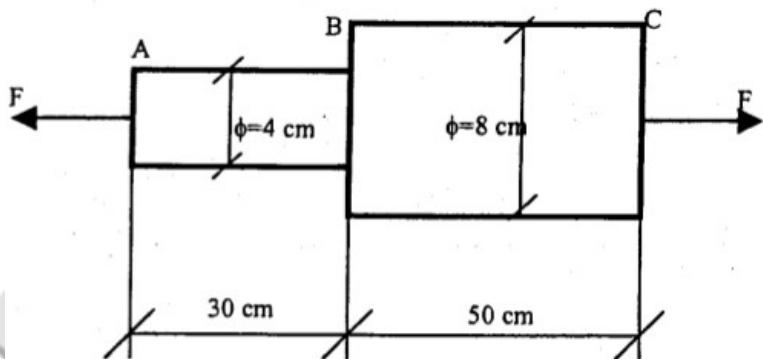
a) Tensiones que se producen en las secciones de la zona AB y en las secciones de la zona BC (0,5 puntos)

b) Alargamiento experimentado por la probeta (0,5 puntos)

c) Fuerza máxima que se puede aplicar manteniendo un comportamiento elástico (0,5 puntos)

d) Alargamiento que se ha producido en la probeta cuando empiezan a aparecer deformaciones plásticas (0,5 puntos)

ENS S-2004



**Solución:**

a)

$$\sigma_{AB} = \frac{F}{S_{AB}} = \frac{4 \cdot 10^5 N}{\pi 2^2} = 3.183099 \cdot 10^4 N/cm^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F}{S_{BC}} = \frac{4 \cdot 10^5 N}{\pi 4^2} = 7.957747 \cdot 10^3 N/cm^2$$

b)

$$A_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{E} = \frac{3.183099 \cdot 10^4 N/cm^2}{2 \cdot 10^7 N/cm^2} = 1.5915 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta l_{AB} = A_{AB} \cdot l_{0AB} = 1.5915 \cdot 10^{-3} \cdot 30 cm = 4.7746 \cdot 10^{-2} cm$$

$$A_{BC} = \frac{\sigma_{BC}}{E} = \frac{7.957747 \cdot 10^3 N/cm^2}{2 \cdot 10^7 N/cm^2} = 3.9789 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta l_{BC} = A_{BC} \cdot l_{0BC} = 3.9789 \cdot 10^{-4} \cdot 50 cm = 1.9894 \cdot 10^{-2} cm$$

$$\Delta l_{total} = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = 6.764 \cdot 10^{-2} cm$$

c)

$$\sigma_{LE} = \frac{F_{LE}}{S_{min}} \Rightarrow F_{LE} = \sigma_{LE} \cdot S_{min} = 50000 N/cm^2 \cdot \pi \cdot 2^2 cm^2 = 6.283 \cdot 10^5 N$$

d)

$$A_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{E} = \frac{50000 N/cm^2}{2 \cdot 10^7 N/cm^2} = 2.5 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta l_{AB} = A_{AB} \cdot l_{0AB} = 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot 30 cm = 0.075 cm$$

$$A_{BC} = \frac{\sigma_{BC}}{E} = \frac{6.283 \cdot 10^5 N}{2 \cdot 10^7 N/cm^2} = 6.25 \cdot 10^{-4}$$

$$\Delta l_{BC} = A_{BC} \cdot l_{0BC} = 6.25 \cdot 10^{-4} \cdot 50 cm = 3.125 \cdot 10^{-2} cm$$

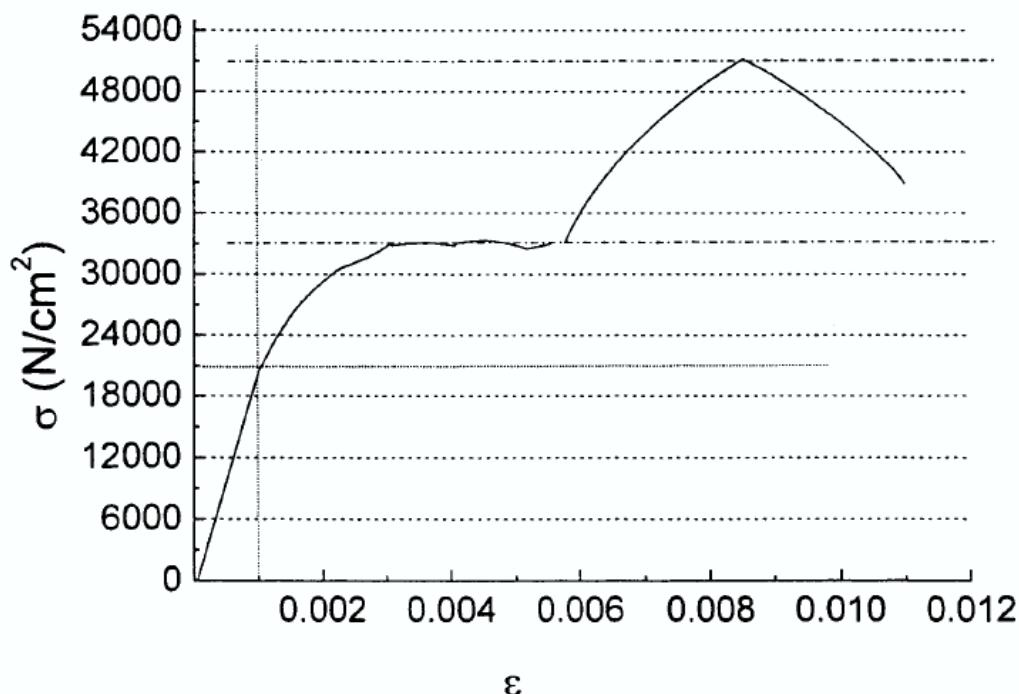
$$\Delta l_{total} = \Delta l_{AB} + \Delta l_{BC} = 0.10625 cm$$

En la figura adjunta se representa el diagrama de un ensayo sobre una probeta de un material determinado. Conteste a las siguientes cuestiones:

- De qué tipo de ensayo se trata? (0,5 puntos)
- Cuáles son las tensiones de rotura y de fluencia? (0,5 puntos)
- Cuál es el módulo de elasticidad del material? (0,5 puntos)
- Si la probeta ensayada es de sección cuadrada con 2 cm de lado y 15 cm

ENS S-2005

de longitud ¿Cuál sería el alargamiento de la misma si se le aplica una fuerza de 15.000 N? (0,5 puntos)



### Solución

a) Se trata de un ensayo de tracción.

b) La tensión fluencia es de 33000 N/cm². La tensión de rotura es 51000 N/cm².

c)  $E = \frac{21000}{0,001} N/cm^2 = 2,1 \cdot 10^7 N/cm^2$

d)  $\Delta l = \frac{\sigma}{E} l_0 = \frac{F}{S E} l_0 = \frac{15000 N}{4 cm^2 \cdot 2,1 \cdot 10^7 N/cm^2} 15 cm = 2.679 \cdot 10^{-3} cm$

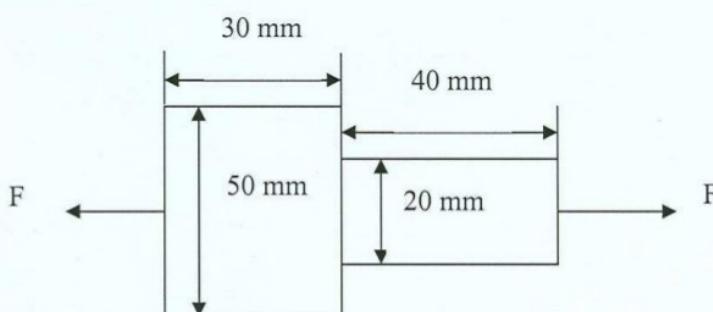
Una pieza de acero con secciones transversales cuadradas como la mostrada en la figura se somete a una fuerza F. Si la pieza tiene un límite elástico de 62000 N/cm² y se desea un coeficiente de seguridad de 4, calcule:

a) El valor máximo de la fuerza a aplicar (1 punto)

b) El alargamiento total producido (1 punto)

Datos: Módulo de Young para el acero:  $2,1 \cdot 10^7 N/cm^2$ .

ENS J-2006



Solución:

a)

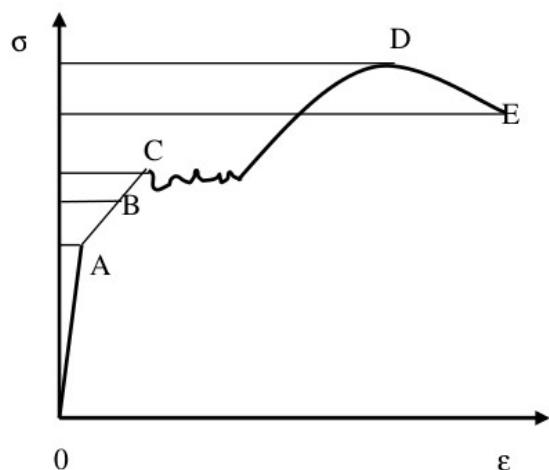


$\sigma_{seg} = \frac{\sigma_{le}}{k} = \frac{62000}{4} N/cm^2 = 1.55 \cdot 10^4 N/cm^2$ $\sigma_{seg} = \frac{F}{S_{min}} \rightarrow F = \sigma_{seg} S_{min} = 1.55 \cdot 10^4 N/cm^2 \cdot (2 cm)^2 = 62000 N$ b) $A_A = \frac{\sigma_{seg}}{E} \rightarrow \Delta l_A = \frac{\sigma_{seg}}{E} l_A = \frac{15500}{2.1 \cdot 10^7} 4 cm = 2.95238 \cdot 10^{-3} cm$ $\Delta l_B = \frac{\sigma_B}{E} l_B = \frac{62000 N}{2.1 \cdot 10^7 N/cm^2} 3 cm = 3.542857 \cdot 10^{-4} cm$ $\Delta l = \Delta l_A + \Delta l_B = 3.306667 \cdot 10^{-3} cm$			
Una probeta de sección transversal cuadrada de 2,5 cm de lado y 25 cm de longitud se deforma elásticamente a tracción hasta que se alcanza una fuerza de 12.000 N. Si se aumenta la fuerza en la probeta empiezan las deformaciones plásticas hasta que al alcanzar una fuerza de 16.200 N se rompe. Su módulo elástico (E) es de $1 \cdot 10^6 N/cm^2$ . Calcule: a) Tensión límite elástica. (0,5 puntos) b) Tensión máxima de trabajo con un coeficiente de seguridad sobre rotura $n = 2$ . (0,5 puntos) c) Alargamiento cuando se alcanza el límite elástico. (0,5 puntos) d) Alargamiento cuando se aplica una fuerza de 5000 N.(0,5 puntos)	ENS	J-2007	
<b>Solución:</b> a) $F_{LE} = 12000 N; \sigma_{LE} = \frac{12000 N}{2.5 \cdot 2.5 cm^2} = 1920 N/cm^2$ b) $F_{max} = \frac{F_{LE}}{2} = \frac{16200 N}{2} = 6000 N$ $\sigma_{max} = \frac{8100 N}{2.5 \cdot 2.5 cm^2} = 1296 N/cm^2$ c) $A_{LE} = \frac{\sigma_{LE}}{E} = \frac{1920 N/cm^2}{10^6 N/cm^2} = 1.92 \cdot 10^{-3}$ $\Delta l_{LE} = A_{LE} \cdot l_0 = 1.92 \cdot 10^{-3} \cdot 25 cm = 0.048 cm$ d) $\sigma = \frac{5000 N}{2.5 \cdot 2.5 cm^2} = 800 N/cm^2$ $A = \frac{\sigma}{E} = \frac{800 N/cm^2}{10^6 N/cm^2} = 8 \cdot 10^{-4}$ $\Delta l = A \cdot l_0 = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 25 cm = 0.02 cm$	ENS	S-2007	

fluencia, la tensión

de rotura y el límite elástico. (1 punto)

c) ¿En qué zona del diagrama se cumple la ley de Hooke? (0,5 puntos)



**Solución:**

a) Se trata de un ensayo de tracción

b)

Límite de proporcionalidad: A

Límite elástico: B

Límite de fluencia: C

Tensión de Rotura: D

c)

En la zona de proporcionalidad OA.

Si a una pieza con una constante de proporcionalidad  $k = 20 \text{ kp/mm}^2$  se le somete a un ensayo de dureza Brinell, con un diámetro de la bola de 8 mm, se produce una huella con un diámetro de 3 mm. Calcule:

a) La carga aplicada. (0,5 puntos)

b) El área del casquete esférico que se produce. (1 punto)

c) El grado de dureza Brinell. (0,5 puntos)

**Solución:**

a)

$$20 \text{ kp/mm}^2 = 196 \text{ N/mm}^2 = \frac{P}{D^2}$$

$$P = 196 \text{ N/mm}^2 (8 \text{ mm})^2 = 12544 \text{ N}$$

b)

$$S = \pi 4 \text{ mm} (8 \text{ mm} - \sqrt{(8 \text{ mm})^2 - (3 \text{ mm})^2}) = 7.3362 \text{ mm}^2$$

$$c) HB = 1709.8616 \text{ N/mm}^2$$

a) Se dispone de una varilla metálica de 1 m de longitud y una sección de 17,14  $\text{mm}^2$  a la que se somete a una carga de 200 N experimentando un alargamiento de 3 mm. ¿Cuánto valdrá el módulo de elasticidad del material de la varilla? (1 punto)

b) ¿Con qué fuerza habrá que traccionar un alambre de latón de 0,8 mm de diámetro y 1,1 m de longitud para que se alargue hasta alcanzar 1,102 m, siendo  $E = 90.000 \text{ N/mm}^2$ ? (1 punto)

ENS J-2009

**Solución**

a)  $E = \frac{F}{A} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{S}{\Delta l / l_0} = \frac{200 N \cdot 1m}{0.002 m \cdot 17.14 mm^2} = 3889.5 N/mm^2$

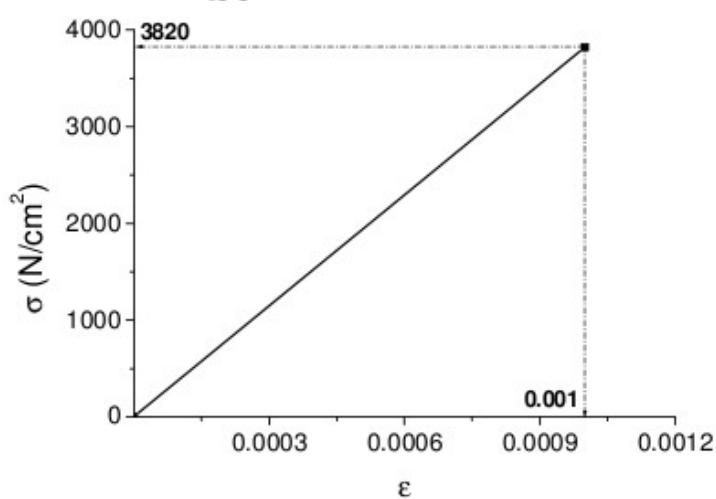
b)  $T = E \cdot A \cdot S = 90000 N/mm^2 \cdot \frac{0.002 m}{1.1 m} \pi 0.4^2 mm^2 = 82.253 N$

Se somete una probeta de sección circular de 2 cm de diámetro y 20 cm de longitud a un ensayo de tracción deformándose elásticamente hasta alcanzar una fuerza de 12.000 N, con un alargamiento en ese momento de 0,02 cm. Si se aumentara la fuerza en la probeta empezarían las deformaciones plásticas hasta que rompería al alcanzar una fuerza de 17.500 N. Determine:

- a) La tensión límite elástica (0,5 puntos)
  - b) La tensión de rotura (0,5 puntos)
  - c) El módulo de elasticidad E (0,5 puntos)
  - d) El diagrama tensión-deformación unitaria ( $\sigma-\epsilon$ ) en la zona de comportamiento elástico del material.
- (0,5 puntos)

**SOLUCIÓN:**

- a)  $\sigma_E = 12000 / (\pi/4 \cdot D^2) = 3820 N/cm^2$
- b)  $\sigma_R = 17500 / (\pi/4 \cdot D^2) = 5570 N/cm^2$
- c)  $E = (12000 / (\pi/4 \cdot D^2)) / (0,02/20) = 3819720 N/cm^2$
- d)



Una probeta de sección circular de 2 cm de diámetro y 10 cm de longitud se deforma elásticamente a tracción hasta que se alcanza una fuerza de 10.000 N, con un alargamiento en ese momento de 0,1 mm. Si se aumentara la fuerza en la probeta empiezan las deformaciones plásticas hasta alcanzar una fuerza de 15.000 N. Se pide:

- a) Tensión de rotura. (0,5 puntos)
- b) Tensión límite elástica. (0,5 puntos)
- c) Módulo de elasticidad. (0,5 puntos)
- d) Dibuja el diagrama tensión-deformación ( $\sigma-\epsilon$ ) del comportamiento elástico del material. (0,5 puntos)

ENS Mod-2010

ENS S-2010-FE



Solución:

a)

$$\sigma_r = \frac{15000}{\pi 2^2} N/cm^2 = 1193.659 N/cm^2$$

b)

$$\sigma_{LE} = \frac{10000}{\pi 2^2} N/cm^2 = 795.77 N/cm^2$$

c)

$$E = \frac{\sigma}{A} = \frac{795,77}{\frac{0,01}{10}} = 795770 N/cm^2$$

d) recta  $(0,0) \rightarrow (0,001, 795,77)$

Una furgoneta de 3.680 kg de masa acelera de 60 a 110 km/h en 15 s. Si el rendimiento del motor de gasolina es de un 21% y el calor de combustión de la gasolina es de 41.800 kJ/kg, calcule:

a) Energía suministrada por el motor (0,5 puntos)

b) Energía total producida (0,5 puntos)

c) Consumo de gasolina (0,5 puntos)

d) Par motor aplicado si la potencia final aplicada es de 110 CV (1 CV  $\leftrightarrow$  735 W) y la velocidad de giro es de 3.900 rpm. (0,5 puntos)

MT J-2003

Solución

a)

$$E_{motor} = \Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2)$$

$$v_0 = 60 \text{ km/h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 16.6667 \text{ m/s}$$

$$v_f = 30.5556 \text{ m/s}$$

$$E_{motor} = \frac{1}{2} 3680 \text{ kg} [(30.5556 \text{ m/s})^2 - (16.6667 \text{ m/s})^2]$$

$$E_{motor} = 1,20679 \cdot 10^6 \text{ J}$$

b)

$$\eta = \frac{E_{util}}{E_{total}} \Rightarrow E_{total} = \frac{E_{util}}{\eta} = \frac{1.20679 \cdot 10^6 \text{ J}}{0.21} = 5.74662 \cdot 10^6 \text{ J}$$

c)

$$E_{total} = m_{gasolina} \cdot PC_{gasolina} \Rightarrow$$

$$m_{gasolina} = \frac{E_{total}}{PC_{gasolina}} = \frac{5.74662 \cdot 10^6 \text{ J}}{41800000 \text{ J/kg}} = 137.5 \text{ g}$$

d)

$$P = M \cdot \omega \Rightarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{110 \text{ CV} \cdot 735 \text{ W/CV}}{3900 \text{ rev/min} \cdot 2\pi \text{ rad/rev} \cdot \frac{1}{60} \text{ s/min}}$$

$$M = \frac{80850 \text{ W}}{130 \pi \text{ rad/s}} = 197.96 \text{ N} \cdot \text{m}$$



Conteste los dos apartados siguientes, teniendo en cuenta que las preguntas pretenden evaluar sus conocimientos sobre máquinas térmicas:  
a) Establezca una clasificación de los motores térmicos (1,5 puntos)  
b) Defina el concepto de par motor (0,5 puntos)

MT J-2003

Solución:

a)

1 Motores de combustión interna

1.1 Rotativo

1.1.1 Turbomáquina: [Turbina de gas](#) de ciclo abierto

1.1.1.1 Volumétrico: [Motor Wankel](#), [Quasiturbina](#)

1.1.2 Alternativo

1.1.2.1 Encendido por compresión: [Motor diésel](#)

1.1.2.2 Encendido provocado: [Motor de explosión \(Otto, Miller, de mezcla pobre, de Ciclo Atkinson\)](#)

1.1.3 Reacción

1.1.3.1 Motor cohete: [Cohete espacial](#) de propelente líquido/sólido

1.1.3.2 Aerorreactor sin compresor: [Estatorreactor](#), [Pulsorreactor](#)

1.1.3.3 Aerorreactor con compresor: [Turborreactor](#), [Turbofan](#), [Turbohélice](#)

2 Motores de combustión externa

2.1 Fluido condensable

2.1.1 Turbomáquina: [Turbina de vapor](#) ciclo abierto o cerrado

2.1.2 Alternativo: [Máquina de vapor](#) ciclo abierto o cerrado

2.2 Fluido no condensable

2.2.1 Turbomáquina [Turbina de gas](#) de ciclo cerrado

2.2.2 Alternativo [Motor Stirling](#)

b) El par motor es el momento de fuerzas que desarrolla un motor cualquiera sobre un arbol de transmisión o el esfuerzo torsor. Su definición matemática es

$$M = F \cdot d$$

siendo  $F$  la componente perpendicular al eje de giro y al radio y  $r$  la distancia desde el eje hasta dónde se aplica dicha fuerza. En general, un motor transmite un determinado par en un momento dado y eso se traduce en una fuerza de distinta intensidad dependiendo de la distancia al eje que consideremos. Por ejemplo, para un mismo par una rueda de mayor diámetro transmitirá un esfuerzo menor que una rueda de menor diámetro.

Un automóvil de 1100 kg arranca y acelera hasta alcanzar la velocidad de 120 km/h en 13 segundos. Si el

rendimiento del motor es del 21% y el calor de combustión de la gasolina de 41.800 kJ/kg, determine:

a) Trabajo útil realizado durante el recorrido. (0,5 puntos)

b) Potencia útil. (0,5 puntos)

c) Potencia suministrada por el motor. (0,5 puntos)

d) Consumo de gasolina. (0,5 puntos)

MT J-2004

**Solución****a)**

$$W = \Delta E_c = E_{cf} - E_{co} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2)$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$v_f = 120 \text{ km/h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 33.3333 \text{ m/s}$$

$$W = \frac{1}{2} 1100 \text{ kg} (33.3333 \text{ m/s})^2$$

$$W = 6.1111 \cdot 10^5 \text{ J}$$

**b)** 
$$P = \frac{E_{util}}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{6.1111 \cdot 10^5 \text{ J}}{13 \text{ s}} = 4.701 \cdot 10^4 \text{ W}$$

**c)**

$$\eta = \frac{P_{util}}{P_{aportada}} \Rightarrow P_{aportada} = \frac{P_{util}}{\eta} = \frac{4.701 \cdot 10^4 \text{ W}}{0.21} = 2.2385 \cdot 10^5 \text{ W}$$

**d)**

$$P_{aportada} = \frac{E_{aportada}}{\Delta t} = \frac{E_{térmica}}{\Delta t} = \frac{m_{gasolina} \cdot PC_{gasolina}}{\Delta t}$$

$$P_{aportada} = \frac{m_{gasolina}}{\Delta t} \cdot PC_{gasolina} \Rightarrow \frac{m_{gasolina}}{\Delta t} = \frac{P_{aportada}}{PC_{gasolina}}$$

$$\frac{m_{gasolina}}{\Delta t} = \frac{2.2385 \cdot 10^5 \text{ W}}{41.8 \cdot 10^6 \text{ J/kg}} = 5.3553 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

Una máquina térmica funciona de acuerdo con un ciclo de Carnot perfecto entre las temperaturas  $T_1 = 256^\circ\text{C}$  Y  $T_2 = 77^\circ\text{C}$ . Si el calor tomado del foco caliente es de 1350 J, determine:

- a) Rendimiento de la máquina. (0,5 puntos)
- b) Calor aportado al foco frío. (0,5 puntos)
- c) Trabajo realizado. (0,5 puntos)
- d) Temperatura del foco frío si se desea conseguir un rendimiento del ciclo del 56%. (0,5 puntos)

**Solución:****a)**

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{350 \text{ K}}{529 \text{ K}} = 0.3383 = 33,83 \%$$

**b)**

$$W = \eta Q_1 = 456.8 \text{ J}$$

$$Q_2 = Q_1 - W = 893.19 \text{ J}$$

**c)**

$$W = \eta Q_1 = 456.8 \text{ J}$$

**d)**

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = (1 - 0,56) T_1 = 232.76 \text{ K}$$

MT

S-2004



Una máquina térmica que funciona con un fluido gaseoso se comporta según un ciclo de Carnot perfectamente reversible, tomando un calor  $Q_1$  de un foco caliente, realizando un trabajo  $W$  y cediendo un calor  $Q_2$  a un foco frío.

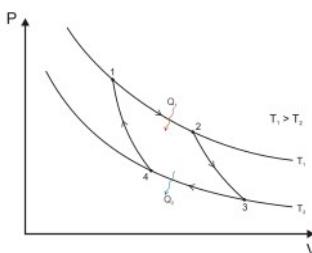
- Represente su correspondiente diagrama  $p$ - $V$  (0,5 puntos)
- Explique las cuatro etapas de las que consta el ciclo (1 punto)
- Indique la fórmula que permite calcular el rendimiento del ciclo de Carnot descrito. (0,5 puntos)

MT

J-2005

Solución:

- El diagrama:



b)

1. **Expansión isoterma:** El gas absorbe una cantidad de calor  $Q_1$  del foco caliente a temperatura  $T_1$ , realiza un trabajo sobre el exterior y aumenta su volumen de  $V_1$  a  $V_2$ .
2. **Expansión adiabática:** La temperatura del gas desciende de  $T_1$  a  $T_2$ , realiza un trabajo sobre el exterior y aumenta su volumen de  $V_2$  a  $V_3$ .
3. **Compresión isoterma:** el gas cede una cantidad de calor  $Q_2$  al foco frío a temperatura  $T_2$ , el exterior realiza un trabajo sobre el gas y disminuye su volumen de  $V_3$  a  $V_4$ .
4. **Compresión adiabática:** La temperatura del gas aumenta de  $T_2$  a  $T_1$ , recibe un trabajo del exterior y disminuye su volumen de  $V_4$  a  $V_1$ .

c)

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Un coche de 1150 kg de masa acelera de 75 a 130 km / h en 7 s. Si el rendimiento del motor de gasolina es de un 22,5% y el calor de combustión de la gasolina es de  $4 \cdot 10^4$  J/g, determine:

- Energía suministrada por el motor convertida en trabajo mecánico (0,5 puntos)
- Energía total producida (0,5 puntos)
- Consumo de gasolina (0,5 puntos)
- Par motor aplicado, si la velocidad de giro del motor fue de 4100 r.p.m. (0,5 puntos).

MT

S-2005

Solución

a)



$$W = \Delta E_c = E_{cf} - E_{co} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2)$$

$$v_0 = 75 \text{ km/h} \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 20.83 \text{ m/s}$$

$$v_f = 130 \text{ km/h} \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 36.1 \text{ m/s}$$

$$W = \frac{1}{2} 1150 \text{ kg} (36.1111^2 - 20.8333^2)$$

$$W = 5,00241 \cdot 10^5 \text{ J}$$

**b)**

$$E_{aportada} = \frac{E_{\text{util}}}{\eta} \Rightarrow E_{aportada} = \frac{E_{\text{util}}}{\eta} = \frac{5,00241 \cdot 10^5 \text{ J}}{0.225} = 2,223294 \cdot 10^6 \text{ J}$$

**c)**

$$E_{\text{total}} = m_{\text{gasolina}} \cdot PC_{\text{gasolina}} \Rightarrow \\ m_{\text{gasolina}} = \frac{E_{\text{total}}}{PC_{\text{gasolina}}} = \frac{2,223293 \cdot 10^6 \text{ J}}{4 \cdot 10^4 \text{ J/g}} = 55.58 \text{ g}$$

**d)**

$$P = \frac{W}{t} = \frac{5,00241 \cdot 10^5 \text{ J}}{7 \text{ s}} = 71463 \text{ W}$$

$$P = M \cdot \omega \Rightarrow M = \frac{P}{\omega} = \frac{71463 \text{ W}}{4100 \text{ rev/min} \cdot 2 \pi \text{ rad/rev} \cdot \frac{1}{60} \text{ s/min}}$$

$$M = 166.44 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Se desea climatizar una nave a 24°C mediante una bomba de calor de 2 kW de potencia. Si la temperatura exterior es de 5 °C y la bomba funciona según un ciclo de Carnot reversible, determine:

- Rendimiento de la bomba de calor (1 punto)
- Calor aportado al foco caliente (0,5 puntos)
- Calor sustraído al foco frío. (0,5 puntos)

**Solución:****a)**

$$T_{\text{int}} = 297 \text{ K}$$

$$T_{\text{ext}} = 278 \text{ K}$$

$$COP = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{297}{297 - 278} = 15.63$$

**b)**

$$\frac{Q_1}{\Delta t} = COP \cdot P = 15,63 \cdot 2 \text{ kW} = 31,26 \text{ kJ/s}$$

**c)**

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = \frac{Q_1}{\Delta t} - P = 29,26 \text{ kJ/s}$$

MT

S-2005



Un vehículo de 1220 kg de masa impulsado por un motor diesel acelera de 0 a 100 km/h en 10 s. Si en los 10 s de aceleración el motor consume 550 g de combustible y el poder calorífico del combustible utilizado es 45500 J/g, determine:

- a) La energía suministrada por el motor que se convierte en trabajo mecánico (0,5 puntos)
- b) La energía total liberada en el motor (0,5 puntos)
- c) El rendimiento del motor (0,5 puntos)
- d) El par motor medio aplicado si la velocidad de giro del motor, durante la etapa de aceleración, es de 4000 r.p.m. (0,5 puntos)

**Solución:**

a)

$$W = \Delta E_c = E_{cf} - E_{c0} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_0^2)$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$v_f = 100 \text{ km/h} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 27.7778 \text{ m/s}$$

$$W = \frac{1}{2} 1220 \text{ kg} (27.7778 \text{ m/s})^2$$

$$W = 4.7068 \cdot 10^5 \text{ J}$$

b)

$$E_{total} = m_{gasolina} \cdot PC_{gasolina} = 550 \text{ g} * 45500 \text{ J/g} = 2.5025 \cdot 10^7 \text{ J}$$

c)

$$\eta = \frac{E_{util}}{E_{total}} = \frac{4.7068 \cdot 10^5 \text{ J}}{2.5025 \cdot 10^7 \text{ J}} = 1.88\%$$

d)

$$M = \frac{P}{\omega}$$

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{4.7068 \cdot 10^5 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 4.7068 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$\omega = \frac{4000 \text{ rev}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{2 \pi \text{ rad}}{1 \text{ rev}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 4.1887 \cdot 10^2 \text{ rad/s}$$

$$M = \frac{4.7068 \cdot 10^4 \text{ W}}{4.1887 \cdot 10^2 \text{ rad/s}} = 1.124 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

El interior de un congelador de una instalación industrial se mantiene a la temperatura de -18°C gracias al empleo de una máquina frigorífica de 2.5 kW de potencia que funciona de acuerdo al Ciclo de Carnot. Considerando que el valor de la temperatura en el exterior del congelador se mantiene en 20°C, calcule:

- a) Eficiencia de la máquina (1 punto)
- b) Potencia calorífica eliminada del interior del congelador (0,5 puntos)
- c) Calor aportado al exterior del congelador (0,5 puntos)

**Solución:**

a)

MT J-2006

El interior de un congelador de una instalación industrial se mantiene a la temperatura de -18°C gracias al empleo de una máquina frigorífica de 2.5 kW de potencia que funciona de acuerdo al Ciclo de Carnot. Considerando que el valor de la temperatura en el exterior del congelador se mantiene en 20°C, calcule: a) Eficiencia de la máquina (1 punto) b) Potencia calorífica eliminada del interior del congelador (0,5 puntos) c) Calor aportado al exterior del congelador (0,5 puntos)	MT	S-2006
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----	--------



$$ef = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{255}{293 - 255} = 6.71$$

**b)**

$$\frac{Q_2}{\Delta t} = ef \cdot P = 6.71 \cdot 2.5 \text{ kW} = 16.775 \text{ kJ/s}$$

**c)**

$$\frac{Q_1}{\Delta t} = \frac{Q_2}{\Delta t} + P = 16.775 \text{ kJ/s} + 2.5 \text{ kW} = 18.775 \text{ kJ/s}$$

El chocolate debe conservarse en un recinto fresco, seco, sin olores y ventilado. Para su conservación, la temperatura del almacén debe mantenerse constante durante todo el año a 16°C. Esto se consigue gracias al empleo de una máquina térmica reversible que funciona de acuerdo al Ciclo de Carnot. La temperatura media en el exterior es de 32°C en verano y la eficiencia de la máquina térmica en la época de invierno es 32,1. Calcule:

- a) La temperatura media en el exterior en la época de invierno. (0,5 puntos)
- b) El rendimiento de la máquina térmica en la época de verano. (0,5 puntos)
- c) El calor eliminado de los locales o aportado a los mismos en cada estación, si la potencia calorífica utilizada es de 3 kW. (1 punto)

**Solución:****a)**

$$T_{\text{int}} = 289 \text{ K}$$

$$T_{\text{verano}} = 305 \text{ K}$$

$$T_{\text{ext}} = T_2$$

$$COP = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \rightarrow T_2 = T_1 - \frac{T_1}{COP} = 289 \text{ K} \left(1 - \frac{1}{32.1}\right) = 280 \text{ K} = 7^\circ\text{C}$$

**b)**

$$T_{\text{int}} = 289 \text{ K}$$

$$T_{\text{verano}} = 305 \text{ K}$$

$$ef = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{1}{\frac{305 \text{ K}}{289 \text{ K}} - 1} = 18.06 = 1806 \%$$

**c)**

$$P = \frac{\dot{W}}{\Delta t} = 3 \text{ kW}$$

$$\text{Verano: } \frac{Q_2}{\Delta t} = ef \cdot P = 18.06 \cdot 3 \text{ kW} = 54.19 \text{ kJ/s}$$

$$\text{Invierno: } \frac{Q_1}{\Delta t} = COP \cdot P = 32.1 \cdot 3 \text{ kW} = 96.3 \text{ kJ/s}$$

Un local prefabricado situado en una zona donde la temperatura media en el exterior es de 5°C, requiere el empleo de una bomba de calor de 8 kW de potencia para mantener la temperatura en su interior a 22°C. Sabiendo que la bomba de calor funciona de acuerdo a un Ciclo de Carnot reversible, calcule:

- a) La eficiencia de la máquina (1 punto)

MT J-2007

Un local prefabricado situado en una zona donde la temperatura media en el exterior es de 5°C, requiere el empleo de una bomba de calor de 8 kW de potencia para mantener la temperatura en su interior a 22°C. Sabiendo que la bomba de calor funciona de acuerdo a un Ciclo de Carnot reversible, calcule: a) La eficiencia de la máquina (1 punto)	MT	S-2007
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----	--------



- b) El calor aportado al interior del local (0,5 puntos)  
c) El calor retirado del exterior (0,5 puntos)

Solución:

a)

$$T_1 = 295 \text{ K}$$

$$T_2 = 278 \text{ K}$$

$$\eta = COP = \frac{Q_1}{W_{ext}} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{1}{1 - \frac{Q_2}{Q_1}} \underset{\text{Carnot}}{=} \frac{1}{1 - \frac{T_2}{T_1}} = \frac{1}{1 - \frac{278}{295}} = 17,35$$

b)

$$Q_1 = COP \cdot W_{ext} = 17,35 \cdot 8 \text{ kW} = 138,8 \text{ kW}$$

$$c) Q_2 = Q_1 - W_{ext} = 138,8 \text{ kW} - 8 \text{ kW} = 130,8 \text{ kW}$$

Conteste las siguientes cuestiones:

- a) Dé una definición de motor térmico (0,5 puntos)  
b) Indique al menos dos de los posibles orígenes de la energía utilizada por este tipo de motor (0,5 puntos)  
c) Indique cual es la denominación que reciben los motores de combustión en función de dónde se realice la combustión, y cite, al menos, un ejemplo de cada clase (1 punto)

MT J-2008

Solución

- a) Un motor térmico es una máquina capaz de aprovechar la energía térmica de un fluido para realizar un trabajo mecánico.  
b) Un posible origen es la **gasolina**, compuesta fundamentalmente de hidrocarburos, que se emplea en los motores de combustión con encendido provocado y otro el **carbón** que se empleaba en la máquina de vapor.  
c) Los motores térmicos pueden dividirse en los de **combustión interna** y los de **combustión externa**. De los del primer grupo, cabe destacar los motores alternativos con encendido provocado y los de encendido por compresión, los motores Wankel, la turbina de gas y los aerorreactores. De los del segundo cabe destacar la máquina de vapor, el motor Stirling, la turbina de gas y la turbina de vapor.

De acuerdo al segundo principio de la termodinámica:

- a) Explique el fundamento del funcionamiento de los motores térmicos. (1 punto)  
b) Explique el fundamento del funcionamiento de las máquinas frigoríficas. (1 punto)

MT J-2010-FE

Solución:

a)

El segundo principio de la termodinámica establece el sentido en el que se llevan a cabo los procesos termodinámicos, el flujo espontáneo y unidireccional de calor y la imposibilidad de convertir completamente toda la energía de un tipo en otro sin pérdidas. Los motores térmicos aprovechan la energía térmica de un fluido para proporcionar energía mecánica. En relación con los motores térmicos, el enunciado de Kelvin-Planck establece que **es imposible construir una máquina que convierta integralmente calor en trabajo**. Así pues, **los motores térmicos no pueden convertir la totalidad del calor extraído de un foco caliente ( $Q_1$ ) en trabajo ( $W$ ): necesitan ceder**



**además calor a un foco frío ( $Q_2$ ) de forma que  $Q_1=Q_2+W$ .**

El ciclo ideal de Carnot para motores térmicos contiene una expansión y una contracción isotermas que representan la absorción de calor del foco caliente y la cesión de calor al foco frío por parte del fluido respectivamente.

Diagrama de un motor térmico como sistema termodinámico.

b) Las máquinas frigoríficas hacen descender la temperatura de un determinado objeto o lugar por debajo de la de su entorno. En relación con este tipo de máquinas el enunciado de Casius establece que **es imposible construir una máquina cuyo único resultado sea la transferencia continua y cíclica de calor de un foco frío a uno más caliente**. Así pues, **las máquinas frigoríficas necesitan un aporte energético externo en forma de trabajo ( $W_{ext}$ ) para poder extraer calor del foco frío ( $Q_2$ ) y aportar calor al foco caliente ( $Q_1$ ) de forma que  $Q_1=Q_2+W_{ext}$** .

Diagrama de una máquina frigorífica como sistema termodinámico.

Un vehículo de 850 kg de masa, impulsado por un motor de combustión interna con un rendimiento del 30%, parte del reposo y alcanza una velocidad final de 100 km/h circulando por un circuito horizontal.

Calcule:

- El trabajo mecánico realizado por el vehículo. (1 punto)
- La cantidad de combustible utilizado por el motor, conociendo que su calor de combustión es de 45.000 kJ/kg. (1 punto)

**Solución:**

a)

$$W = \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = \frac{1}{2} 850 \text{ kg} \left( \frac{100}{3.6} \text{ m/s} \right)^2 - 0 \text{ J} = 327932 \text{ J}$$

b)

$$E_{termica} = \frac{E_{util}}{\eta} = \frac{327932}{0,3} = 1093107 \text{ J}$$

$$m = \frac{E_{termica}}{PC} = 24.29 \text{ g}$$

MT

J-2010-FG

Se desea climatizar una nave a 25°C mediante una bomba de calor de 2,5 kW de potencia. Si la temperatura exterior es de 5°C y la bomba funciona según un ciclo de Carnot reversible, determine:

- Eficiencia de la bomba de calor (1 punto)
- Calor aportado al foco caliente (0,5 puntos)
- Calor sustraído al foco frío. (0,5 puntos)

MT

Mod-2010

**Solución:**

a)  $Q_1 = \text{calor aportado al foco caliente}$

$Q_2 = \text{calor sustraído del foco frío}$

$W = \text{trabajo desarrollado}$

$Q_1 = Q_2 + W; W = Q_1 - Q_2$

$\eta = Q_1 / W; \eta = Q_1 / (Q_1 - Q_2) = T_1 / (T_1 - T_2)$

$T_1 = 25 + 273,15 = 298 \text{ K}$



$$T_2 = 5 + 273,15 = 278 \text{ K}$$
$$\eta = T_1 / (T_1 - T_2) = (298) / (298 - 278) = 14,9$$
$$Q_1 = (14,9)(2,5) = 37,25 \text{ kW}$$

b)  $Q_1 = \eta W$ ;  
c)  $Q_2 = Q_1 - W = (37,25) - (2,5) = 34,75 \text{ kW}$

Una máquina térmica funciona de acuerdo con un ciclo de Carnot perfecto entre las temperaturas  $T_1 = 256^\circ\text{C}$  y  $T_2 = 77^\circ\text{C}$ . Si el calor tomado del foco caliente es de 1350 J, determine:

- a) Rendimiento de la máquina. (0,5 puntos)  
b) Calor aportado al foco frío. (0,5 puntos)  
c) Trabajo realizado. (0,5 puntos)  
d) Temperatura del foco frío si se desea conseguir un rendimiento del ciclo del 56%. (0,5 puntos)

Solución:

a)

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{350}{529} = 0.33837$$

b)

$$Q_2 = Q_1 - W = (1 - \eta) Q_1 = 893.2 \text{ J}$$

c)

$$W = \eta Q_1 = 456.8 \text{ J}$$

d)

$$T_2 = (1 - \eta) T_1 = 232.76 \text{ K}$$

- a) Explique cómo transcurre el ciclo de funcionamiento de un motor de explosión de dos tiempos. (1,5 puntos)

- b) Indique al menos dos ventajas de este tipo de motores. (0,5 puntos)

Solución:

a) 1<sup>a</sup> etapa: Expansión-Escape (0,75 puntos):

Con la combustión de la mezcla se ejerce una presión sobre el pistón, que desciende arrastrando el cigüeñal. Se descubre la lumbre de escape, saliendo al exterior los gases de combustión, y al abrirse la lumbre de transferencia entra al cilindro la mezcla procedente del cárter, desalojando el resto de los gases de combustión. El pistón, que ahora se encuentra en el Punto Muerto Inferior (PMI) está preparado para comenzar un nuevo ciclo.

2<sup>a</sup> etapa: Admisión-Compresión (0,75 puntos):

El pistón, impulsado por el cigüeñal, asciende desde el PMI hasta el Punto Muerto Superior (PMS) comprimiendo la mezcla que está en el cilindro. A la vez, con la lumbre de escape cerrada, se descubre la lumbre de admisión para que entre al cárter una nueva cantidad de mezcla. Cuando el pistón alcanza el PMS la chispa ocasiona la combustión de la mezcla presente en el cilindro.

- b) Indicar al menos dos de las siguientes ventajas (0,5 puntos): sencillez de construcción, no existen válvulas (originan problemas de desgaste), mayor potencia (se genera trabajo útil en cada vuelta de cigüeñal), mejor funcionamiento del sistema de transmisión.

El frigorífico de un restaurante tiene dos compartimentos aislados, con dos máquinas independientes: una para refrigeración a  $4^\circ\text{C}$  y otra para congelación a  $-25^\circ\text{C}$ . Sabiendo que ambas máquinas funcionan de acuerdo

MT

S-2010-FE

MT

J-2011

MT

J-2011



al Ciclo de Carnot, y que la temperatura media del local donde se encuentra el frigorífico se mantiene en 25 °C, calcule:

- La eficiencia de la máquina utilizada para refrigeración. (1 punto)
- La eficiencia de la máquina utilizada para congelación. (1 punto)

**SOLUCIÓN:**

$Q_1 = \text{calor aportado al foco caliente por unidad de tiempo}$

$Q_2 = \text{calor eliminado del foco frío por unidad de tiempo}$

$W = \text{trabajo realizado sobre el sistema por unidad de tiempo}$

$$Q_1 = Q_2 + W$$

$$a) T_1 = (25) + (273) = 298 \text{ K}$$

$$T_2 = (4) + (273) = 277 \text{ K}$$

$$\text{efmf} = Q_2 / W = Q_2 / (Q_1 - Q_2) = T_2 / (T_1 - T_2) = (277) / (298 - 277) = 13,2$$

$$b) T_1 = (25) + (273) = 298 \text{ K}$$

$$T_2 = (-25) + (273) = 248 \text{ K}$$

$$\text{efmf} = Q_2 / W = Q_2 / (Q_1 - Q_2) = T_2 / (T_1 - T_2) = (248) / (298 - 248) = 5,0$$

El motor de una embarcación desarrolla una potencia de 100 CV cuando consume 20 L/h de combustible. Conociendo que la densidad y el poder calorífico del combustible son 0,83 g/cm<sup>3</sup> y 42.800 kJ/kg, respectivamente, calcule:

- La potencia liberada en la combustión. (1 punto)

- El rendimiento del motor. (1 punto)

**SOLUCIÓN**

$$a) P_{\text{liberada}} = (20 \text{ L/h}) (1 \text{ m}^3 / 1000 \text{ L}) (1 \text{ h} / 3600 \text{ s}) (0,83 \text{ g/cm}^3) (1 \text{ kg} / 1000 \text{ g}) (106 \text{ cm}^3 / \text{m}^3) (42.800.000 \text{ J/kg}) = 197.355 \text{ W} = 197,3 \text{ kW}$$

$$b) P_{\text{util}} = 100 \text{ CV} (736 \text{ W/CV}) = 73.600 \text{ W} = 73,6 \text{ kW}$$

$$\eta(\%) = (P_{\text{util}} / P_{\text{liberada}}) (100) = (73,6 / 197,3) (100) = 37,3 \%$$

- Indique los elementos fundamentales de un sistema de refrigeración empleando vapor. (0,5 puntos)

- Describa lo que le ocurre al fluido refrigerante en cada uno de ellos. (1 punto)

- Indique una desviación respecto al ciclo de Carnot reversible que ocurre en los sistemas reales de refrigeración. (0,5 puntos)

**SOLUCIÓN**

- Los cuatro componentes fundamentales de un sistema de refrigeración empleando vapor son: evaporador, compresor, condensador y válvula de expansión.

- En el evaporador, el fluido refrigerante, que es un líquido a baja presión y temperatura, cambia de estado a gas, tomando calor del recinto que se desea enfriar. En el compresor, el fluido refrigerante aumenta la presión y la temperatura. En el condensador, el fluido refrigerante se condensa, cediendo calor al exterior. La válvula de expansión se encarga de reducir la temperatura y la presión elevadas del fluido refrigerante líquido, pasando a obtener el fluido refrigerante como una mezcla líquido-vapor.

- El alumno debe indicar al menos una desviación respecto al Ciclo de Carnot de entre las siguientes: la expansión isoentálpica que se produce en la válvula de expansión es un proceso irreversible (aumenta la entropía), el proceso de compresión realizado en los sistemas reales es solamente a partir de vapor (compresión seca), la temperatura del refrigerante en el evaporador debe ser algunos grados menor que la temperatura del foco frío para mantenerla constante, la temperatura del refrigerante en el condensador debe ser algunos

MT

J-2012\*



grados mayor que la temperatura del foco caliente para mantener el mismo valor constante.

Un motor de corriente continua con excitación en serie funciona conectado a una fuente de tensión de 240 V, con una intensidad de 145 A. Si las resistencias correspondientes al inducido ( $R_i$ ) y al devanado de excitación ( $R_{ex}$ ) son de  $0.42 \Omega$  y  $0.18 \Omega$  respectivamente, y el motor gira a una velocidad de 2100 r.p.m., determine:

- a) La fuerza contraelectromotriz. (0,5 puntos)
- b) La potencia útil. (0,5 puntos)
- c) El rendimiento del motor. (0,5 puntos)
- d) El par motor. (0,5 puntos)

**Solución:**

a)

$$E' = U_b - U_{esc} - U_{Cu} = 240V - 0 - 145A(0.42\Omega + 0.18\Omega) = 153V$$
$$P_{abs} = U_b \cdot I = 240V \cdot 145A = 34800W$$

b)  $P_{abs} = P_u + P_{mec} + P_{Fe} + P_{Cu} \Rightarrow P_u = P_{abs} - P_{mec} - P_{Fe} - P_{Cu}$

$$P_u = P_{abs} - I^2(R_i + R_{ex}) = 34800W - (145A)^2 \cdot 0.6\Omega = 22185W$$

c)

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = 63.75\%$$

d)

$$M = \frac{P_u}{\omega} = \frac{22185W}{\frac{2\pi}{60}2100\text{ rad/s}} = 100.88 N \cdot m$$

a) Describa los dos elementos fundamentales de un motor eléctrico de corriente continua (1 punto).

b) Explique el fundamento de operación y el funcionamiento de este tipo de motor (1 punto).

**Solución:**

a)

Los dos elementos fundamentales son el rotor y el estator.

El rotor es la **parte móvil** del motor y se compone de un núcleo metálico sobre el que se arrolla un conjunto de **bobinas llamadas inducidas**. En los extremos de cada bobina se encuentran las **delgas**, láminas de cobre aisladas entre sí que forman el **colector**. Todo el conjunto va montado sobre un eje y apoyado sobre cojinetes. En contacto permanente con el colector se encuentran las **escobillas** sujetas a la carcasa por las portaescobillas y encargadas de transmitir la corriente al colector.

El estator es la **parte estática** del motor y es responsable del establecimiento del **campo magnético de excitación**. Para ello, dispone de unas bobinas, llamadas **bobinas inductoras**, arrolladas alrededor de núcleos metálicos para formar los polos de un **electroimán**.

b) El funcionamiento de este tipo de motores se basa en la creación de un

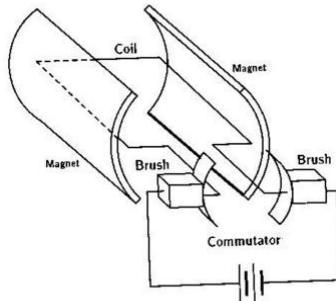
MDC J-2004

MDC J-2006

**campo magnético uniforme y estable y la circulación de una corriente conmutada a lo largo de las bobinas inducidas.**

Al circular **corriente excitatriz por las bobinas inductoras** se crea un campo magnético que atraviesa las bobinas inducidas. Éstas reciben **la corriente interna** por medio del **contacto entre las escobillas (estáticas) y las delgas del colector (giratorio)** y por causa de **las fuerzas magnéticas** que se crean, **mueven el conjunto del rotor**. El conjunto **escobillas-colector actúa como conmutador**, invirtiendo la corriente de cada bobina inducida cada media vuelta, provocando un par de sentido constante.

**Diagrama de conmutación.**



Un motor de corriente continua, con las bobinas de los devanados del rotor y del estator conectados en serie, tiene una resistencia interna de  $7\Omega$  considerando ambos devanados. El motor se encuentra conectado a una tensión de 240 V y funciona a plena carga. Si la intensidad de la corriente es de 8 A, calcule:

- ¿Cuál es la fuerza electromotriz del motor? (0,5 puntos)
- ¿Cuál es la potencia suministrada al motor? (0,5 puntos)
- ¿Qué cantidad de energía se disipa por unidad de tiempo en el motor? (0,5 puntos)
- ¿Cuál es la potencia mecánica desarrollada? (0,5 puntos)

**Solución:**

a)

$$E' = U_b - U_{esc} - U_{Cu} = U_b - I(R_i + R_{ex}) \\ E' = 240 \text{ V} - 0 - 8 \text{ A} \cdot 7 \Omega = 184 \text{ V}$$

b)

$$P_{abs} = U_b \cdot I = 240 \text{ V} \cdot 8 \text{ A} = 1920 \text{ W}$$

$$c) P_{abs} = P_u + P_{mec} + P_{Fe} + P_{Cu} \Rightarrow P_p = P_{Cu} = I^2(R_i + R_{ex}) = 448 \text{ W}$$

d)

$$P_u = P_{abs} - P_p = 1472 \text{ W}$$

MDC J-2005

Una bomba empleada para el trasiego de líquidos entre depósitos es accionada por un motor de corriente continua, con las bobinas inductoras y las inducidas conectadas en serie, de forma que cuando la bomba se pone en marcha la fuerza electromotriz en el motor es de 200 V. Conociendo que la línea de corriente a la que se encuentra conectado el motor tiene una tensión de 220 V y que la intensidad de corriente es de 4 A cuando funciona a plena carga, calcule:

- La resistencia interna total del motor. (0,5 puntos)
- La potencia suministrada al motor. (0,5 puntos)

MDC J-2007



- c) La energía disipada por unidad de tiempo en el motor. (0,5 puntos)  
d) La potencia mecánica desarrollada. (0,5 puntos)

**Solución:**

a)

$$U_b = E' + U_{esc} + I R_i \rightarrow R_i = \frac{U_b - E'}{I} = \frac{220V - 200V}{4} = 5\Omega$$

b)

$$P_{abs} = U_b \cdot I = 220V \cdot 4A = 880W$$

c)

$$P_{abs} = P_u + P_{mec} + P_{Fe} + P_{Cu}$$

$$P_p = P_{Cu} = I^2 R_i = 16A^2 \cdot 5\Omega = 80W$$

d)

$$P_u = P_{abs} - P_p = 800W$$

Un dispositivo elevador provisto de un motor eléctrico de corriente continua es capaz de elevar una masa de 800 kg a una altura de 12 m en 15 s. Sabiendo que el motor está conectado a una fuente de tensión de 220 V y que la intensidad de corriente es de 32 A, calcule:

- a) El trabajo realizado por el elevador ( $g = 10m/s^2$ ) (0,5 puntos)  
b) La energía total que el motor eléctrico consume por unidad de tiempo (0,5 puntos)  
c) La potencia útil desarrollada por el motor (0,5 puntos)  
d) El rendimiento del motor (0,5 puntos)

**Solución:**

a)

$$W = mg h = 800 \cdot 10 \cdot 12 = 96000J$$

b)

$$P_{abs} = U_b \cdot I = 220V \cdot 32A = 7040W$$

c)

$$P_u = \frac{W}{\Delta t} = \frac{96000J}{15s} = 6400W$$

d)

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{6400W}{7040W} = 90.91\%$$

Se emplea un elevador para subir una carga de 800 kg al séptimo piso de una vivienda con planta baja. Conociendo que cada piso tiene una altura de 3 m, que el elevador asciende a una velocidad constante de 1,5 m/s y que la potencia consumida por el motor del elevador durante el ascenso de la carga es 15 kW, calcule:

- a) El trabajo realizado por el elevador. (0,5 puntos)  
b) La potencia útil del motor. (1 punto)  
c) El rendimiento del motor. (0,5 puntos)

Nota: Suponga  $g = 10 m/s^2$

**Solución:**

a)

$$W = mg h = 800 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 3 = 168000J$$

b)



$$P_u = \frac{W}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{h}{v} = \frac{21m}{1.5} = 14s$$

$$P_u = \frac{168000J}{14s} = 12000W$$

c)

$$\eta = \frac{P_u}{P_{abs}} = \frac{12000W}{15000W} = 80\%$$

- a) Indique cuales son las partes de los motores eléctricos en las que se producen las pérdidas de potencia (1 punto)  
b) Explique la forma de invertir el sentido de giro de un motor eléctrico de corriente continua (1 punto)

MDC J-2009

### Solución

a) Las pérdidas de potencia son fundamentalmente de tres tipos:

1. Pérdidas eléctricas, también llamadas pérdidas en el cobre. Son debidas al calentamiento de los conductores por el efecto Joule, por el hecho de tener una **resistencia no nula**. Se producen en todos los **conductores** del motor de cierta longitud: fundamentalmente en **las bobinas inducidas y en las inductoras**.
2. Pérdidas magnéticas o pérdidas del núcleo de hierro. Se producen por la histéresis en la magnetización del hierro y las **corrientes parásitas de Foucault** que se producen **en el núcleo**.
3. Pérdidas mecánicas, son debidas a la **fricción** y se producen por el rozamiento en **cojinetes y rodamientos**, entre el **colector y escobillas** y entre el **rotor y el aire**.

b) Para invertir el sentido de giro de un motor de corriente continua es necesario invertir la corriente que circula por las bobinas inducidas sin invertir la corriente que circula por las bobinas inductoras o viceversa. Dependiendo de si se trata de un motor serie, paralelo o mixto las conexiones que se realicen serán diferentes.

Para un motor serie:

Sentido i: +\_AB\_EF\_-

Sendido d: +\_EF\_BA\_-

Para un motor shunt:

Sentido i: +\_AB\_- // +\_CD\_-

Sendido d: +\_BA\_- // +\_CD\_-

Para un motor mixto:

Sentido i: +\_AB\_EF\_- // +\_CD\_-

Sendido d: +\_EF\_BA\_- // +\_CD\_-

Un montacargas impulsado por un motor eléctrico de corriente continua es

MDC J-2010-



capaz de elevar una carga de 800 kg a una altura de 10 m a una velocidad de 1 m/s. El motor se encuentra conectado a una fuente de tensión de 220 V, y la potencia consumida por el motor eléctrico es 10 kW. Calcule:

- a) La intensidad de corriente. (0,5 puntos)
- b) El trabajo realizado por el montacargas. (0,5 puntos)
- c) La potencia útil del motor. (0,5 puntos)
- d) El rendimiento del motor. (0,5 puntos)

FE

**Solución****a)**

$$I = \frac{P_{\text{abs}}}{U_b} = \frac{10000\text{W}}{220\text{V}} = 45.45 \text{ A}$$

**b)**

$$W = m g h = 800 \cdot 9.8 \cdot 10 = 78400 \text{ J}$$

**c)**

$$P_u = \frac{W}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{10 \text{ m}}{1 \text{ m/s}} = 10 \text{ s}$$

$$P_u = 7840 \text{ W}$$

**d)**

$$\eta = \frac{P_u}{P_{\text{abs}}} = \frac{7800\text{W}}{10000\text{W}} = 78\%$$

Un motor de corriente continua tiene una resistencia interna de  $12\Omega$  y desarrolla un par de  $12 \text{ N}\cdot\text{m}$  a una velocidad de  $120 \text{ rad/s}$ . El rendimiento del motor es del 75%. Calcule:

- a) Potencia útil (0,5 puntos)
- b) Potencia suministrada al motor (0,5 puntos)
- c) Intensidad consumida por el motor, considerando que las únicas pérdidas se producen en la resistencia interna (0,5 puntos)
- d) Fuerza electromotriz del motor. (0,5 puntos)

MDC

Mod-2010

**SOLUCIÓN:**

**a)**  $P_u = M \cdot \omega = 12 \text{ Nm} \cdot 120 \text{ rad/s} = 1440 \text{ W}$

**b)**  $P_{\text{abs}} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{1440 \text{ W}}{0.75} = 1920 \text{ W}$

**c)**  $I^2 \cdot R = 1920 - 1440 = 480 \text{ W}; I = (480/12)^{0.5} = 6.3 \text{ A}$

**d)**  $\varepsilon = P_u/I = 1440/6.3 = 228 \text{ V}$

Un motor trifásico de 67 kW de potencia útil y rendimiento del 72% se conecta a una tensión de línea de 380 V. Si su factor de potencia es 0,9 y su bobinado presenta una conexión en estrella en su placa de bornes, calcule:

- a) Potencia activa. (0,5 puntos)
- b) Potencia aparente. (0,5 puntos)
- c) Potencia reactiva. (0,5 puntos)
- d) Intensidad de fase. (0,5 puntos)

MAC

S-2004



**Solución:**

a)

$$P = \frac{P_u}{\eta} = \frac{67000}{0.72} = 93056 \text{ W}$$

b)

$$P = S \cos \varphi$$

$$S = \frac{93056}{0.9} = 103396 \text{ VA}$$

c)

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 45069 \text{ VAR}$$

d) Al ser una conexión en estrella:

$$I_F = I_L = \frac{S}{\sqrt{3} U_L} = \frac{103396}{\sqrt{3} \cdot 380} = 157,1 \text{ A}$$

Un motor eléctrico trifásico de 120 kW de potencia útil y rendimiento del 81% se conecta a una tensión de línea de 420 V. Sabiendo que su factor de potencia es 0,91 y el bobinado se encuentra conectado en estrella, calcule:

a) Potencia activa. (0,5 puntos)

b) Potencia aparente. (0,5 puntos)

c) Potencia reactiva. (0,5 puntos)

d) Intensidad de línea. (0,5 puntos)

**Solución:**

a)

$$P = \frac{P_u}{\eta} = \frac{120000}{0.81} = 148148.15 \text{ W}$$

b)

$$S = \sqrt{3} U_L I_L$$

$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} U_L \cos \varphi} = \frac{148148.15}{\sqrt{3} \cdot 420 \cdot 0.91} = 223.79 \text{ A}$$

$$S = \sqrt{3} \cdot 420 \text{ V} \cdot 223.79 \text{ A} = 162800 \text{ VA}$$

c)

$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$$

$$\varphi = \arccos 0.91 = 24.494648^\circ Q = 67498.22 \text{ VAR}$$

d)

$$I_L = 223.79 \text{ A}$$

Un motor trifásico de 67 kW de potencia útil y rendimiento del 72% se conecta a una tensión de línea de 380 V. Si su factor de potencia es 0.9 y su bobinado presenta una conexión en estrella en su placa de bornas, calcula:

a) La potencia activa

b) La potencia aparente

c) La potencia reactiva

d) La intensidad de fase

**Solución:**

a)

$$P = \frac{P_u}{\eta} = \frac{67000}{0.72} = 93055.55 \text{ W}$$

MAC

J-2010-FG

CA

Libro

b)

$$S = \frac{P}{\cos \phi} = 103395 \text{ VA}$$

c)

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 45068.9 \text{ VAR}$$

d)

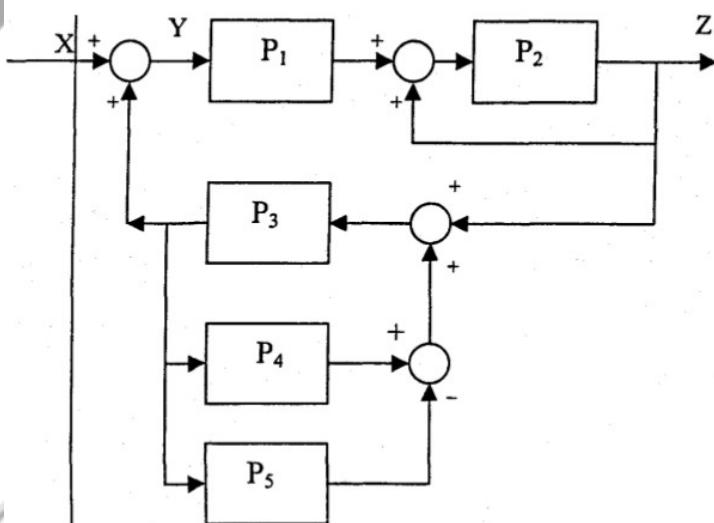
$$I_F = I_L = \frac{S}{\sqrt{3} U_L} = 157.09 \text{ A}$$

Dado el diagrama de bloques de la figura:

a) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$  (1 punto)

b) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$  (1 punto)

SAC J-2003



Solución:

a)

$$\frac{Z}{Y} = P_1 \frac{P_2}{1-P_2}$$

b)

$$\beta = \frac{P_3}{1-P_3(P_4-P_5)}$$

$$\frac{Z}{X} = \frac{\frac{P_1 P_2}{1-P_2}}{1 - \frac{P_1 P_2}{1-P_2} \cdot \frac{P_3}{1-P_3(P_4-P_5)}} = \frac{P_1 P_2}{1-P_2 - \frac{P_1 P_2 P_3}{1-P_3(P_4-P_5)}}$$

a) Obtenga el diagrama de bloques de un sistema con la siguiente función de transferencia:

(1 Punto)

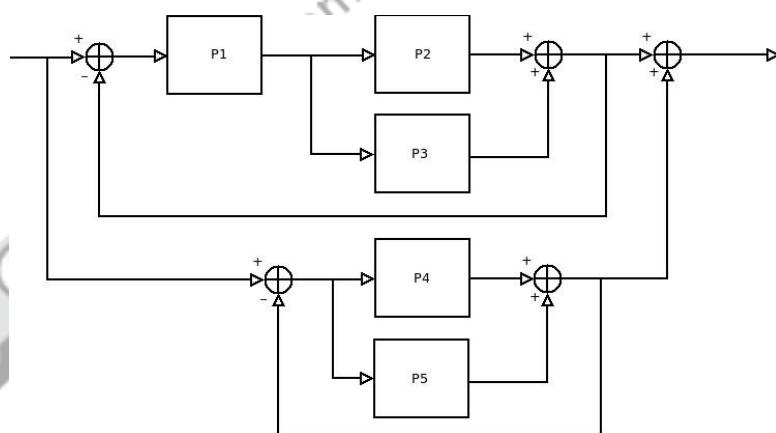
b) Obtenga el diagrama de bloques resultante de  $\frac{Z}{X} = \frac{P_1 \cdot (P_2 + P_3)}{1 + P_1 \cdot (P_2 + P_3)} + \frac{P_4 + P_5}{1 + P_4 + P_5}$

SAC J-2003

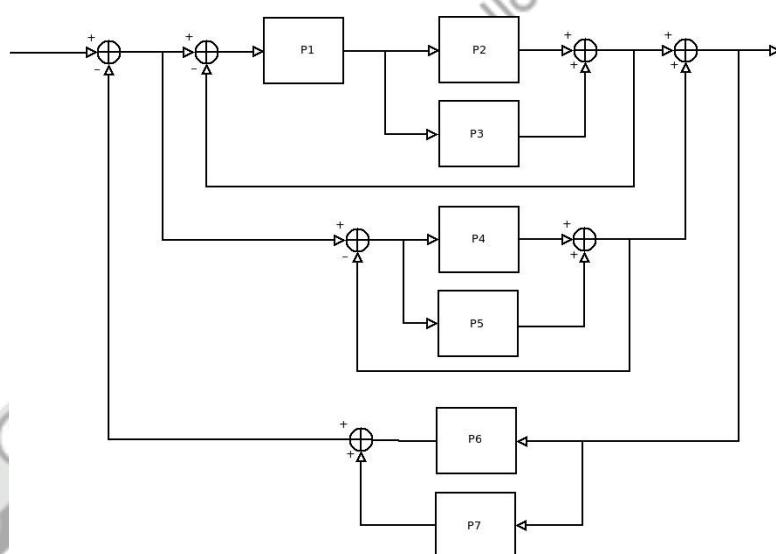
si el sistema anterior se realimenta negativamente con una red de realimentación con función de transferencia:  $(P_6 + P_7)$ . (1 Punto)

**Solución:**

a)



b)



a) Obtenga el diagrama de bloques de un sistema con la siguiente función de transferencia: (1,5 puntos)

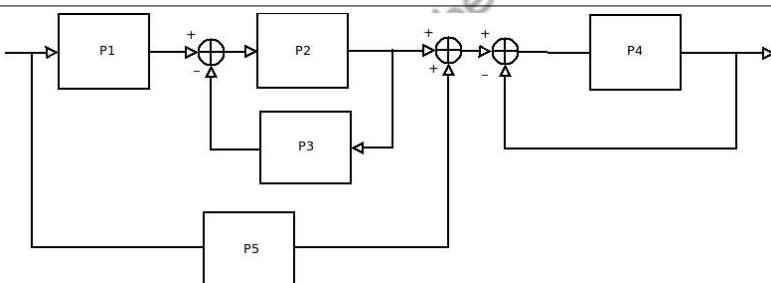
$$\frac{Z}{X} = \left[ P_1 \frac{P_2}{1 + P_2 P_3} + P_5 \right] \frac{P_4}{1 + P_4}$$

b) Obtenga el diagrama de bloques resultante si el sistema anterior se realimenta negativamente con una red con función de transferencia  $P_6 + P_7$ . (0,5 puntos)

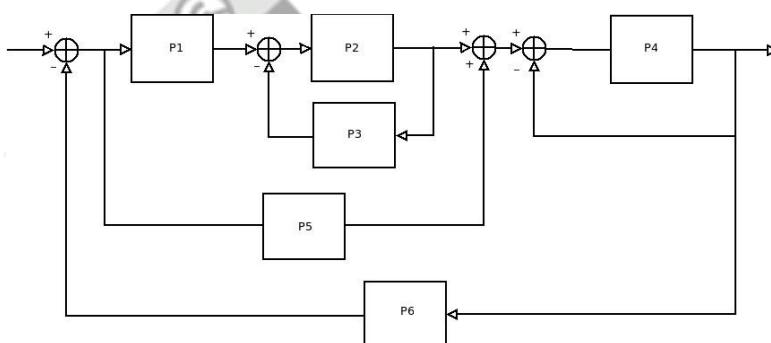
**Solución:**

a)

SAC J-2004



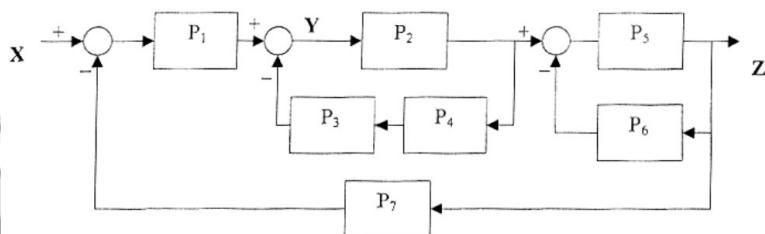
b)



Dado el diagrama de bloques de la figura:

- a) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$  (1 punto)  
b) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$  (1 Punto)

SAC J-2004



Solución:

a)

$$Z = \frac{P_5}{1+P_5 P_6} P_2 \cdot Y$$

b)

$$A = P_1 \cdot \frac{P_2}{1+P_2 P_3 P_4} \cdot \frac{P_5}{1+P_5 P_6}$$

$$\beta = P_7$$

$$Z = \frac{\frac{P_1 \cdot P_2 \cdot P_5}{(1+P_2 P_3 P_4)(1+P_5 P_6)} \cdot A \cdot X}{1 + \frac{P_1 \cdot P_2 \cdot P_5}{(1+P_2 P_3 P_4)(1+P_5 P_6)} \cdot \beta}$$

La figura representa un sistema de control de un depósito. El detector de volumen entrega una tensión relacionada con la cantidad de líquido

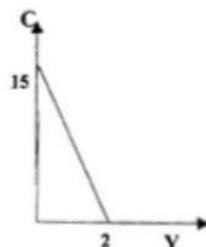
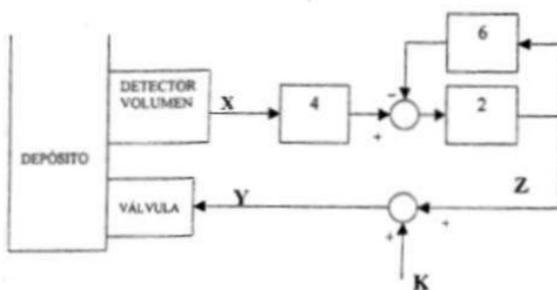
SAC S-2004

almacenada, según la siguiente expresión:

$$X(\text{voltios}) = 0,04 L + 0,8 \quad (L : \text{litros de líquido en el depósito})$$

Esta señal es amplificada y se aplica a la válvula que controla la entrada de líquido al depósito. En la figura se indica la función de transferencia de la válvula, que relaciona el caudal de entrada al depósito ( $C$ : litros/segundo) con la tensión  $Y$ .

Resuelva las siguientes cuestiones:



- a) Obtenga el valor de la constante  $K$ , para que cuando el depósito esté vacío, el caudal de entrada al mismo sea máximo (15 litros/segundo). (1 Punto)  
b) Tomando la  $K$  hallada en el apartado anterior, ¿qué volumen de líquido en el depósito provoca el cierre de la válvula (caudal nulo)? (1 Punto)

**Solución:**

a)

$$Y=0=Z+K=4 \cdot \frac{2}{1+12} X + K = \frac{8}{13} 0.8 + K \Rightarrow K = -0.4923 V$$

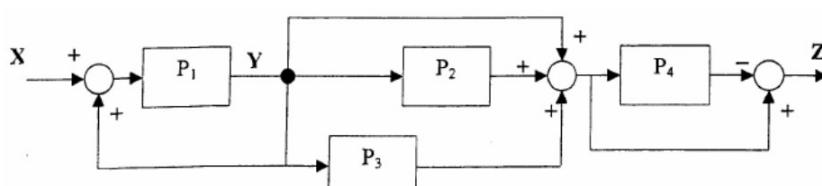
b)

$$Y=2=Z-0.4923=\frac{8}{13} 0.04 L \Rightarrow L=4.0625 L$$

Dado el diagrama de bloques de la figura:

- a) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$  (1 punto)  
b) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$  (1 Punto)

SAC S-2004



**Solución:**

a)

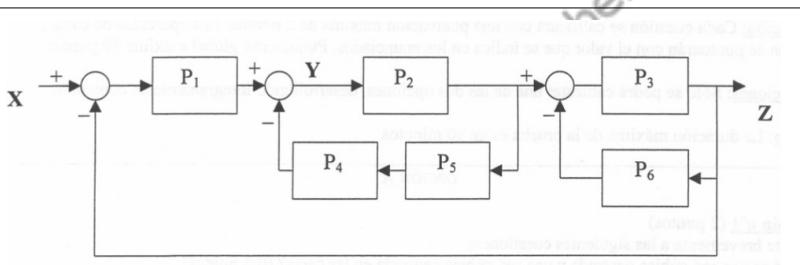
$$\frac{Z}{Y} = (1 + P_2 + P_3)(1 - P_4)$$

b)

$$\frac{Z}{X} = \frac{P_1}{1 - P_1} (1 + P_2 + P_3)(1 - P_4)$$

Dado el diagrama de bloques de la figura:

SAC J-2005



- a) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$   
b) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ .

Solución:

a)

$$\frac{Z}{Y} = P_2 \frac{P_3}{1 + P_3 P_6}$$

b)

$$\frac{Z}{X} = \frac{\frac{P_1 P_2 P_3}{(1 + P_2 P_4 P_5)(1 + P_3 P_6)}}{1 + \frac{P_1 P_2 P_3}{(1 + P_2 P_4 P_5)(1 + P_3 P_6)}}$$

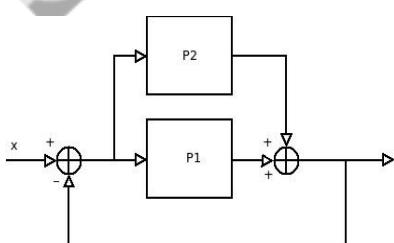
- a) Represente el diagrama de bloques de un sistema con la siguiente función de transferencia (1 punto) :

$$\frac{Z}{X} = \frac{P_1 + P_2}{1 + P_1 + P_2}$$

- b) Represente el diagrama de bloques resultante si el sistema anterior se realimenta negativamente con una red con función de transferencia:  $P_3$ . (1 punto)

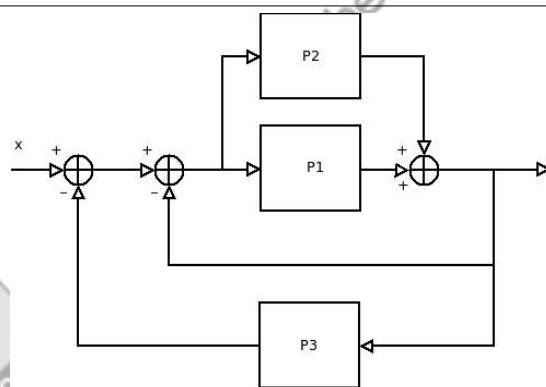
Solución:

a)



b)

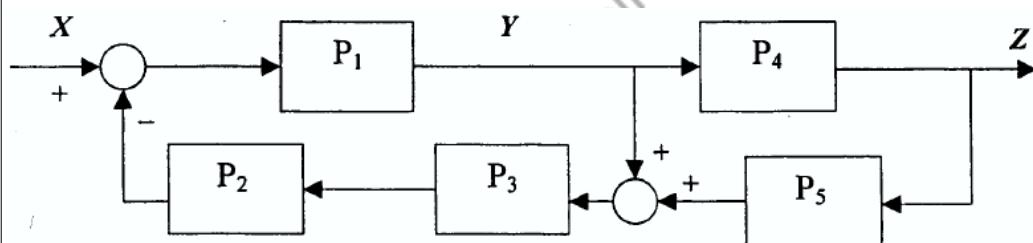
SAC J-2005



Dado el diagrama de bloques de la figura:

- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$  (1 punto)
- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ . (1 punto)

SAC S-2005



**Solución:**

a)

$$Z = P_4 Y$$

b)

$$Y = \frac{P_1}{1 + (P_4 P_5 + 1) P_3 P_2 P_1} X$$

$$Z = P_4 Y = \frac{P_1 P_4}{1 + (P_4 P_5 + 1) P_3 P_2 P_1} X$$

Un sistema de control de la temperatura de un horno sigue el esquema presentado en la figura. La función de transferencia del elemento calefactor es:

$$T(\text{°C}) = 20 X; (X \text{ voltios}).$$

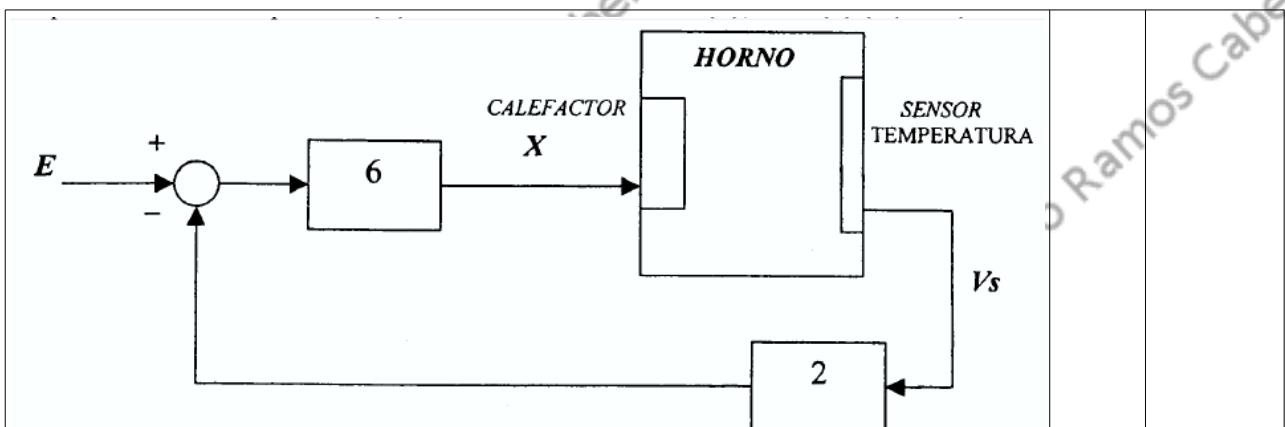
Y la del sensor de temperatura es:

$$Vs(\text{voltios}) = 1 + 2 T; (T: \text{grados centígrados}).$$

Suponiendo que la temperatura del sensor es idéntica a la del calefactor, obtenga:

- La señal de entrada (E) para que la temperatura sea de 40 °C (1 punto)
- La ecuación que relaciona la temperatura (T) con la señal de entrada (E),  $T = f(E)$  (1 punto)

SAC S-2005



**Solución:**

a)

$$T = 20 \quad X = 40^\circ\text{C} \Rightarrow X = 2 \text{ V} \Rightarrow V_s = 81 \text{ V} \Rightarrow (E - 2 \cdot 81 \text{ V}) \cdot 6 = X \Rightarrow$$

$$E = \frac{2}{6} + 2 \cdot 81 \text{ V} = 162.3 \text{ V}$$

b)

$$T = 20 \quad X$$

$$V_s = 1 + 2T$$

$$T = 20 \quad X = 20 \cdot 6(E - 2V_s) = 120E - 240(1 + 2T) = 120E - 240 - 480T$$

$$479T = 240 - 120E$$

$$T = \frac{240 - 120E}{479}$$

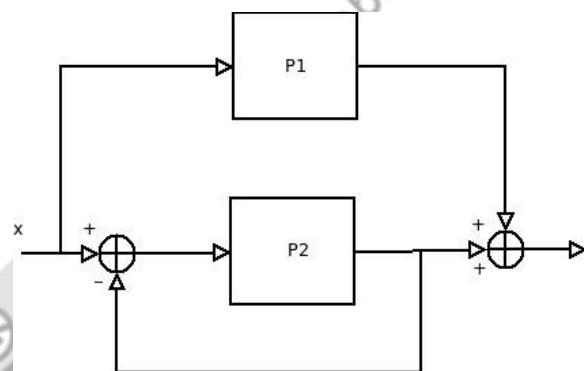
- a) Dibuje el diagrama de bloques de un sistema con la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Z}{X} = P_1 + \frac{P_2}{1 + P_2}$$

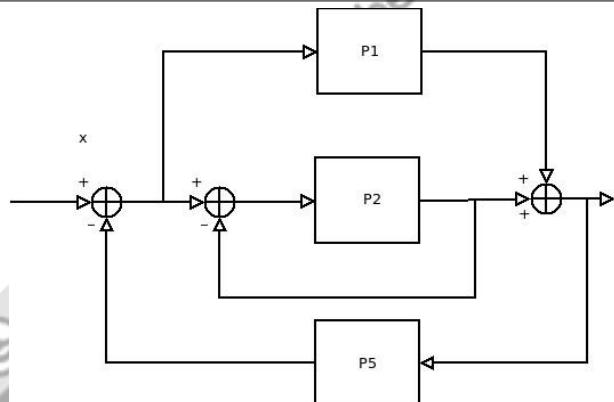
- b) Obtenga el diagrama de bloques resultante si el sistema anterior se realimenta negativamente con una red de transferencia:  $P_5$ . (1 Punto).

**Solución:**

a)



b)

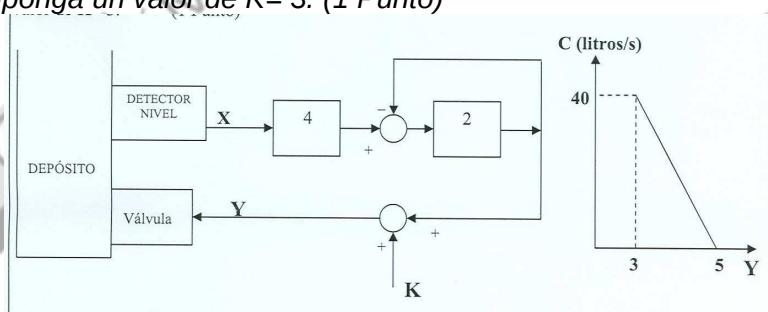


La figura representa un sistema de control del llenado un depósito. El detector de nivel entrega una tensión relacionada con la altura de líquido almacenada, según la siguiente expresión:  $X(\text{voltios})=0,8.h$  ( $h$ : altura en m alcanzada por el líquido)

Esta señal es procesada y se aplica a la válvula que controla la entrada de líquido al depósito. En la figura se indica la función de transferencia de la válvula, que relaciona el caudal de entrada al depósito ( $C$ : litros/s) con la tensión  $Y$ .

Resuelva las siguientes cuestiones:

- Obtenga el valor de la constante  $K$ , para que cuando el depósito esté vacío, el caudal de entrada al mismo sea máximo (40 litros/s). (1 Punto)
- ¿Qué altura de líquido en el depósito provoca el cierre de la válvula (caudal nulo)? Suponga un valor de  $K=3$ . (1 Punto)



**Solución:**

a)

$$h=0 \rightarrow X=0 \rightarrow Y=4 \frac{2}{1+2} X + K = K \rightarrow K=3$$

b)

$$5=\frac{8}{3}X+3=\frac{8}{3}0.8h+3 \rightarrow h=2 \cdot \frac{3}{8 \cdot 0.8}=0.9375 \text{ m}$$

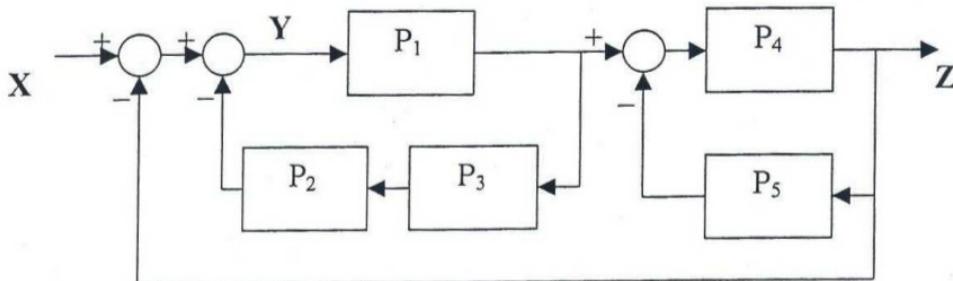
SAC J-2006

Dado el diagrama de bloques de la figura:

- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$  (1 punto)
- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ . (1 punto)

SAC

S-2006



Solución:

$$a) Z = \frac{P_1 P_4}{1 + P_4 P_5} Y$$

$$b) Z = \frac{\frac{P_4 P_1}{(1 + P_4 P_5)(1 + P_1 P_2 P_3)}}{1 + \frac{P_4 P_1}{(1 + P_4 P_5)(1 + P_1 P_2 P_3)}} X$$

Se muestra en la figura el sistema de ventilación de un túnel, que está formado básicamente por un sensor de la concentración de cierto gas contaminante, 2 ventiladores, un amplificador de ganancia  $G$  y 2 comparadores con las siguientes funciones de transferencia:

COMP-1

$E_1 > 2 : S_1 = 5 \text{ v.}$

$E_1 \leq 2 : S_1 = 0 \text{ v.}$

COMP-2

$E_2 > U : S_2 = 5 \text{ v.}$

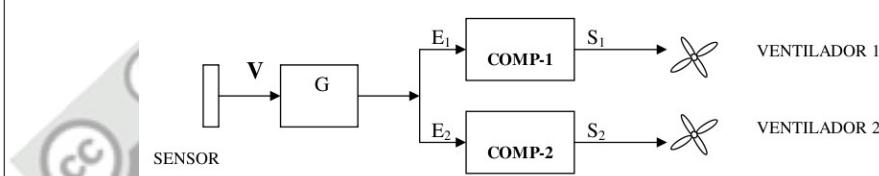
$E_2 \leq U : S_2 = 0 \text{ v.}$

SAC J-2007

El funcionamiento del sistema debe ser el siguiente:

- Si la concentración de gas es inferior a  $10 \text{ g/m}^3$  ambos ventiladores deben estar desactivados.
- Si la concentración de gas está comprendida entre  $10$  y  $20 \text{ g/m}^3$  se debe activar el ventilador número 1.
- Si la concentración de gas es superior a  $20 \text{ g/m}^3$ , se deben activar ambos ventiladores.

La función de transferencia del sensor es  $V (\text{voltios}) = 4.10^{-2} X$ ; ( $X$ : concentración en  $\text{g/m}^3$ ) y los ventiladores se activan con una señal de 5 voltios.



- a) Obtenga el valor de la ganancia  $G$  para que el ventilador 1 se active con una concentración igual o superior a  $10 \text{ g/m}^3$ . (1 Punto)
- b) Obtenga el umbral del segundo comparador ( $U$ ) para que el sistema completo funcione según lo indicado. (1 Punto)

**Solución:**

a)

$$V = 4.10 - 2X \rightarrow E_1 = G(4.10 - 2X) \rightarrow 2 = G(4.10 - 2 \cdot 10) \rightarrow G = -0.12578$$

b)

$$V = 4.10 - 2X \rightarrow E_2 = G(4.10 - 2X) \rightarrow U = -0.12578 \cdot (4.10 - 2 \cdot 20) = 4.516V$$

- a) Dibuje el diagrama de bloques de un sistema con la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Z}{X} = \frac{1 + P_1 + P_2}{1 + P_1}$$

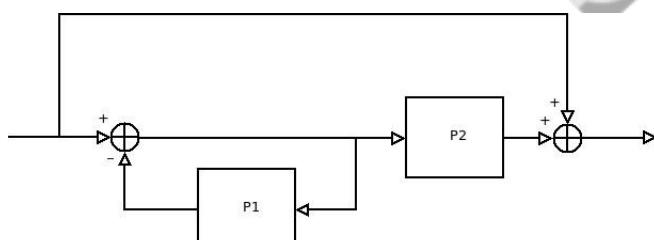
- b) Dibuje el diagrama de bloques de un sistema con la siguiente función de transferencia:

$$\frac{Z}{Y} = \frac{\frac{1 + P_1 + P_2}{1 + P_1}}{1 + \left\{ \frac{1 + P_1 + P_2}{1 + P_1} \right\} \cdot P_3}$$

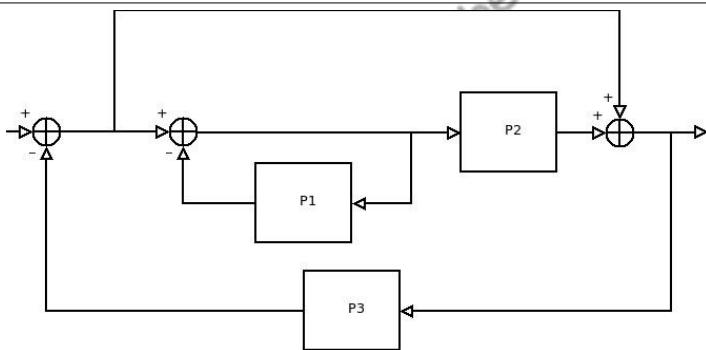
**Solución:**

a)

$$\frac{Z}{X} = 1 + P_2 \frac{1}{1 + P_1}$$



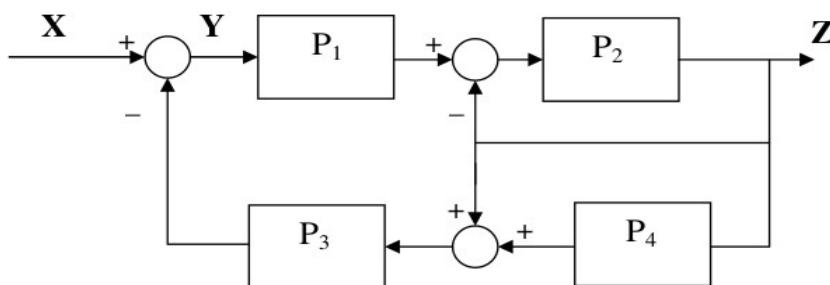
b)



Dado el diagrama de bloques de la figura:

- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$ .
- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ .

SAC S-2007



*Solución:*

a)

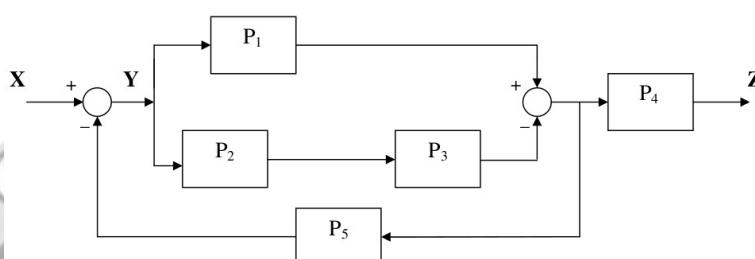
$$Z = P_1 \frac{P_2}{1+P_2} Y$$

$$b) Z = \frac{\frac{P_1 P_2}{1+P_2}}{1+P_3(1+P_4) \frac{P_1 P_2}{1+P_2}} X$$

Dado el diagrama de bloques de la figura:

- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$
- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$

SAC J-2008



*Solución:*

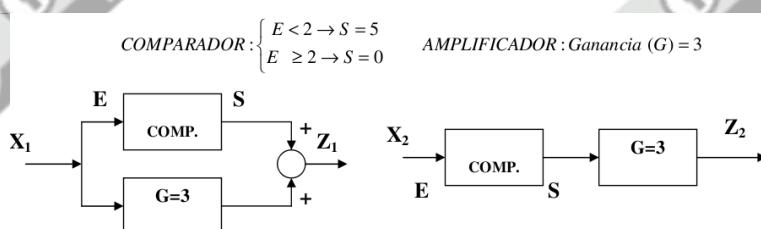
a)

$$Z = P_4(P_1Y - P_2P_3Y) = P_4(P_1 - P_2P_3)Y$$

b)

$$Z = \frac{(P_1 - P_2P_3)}{1 + (P_1 - P_2P_3)P_5} P_4 X$$

En los sistemas mostrados se utilizan un comparador y un amplificador, con las siguientes funciones de transferencia individuales:



- a) Obtenga la función de transferencia  $Z_1=f(X_1)$   
b) Obtenga la función de transferencia  $Z_2=f(X_2)$

*Solución:*

a)

$$Z_1 = \begin{cases} X_1 < 2 \rightarrow 5 + 3X_1 \\ X_1 \geq 2 \rightarrow 3X_1 \end{cases}$$

b)

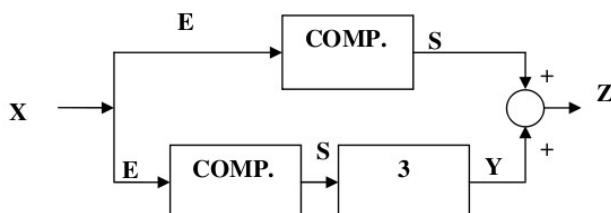
$$Z_2 = \begin{cases} X_1 < 2 \rightarrow 15 \\ X_1 \geq 2 \rightarrow 0 \end{cases}$$

SAC J-2008

En el diagrama de bloques de la figura la función de transferencia del comparador es:

SAC J-2009

$$\begin{aligned} E < 4 \rightarrow S = 5 \\ E \geq 4 \rightarrow S = 0 \end{aligned}$$



- a) Obtenga la función de transferencia  $Y=f(X)$ .  
b) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ .

*Solución:*

a)

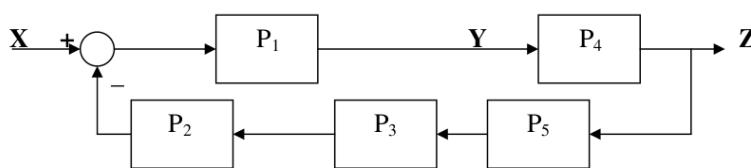
$$Y = \begin{cases} X < 4 \rightarrow 15 \\ X \geq 4 \rightarrow 0 \end{cases}$$

b)

$$Y = \begin{cases} X < 4 \rightarrow 15 + 5 = 20 \\ X \geq 4 \rightarrow 0 \end{cases}$$

Dado el diagrama de bloques de la figura:

SAC J-2009



- a) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$ .  
b) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ .

*Solución:*

a)

$$Z = P_4 Y$$

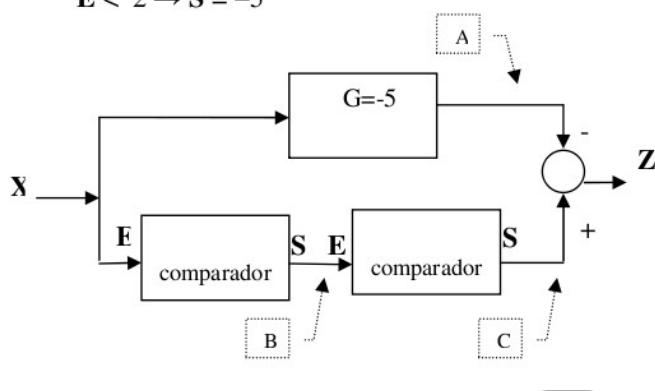
b)

$$Z = \frac{P_1 P_4}{1 + P_1 P_4 P_5 P_3 P_2} X$$

En el diagrama de bloques de la figura se utiliza un amplificador de ganancia ( $G = -5$ ) y dos comparadores con la siguiente función de transferencia:

SAC J-2010-FE

$$\begin{aligned} E \geq 2 &\rightarrow S = 5 \\ E < 2 &\rightarrow S = -5 \end{aligned}$$



Rellene la siguiente tabla con los valores de la señal en los puntos indicados, si  $X = 3$ . (0,5 puntos cada valor)

Punto	Valor
A	
B	
C	
Z (salida)	

*Solución:*

$$A = -15$$

$$B = 5$$

$$C = 5$$

$$Z = 20$$

a) Dibuje el diagrama de bloques de un sistema con la siguiente función de transferencia. (1 punto)

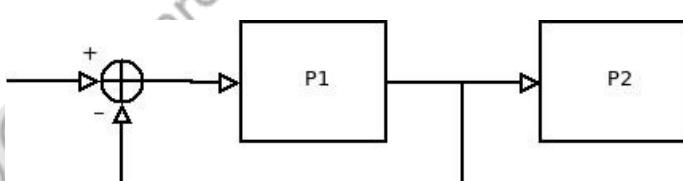
SAC J-2010-FE

$$\frac{Z}{X} = \frac{P_1}{1 + P_1} \cdot P_2$$

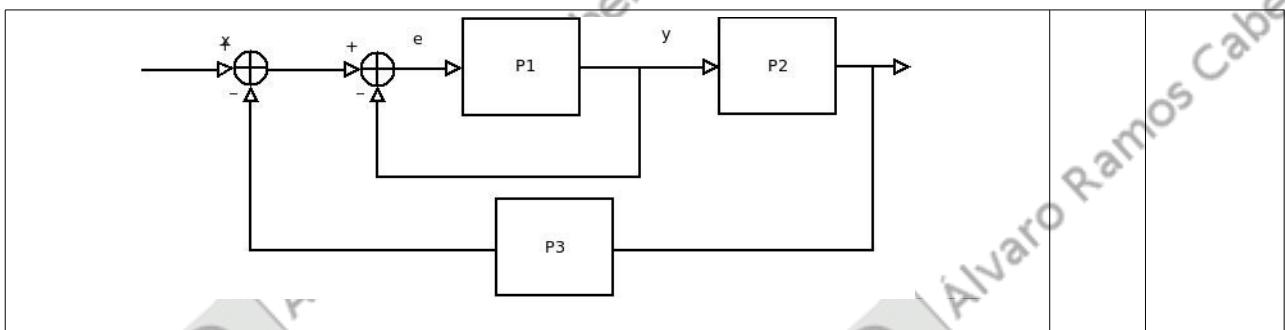
b) Obtenga el diagrama de bloques resultante si el sistema anterior se realimenta negativamente con una red de transferencia:  $P_3$ . (1 punto)

*Solución:*

a)



b)



Para obtener medidas de cierta variable física y la consiguiente actuación se utiliza el sistema de la figura.

Está compuesto por un sensor de salida  $X$ , una red de amplificación, un comparador y el sistema de actuación. La función de transferencia del comparador es:

SAC J-2010-FG

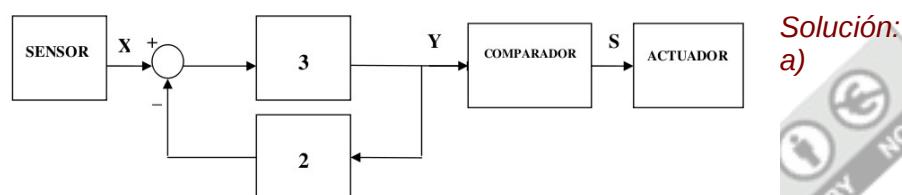
$$Y < 5 \rightarrow S = 1$$

$$Y \geq 5 \rightarrow S = -1$$

Y el actuador se activa cuando a su entrada se tiene un nivel alto ( $S=1$ ).

a) Obtenga la función de transferencia  $Y = f(X)$ .

b) Obtenga el margen de valores de la variable  $X$  que activan el actuador.



*Solución:  
a)*

$$\frac{Y}{X} = \frac{3}{1 + 3 \cdot 2} = \frac{3}{7}$$

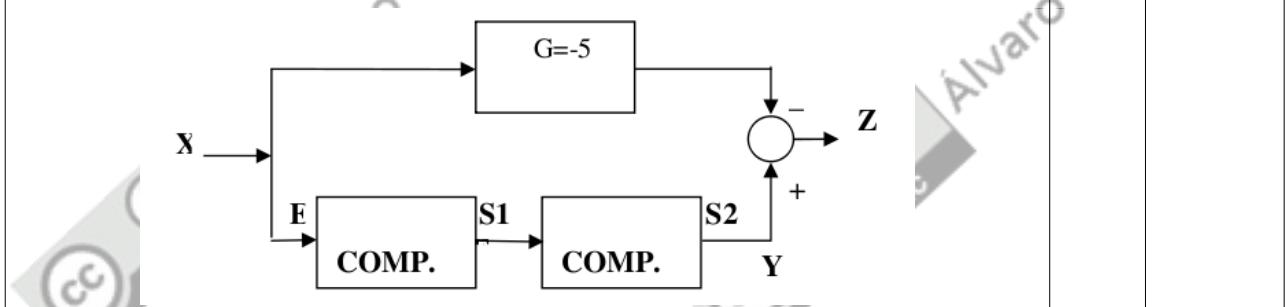
$$b) Y < 5 \Rightarrow \frac{3}{7} X < 5 \Rightarrow X < \frac{35}{3}$$

En el diagrama de bloques de la figura se utiliza un amplificador de ganancia ( $G=-5$ ) y dos comparadores con la siguiente función de transferencia:

$$E \geq -2 \rightarrow S = 5$$

$$E < -2 \rightarrow S = -5$$

SAC J-2010-FG



- a) Obtenga la función de transferencia  $Y=f(X)$ . (1 punto)  
b) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ . (1 punto)

**Solución:**

a)

$$X \geq -2 \Rightarrow Y = 5$$

$$X < -2 \Rightarrow Y = -5$$

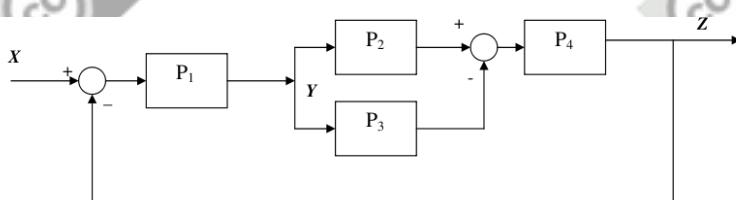
b)

$$X \geq -2 \Rightarrow Z = 5 + 5X$$

$$X < -2 \Rightarrow Z = -5 + 5X$$

Dado el diagrama de bloques de la figura:

- a) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$ . (1 punto)  
b) Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ . (1 punto)



SAC Mod-2010

**Solución:**

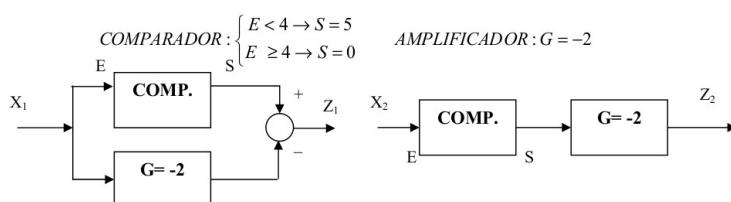
a)  $\frac{Z}{Y} = P_4 \cdot \{P_2 - P_3\}$

b) Multiplicando el resultado anterior por  $P_1$  tenemos la ganancia directa. Visto esto, se observa que se trata de un sistema realimentado estándar:

$$\frac{Z}{X} = \frac{P_4 \cdot \{P_2 - P_3\} \cdot P_1}{1 + P_4 \cdot \{P_2 - P_3\} \cdot P_1}$$

En los sistemas mostrados se utilizan un comparador y un amplificador, con las siguientes funciones de transferencia individuales:

- a) Obtenga la función de transferencia  $Z_1=f(X_1)$ . (1 punto)  
b) Obtenga la función de transferencia  $Z_2=f(X_2)$ . (1 punto)



**Solución:**

a)

$$Z_1 = \begin{cases} X < 4 \Rightarrow Z_1 = 5 + 2X \\ X \geq 4 \Rightarrow Z_1 = 2X \end{cases}$$

b)

$$Z_2 = \begin{cases} X < 4 \Rightarrow Z_2 = -10 \\ X \geq 4 \Rightarrow Z_2 = 0 \end{cases}$$

En la figura se muestra un sistema de medida de cierta variable física ( $X$ ) y un sistema de actuación. Está compuesto por un sensor de salida  $X$ , una red de amplificación, un comparador y el sistema de actuación. La función de transferencia del comparador es:

$$Y < 9 \rightarrow S = 1$$

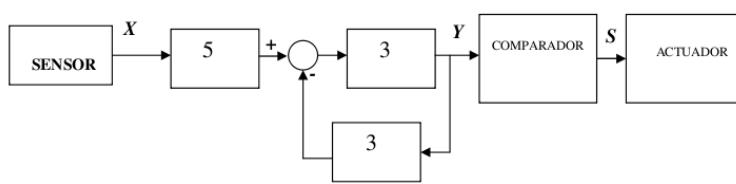
$$Y \geq 9 \rightarrow S = 0$$

Y el actuador se activa cuando a su entrada se tiene un nivel alto ( $S=1$ ).

a) Obtenga la función de transferencia  $Y = f(X)$

(1 punto)

b) Obtenga el margen de valores de la variable  $X$  que activan el actuador. (1 punto)



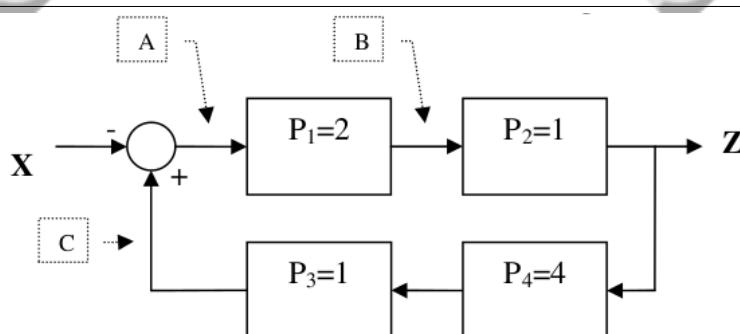
### Solución

$$\text{a) } \frac{Y}{X} = 5 \cdot \frac{3}{1 + 3 \cdot 3} = 1,5$$

$$\text{b) } Y = 1,5 \cdot X = 9 \quad \rightarrow \quad X < 6$$

En el sistema realimentado mostrado se cumple que el valor de la salida es 2 ( $Z = 2$ ); en esta condición

rellene una tabla como la mostrada con los valores de la señal en los puntos indicados. (2 puntos)



Punto	Valor
A	
B	
C	
X (entrada)	

SAC Mod-2010

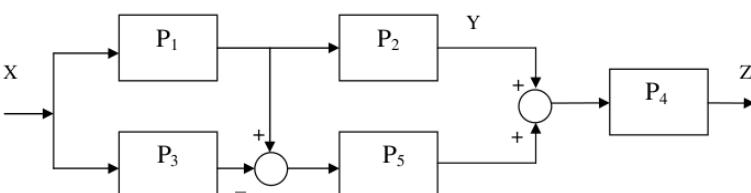
*Solución:*

Punto	Valor
A	1 ( $A = B / 2$ )
B	2 ( $B = Z$ )
C	8 ( $C = 4 \cdot Z$ )
X (entrada)	7 ( $8 - X = 1$ )

Dado el diagrama de bloques de la figura:

- a) Obtenga la función de transferencia  $Y = f(X)$ . (1 punto)  
b) Obtenga la función de transferencia  $Z = f(X)$ . (1 punto)

SAC J-2011



a)

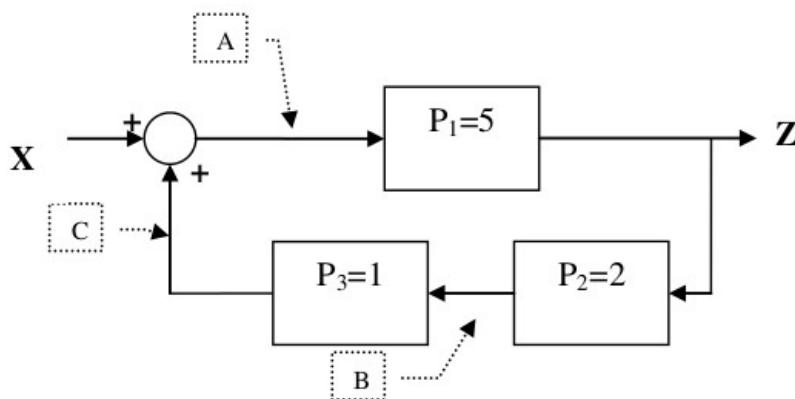
$$\frac{Y}{X} = P_1 \cdot P_2$$

b)

$$\frac{Z}{X} = [P_1 \cdot P_2 + P_1 P_5 - P_3 \cdot P_5] \cdot P_4;$$

En el sistema realimentado mostrado la señal en el punto A tiene un valor  $A=2$ ; rellene la siguiente tabla con los valores de la señal en los puntos indicados. (0,5 puntos cada valor correcto)

SAC J-2012\*



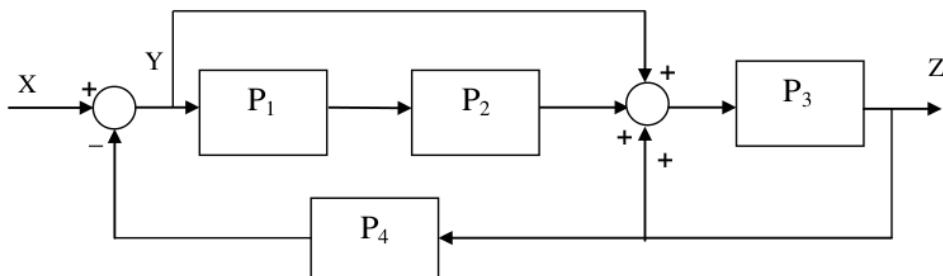
Punto	Valor
X (entrada)	
B	
C	
Z (salida)	

Solución:

Punto	Valor
X (entrada)	$X = A - C = 2 - 20 = -18$
B	20
C	20
Z (salida)	10

Dado el diagrama de bloques de la figura:

- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(Y)$ . (1 punto)
- Obtenga la función de transferencia  $Z=f(X)$ . (1 punto)



Solución

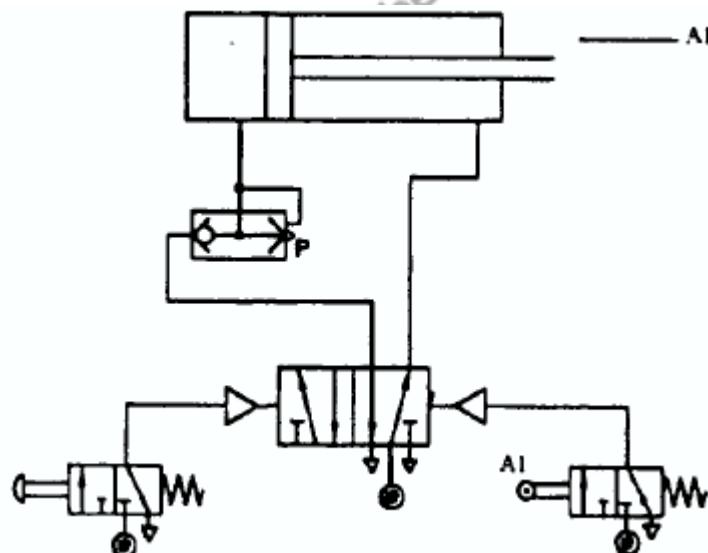
a)

$$Z = P_3(Y + P_1 P_2 Y + Z) \rightarrow (1 - P_3)Z = (P_1 P_2 + 1)Y;$$

b)



$Y = X - P_4 Z;$ $\frac{1-P_3}{1+P_1 P_2} Z = X - P_4 Z$ $\left[ P_4 + \frac{1-P_3}{1+P_1 P_2} \right] Z = X;$		
<p>a) El recipiente de aire de un compresor contiene <math>6 \text{ m}^3</math> a una presión absoluta de 7 bar y a una temperatura de 293 K (20° C). Determine el volumen de aire en condiciones normales (0°C y 1 bar).</p> <p>(1,5 puntos)</p> <p>b) Enumere cuatro tipos de cilindros neumáticos según el principio constructivo. (0,5 puntos)</p>	NEU	J-2004
<p><b>Solución:</b></p> $p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ <p>a)</p> $V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{7 \text{ bar} \cdot 6 \text{ m}^3 \cdot 293 \text{ K}}{1 \text{ bar} \cdot 273 \text{ K}} = 45.077 \text{ m}^3$ <p>b)</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. De simple efecto con retorno por resorte</li><li>2. De simple efecto con retorno manual</li><li>3. De doble efecto</li><li>4. De doble efecto con amortiguación neumática</li></ol>		
<p>a) ¿Qué caudal se necesitará para que un cilindro de simple efecto de 30 mm de diámetro recorra una distancia de 250 mm en 0,8 segundos? (0,5 puntos)</p> <p>b) Dependiendo de su función, describa brevemente tres tipos distintos de válvulas neumáticas. (1,5 puntos)</p>	NEU	S-2004
<p><b>Solución:</b></p> <p>a)</p> $C = \frac{V}{t} = \frac{0,25 \cdot \pi \cdot 0,015^2 \text{ m}^3}{0,8 \text{ s}} = 2,20894 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,220894 \text{ L/s}$ <p>b)</p> <p><b>Válvulas distribuidoras:</b> su función es modificar la dirección y el sentido de flujo del aire a presión, así como abrir y cerrar dicho flujo. Ejemplos 2/2, 4/2, 3/2, 5/2, 5/3 etc.</p> <p><b>Válvulas de Bloqueo:</b> Implican el bloqueo del flujo de aire en algún sentido o dirección. Ejemplos: válvula antirretorno, válvula selectora, de simultaneidad, de escape rápido, reguladora de caudal unidireccional.</p> <p><b>Válvulas reguladoras de caudal:</b> regulan el caudal de aire: válvula reguladora de caudal bidireccional.</p> <p><b>Válvulas reguladoras de presión:</b> regulan la presión del aire desde el valor atmosférico hasta el valor de la fuente. Ejemplos: válvula limitadora de presión, válvula de secuencia, válvula reductora de presión.</p>		
Explique el funcionamiento del circuito neumático representado en la siguiente figura. (2 puntos)	NEU	S-2005

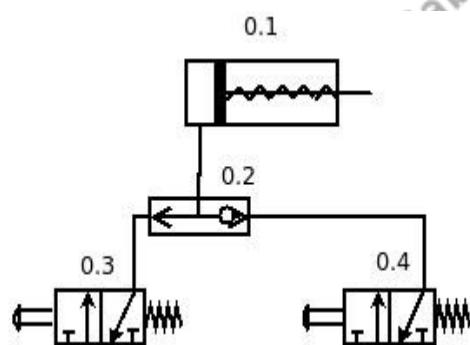


**Solución:**

El circuito consta de un cilindro de doble efecto, una válvula de escape rápido, una válvula 5/2 con doble mando neumático, una válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte y una válvula 3/2 NC final de carrera con retorno por resorte. En el estado de reposo el vástagos se encuentra retraído. Al accionar el pulsador de la válvula 3/2 el aire a presión hace cambiar de posición la válvula 5/2, permitiendo el paso del aire a la cámara principal del cilindro y como consecuencia, el vástagos avanza. Aunque se suelte el pulsador el vástagos continuará su avance hasta alcanzar la posición A1. En ese momento se accionará la válvula final de carrera que hará cambiar de posición la válvula 5/2, permitiendo el paso del aire a la cámara secundaria del cilindro. El aire de la cámara principal escapará a la atmósfera a través de la válvula de escape rápido. Por tanto, el vástagos retrocederá hasta alcanzar el estado inicial o hasta que se accione el pulsador de la válvula 3/2 nuevamente (lo cual reiniciaría el proceso).

Diseñe un circuito neumático para activar un cilindro de simple efecto, controlado desde dos puntos simultáneamente, para que provoque el avance del vástagos.

**Solución:**



**Elementos del circuito:**

- 0.1 Cilindro de simple efecto con retorno por resorte  
0.2 Válvula selectora o bidireccional o de doble efecto  
0.3 Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte  
0.4 Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte

- a) El recipiente de aire de un compresor tiene un volumen de  $8 \text{ m}^3$  a una presión de 6 bar y a una temperatura de 298 K (25 °C). Determinar el volumen de aire en condiciones normales. (1,5 puntos)  
b) ¿Qué misión tienen las válvulas de bloqueo en los circuitos neumáticos? (0,5 puntos)

*Solución:*

- a) Suponiendo que la presión es absoluta (si no lo fuera, habría que añadirle la presión atmosférica):

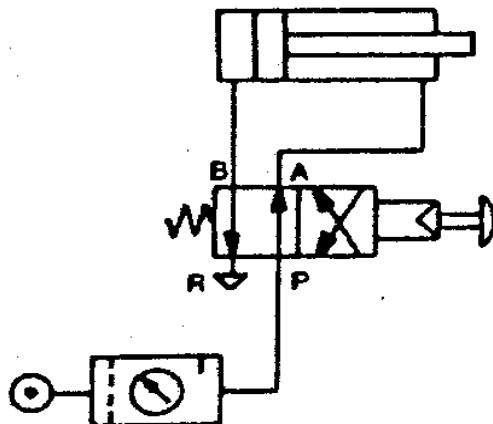
$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{6 \text{ bar } 8 \text{ m}^3 \text{ } 298 \text{ K}}{1 \text{ bar } 273 \text{ K}} = 52.3956 \text{ m}^3$$

- b) Las válvulas de bloqueo impiden la circulación de aire comprimido a determinadas secciones bajo determinadas circunstancias. Los tipos de válvulas son las siguientes:

1. Válvulas antirretorno: permiten la circulación del aire en un único sentido
2. Válvulas selectoras: permiten realizar la función lógica OR.
3. Válvulas de simultaneidad: permiten realizar la función lógica AND.

- a) Describa los componentes empleados en el circuito neumático representado en la siguiente figura. (0,5 puntos)  
b) Explique el funcionamiento del circuito neumático. (1,5 puntos)



*Solución:*

a)

- 0.1 Cilindro oleohidráulico de doble efecto  
0.2 Válvula oleohidráulica 4/2 con mando por pulsador y retorno por resorte.  
0.3 Unidad de acondicionamiento oleohidráulico compuesta por una válvula reguladora de presión, un filtro y un manómetro.

NEU J-2003

#### 0.4 Unidad de presión.

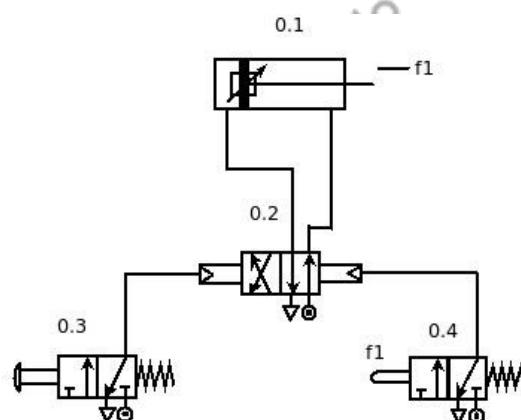
b) El circuito controla el cilindro de forma que mientras el pulsador se mantenga pulsado el aire a presión circulará hacia el cilindro haciendo que el vástago avance y mientras no esté pulsado el aire a presión circulará hacia el cilindro haciendo que el vástago retroceda.

Un cilindro de doble efecto debe avanzar su émbolo por medio del accionamiento de un pulsador  $P_1$ , y una vez alcanza su posición final, retroceder por medio de un fin de carrera  $f_{1c}$ .

- a) Dibuje el circuito correspondiente. (1 punto)  
b) Describa los componentes empleados. (1 punto)

**Solución:**

a)



b)

0.1 Cilindro neumático de doble efecto.

0.2 Válvula neumática 4/2 con mando neumático indirecto y retorno neumático indirecto.

0.3 Válvula neumática 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte.

0.4 Válvula neumática 3/2 NC final de carrera con retorno por resorte.

Se mueve un cilindro de simple efecto con aire comprimido. El diámetro del pistón es de 75 mm y el diámetro del vástago de 20 mm, a presión de trabajo es de  $6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  ( $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ ) y la resistencia del muelle de 60 N. Su rendimiento es del 90 %. Calcule:

- a) La fuerza teórica que el cilindro entrega en su carrera de avance. (1 punto)  
b) La fuerza real o efectiva del cilindro. (1 punto)

**Solución:**

a)

$$F_a = p \pi r_{emb}^2 - E = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \pi (0,075)^2 \text{ m}^2 - 60 \text{ N} = 2591 \text{ N}$$

b)

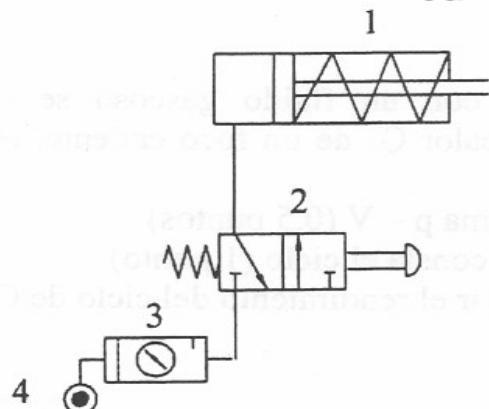
$$F_{real} = 0,9 \cdot 2591 \text{ N} = 2332 \text{ N}$$

NEU J-2004

NEU S-2004

Identifique los componentes señalados en el esquema. (0,5 puntos por cada componente)

NEU J-2005



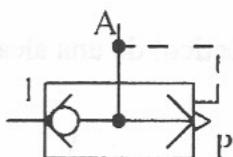
*Solución:*

1. Cilindro oleohidráulico de simple efecto.
2. Válvula oleohidráulica 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte.
3. Unidad acondicionamiento oleohidráulica compuesta por un manómetro y un filtro.
4. Generador de presión.

a) ¿Qué volumen de aire medido en condiciones normales (presión y temperatura) contiene un recipiente de 4 m<sup>3</sup> a 6bar de presión relativa si se halla a una temperatura de 296 °K? ( 1,5 puntos)

NEU J-2005

b) Describa el símbolo representado a continuación. ( 0,5 puntos)



*Solución:*

a)

$$V_0 = \frac{p_1}{p_0} \frac{T_0}{T_1} V_1 = 6 \text{ bar} \frac{273 \text{ K}}{296 \text{ K}} 4 \text{ m}^3 = 22.14 \text{ m}^3$$

b) Se trata de una **válvula de escape rápido**. Permite la salida de aire a presión de A a la atmósfera rápidamente cuando no hay presión en 1.

a) ¿Cuál será la fuerza teórica que desarrolla un cilindro de 50 mm de

NEU S-2005

diámetro a una presión de 6 bar?

(1 punto)

b) Dependiendo de su función, especifique los cuatro distintos tipos de válvulas neumáticas. (1 punto)

**Solución**

a)

$$F_a = p \pi r_{emb}^2 = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \pi (0,025)^2 \text{ m}^2 = 1178.1 \text{ N}$$

b)

**Válvulas distribuidoras:** su función es modificar la dirección y el sentido de flujo del aire a presión, así como abrir y cerrar dicho flujo. Ejemplos 2/2, 4/2, 3/2, 5/2, 5/3 etc.

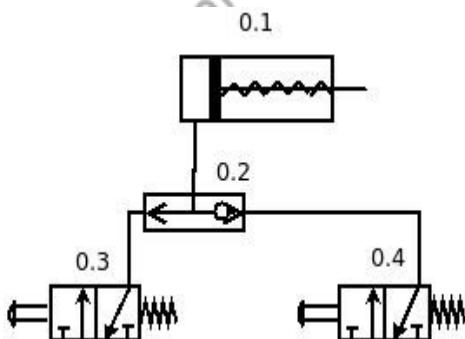
**Válvulas de Bloqueo:** Implican el bloqueo del flujo de aire en algún sentido o dirección. Ejemplos: válvula antirretorno, válvula selectora, de simultaneidad, de escape rápido, reguladora de caudal unidireccional.

**Válvulas reguladoras de caudal:** regulan el caudal de aire: válvula reguladora de caudal bidireccional.

**Válvulas reguladoras de presión:** regulan la presión del aire desde el valor atmosférico hasta el valor de la fuente. Ejemplos: válvula limitadora de presión, válvula de secuencia, válvula reductora de presión.

Diseñe un circuito neumático para activar un cilindro de simple efecto, controlado desde dos puntos simultáneamente, para que provoque el avance del vástago.

**Solución:**



**Elementos del circuito:**

0.1 Cilindro de simple efecto con retorno por resorte

0.2 Válvula selectora o bidireccional o de doble efecto

0.3 Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte

0.4 Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte

NEU J-2006

Un cilindro de doble efecto debe salir mediante el accionamiento del pulsador T1 y , tras alcanzar su posición final (S1), retroceder utilizando una eletroválvula 4/2 vías:

a) Dibuje el plano neumático y eléctrico (1,5 puntos)

b) Describa los componentes (0,5 puntos)

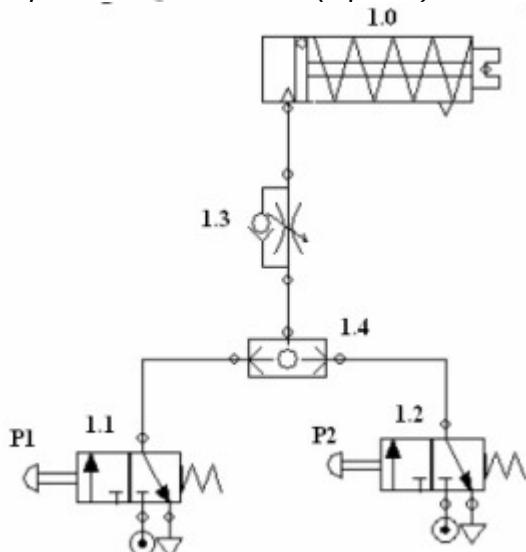
NEU S-2006

**Solución:**

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX  
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

- a) Explique el funcionamiento del circuito. (1 punto)  
b) Identifique los componentes del circuito. (1 punto)

NEU J-2007



**Solución:**

a) Cuando alguno de los dos pulsadores  $P_1$  o  $P_2$  es presionado el aire a presión llega a la válvula selectora y desde allí, a través de la válvula reguladora de caudal unidireccional sin ser regulado, llega al cilindro de simple efecto provocando el avance normal del vástago. En el momento de soltar el pulsador y mientras el otro no esté pulsado el cilindro efectuará un retroceso lento, puesto que el caudal de salida del cilindro está regulado.

b)

1.0 Cilindro de simple efecto con retorno por resorte

1.1 y 1.2 Válvulas 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte.

1.3 Válvula reguladora de caudal unidireccional

1.4 Válvula selectora.

Un cilindro de doble efecto tiene un émbolo de 70 mm de diámetro y un vástago de 25 mm de diámetro, la carrera es de 400 mm y la presión de trabajo a la que está sometido es de 6 bar. Determinar:

- a) Fuerza teórica en el avance. (0,5 puntos)  
b) Fuerza teórica en el retroceso. (0,5 puntos)  
c) Consumo de aire en el recorrido de avance y retroceso. (1 punto)

**Solución:**

a) y b)

$$F_{ea} = p \cdot \pi r_{emb}^2 = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \pi (0.035 \text{ m})^2 = 2309,07 \text{ N}$$

$$F_{er} = p \cdot \pi (r_{emb}^2 - r_{vas}^2) = 6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot \pi (0.035^2 - 0.0125^2) = 2014,55 \text{ N}$$

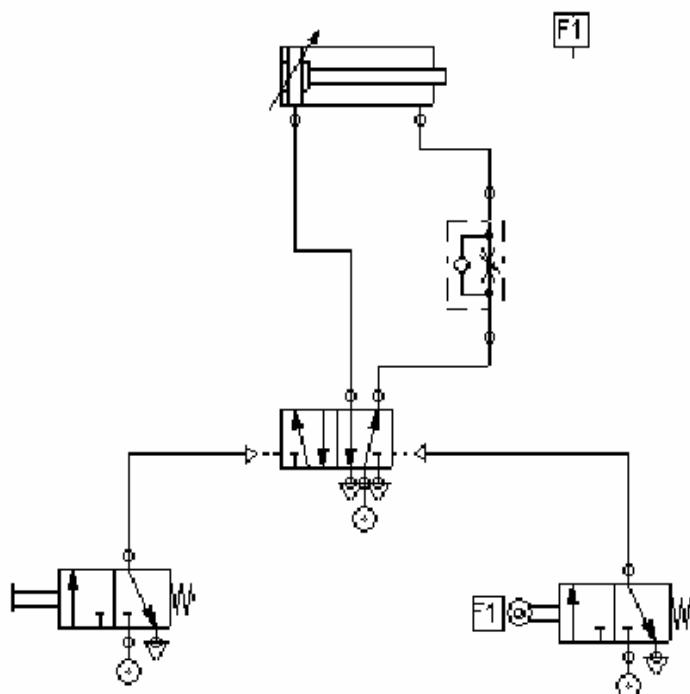
c)

NEU J-2007

$$\begin{aligned}
V_{pa} &= \pi \cdot r_{emb}^2 \cdot s \\
V_{pr} &= \pi (r_{emb}^2 - r_{vas}^2) \cdot s \\
V_{pa} &= s \cdot \pi \cdot r_{emb}^2 = 1,539 \cdot 10^{-3} m^3 \\
V_{pr} &= s \cdot \pi \cdot (r_{emb}^2 - r_{vas}^2) = 1,343 \cdot 10^{-3} m^3 \\
V_{pT} &= V_{pa} + V_{pr} = 0.4 m \cdot \pi (2 \cdot 0.035^2 - 0.0125^2) = 2,882 \cdot 10^{-3} m^3 \\
V_{pT} \cdot p &= V_0 \cdot p_0 \rightarrow V_{0T} = V_{pT} \cdot \frac{p}{p_0} = 2,882 \cdot 10^{-3} m^3 \cdot 7 = 2,018 \cdot 10^{-2} m^3
\end{aligned}$$

Explique el funcionamiento del esquema siguiente:

NEU S-2007



Solución:

Se trata de un circuito neumático. El circuito consta de los siguientes elementos:

- un cilindro de doble efecto con amortiguación neumática
- una válvula reguladora de caudal unidireccional
- una válvula 5/2 con mando y retorno neumáticos
- una válvula 3/2 NC con mando manual y retorno por resorte
- una válvula 3/2 NC final de carrera con mando por rodillo y retorno por resorte

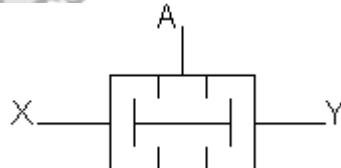
En estado de reposo el vástago se encuentra retraído. Al accionar el mando manual de la válvula 3/2 el aire a presión hace que la válvula 5/2 cambie de posición, permitiendo que el aire a presión entre en la cámara principal del cilindro: se produce el avance del vástago a una velocidad regulable, ya que el caudal de salida está regulado. Todo esto sucede aunque el mando manual de la 3/2 ya no esté siendo accionado. Al alcanzar el vástago la posición F1 se



acciona la válvula final de carrera que hace que la presión alcance el retorno neumático de la 5/2. Al cambiar esta última de posición el aire penetra en la cámara secundaria del cilindro provocando el retroceso a velocidad normal del vástago hasta su posición inicial. En resumen, al accionar brevemente el mando manual se produce un avance a velocidad regulable del vástago hasta la posición F1 y su retorno a la posición inicial.

Conteste, razonando la respuesta, a las siguientes cuestiones sobre la figura adjunta:

- ¿Qué nombre recibe la válvula mostrada en la figura? (0,5 puntos)
- ¿Qué función realiza? (0,5 puntos)
- Explique brevemente su funcionamiento (1 punto)



Solución:

- Válvula de simultaneidad
- Realiza la función lógica AND, de forma que en la salida A sólo se tendrá presión cuando la haya simultáneamente en X e Y.
- La válvula dispone de un doble émbolo móvil y tres cámaras. Si no hay presión en ninguna de las entradas es evidente que tampoco a la salida. Si hay presión sólo en una de las entradas el émbolo se desplazará hacia la cámara opuesta bloqueando el paso del fluido de la entrada con presión a la cámara central de salida. Sólo en el caso de que haya presión en ambas cámaras el émbolo permitirá el paso hacia la cámara central de salida.

Conteste las siguientes cuestiones:

- Determine el trabajo efectivo que realiza un cilindro de simple efecto de 80 mm de diámetro y 20 mm de carrera. El cilindro funciona a una presión de 6 bar, la resistencia del muelle es de 251 N y el rendimiento del 65% (1 punto)
- Dibuje el cilindro de simple efecto, una válvula 3/2 NC y una fuente de aire comprimido y realice la conexión oportuna para que al actuar sobre la válvula, se desplace el cilindro y al soltar recupere su posición inicial (1 punto)

Solución:

a)  $F_e = \eta (p \pi r_{emb}^2 - E) = 0.65 (6 \cdot 10^5 Pa \pi 0.04^2 m^2 - 251 N) = 1797 N$   
 $W = F_e \cdot e = 35.944 J$

b)

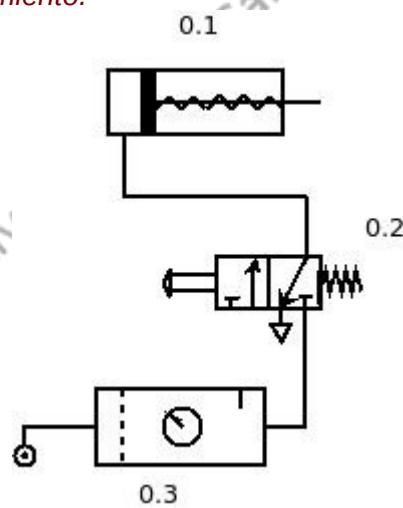
0.1 Cilindro de simple efecto

0.2 Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte

NEU J-2008

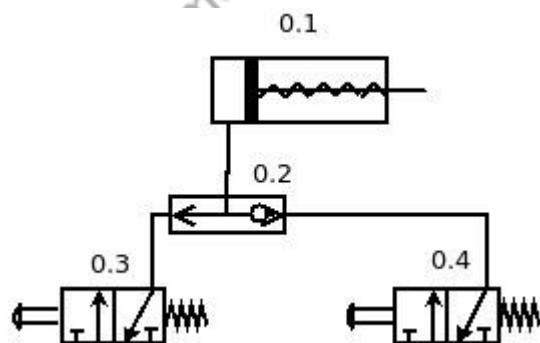
NEU J-2008

### 0.3 Unidad de mantenimiento.



- a) Cite dos tipos de retorno de las válvulas y dibuje su símbolo. (0,5 puntos)  
b) Realiza un esquema del circuito de mando de un cilindro de simple efecto desde dos puntos distintos, mediante válvulas 3/2 NC y una válvula selectora de circuito. Explique brevemente su funcionamiento. (1,5 puntos)

NEU J-2009



Solución:

a)

Retorno neumático/oleohidráulico indirecto

Retorno por resorte

b)

Elementos del circuito:

0.1 Cilindro de simple efecto con retorno por resorte.

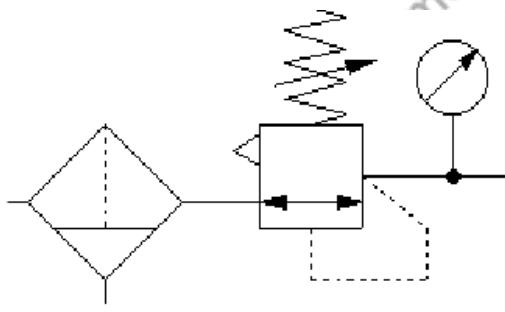
0.2 Válvula selectora o bidireccional o de doble efecto.

0.3 Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte.

0.4 Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte.

Cuando alguno de los dos pulsadores P1 o P2 es presionado el aire a presión llega a la válvula selectora y desde allí llega al cilindro de simple efecto provocando el avance normal del vástagos. En el momento de soltar el pulsador y mientras el otro no esté pulsado el cilindro efectuará el retroceso.

a) Describa brevemente qué representa el siguiente símbolo: (0,25 puntos)	NEU	J-2009
------------------------------------------------------------------------------	-----	--------



b) Cite las tres partes que componen el símbolo anterior. (0,75 puntos)

c) Realice un circuito que acciona un cilindro neumático de doble efecto que al pulsar un pulsador P se desplace hacia la derecha, y cuando llegue al final de carrera, mediante un interruptor eléctrico B, el cilindro se detenga y retroceda hasta su posición inicial de reposo. (1 punto)

Solución:

a) Es parte de una unidad de mantenimiento neumática o una unidad de acondicionamiento oleohidráulica, compuesta por un filtro, un regulador de presión y un manómetro.

b) Filtro para eliminar las partículas del aire.

Regulador de presión para mantener constante la presión de salida.

Manómetro para poder monitorizar la presión de entrada al circuito.

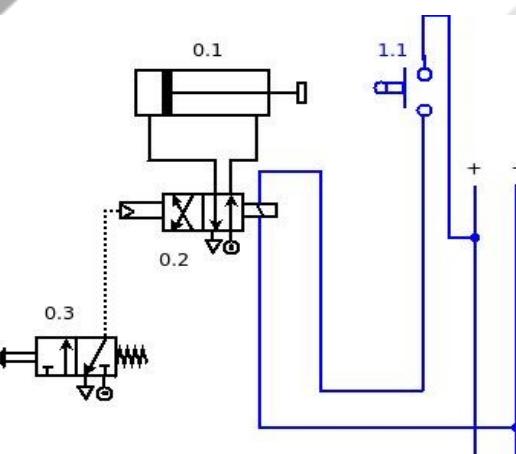
c)

0.1 Cilindro de doble efecto con retorno por resorte.

0.2 Válvula 4/2 con mando neumático indirecto y retorno por electroimán.

0.3 Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte.

1.1 Microrruptor eléctrico final de carrera.



a) Especifique los componentes del circuito. (1 punto)

b) Explique brevemente el funcionamiento del circuito anterior. (1 punto)

Solución:

a) A: Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte.

B: Válvula 3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte.

NEU J-2010-FE

C: Válvula 5/3 NC con mando y retorno neumáticos indirectos.

D: Motor neumático de giro limitado.

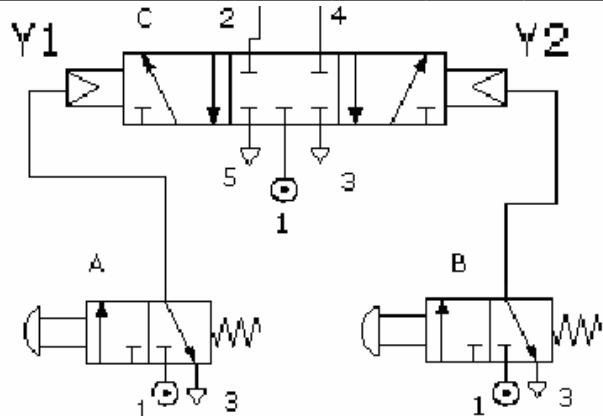
b) Al actuar sobre el pulsador de la válvula A, la señal Y1 recibirá presión y comutará la válvula C activando, por tanto, la salida 2 aunque el pulsador se suelte y permitiendo la salida de presión a la atmósfera de la señal 4. El motor realizará un giro limitado en el sentido de las agujas del reloj y se detendrá, a menos que se actúe sobre el pulsador B. Si se actúa sobre el pulsador de la válvula B, la señal Y2 recibirá presión y comutará la válvula C activando en este caso la salida 4 aunque el pulsador se suelte y permitiendo la salida de presión a la atmósfera de la señal 2. El motor realizará un giro limitado en el sentido contrario al de las agujas del reloj y se detendrá a menos que se actúe sobre el pulsador A.

a) Cite cuatro elementos básicos de un circuito oleohidráulico. (1 punto)

b) Complete la siguiente tabla en la que se representan válvulas distribuidoras. (1 punto)

NEU J-2010-FE

válvulas distribuidoras	NA o NC	nº vias	nº posiciones	Tipo mando	Tipo retorno



Solución:

a)

**La unidad de presión:** su función es la de generar presión para el circuito y acondicionar el fluido. Normalmente se compone de una bomba, un filtro y un regulador de presión.

**Los elementos de trabajo:** un cilindro de simple o de doble es un actuador que desarrolla un trabajo aprovechando la el Principio de Pascal.

**Las válvulas de distribución:** válvulas que distribuyen el fluido a presión a distintas zonas del circuito. Por ejemplo una válvula 3/2 NC.

**Los elementos auxiliares:** como válvulas de regulación y bloqueo o filtros.

b)

NA, 4, 2, eléctrico, resorte

NC, 4, 3, doble eléctrico, doble resorte



- a) En un recipiente de  $2 \text{ m}^3$  a una temperatura de  $20^\circ\text{C}$  se introduce aire a una presión de  $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Calcule la temperatura a la que se encontrará cuando su volumen se reduce a  $1 \text{ m}^3$  sin variar la presión. (0,5 puntos)
- b) Defina la función de los elementos neumáticos con movimiento giratorio y sus tipos. (1,5 puntos)

NEU J-2010-FG

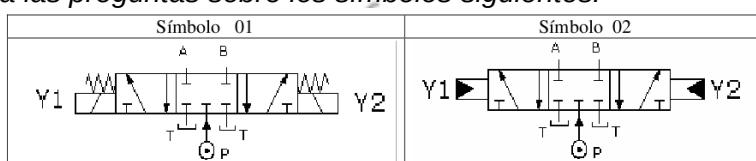
**Solución:****a) Suponiendo que se trata de una presión absoluta,**

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2 T_1}{p_1 V_1} = \frac{293 \text{ K}}{2} = 146.5 \text{ K}$$

**b)**

Este tipo de elementos, también llamados motores se encargan de transformar la **energía almacenada en el aire comprimido en trabajo a través de esfuerzos torsionales, o lo que es lo mismo, desarrollando un movimiento rotativo continuo**. Se clasifican en **cuatro grandes grupos: de engranajes, de paletas, de émbolos y turbinas**.

**Conteste a las preguntas sobre los símbolos siguientes:**

- a) ¿Qué representa el símbolo 01? Describa brevemente su funcionamiento. (1 punto)
- b) ¿Qué representa el símbolo 02? Describa brevemente su funcionamiento. (1 punto)

NEU J-2010-FG

**Solución:****a)**

Válvula oleohidráulica 5/3 NC con mando doble por electroimán y retorno doble por resorte. En reposo la válvula está cerrada. Cuando se activa la señal eléctrica Y1 la válvula bascula y conecta la señal P con A y la señal B con T (depósito de aceite). Cuando la señal Y1 deja de estar activa la válvula retorna por medio de un resorte a la posición de reposo. Cuando se activa la señal Y2 la válvula bascula conectando la salida de servicio B a presión (P) y la señal A con I (depósito de aceite).

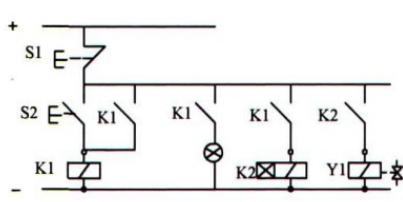
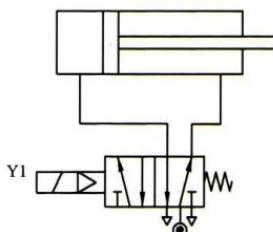
**b)**

Válvula oleohidráulica 5/3 NC con mando hidráulico. En reposo la válvula está cerrada. Cuando se activa la señal hidráulica Y1 la válvula bascula y conecta la señal P con A y la señal B con I (depósito de aceite). Cuando se activa la señal Y2 la válvula bascula conectando la salida de servicio B a presión (P) y la señal A con T depósito de aceite).

Realice un esquema neumático y eléctrico para gobernar la puerta de un garaje a través de un cilindro de doble efecto. Si se oprieme el pulsador S<sub>2</sub> se enciende una señal luminosa y 30 segundos después la puerta se abre hasta el final contra tope fijo. Para cerrar la puerta pulsamos S<sub>1</sub>.

NEU Mod-2010

*Solución:*



- a) Un cilindro neumático de doble efecto tiene un émbolo de 60 mm de diámetro con un vástago de 15 mm de diámetro. La presión del aire es de 8 bar. Calcule la fuerza teórica en N que el cilindro ejerce en su carrera de avance y retroceso (1,5 puntos)  
b) Una válvula 3/2 vías tiene dos tipos de funciones. Enumérelas. (0,5 puntos)

*Solución:*

a)

$$Fa = p \cdot Sa = 8 \cdot 10 \cdot \pi \cdot 62 / 4 = 2261 \text{ N} \quad (0,5 \text{ p})$$

$$Fr = p \cdot Sr = 8 \cdot 10 \cdot \pi \cdot (62 - 1,5)^2 / 4 = 2120 \text{ N} \quad (1 \text{ p})$$

b)

Válvula normal cerrada ("NC") (0,25 p)

Válvula normal abierta ("NO") (0,25 p)

- a) Calcule el trabajo desarrollado por un cilindro neumático cuyo émbolo posee un diámetro de 20 mm y una carrera de 100 mm, alimentado con una presión de 58,8 N/cm<sup>2</sup>. Suponga que desarrolla la fuerza máxima para la que está diseñado. (1 punto)  
b) Dibuje un cilindro de doble efecto e indique sobre el dibujo al menos cuatro de las partes más importantes. (1 punto)

**SOLUCIÓN :**

a) Volumen desplazado:  $\Delta V = (\pi \cdot D^2 / 4) \cdot \Delta x = (\pi/4) \cdot (20 \cdot 10^{-3})^2 \text{ m}^2 \cdot (100 \cdot 10^{-3}) \text{ m} = \pi \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$

Trabajo realizado  $W = p \cdot \Delta V = (588.000) \text{ N/m}^2 \cdot \pi \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 18,47 \text{ Julios}$

- b) 1. Camisa 2. Pistón 3. Vástago 4. Entrada/salida de aire 5. Entrada/salida de aire

- a) En un recipiente de 40 L se introduce aire a una presión de 2·105 N/m<sup>2</sup>. Calcule la presión si el volumen se reduce a la mitad, permaneciendo constante la temperatura. (1 punto)  
b) Antes de ser utilizado el aire en los circuitos neumáticos es sometido a unos tratamientos. Indique con sus símbolos respectivos estos tratamientos poniendo el nombre a cada uno. (1 punto)

**SOLUCIÓN:**

a)

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 ; p_1 = 2 \cdot 105 \text{ N/m}^2; V_1 = 0,040 \text{ m}^3; V_2 = 0,020 \text{ m}^3$$

$$p_2 = p_1 \cdot V_1 / V_2 = 2 \cdot 105 \text{ N/m}^2 \cdot (0,0409) \text{ m}^3 / (0,020) \text{ m}^3 = 4 \cdot 105 \text{ N/m}^2$$

b)

NEU Mod-2010

NEU J-2011

NEU J-2011

<p>Atmosfera → Filtro Previo → Compresor → Refrigerador → Depósito → Unidad de mantenimiento</p>		
<p>a) Explique el funcionamiento del esquema siguiente: (1,5 puntos)  b) ¿Qué ocurre si al montar la instalación el regulador "4" se conecta al revés? (0,5 puntos)</p>	NEU	J-2012*

**SOLUCIÓN:**

a) En reposo, el cilindro (de doble efecto con amortiguamiento neumático) permanece con el vástago retraído hasta que se acciona el pulsador de la válvula 1 (3/2 NC con mando por pulsador y retorno por resorte). En ese momento el aire a presión acciona la válvula 3 (5/2 NA con mando y retorno neumáticos) permitiendo el paso del aire a la cámara principal del cilindro y provocando el avance del vástago. El avance es lento y regulado por la válvula reguladora de caudal unidireccional 4 que regula el paso del aire que abandona la cámara secundaria del cilindro. Dicho avance se realiza aunque se deje de presionar el pulsador de la válvula 1. El vástago avanza hasta la posición F1: en ese momento se acciona la válvula final de carrera 2 (3/2 NC con mando por rodillo y retorno por resorte) y el aire a presión fluye hacia el accionamiento neumático de la válvula 3, que cambia de posición. Esto provoca el flujo de aire a presión hacia la cámara secundaria del cilindro que no es regulado por la válvula 4 y la salida a la atmósfera del aire de la cámara principal. Como consecuencia el vástago retrocede a velocidad normal hasta su posición inicial, a menos que se pulse la válvula 1 de nuevo, en cuyo caso el circuito repetiría el proceso anterior.

b) Daríamos la vuelta al antiretorno puenteando el regulador de caudal en el avance y limitaríamos el retroceso del cilindro y no el avance.



a) Cite tres ventajas de los sistemas hidráulicos frente a los neumáticos. (0,75 puntos)

b) Defina brevemente la función de una central o bomba oleohidráulica e indique tres de los elementos de los que consta. (0,75 puntos)

c) Calcule la potencia en vatios que necesita el motor eléctrico que activa la bomba si la presión generada es de 30 bares con un caudal de 180 litros/minuto y tiene un rendimiento del 80%. (0,5 puntos)

#### SOLUCIÓN

a) Fácil regulación de la velocidad.

Reversibilidad de los accionamientos.

Se pueden detener en cualquier posición.

Es posible esfuerzos grandes con componentes de reducido tamaño.

(el alumno sólo necesita citar tres de las ventajas)

b) Función: Es el componente del circuito hidráulico en donde se genera la potencia hidráulica con una presión y caudal determinados. (0,25 puntos)

Elementos de que consta (citar tres) : Motor, bomba, depósito, filtro, manómetro y válvulas. (0,5 puntos;

valorese con 0,25 si sólo cita uno o dos)

c)  $P[w] = p[pa] \cdot Q[m^3/s] / \eta$

$$P = 30 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3} / 0,8 = 11250 \text{ W}$$
 (0,5 puntos)

Usando las propiedades del álgebra de Boole y sabiendo que  $a$ ,  $b$  y  $c$  son variables binarias, demuestre las siguientes igualdades:

a)  $(a \cdot b) + (a \cdot \bar{b}) + (\bar{a} \cdot b) + (\bar{a} \cdot \bar{b}) = 1$  (1 punto)

b)  $\overline{(a \cdot b) \cdot (c \cdot d)} = \overline{(a + b)} + \overline{(c + d)}$  (0,5 puntos)

c)  $a \cdot (a + b) \cdot (a + (b + c)) = a$  (0,5 puntos)

Solución:

a)  $a \cdot (b + \bar{b}) + \bar{a} \cdot (b + \bar{b}) = (a + \bar{a}) \cdot (b + \bar{b}) = 1 \cdot 1 = 1$

b)  $\overline{(a + b) \cdot (c + d)} = \overline{(a + b)} + \overline{(c + d)}$

c)

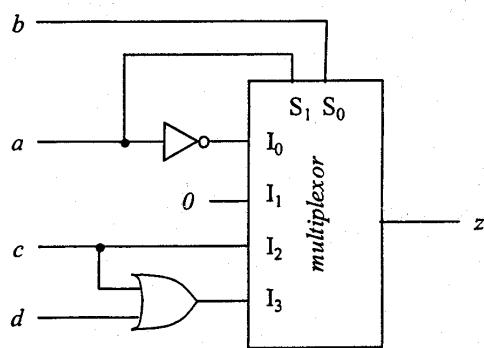
$$\begin{aligned} z &= a \cdot (a + b) \cdot (a + (b + c)) = (a \cdot a + a \cdot b) \cdot (a + (b + c)) \\ &= a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot b + a \cdot a \cdot (b + c) + a \cdot b \cdot (b + c) \\ &= a \cdot a \cdot a + a \cdot a \cdot b + a \cdot a \cdot b + a \cdot a \cdot c + a \cdot b \cdot b + a \cdot b \cdot c \\ &= a \cdot a \cdot a + a \cdot b + a \cdot c + a \cdot b \cdot c = a \cdot (1 + b + c + b \cdot c) = a \cdot 1 = a \end{aligned}$$

otra forma más rápida

$$z = (a + 0) \cdot (a + b) \cdot (a + (b + c)) = a + 0 \cdot b \cdot (b + c) = a$$

Obtenga la tabla de verdad de la función lógica que realiza el circuito mostrado en la figura siguiente:

ED J-2003



*Solución:*

La salida depende de la selección de entrada del multiplexor (a y b).

1.  $a=0 \text{ y } b=0 \rightarrow \text{not } a$
2.  $a=0 \text{ y } b=1 \rightarrow 0$
3.  $a=1 \text{ y } b=0 \rightarrow c$
4.  $a=1 \text{ y } b=1 \rightarrow c+d$

$a/S_1$	$b/S_0$	$c$	$d$	$z$
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Exprese canónicamente como suma de minterms la siguiente función lógica:

$$f(a, b, c, d) = (d \cdot (\overline{b+c})) + (a \cdot (\overline{b+c}))$$

*Solución:*

ED J-2004

*Los minterms son productos lógicos que contienen todas las variables y que se suman para obtener la función lógica:*

$$f(a,b,c,d) = (d \cdot b \cdot \bar{c}) + (a \cdot b \cdot \bar{c}) = 1 \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot 1$$

$$f(a,b,c,d) = (a + \bar{a}) \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot (d + \bar{d})$$

$$f(a,b,c,d) = a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d}$$

$$f(a,b,c,d) = \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d$$

*Simplifique por el método del mapa de Karnaugh la siguiente función lógica:*

$$f(a,b,c) = (a \cdot (c + b \cdot \bar{c})) + (\overline{a + b + \bar{c}})$$

*Solución:*

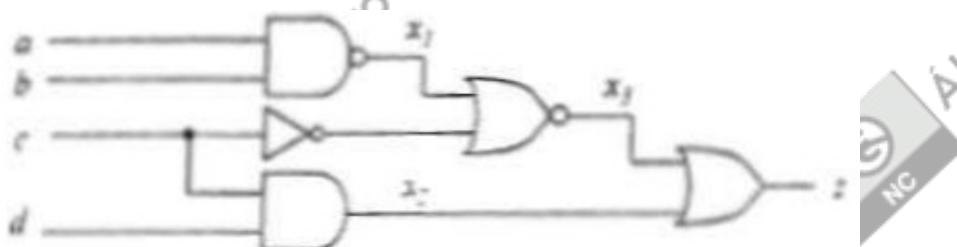
$$ac + ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c = abc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c$$

a\b\c	00	01	11	10
0		1		
1		1	1	1

$$z = ab + \bar{b}c$$

*A la vista del circuito mostrado en la figura:*

- a) Obtenga las expresiones de  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  y  $z$  en función de  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  (1 punto)  
b) Obtenga la tabla de verdad de la función lógica  $z$  (1 punto)



*Solución:*

a)

$$x_1 = \overline{a \cdot b}$$

$$x_2 = cd$$

$$x_3 = \overline{x_1 + \bar{c}} = \overline{\overline{a \cdot b} + \bar{c}} \cdot c = abc$$

$$z = x_2 + x_3 = cd + abc$$

b)

a	b	c	d	z
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0

ED J-2004

ED S-2004



0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

- a) Represente en complemento a 2 y usando 8 bits el número -23. (0,5 puntos)  
b) Represente en complemento a 2 y usando 8 bits el número +34. (0,5 puntos)  
c) Obtenga el valor decimal de 11011100 sabiendo que está representado en complemento a 2 usando 8 bits. (0,5 puntos)  
d) Obtenga el valor decimal de 00101110 la sabiendo que está representado en complemento a 2 usando 8 bits. (0,5 puntos)

Solución:

a) Es un número negativo:

$$23_{10} = 00010111_2 \Rightarrow -23_{10} = Ca2(00010111) = 11101001_{C2}$$

b) Es un número positivo:

$$34_{10} = 00100010_2 = 00100010_{C2}$$

c) Es un número negativo ya que el bit más significativo es 1:

$$Ca2(11011100_{C2}) = 00100100_{C2} = 36_{10} \Rightarrow 11011100_{C2} = -36_{10}$$

d) Es un número positivo ya que el bit más significativo es 0:

$$00101110_{C2} = +46_{10}$$

- a) Convierta el número  $(D39B)_{16}$  al sistema decimal (0,5 puntos)  
b) Convierta el número  $(38CE)_{16}$  al sistema binario (0,5 puntos)  
c) Convierta el número  $(38912)_{10}$  al sistema hexadecimal (0,5 puntos)  
d) Convierta el número  $(0110\ 1110\ 0000\ 1101)_2$  al sistema hexadecimal. (0,5 puntos)

Solución:

a)  $13 \cdot 16^3 + 3 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 54171_{10}$

b)  $38CE_{16} = 0011\ 1000\ 1100\ 1110_2 = 0011100011001110_2$

c)

ED S-2004

ED J-2005

$$\frac{38912}{16} = 2432 + 0$$

$$\frac{2432}{16} = 152 + 0$$

$$\frac{152}{16} = 9 + 8$$

$$\frac{9}{16} = 0 + 9$$

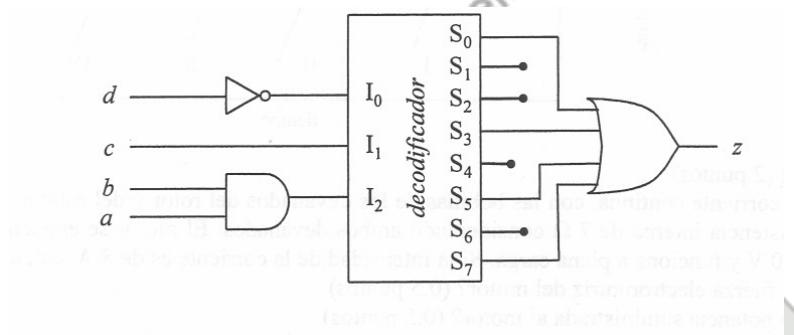
$$38912_{10} = 9800_{16}$$

d)  $0110\ 1110\ 0000\ 1101_2 = 6E0D_{16}$

- a) Obtenga una expresión en función de  $a, b, c$  y  $d$  de la señal lógica  $z$  mostrada en la figura (1 punto)
- b) Obtenga la tabla de verdad de la función lógica,  $z(a,b,c,d)$ , que realiza el circuito mostrado en la figura. (1 punto).

ED

J-2005



**Solución:**

$$z = S_0 + S_3 + S_5 + S_7 = \overline{I_2} \overline{I_1} I_0 + \overline{I_2} I_1 I_0 + I_2 \overline{I_1} I_0 + I_2 I_1 I_0$$

$$z = \overline{ab} \overline{cd} + \overline{abc} \overline{d} + ab \overline{c} \overline{d} + abc \overline{d}$$

a)  $z = (\overline{ab} + ab)c\overline{d} + \overline{ab}\overline{c}d + ab\overline{c}\overline{d} = c\overline{d} + (\overline{a} + \overline{b})\overline{c}d + ab\overline{c}\overline{d}$

$$z = c\overline{d} + \overline{a}\overline{c}d + \overline{b}\overline{c}d + ab\overline{c}\overline{d}$$

b)

a	b	c	d	$I_2$	$I_1$	$I_0$	z
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0	0	1



1	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0

a) Represente sobre un mapa de Karnaugh la siguiente función lógica:  
(1 punto)

$$f(a,b,c) = \bar{c} \cdot (\overline{(a+b)} + a \cdot b) + c \cdot (\bar{a} \cdot \bar{b} + a)$$

b) Simplifique dicha función por el método de Karnaugh (1 punto)

Solución:

a)

$$f(a,b,c) = ab\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + ac$$

a/bc	00	01	11	10
0	1	1		
1		1	1	1

b)

$$f(a,b,c) = \bar{a}\bar{b} + \bar{b}c + ab$$

Exprese canónicamente como suma de minterms la siguiente función lógica:

$$f(a,b,c,d) = a \cdot (b + \bar{c}) + (a + \bar{b}) \cdot d$$

Solución:

$$f(a,b,c,d) = a\bar{b}c + \bar{a}bd = a\bar{b}cd + a\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}bcd + \bar{a}b\bar{c}d = \sum m(5,7,10,11)$$

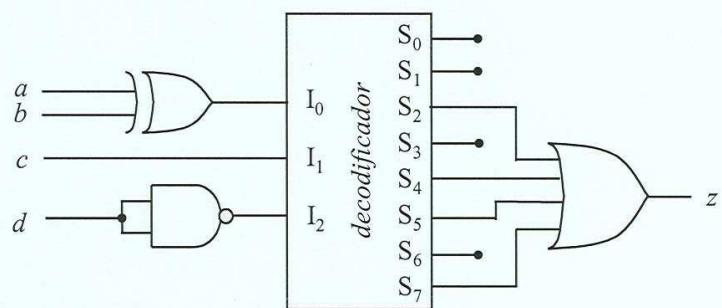
ED S-2005

a) Obtenga una expresión de conmutación en función de  $a, b, e$  y  $d$  de la señal lógica  $z$  mostrada en la figura (1 punto).

b) Obtenga la tabla de verdad de la función lógica,  $z(a, b, e, d)$ , que realiza el circuito mostrado en la figura (1 punto).

ED

J-2006



*Solución:*

a)

$$\begin{aligned} z &= S_2 + S_4 + S_5 + S_7 = \overline{I_2} I_1 \overline{I_0} + I_2 \overline{I_1} \overline{I_0} + I_2 \overline{I_1} I_0 + I_2 I_1 I_0 \\ z &= \overline{I_2} I_1 \overline{I_0} + I_2 \overline{I_1} \overline{I_0} + I_2 I_0 \\ z &= d c (\overline{a} b + a \overline{b}) + \overline{d} \overline{c} (\overline{a} b + a \overline{b}) + \overline{a} (\overline{a} b + a \overline{b}) \end{aligned}$$

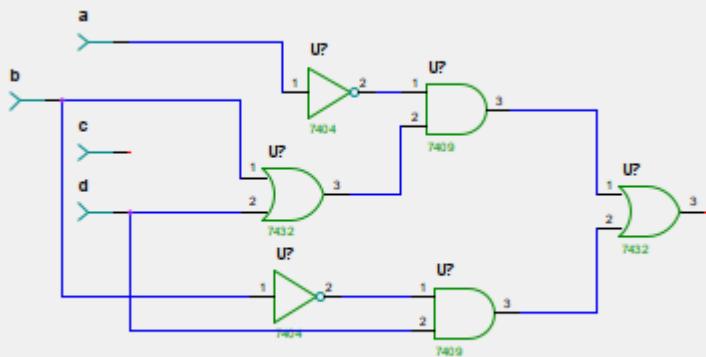
b)

2, 4, 5 o 7

a	b	c	d	I2	I1	I0	z
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0	1



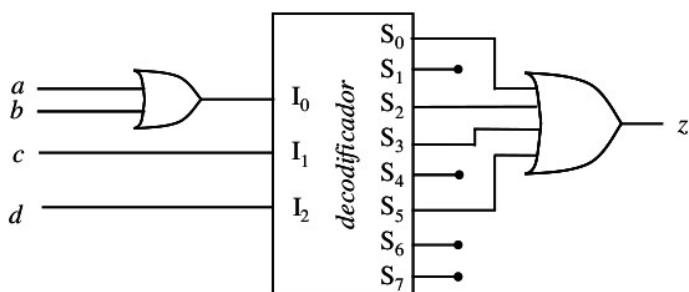
a) Simplifique por el método de Karnaugh la siguiente suma de minterms (1 punto): $f(a,b,c,d) = \sum m(1,3,4,5,6,7,9,11)$	ED	J-2006																																																				
b) Realice un circuito que usando el menor número de puertas de los tipos NOT, AND y OR efectúe la función lógica simplificada en el anterior apartado (1 punto).																																																						
<b>Solución:</b> a)																																																						
<table border="1"><thead><tr><th>ab\cd</th><th>00</th><th>01</th><th>11</th><th>10</th></tr></thead><tbody><tr><td>00</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>01</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr></tbody></table> <table border="1"><thead><tr><th>ab\cd</th><th>00</th><th>01</th><th>11</th><th>10</th></tr></thead><tbody><tr><td>00</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr><tr><td>01</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>11</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>10</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr></tbody></table>	ab\cd	00	01	11	10	00		1	1		01	1	1	1	1	11					10		1	1		ab\cd	00	01	11	10	00		1	1		01	1	1	1	1	11					10		1	1					
ab\cd	00	01	11	10																																																		
00		1	1																																																			
01	1	1	1	1																																																		
11																																																						
10		1	1																																																			
ab\cd	00	01	11	10																																																		
00		1	1																																																			
01	1	1	1	1																																																		
11																																																						
10		1	1																																																			
$f(a,b,c,d) = \bar{a}b + \bar{a}d + \bar{b}d$																																																						
b) $f(a,b,c,d) = \bar{a}b + \bar{a}d + \bar{b}d = \bar{a}(b+d) + \bar{b}d$																																																						



a) Obtenga una expresión de conmutación en función de  $a, b, c$  y  $d$  de la señal lógica  $z$  mostrada en la figura. (1 punto)

b) Obtenga la tabla de verdad de la función lógica,  $z(a,b,c,d)$ , que realiza el circuito mostrado en la figura. (1 punto)

ED J-2007



Solución:

a)

$$\begin{aligned} z &= S_0 + S_2 + S_3 + S_5 = \overline{I_2} \overline{I_1} \overline{I_0} + \overline{I_2} I_1 \overline{I_0} + \overline{I_2} I_1 I_0 + I_2 \overline{I_1} I_0 \\ z &= \overline{I_2} \overline{I_0} + \overline{I_2} I_1 I_0 + I_2 \overline{I_1} I_0 \\ z &= \overline{d} \overline{a} \overline{b} + \overline{d} c a + \overline{d} c b + d \overline{c} a + d \overline{c} b \end{aligned}$$

b)

a	b	c	d	I <sub>2</sub>	I <sub>1</sub>	I <sub>0</sub>	z
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0



0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	0

- a) Convierta el número  $(1034)_{16}$  al sistema decimal. (0,5 puntos)  
b) Convierta el número  $(2835)_{16}$  al sistema binario. (0,5 puntos)  
c) Convierta el número  $(48216)_{10}$  al sistema hexadecimal. (0,5 puntos)  
d) Convierta el número  $(0001110100111100)_2$  al sistema hexadecimal. (0,5 puntos)

Solución:

a)  $1 \cdot 16^3 + 3 \cdot 16^1 + 4 = 4148_{10}$

b)

2	8	3	5
0010	1000	0011	0101
0010	1000	0011	0101 <sub>2</sub>

c) BC56<sub>16</sub>

d)

0001	1101	0011	1100
1	D	3	C

13DC<sub>16</sub>

- a) Simplifique por el método de Karnaugh la siguiente suma de minterms (1 punto).

$$f(a, b, c, d) = \sum m(1, 4, 5, 6, 7, 9, 13, 15)$$

- b) Realice un circuito que usando el menor número de puertas de los tipos NOT, AND y OR efectúe la función lógica simplificada en el anterior apartado (1 punto).

Solución:

a)

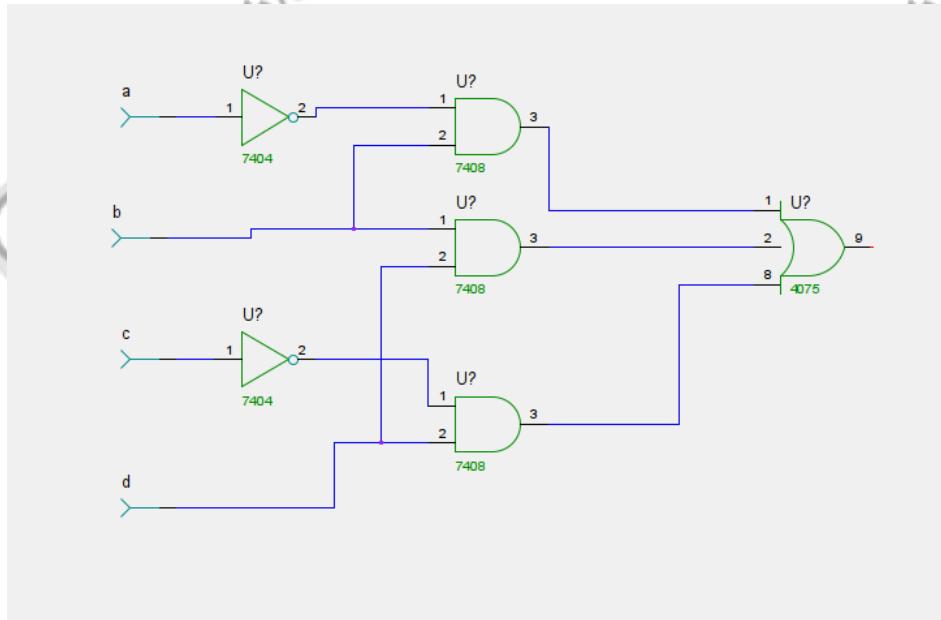
ab\cd	00	01	11	10
00		1		

ED J-2007

01	1	1	1	1
11		1	1	
10		1		

$$f(a, b, c, d) = \bar{c}d + \bar{a}b + bd$$

b)



- a) Convierta el número  $(C8A2)_{16}$  al sistema decimal (0,5 puntos)  
 b) Convierta el número  $(64EB)_{16}$  al sistema binario (0,5 puntos)  
 c) Convierta el número  $(16846)_{10}$  al sistema hexadecimal (0,5 puntos)  
 d) Convierta el número  $(1010110110111110)_2$  al sistema hexadecimal (0,5 puntos)

ED J-2008

Solución:

a)  $51362_{10}$

b)

6	4	E	B
0110	0100	1110	1011

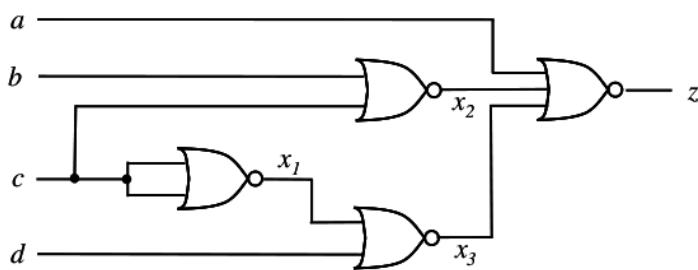
0110 0100 1110 1011<sub>2</sub>

c)  $41CE_{16}$

d)  $ADBE_{16}$

- a) Obtenga expresiones de conmutación en función de a, b, c y d de las señales lógicas x1, x2, x3 y z mostradas en la figura (1 punto)

ED J-2008



b) Represente sobre un mapa de Karnaugh la función lógica,  $z(a,b,c,d)$ , que realiza el circuito mostrado en la figura (1 punto)

**Solución:**

a)

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \bar{c} \\
 x_2 &= \overline{c+b} = \bar{c}\bar{b} \\
 x_3 &= \overline{c+d} = c\bar{d} \\
 z &= \overline{a(\bar{c}\bar{b}c\bar{d})} = \overline{a(c+b)(\bar{c}+d)} = (\overline{a}\overline{c}(\bar{c}+d) + \overline{a}\overline{b}(\bar{c}+d)) \\
 z &= \overline{a}\overline{c}\overline{c} + \overline{a}\overline{c}\overline{d} + \overline{a}\overline{b}\overline{c} + \overline{a}\overline{b}\overline{d} = \overline{a}(cd + b\bar{c} + bd)
 \end{aligned}$$

b)

ab\cd	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	1	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

Se dispone de un sistema de almacenamiento con una capacidad de 4 GB que se utiliza para almacenar imágenes de 700 KB cada una.

- a) ¿Cuántos bits ocupa cada imagen? (0,5 puntos)
- b) ¿Cuántos KB de información puede almacenar el sistema? (0,5 puntos)
- c) ¿Cuántas imágenes podría almacenar como máximo el sistema? (1 punto)

**Solución:**

Entendemos que se emplea la notación clásica  $4GB = 4 GiB$ :

- a)  $700 \cdot 1024 \text{ bytes} / KiB \cdot 8 \text{ bits} / \text{byte} = 5734400 \text{ bits}$
- b)  $4 GiB \cdot 1024 MiB / GiB \cdot 1024 KiB / MiB = 4194304 KiB$
- c)  $n = \frac{4194304}{700} = 5991.86 \approx 5991 \text{ imágenes}$

ED

J-2009

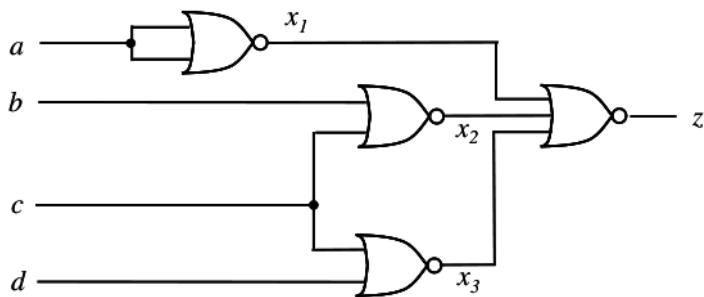


a) Obtenga expresiones de conmutación en función de  $a, b, c$  y  $d$  de las señales lógicas

$x_1, x_2, x_3$  y  $z$  mostradas en la figura. (1 punto)

ED

J-2009



b) Simplifique la función  $z$  por el método de Karnaugh. (1 punto)

Solución:

a)

$$x_1 = \bar{a}$$

$$x_2 = \overline{b+c} = \bar{b} \cdot \bar{c}$$

$$x_3 = \overline{c+d} = \bar{c} \cdot \bar{d}$$

$$z = \overline{x_1 + x_2 + x_3} = \overline{\bar{a}} \cdot \overline{\bar{b} \cdot \bar{c}} \cdot \overline{\bar{c} \cdot \bar{d}}$$

$$z = a(b+c)(c+d)$$

b)

ab\cd	00	01	11	10
00				
01				
11		1	1	1
10			1	1

$$z = abd + ac$$



Se desea diseñar un sistema digital con una entrada de cuatro bits ( $x_3, x_2, x_1, x_0$ ) y una salida  $z$ , de manera que tenga el siguiente comportamiento: la salida debe valer 1 cuando el número a su entrada sea impar o capicúa (es decir que es igual leído de izquierda a derecha que de derecha a izquierda) y 0 en caso contrario.

a) Simplifique por el método de Karnaugh la función  $z(x_3, x_2, x_1, x_0)$  que realiza el sistema descrito. (1 punto)

b) Realice un circuito que usando el menor número de puertas de los tipos NOT, AND y OR efectúe la función lógica simplificada en el anterior apartado. (1 punto)

Solución:

a)

a	b	c	d	z
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

cd\ab	00	01	11	10
00	1			
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10		1		

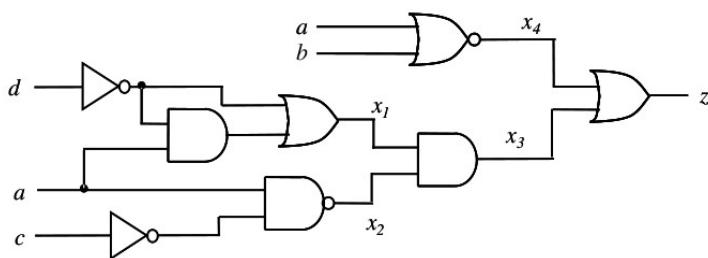
$$z = d + \bar{a}bc + \bar{a}\bar{b}\bar{c}$$

b) Empleamos puertas de más de 2 entradas:

ED

J-2010-  
FE

a) Obtenga expresiones de conmutación en función de  $a, b, c$  y  $d$  de las señales lógicas  $x_1, x_2, x_3$  y  $x_4$  mostradas en la figura. (1 punto)



b) Simplifique la función  $z$  por el método de Karnaugh. (1 punto)

**Solución**

a)

$$x_4 = \bar{a}\bar{b}$$

$$x_1 = \bar{d}$$

$$x_2 = \bar{a} + c$$

$$x_3 = \bar{d}(\bar{a} + c)$$

$$z = \bar{a}\bar{b} + \bar{d}(\bar{a} + c)$$

b)

$$z = \bar{a}\bar{b} + \bar{d}(\bar{a} + c) = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{d} + c\bar{d}$$

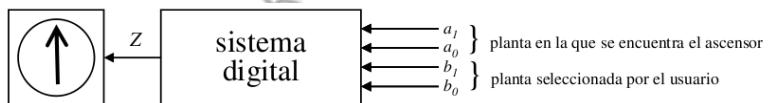
ab\cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			1
11				1
10				1

ab\cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			1
11				1
10				1

$$z = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{d} + c\bar{d}$$

Se desea diseñar un sistema digital que indique al motor de un ascensor si debe marchar en sentido ascendente. Esto lo hará cuando la planta seleccionada por el usuario sea mayor que la planta en la se encuentra el ascensor.

ED J-2010-FG



Para ello, el sistema tiene una salida Z: cuando vale 1, indica que el ascensor debe subir y cuando vale 0, no. El sistema recibe la lectura de la planta en la que se encuentra el ascensor y la planta seleccionada por el usuario a través de 2 entradas de 2 bits cada una: A = (a1, a0) y B = (b1, b0). La entrada A codifica en binario puro la planta en que se encuentra el ascensor. La entrada B codifica en binario puro la planta seleccionada por el usuario. Por ejemplo, si el ascensor está en la planta 2, A vale (10), es decir: a1 = 1 y a0 = 0.

- Simplifique por el método de Karnaugh la función Z(a1,a0,b1,b0) que realiza el sistema descrito. (1 punto)
- Realice un circuito que usando el menor número de puertas de los tipos NOT, AND y OR efectúe la función lógica simplificada en el anterior apartado. (1 punto)

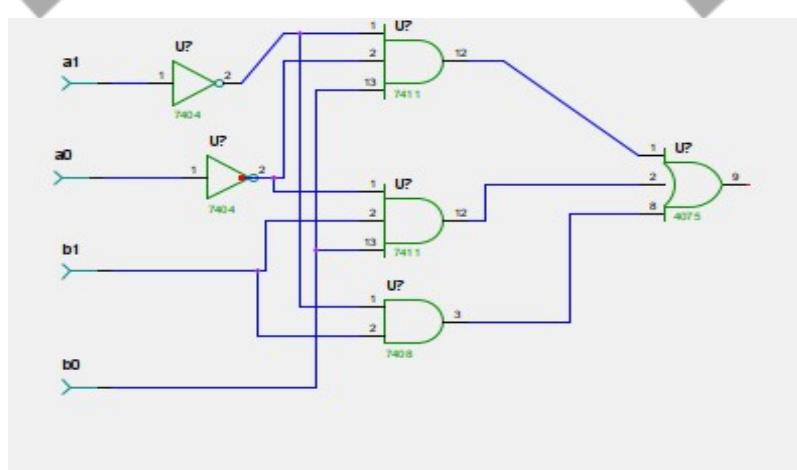
**Solución:**

a)

a <sub>1</sub> a <sub>0</sub> \b <sub>1</sub> b <sub>0</sub>	00	01	11	10
00		1	1	1
01			1	1
11				
10				1

$$z = \overline{a_1}b_1 + \overline{a_1}\overline{a_0}b_0 + \overline{a_0}b_1b_0$$

b)



Exprese canónicamente como suma de minterms la siguiente función lógica:

ED J-2010-FG

$$f(a,b,c,d) = \overline{(\overline{c} + \overline{a} \cdot \overline{c})} + \overline{a} \cdot (\overline{b} \cdot \overline{d})$$

$$\begin{aligned} z &= c \cdot a \cdot c + \overline{a} \cdot b \cdot d = ac + \overline{a} \cdot bd \\ \overline{a} &= \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c \cdot d + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot b \cdot c \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot b \cdot c \cdot d \\ ac &= a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + a \cdot \overline{b} \cdot c \cdot \overline{d} + a \cdot b \cdot c \cdot \overline{d} + a \cdot b \cdot c \cdot d = m_{10} + m_{11} + m_{14} + m_{15} \\ bd &= \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot b \cdot c \cdot d + a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d + a \cdot b \cdot c \cdot d = m_5 + m_7 + m_{13} + m_{15} \\ z &= m_0 + m_1 + \dots + m_7 + m_{10} + m_{11} + m_{13} + m_{14} + m_{15} \\ z &= \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c \cdot d + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot d \end{aligned}$$

a) Simplifique por el método de Karnaugh la siguiente suma de minterms (1 punto):

$$f(a,b,c) = \sum m(0,2,4,6,7)$$

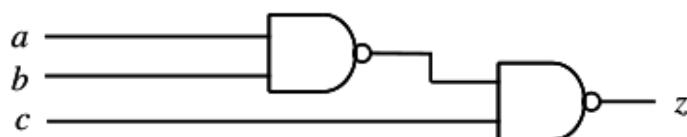
b) Realice un circuito que usando únicamente puertas NAND de 2 entradas, utilice el menor número de ellas y efectúe la función lógica simplificada en el anterior apartado. (1 punto)

Solución:

a) Simplificando,  $f(a,b,c) = c' + a \cdot b$

		bc			
		00	01	11	10
a	0	X			X
	1	X		X	X

b) Para la construcción del circuito aprovecho la propiedad de que 2 niveles NAND son equivalentes a 2 niveles AND-OR

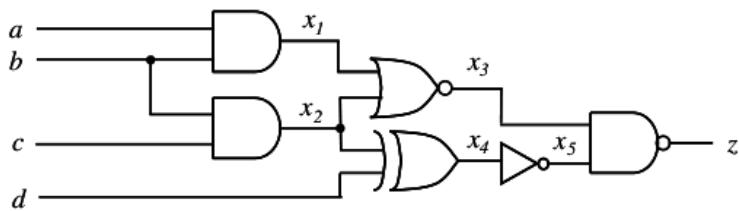


a) Obtenga expresiones de conmutación en función de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  de las señales lógicas  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$  y  $z$  mostradas en la figura (1 punto)

b) Obtenga la tabla de verdad de la función logica,  $z(a,b,c,d)$ , que realiza el circuito mostrado en la figura (1 punto):

ED

Mod-2010



**Solución:**

a) Las expresiones de conmutación obtenidas por el alumno pueden ser diferentes de las mostradas a continuación:

$$x_1 = a \cdot b$$

$$x_2 = b \cdot c$$

$$x_3 = (x_1 + x_2)' = (a \cdot b + b \cdot c)'$$

$$x_4 = x_2 \oplus d = x_2' \cdot d + x_2 \cdot d' = (b \cdot c)' \cdot d + b \cdot c \cdot d'$$

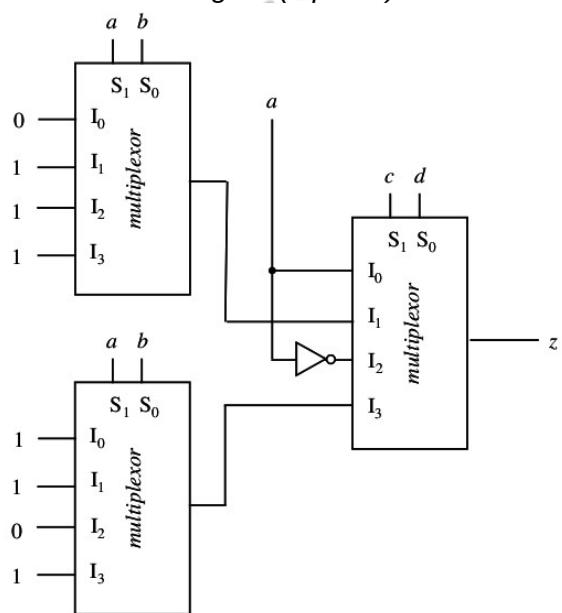
$$x_5 = x_4' = ((b \cdot c)' \cdot d + b \cdot c \cdot d)'$$

$$\begin{aligned} z &= (x_3 \cdot x_5)' = x_3' + x_5' = (a \cdot b + b \cdot c)'' + ((b \cdot c)' \cdot d + b \cdot c \cdot d)'' = \\ &= (a \cdot b + b \cdot c) + ((b \cdot c)' \cdot d + b \cdot c \cdot d) = a \cdot b + b \cdot c + b' \cdot d + c' \cdot d + b \cdot c \cdot d' \end{aligned}$$

b)

a	b	c	d	z
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

a) Represente sobre un mapa de Karnaugh la función lógica,  $z(a,b,c,d)$ , que realiza el circuito mostrado en la figura (1 punto).



b) Simplifique dicha función por el método de Karnaugh. (1 punto)

*Solución:*

a)



a	b	c	d	z	z
0	0	0	0	a	0
0	0	0	1	l <sub>1</sub>	0
0	0	1	0	̄a	1
0	0	1	1	l <sub>3</sub>	1
0	1	0	0	a	0
0	1	0	1	l <sub>1</sub>	1
0	1	1	0	̄a	1
0	1	1	1	l <sub>3</sub>	1
1	0	0	0	a	1
1	0	0	1	l <sub>1</sub>	1
1	0	1	0	̄a	0
1	0	1	1	l <sub>3</sub>	0
1	1	0	0	a	1
1	1	0	1	l <sub>1</sub>	1
1	1	1	0	̄a	0
1	1	1	1	l <sub>3</sub>	1

		cd			
		00	01	11	10
ab	00		1	1	
	01		1	1	1
	11	1	1	1	
	10	1	1		

b)  
 $f(a,b,c,d) = a'c + b \cdot d + a \cdot c'$

- a) Represente en complemento a 2 y usando 8 bits el número -26 (0,5 puntos).  
b) Represente en complemento a 2 y usando 8 bits el número +115 (0,5 puntos).  
c) Obtenga el valor decimal de 10010010 sabiendo que está representado en complemento a 2 usando 8 bits (0,5 puntos).  
d) Obtenga el valor decimal de 00010010 sabiendo que está representado en complemento a 2 usando 8 bits (0,5 puntos).

**SOLUCIÓN:**

- a)  $(26)_{10} = (00011010)_2 \Rightarrow (-26)_{10} = C_2(00011010) = (11100110)_{C_2}$   
b)  $(115)_{10} = (01110011)_2 \Rightarrow (+115)_{10} = (01110011)_{C_2}$   
c)  $(10010010)_{C_2}$  es negativo,  $C_2(10010010) = (01101110)$  y  $(01101110)_2 = (110)_{10} \Rightarrow$   
 $\Rightarrow (10010010)_{C_2} = (-110)_{10}$   
d)  $(00010010)_{C_2}$  es positivo y  $(00010010)_2 = (18)_{10} \Rightarrow (00010010)_{C_2} = (+18)_{10}$

Exprese canónicamente como producto de maxterms la siguiente función lógica:

ED J-2011



$$f(a,b,c,d) = \overline{(a \cdot b)} \cdot (\overline{d + \bar{c}}) \cdot (\overline{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}})$$

**SOLUCIÓN:**

Desarrollo como producto de sumas:

$$f(a,b,c,d) = \overline{(a + \bar{b})} \cdot (\overline{d + \bar{c}}) \cdot (\overline{\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}}) \quad (0,5 \text{ puntos})$$

Desarrollo cada término suma por separado:

$$\begin{aligned} \overline{(a + \bar{b})} &= (\overline{a} + \bar{b} + \overline{c} + \overline{d}) = (\overline{a} + \bar{b} + c + d)(\overline{a} + \bar{b} + \bar{c} + d)(\overline{a} + \bar{b} + c + \bar{d})(\overline{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}) = \\ &= M_{12} \cdot M_{14} \cdot M_{13} \cdot M_{15} \end{aligned} \quad (0,5 \text{ puntos})$$

$$\begin{aligned} \overline{(d + \bar{c})} &= (a\bar{a} + b\bar{b} + \bar{c} + d) = (a + b + \bar{c} + d)(\overline{a} + \bar{b} + \bar{c} + d)(a + \bar{b} + \bar{c} + d)(\overline{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}) = \\ &= M_2 \cdot M_{10} \cdot M_6 \cdot M_{14} \end{aligned} \quad (0,5 \text{ puntos})$$

$$\overline{(a + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d})} = M_{15}$$

producto final eliminando maxterms redundantes ( $M_{14}$  y  $M_{15}$ )

$$f(a,b,c,d) = (\overline{a} + \bar{b} + c + d)(\overline{a} + \bar{b} + \bar{c} + d)(\overline{a} + \bar{b} + c + \bar{d})(\overline{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}) \cdot$$

$$(a + b + \bar{c} + d)(\overline{a} + \bar{b} + \bar{c} + d)(a + \bar{b} + \bar{c} + d)(\overline{a} + \bar{b} + \bar{c} + d) \quad (0,5 \text{ puntos})$$

Nota: también podría presentarse como solución final igualmente válida la expresión abreviada:

$$f(a,b,c,d) = \prod M(2,6,10,12,13,14,15)$$

- a) Simplifique por el método de Karnaugh la siguiente suma de minterms: (1 punto)

ED J-2012\*

$$f(a,b,c) = \sum m(3,5,7)$$

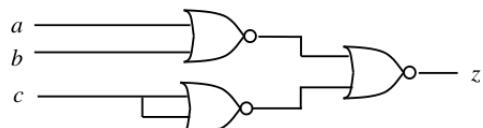
- b) Realice un circuito que usando únicamente puertas NOR, utilice el menor número de ellas y efectúe la función lógica simplificada en el anterior apartado. (1 punto)

**Solución:****SOLUCIÓN**

a) Simplificando,  $f(a,b,c) = a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c$

		bc			
		00	01	11	10
a	0			1	
	1		1	1	

- b) Para la construcción del circuito aprovecho la propiedad de que 2 niveles NOR son equivalentes a 2 niveles OR-AND



**NOTA:** si la expresión simplificada obtenida por el alumno fuera incorrecta, pero el circuito implementado a partir de dicha expresión fuera válido, deberá calificarse esta cuestión con 1 punto.

- Dada una memoria de 4 GB de capacidad organizada en palabras de 64 bits, responda a las siguientes preguntas:

ED J-2012\*

- a) ¿Cuántos bits de información puede almacenar? (0,5 puntos)

- b) ¿Cuántas palabras contiene? (0,5 puntos)



c) ¿Cuántos bits son necesarios para direccionar una palabra? (0,5 puntos)

d) ¿Cuántas imágenes de 10 MB puede almacenar? (0,5 puntos)

#### SOLUCIÓN

a)  $4 \text{ GB} = 4 \text{ GBytes} \times 8 \text{ bits/Byte} = 32 \text{ Gbits} = 32 \times 2^{30} \text{ bits} = 2^5 \times 2^{30} \text{ bits} = 2^{35} \text{ bits}$

b)  $64 \text{ bits} = 8 \text{ B} / 4 \text{ GB} / (8 \text{ B/palabra}) = 0,5 \text{ Gpalabras} = 2^{29} \text{ palabras}$

c) Para direccionar  $2^{29}$  palabras, son necesarios 29 bits

d)  $4 \text{ GB} \div 10 \text{ MB/imagen} = (4 \times 2^{30} \text{ MB}) \div 10 \text{ MB/imagen} = 409 \text{ imágenes}$

## Relación de pruebas

J-2003	X	J-2009	X	S-2013	
J-2004	X	S-2009		J-2014	
S-2004	X	J-2010-FG	X		
J-2005	X	J-2010-FE	X		
S-2005	X	S-2010-FG			
J-2006	X	S-2010-FG			
S-2006	I	J-2011	X		
J-2007	X	S-2011			
S-2007	I	J-2012	I		
J-2008	X	S-2012			
S-2008		J-2013			

## Fuentes

Las soluciones de los modelos provienen de los publicados por la **Comisión de la materia de Tecnología Industrial II**

(\*) Algunas soluciones son las publicadas por la **Universidad Rey Juan Carlos**.

## Agradecimientos

A la comisión de la materia de Tecnología Industrial II por entregar modelos corregidos.

A <http://tecnologiasselectividad.blogspot.com.es/> por compartir y permitirme comprobar algunos de mis resultados.

Al Colegio T.E.M.S. / The English Montessori School.