

**INDICE**

<b>INTRODUCCIÓN.</b>	<b>4</b>
<b>Tema 1. Mecánica</b>	<b>6</b>
Introducción.....	6
Nocións básicas de mecánica.....	6
1- Energía .....	6
2- Ecuaciones del movimiento rectilíneo. ....	7
3- Leyes de Newton.....	8
4- Rozamientos .....	9
Problemas de mecánica .....	10
<b>Tema 2. Máquinas térmicas.</b>	<b>15</b>
Introducción.....	15
Nocións básicas de máquinas térmicas.....	15
1- Definiciones Básicas. ....	15
2- Ciclo de Carnot. ....	16
3- Motor térmico.....	16
4- Frigorífico y bomba de calor. ....	17
5- Equivalencias de unidades. ....	19
6- Rendimiento. ....	19
7- Términos teóricos más importantes de un motor. ....	21
Problemas de máquinas térmicas.....	22
Cuestiones de máquinas térmicas.....	32
<b>Tema 3. Máquinas eléctricas.</b>	<b>41</b>
A) Máquinas eléctricas de corriente continua. ....	41
Introducción.....	41
Nocións básicas sobre máquinas de corriente continua.....	41
1- Magnitudes fundamentales.....	41
2- Descubrimientos fundamentales. ....	42
4- Constitución de un motor de corriente continua. ....	43
5- Funcionamiento de un motor de corriente continua.....	44
6- Potencia y par motor. ....	46
7- Unidades.....	48
8- Rendimiento y potencia eléctrica interna. ....	48
9- Conexión de los devanados de excitación e inducido. ....	49
10- Curva característica de un motor con excitación en serie. ....	51
11- Aclaraciones importantes. ....	52
Problemas sobre motores eléctricos de corriente continua.....	52
Cuestiones de máquinas eléctricas. ....	59
B) Máquinas eléctricas de corriente alterna. ....	63
Introducción.....	63
Nocións básicas sobre motores de corriente eléctrica alterna.....	63
1- Conexión en estrella y en triángulo.....	63
2- Diferencia entre una señal eléctrica alterna y una continua. ....	64
4- Magnitudes básicas de un circuito de corriente alterna.....	65
5- Potencia activa, reactiva y aparente. ....	69
6- Rendimiento. ....	71
7- Constitución de un motor asincrónico y cálculo de su velocidad.....	71
Problemas sobre motores de corriente alterna.....	73

Cuestiones sobre motores de corriente alterna .....	75
<b>Tema 4. Materiales.</b>	<b>77</b>
Introducción.....	77
Nocións básicas de materiales.....	77
1- Definiciones básicas.....	77
2- Diagrama de fases de dos metales totalmente solubles.....	78
3- Diagrama de fases de dos metales parcialmente solubles en estado sólido.....	80
4- Diagrama Fe- C.....	81
5- Ensayo de tracción.....	83
Problemas sobre diagramas de equilibrio de los aceros.....	84
Cuestiones sobre materiales.....	103
<b>Tema 5. Neumática.</b>	<b>109</b>
Introducción.....	109
Nocións básicas de neumática.....	109
1- Definiciones básicas.....	109
2- Unidades básicas.....	111
3- Ecuación de los gases perfectos.....	112
4- Símbolos de neumática.....	112
Problemas de neumática.....	113
Cuestiones de neumática.....	133
<b>Tema 6. Hidráulica.</b>	<b>138</b>
Introducción.....	138
Nocións básicas de hidráulica.....	138
1- Principios básicos de hidráulica.....	138
Principio de Pascal.....	138
Ecuación de continuidad.....	139
Teorema de Bernoulli .....	139
2- Potencia.....	140
3-Símbolos de hidráulica.....	140
Problemas de hidráulica.....	142
Cuestiones de oleohidráulica.....	146
<b>Tema 7. Sistemas de control.</b>	<b>151</b>
Introducción.....	151
Nocións básicas de sistemas de control.....	151
1- Sistema automático de control.....	151
2. Componentes de un sistema automático de control.....	151
3- Sistema en lazo abierto y en lazo cerrado.....	154
4- Transformada de Laplace.....	156
5- Función de transferencia.....	158
6- Simplificación de un diagrama de bloques.....	158
7- Estabilidad de un sistema de control automático.....	162
Problemas de sistemas de control.....	168
Cuestiones de sistemas de control.....	174
<b>Tema 8. Circuitos digitales y control programado.</b>	<b>190</b>
Introducción.....	190
Nocións básicas de circuitos digitales.....	190
1- Sistemas de numeración.....	190
2- Puertas lógicas.....	198
3- Álgebra de Boole.....	200

4- Leyes de Morgan.....	200
5- Formas canónicas de una función.....	201
Cuestiones de circuitos digitales. ....	206
Problemas de electrónica.....	222
<b>Temas.</b>	<b>228</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>231</b>
<b>Páginas Web de interés:</b>	<b>231</b>



## **INTRODUCCIÓN.**

La asignatura de Tecnología industrial venía explicándose desde hace años como una de las asignaturas de modalidad dentro del bachillerato tecnológico. Sin embargo, eran muy pocos los centros que ofertaban dicha modalidad del bachillerato, por lo que su presencia en nuestro sistema educativo era muy reducida. Con la reforma educativa introducida por la L.O.E. pasa a ser una más de las asignaturas de modalidad del bachillerato científico y tecnológico, por lo que su oferta es, en principio, mucho más amplia que hasta la entrada en vigor de dicha reforma. El profesorado de tecnología se encuentra con una dificultad importante a la hora de promocionar dicha asignatura: ha de “competir” con otras más “tradicionales” en nuestro sistema educativo, como pueden ser la física, la química, la biología o el dibujo técnico. A esto se le añade una segunda dificultad: la amplitud de la propia materia y la especialización de la misma. El currículum de Tecnología industrial aborda temas relacionados con la física y la química, así como con diversas especialidades de la ingeniería industrial. Esta diversidad de especialidades interrelacionadas representa un obstáculo a la hora de elaborar materiales destinados al aula. Desde luego que existen buenos manuales y hay que valorar el esfuerzo del profesorado por adaptarse a la asignatura. Pero falta aún un trabajo didáctico, dirigido a profesores y alumnos que es precisamente el que se propone el presente trabajo.

El objetivo fundamental de este libro es orientar a los alumnos en la realización del examen de Tecnología Industrial de las Pruebas de Acceso a la Universidad (P.A.U.) de Castilla y León. Para ello, se ha optado por incluir al principio de cada tema un resumen teórico, que recoge los desarrollos indispensables para la realización del examen. A continuación se resuelven los problemas de los exámenes y finalmente se abordan las cuestiones de los mismos. Se ofrece las respuestas de aquellas cuestiones que son un poco más difíciles, mientras que, con la finalidad de reducir la extensión del trabajo y hacerlo más manejable, se ha optado por omitir aquellas que suelen venir resueltas en los manuales más extendidos de 2º de Bachillerato. La intención final es que los alumnos tengan una referencia válida del tipo de cuestiones que se plantean en los exámenes y cuenten con los recursos suficientes como para enfrentarse a ellos con garantías. Por ello, el libro puede servir como complemento al de otra editorial que se decida utilizar en 2º de bachillerato. De acuerdo con esto, se ha incluido una bibliografía al final, que pretende recoger los libros de referencia así como las páginas web que pueden ser útiles a la hora de consultar algunas de las cuestiones y problemas.

En la actualidad el examen consta de dos problemas. Cada uno de ellos vale 2,5 puntos. También hay cinco cuestiones, con una valoración de un punto por cada una de ellas. Aunque en los exámenes actuales ya no aparezcan los temas que había en convocatorias anteriores (preguntas largas para desarrollar más extensamente), estos están recogidos al final del libro para saber de qué bloques temáticos se han realizado más preguntas teóricas y cómo son estas. Como se podrá observar, se trata de un examen complejo, en el que es preciso dominar muchos conocimientos y aplicarlos certeramente. Con todo, esto no debe desmotivar a los alumnos: por el contrario, ha de ser un acicate más para completar su formación de cara a los estudios posteriores al bachillerato. Ésta es precisamente una de las funciones de la asignatura de tecnología industrial: aunque haya pasado prácticamente desapercibida hasta hace muy pocos cursos, puede ofrecer una formación sólida a quienes opten por estudios universitarios o de grado superior relacionados con la ingeniería y la ciencia aplicada.

Este trabajo pretende contribuir al éxito de los alumnos, y también a la consolidación de la asignatura, que merece sin duda una mayor presencia y valoración dentro del bachillerato.

# Tema 1. Mecánica

## Introducción.

En este tema se van a desarrollar conceptos básicos de esta materia. Concretamente, la explicación del tema estará centrada en los siguientes aspectos:

- 1- Tipos de energía mecánica que pueden tener los cuerpos. Estas son la energía cinética y la energía potencial. También se dan las fórmulas necesarias para calcular el trabajo y la potencia.
- 2- A continuación se dan las fórmulas básicas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y del movimiento rectilíneo con velocidad constante.
- 3- El siguiente paso es enunciar las leyes de Newton.
- 4- En el último apartado se estudia el movimiento de los cuerpos cuando hay rozamiento. Así cabe destacar: El coeficiente de rozamiento estático y el dinámico y las distintas fuerzas que actúan sobre un cuerpo en movimiento.

Estos conocimientos encuentran una de sus aplicaciones en el diseño de objetos y en la selección de los materiales más idóneos para su fabricación. Un ejemplo más específico de este uso es el ensayo con coches para probar que cumplen en el mayor grado posible las exigencias imprescindibles de seguridad. Otra aplicación es el cálculo del tiempo que un dispositivo móvil tarda en recorrer una distancia determinada.

## Nociones básicas de mecánica.

### 1- Energía

Hay dos tipos de energía mecánica que se definen a continuación.

**A)** La **energía cinética** de un cuerpo es la que posee por estar en movimiento. Se define con la siguiente fórmula:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

La **energía cinética** de un objeto que gira en torno a un eje con velocidad angular  $\omega$  se define como:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$I$  es el momento de inercia del objeto giratorio. En el caso de disponer de un objeto circular (disco) el momento de inercia se define como:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$$

**B) La energía potencial** de un cuerpo es la que posee por estar a una determinada altura. Se define con la siguiente fórmula:

$$Ep=m \cdot g \cdot h$$

Estas dos energías siempre deben de estar medidas con respecto a un sistema de referencia. En el sistema internacional ambas se miden en **julios** y en muchos casos definen el trabajo realizado por algún dispositivo.

El **trabajo** realizado por una fuerza  $F$  sobre un cuerpo que se desplaza una distancia  $d$  se puede definir así:

$$W=F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$\alpha$  es el ángulo que forman la fuerza y el desplazamiento. En el caso de que sean paralelos  $\cos \alpha$  es igual a 1.

En el sistema internacional el trabajo se mide en **julios (J)**.

La **potencia** es el trabajo realizado en la unidad de tiempo. Se escribe de la siguiente forma:

$$P = \frac{W}{t}$$

La potencia se mide en vatios (W).

## 2- Ecuaciones del movimiento rectilíneo.

### a) Movimiento rectilíneo con velocidad constante.

La fórmula que se cumple en el móvil que se mueve en una trayectoria rectilínea a velocidad constante es la siguiente:

$$v = v_0 + s \cdot t$$

- $v$  es la velocidad que tiene el móvil.
- $s$  es la distancia recorrida.
- $t$  es el tiempo empleado en recorrer  $s$ .
- $v_0$  es la velocidad inicial del móvil en  $t=0$ .

### b) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es aquel en el que la aceleración del móvil es constante.

Las fórmulas que se utilizan para calcular los distintos parámetros que intervienen en este movimiento son las siguientes:

- $v = a \cdot t + v_0$

- $v$  es la velocidad que adquiere el móvil que se desplaza con una aceleración constante.
  - $a$  es la aceleración que tiene el móvil.
  - $v_0$  es la velocidad inicial del móvil en  $t=0$ .
  - $t$  es el tiempo que tarda en realizar el recorrido.
- $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$ 
    - $s$  es el espacio recorrido por el móvil que se desplaza con una aceleración constante  $a$ .
    - $s_0$  es la distancia que ha recorrido inicialmente el móvil antes de iniciarse el movimiento en  $t=0$ .
  - Otra fórmula que relaciona las variables anteriores es la siguiente:  $v^2 = 2 \cdot a \cdot (s - s_0) + v_0^2$

### 3- Leyes de Newton

#### 1<sup>a</sup> Ley de Newton.

- “Un cuerpo sobre el que no actúa fuerza neta se mueve con velocidad constante (que puede ser cero) y cero aceleración.
- Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas o actúan varias fuerzas cuya resultante es cero, decimos que el cuerpo está en equilibrio.” En este caso el cuerpo permanece en reposo o se mueve a velocidad constante si inicialmente se estaba moviendo.

$$\sum \bar{F} = 0 \quad (\text{cuerpo en equilibrio})$$

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0 \quad (\text{cuerpo en equilibrio})$$

#### 2<sup>a</sup> Ley de Newton.

- “Si una fuerza externa neta actúa sobre un cuerpo, este acelera. La dirección de la aceleración es la misma que la de la fuerza neta. El vector fuerza neta es igual a la masa del cuerpo multiplicada por su aceleración.

$$\sum F = m \cdot a$$

$$\sum F_x = m \cdot a_x, \quad \sum F_y = m \cdot a_y, \quad \sum F_z = m \cdot a_z$$

Obsérvese que la cantidad  $m \cdot a$  no es una fuerza. Las ecuaciones sólo dicen que el vector  $m \cdot a$  es igual en magnitud y dirección a la resultante  $\sum F$  de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Es incorrecto ver la aceleración como una fuerza; más bien, la aceleración es un resultado de una fuerza neta distinta de cero.

#### 3<sup>a</sup> Ley de Newton.

- Si el cuerpo A ejerce una fuerza sobre el cuerpo B (una “acción”), entonces B ejerce una fuerza sobre A (una “reacción”). Estas fuerzas tienen la misma magnitud pero dirección opuesta, y actúan sobre diferentes cuerpos.”<sup>1</sup>

---

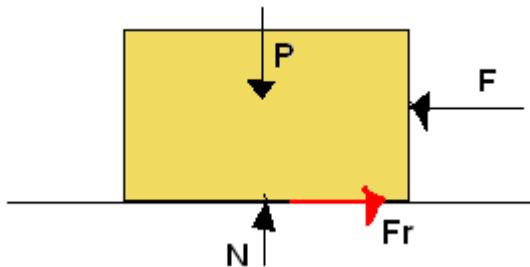
Esta cita es más extensa de lo habitual, y se recomienda consultar la fuente de la que está extraída. Sin embargo, por motivos de practicidad y para facilitar la tarea del lector, se ha decidido incluirla en su integridad, ya que incluye información relevante para resolver un problema.

<sup>1</sup> El texto entrecomillado aparece en Francis W. Sears y otros. Ampliar esta información en, págs. 96, 97, 101, 102 y 107.

## 4- Rozamientos

### Rozamiento estático.

El rozamiento estático tiene en cuenta el coeficiente de rozamiento estático y las fuerzas actúan sobre el cuerpo antes de que comience a moverse.



**F** es la fuerza externa que actúa sobre el cuerpo.

**Fr** es la fuerza de rozamiento estático tiene el mismo módulo, la misma dirección que F y sentido contrario.

**P** es el peso del cuerpo sobre el que actúan las fuerzas.  $P = m \cdot g$

**N** Es la fuerza normal, tiene el mismo módulo y dirección que P pero su sentido es inverso.

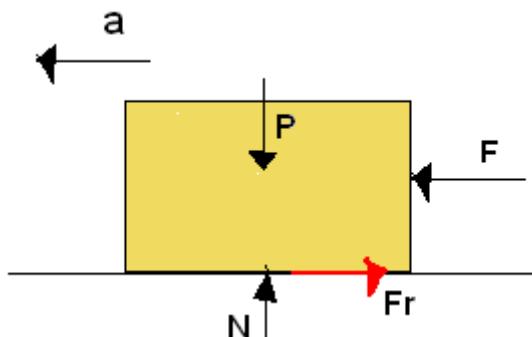
$$P=N \quad \text{y} \quad F=Fr$$

Además  $Fr = \mu_e \cdot N$   $\mu_e$  es el coeficiente de rozamiento estático.

Esta última es una relación escalar entre Fr y N ya que ambos son perpendiculares entre si. No se puede establecer una relación vectorial.

### Rozamiento dinámico

El rozamiento dinámico tiene en cuenta el coeficiente de rozamiento dinámico y las fuerzas que actúan cuando el cuerpo está en movimiento.



**F** es la fuerza externa que actúa sobre el cuerpo.

**Fr** es la fuerza de rozamiento estático tiene la misma dirección que F y sentido contrario.

**P** es el peso del cuerpo sobre el que actúan las fuerzas.  $P = m \cdot g$

**N** Es la fuerza normal, tiene el mismo módulo y dirección que P pero su sentido es inverso.

$$P=N=m \cdot g$$

Además  $Fr = \mu_d \cdot N$   $\mu_d$  es el coeficiente de rozamiento dinámico.

Como se ha visto anteriormente la relación entre Fr y N es escalar.

$$F-Fr = m \cdot a; \quad F = \mu_d \cdot m \cdot g + m \cdot a^2$$

### Aclaraciones.

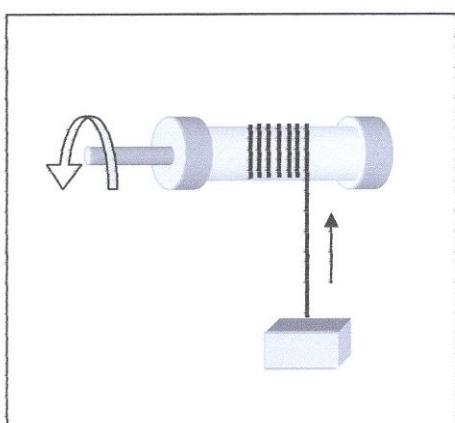
1. Antes de iniciarse el movimiento la fuerza aplicada es menor o igual a  $Fr = \mu_e \cdot N$ .
2. Una vez que se ha iniciado el movimiento la fuerza necesaria para mantenerlo disminuye. Por esta razón la fuerza aplicada es menor siendo en este caso  $F = \mu_d \cdot m \cdot g + m \cdot a$ . De esta forma se deduce que el coeficiente de rozamiento dinámico es menor que el estático.
3. Si se ha iniciado el movimiento en condiciones de equilibrio o lo que es lo mismo con velocidad constante, la fuerza aplicada es:  $F = \mu_d \cdot m \cdot g$

## Problemas de mecánica

### 1.- CyL Septiembre 2003

Un equipo de elevación (ver figura) debe subir una carga de 500 kg hasta una altura de 50 m. La velocidad de ascensión es de 0,5 m/s y se alcanza al cabo de 1 segundo de la puesta en marcha. Se pide:

- a) ¿Qué trabajo se realiza para conseguirlo?
- b) ¿Qué potencia se precisa en el motor?



---

<sup>2</sup> Ampliar en: <http://es.wikipedia.org/wiki/Fricci%C3%B3n>

Datos.	Solución
<b>m = 500 Kg</b>	a) $W = F \cdot d = m \cdot g \cdot d = 500 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 50 \text{ m} = 250.000 \text{ J}$
<b>h = 50 m b)</b>	b) El bloque tarda 1 s en alcanzar la velocidad de 0,5 m/s. Su movimiento es uniformemente acelerado. Primero se calcula la aceleración.
<b>v<sub>f</sub> = 0,5 m /s</b>	$v_f = v_0 + a \cdot t = 0 + a \cdot 1 \text{ s} = 0,5 \text{ m/s}; \quad a = 0,5 \text{ m/s}^2$
<b>t = 1 s</b>	A continuación se obtiene la distancia recorrida hasta alcanzar la velocidad constante.
<b>W, P?</b>	

$$s_1 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot 1^2 \text{s}^2 = 0,25 \text{ m}$$

Ahora se calcula la distancia que recorre a velocidad constante.

$$s_2 = 50 \text{ m} - 0,25 \text{ m} = 49,75 \text{ m}$$

Después se halla el tiempo que tarda en recorrer esa distancia a velocidad constante.

$$s_2 = v \cdot t; \quad t = s_2 / v = \frac{49,75 \text{ m}}{0,5 \text{ m/s}} = 99,5 \text{ s}$$

Se suman los intervalos de tiempo que tarda en recorrer la distancia 1 y la distancia 2.

$$t = 99,5 \text{ s} + 1 \text{ s} = 100,5 \text{ s}$$

Por último se deduce la potencia consumida en el proceso.

$$P = W/t; \quad P = 250.000 \text{ J} / 100,5 \text{ s} = 2.487,56 \text{ W}$$

## 2- CyL Junio 2006 y septiembre 2010. Prueba específica. Opción B

Se desea trasladar una lavadora empujándola horizontalmente entre varias personas. La masa de la lavadora es de 90 kg, el coeficiente de rozamiento estático con el suelo es 0,4 y el coeficiente de rozamiento dinámico es 0,3 (cuando el suelo está seco). Calcular:

- La fuerza precisa para iniciar el movimiento y el trabajo realizado cuando se ha desplazado 5 m en el suelo.
- Suponiendo que las personas que empujan la lavadora tardan (sin pausas) 10 segundos en el traslado, ¿Cuál es la potencia empleada?
- ¿Qué se podría hacer para que pudiésemos mover la lavadora haciendo menos esfuerzo? (Se supone que el número de personas que empujan no varía). Razona la respuesta.

Datos.	Solución
$m = 90 \text{ Kg}$	a) Se va a calcular la fuerza necesaria para que el movimiento esté a punto de iniciarse. La suma de las fuerzas en el plano horizontal es 0.
$\eta_e = 0,4$	
$\eta_d = 0,3$	$F_{\text{inicio mov}} - \eta_e \cdot m \cdot g = F_{\text{inicio mov}} - 0,4 \cdot 90 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 0$
$d = 5 \text{ m}$	$F_{\text{inicio mov}} - 360 \text{ N} = 0; \quad F_{\text{inicio mov}} = 360 \text{ N}$
$t = 10 \text{ s}$	Justo cuando empieza a moverse el coeficiente de fricción y la fuerza necesaria para mantener el movimiento a velocidad constante disminuyen. La suma de las fuerzas horizontales en este caso también es 0. Como no dicen lo contrario se ha supuesto que la lavadora se mueve en condiciones de equilibrio.
$F_{\text{inicio mov}}, W_{5m}, P?$	

$$F_{\text{mov}} - \eta_d \cdot m \cdot g = F_{\text{mov}} - 0,3 \cdot 90 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = F_{\text{mov}} - 270 \text{ N} = 0$$

$$F_{\text{mov}} = 270 \text{ N}$$

$$W_{5m} = F \cdot d = 270 \text{ N} \cdot 5 \text{ m} = 1.350 \text{ J}$$

b) Cálculo de la potencia.

$$P_{5m} = W/t = 1.350 \text{ J} / 10 \text{ s} = 135 \text{ W}$$

c) Para mover la lavadora con menos esfuerzo se podría echar aceite o encerar el suelo para que disminuya el coeficiente de rozamiento.

### 3.- CyL Septiembre 05

Desde una altura de 200 metros se deja caer un cuerpo de 5 kg.

a) ¿Cuánto vale su energía potencial gravitatoria en el punto más alto?

b) Suponiendo que no existe rozamiento, ¿Cuánto vale su energía cinética al llegar al suelo? ¿Y en el punto medio de su recorrido?

Datos.	Solución
$h = 200 \text{ m}$	a) $E_p = m \cdot g \cdot h = 5 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 200 \text{ m} = 10.000 \text{ J}$
$m = 5 \text{ Kg}$	b) $E_{c \text{ Suelo}} = 10.000 \text{ J}$
$E_p, E_{c \text{ h/2}}?$	$E_{c \text{ h/2}} = E_p \text{ h/2} = 10.000 / 2 = 5.000 \text{ J}$

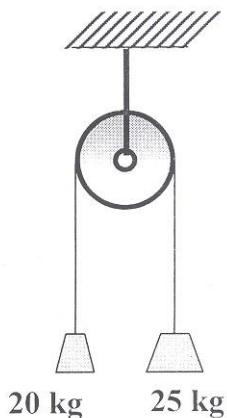
### 4- CyL Septiembre 2006. Opción A.

La polea de la figura no tiene masa ni rozamiento en su eje. Inicialmente la polea está con los dos bloques colocados en la posición que se indica en la figura. Al dejar los bloques en libertad:

a) ¿Se conserva la energía mecánica de cada bloque?. Razona la respuesta.

b) ¿Se conserva la energía mecánica del sistema?. Razona la Respuesta.

c) Cuando uno de los bloques haya descendido 4 metros, ¿Cuál es la velocidad de cada uno de ellos?



#### Datos.

$$m_1 = 20 \text{ Kg}$$

$$m_2 = 25 \text{ Kg}$$

$$h = 4 \text{ m}$$

$$v_1 \text{ y } v_2?$$

#### Solución:

**a)** En ausencia de rozamiento no se conserva la energía mecánica de cada bloque. Si inicialmente se supone que su energía mecánica es 0 al dejar los bloques en libertad uno aumentará la energía potencial y otro disminuirá su energía potencial y ambos aumentarán su energía cinética

**b)** En ausencia de rozamiento se conserva la energía mecánica del sistema por considerarse este aislado.

**c)** Inicialmente se puede considerar que la energía mecánica del sistema es cero.

Como la energía mecánica del sistema se mantiene constante la suma de las energías potenciales y cinéticas adquiridas por los bloques vale 0.

$$E_{P25} = m \cdot g \cdot h = 25 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot (-4) \text{ m} = -1000 \text{ J}$$

$$E_{P20} = m \cdot g \cdot h = 20 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 4 = 800 \text{ J}$$

$$E_{C\ 20+25} = \frac{1}{2} (20 \text{ Kg} + 25 \text{ Kg}) \cdot v^2 = 22,5 \text{ Kg} \cdot v^2$$

$$-1000 \text{ J} + 800 \text{ J} + 22,5 \text{ Kg} \cdot v^2 = 0; \quad v^2 = 8,88 \text{ m}^2/\text{s}^2; \quad v = v_1 = v_2 = 2,98 \text{ m/s}$$

#### 5.- Junio 2008.

Una prensa utilizada para el corte de chapa dispone de un volante de inercia de acero colado de 1000 mm de diámetro y 50 mm de espesor. A este volante se conecta un motor de 5 Kw que puede llegar a girar a 1500 rpm. El diámetro de la polea que acopla el motor al volante es de 200 mm. La densidad del acero es de 7,8 kg/dm<sup>3</sup>. Se pide:

- ¿qué energía tiene acumulada el volante?

- ¿qué tiempo tardará este motor en alcanzar el régimen de giro normal?

#### Datos.

##### ▪ Volante de inercia.

$$D_V = 1.000 \text{ mm.}$$

$$e_V = 50 \text{ mm.}$$

#### Solución.

$$1) E_V = 1/2 \cdot (I \cdot \omega_V^2);$$

$$I = 1/2 \cdot (m \cdot r^2)$$

$$m = \rho_{acero} \cdot V = \rho_{acero} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot e_V$$

<b>▪ Motor</b>	$m = 7,8 \text{ Kg/dm}^3 \cdot \pi \cdot (500 \cdot 10^{-2})^2 \text{dm}^2 \cdot 50 \cdot 10^{-2} \text{dm}$
<b>P=5 KW</b>	$m = 306,3 \text{ Kg}$
<b>n = 1.500 rpm.; <math>\omega = 1.500 \cdot 2 \cdot \pi / 60</math></b>	$I = (1/2) \cdot 306,3 \text{ Kg} \cdot (500)^2 \text{mm}^2 \cdot 10^{-6} \cdot \text{m}^2/\text{mm}^2$
<b><math>\omega = 157,08 \text{ rad/s}</math></b>	$I = 38,2875 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
<b>▪ Polea acoplada al motor</b>	$\omega_v = \omega \cdot D_p / D_v = 157,08 \text{ rad/s} \cdot (200\text{mm}/1000\text{mm})$
<b>D<sub>p</sub>= 200 mm</b>	$\omega_v = 31,416 \text{ rad/s}$
<b><math>\rho_{acero} = 7,8 \text{ Kg/ dm}^3</math></b>	$E_v = 1/2 \cdot (I \cdot \omega_v^2) = 1/2 \cdot (38,2875 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \cdot (31,416 \text{ rad/s})^2)$
<b>E<sub>v</sub>, t?</b>	<b>E<sub>v</sub>=18.894,21 J</b>
	<b>2) t= E/P=18.894,21J/5·10<sup>3</sup>W= 3,77s</b>

## Tema 2. Máquinas térmicas.

### Introducción

Las máquinas térmicas ocupan un lugar muy importante en la historia de la humanidad. Bajo esta denominación técnica, se esconden grandes inventos como la máquina de vapor, todo un símbolo de la revolución industrial. A partir de ahí, el desarrollo de las máquinas térmicas evolucionará de una forma imparable, desempeñando una papel fundamental en los medios de transporte o en electrodomésticos que se han hecho ya habituales, como puede ser el frigorífico. El tema se organiza de la siguiente manera:

1. Primero se dan algunas definiciones básicas de la termodinámica. Una de ellas se utiliza para resolver un problema de las P.A.U.
2. Despues el tema continúa con uno de los conceptos centrales de las máquinas térmicas, como es el ciclo de Carnot, que ocupará la segunda parte de la explicación. Gracias a este ciclo se puede comprender el funcionamiento de las máquinas térmicas.
3. A continuación, se presentarán las definiciones de las diferentes máquinas térmicas, como son el motor, la máquina frigorífica y la bomba de calor. Se indicarán, en cada uno de estos dispositivos las fórmulas correspondientes al rendimiento y la eficiencia energética, magnitudes que sirven para determinar la eficacia o rentabilidad de la máquina.
4. En tercer lugar, se explicarán las unidades más importantes de medida de la energía, que serán utilizadas para calcular rendimientos y eficiencias.
5. En cuarto lugar, serán definidos los distintos tipos de rendimientos que se pueden dar en un motor. Estas definiciones serán empleadas en la resolución de los problemas y las cuestiones.
6. Finalmente se han recogido los términos teóricos más importantes de un motor. Este último apartado se ha añadido porque es útil para resolver alguno de los problemas de las últimas convocatorias de P.A.U.

### Nociones básicas de máquinas térmicas.

#### 1- Definiciones Básicas.

El **calor específico** se define como la cantidad de calor que hay que aplicar a la unidad de masa para aumentar en una unidad su temperatura.

$$Q=m \cdot c_e \cdot \Delta t$$

El **calor latente de fusión** se define como la cantidad de calor que hay que aplicar a la unidad de masa para que a temperatura constante pase de estado sólido a líquido.

$$Q=m \cdot c_F$$

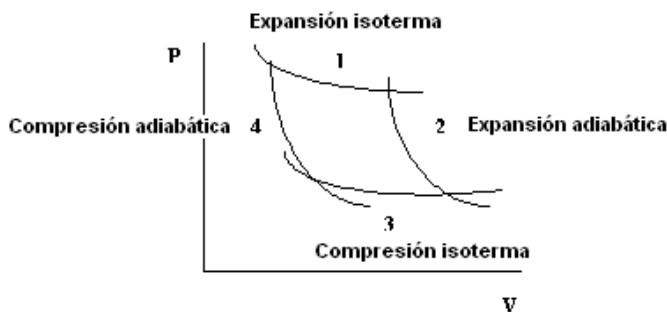
El **calor latente de solidificación** se define como la cantidad de calor que desprende la unidad de masa para que a temperatura constante pase de líquido a sólido.

$$Q=m \cdot c_s$$

## 2- Ciclo de Carnot.

A continuación se explica el ciclo de Carnot ya que en este se basa el funcionamiento de todas las máquinas térmicas.

El ciclo de Carnot es un ciclo termodinámico en el que el fluido ideal realiza reversiblemente una expansión y una compresión isoterma y una expansión y una compresión adiabática. En el siguiente gráfico se representan las distintas fases que sigue el fluido a realizarse el ciclo.

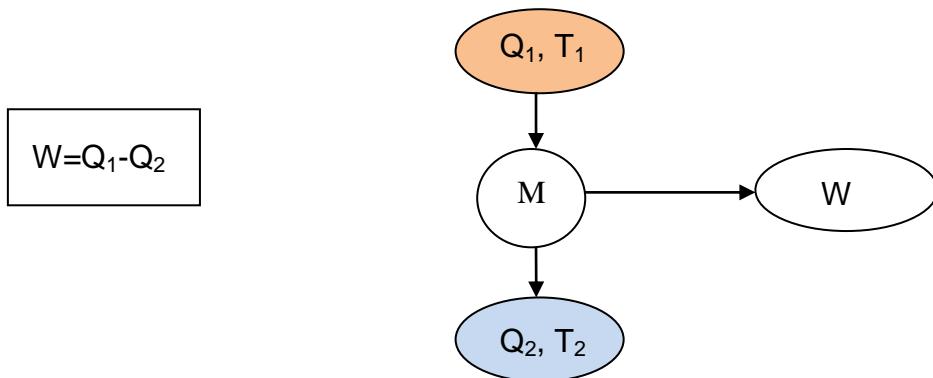


Se supone que se dispone de un gas ideal. Las transformaciones que se dan son las siguientes:

- 1-.El gas se expande isotérmicamente (a temperatura constante). El gas realiza trabajo pero absorbe calor.
- 2-.El gas se expande adiabáticamente realizando un trabajo. En este caso el calor intercambiado con el exterior es 0, pero la temperatura disminuye.
- 3-.El gas se comprime isotérmicamente, se realiza una cantidad de trabajo en el sistema y este cede una cantidad de calor.
- 4-.El gas se comprime adiabáticamente. El calor intercambiado es 0, se realiza un trabajo desde el exterior en el sistema, y la temperatura de este aumenta.

## 3- Motor térmico.

Un **motor térmico** (M) es una máquina capaz de **producir trabajo mecánico** a expensas del **calor ( $Q_1$ ) que absorbe del foco caliente**. Para que se pueda realizar este proceso es necesaria la existencia de dos focos de calor uno caliente y otro frío. Parte del calor absorbido del foco caliente es cedido al foco frío. Se puede demostrar que el trabajo ( $W$ ) producido es igual a la diferencia entre el calor absorbido del foco caliente ( $Q_1$ ) y el cedido al foco frío ( $Q_2$ ).



El **rendimiento máximo** de esta máquina es el que se produciría si siguiese el ciclo de **Carnot**. Este valor **máximo** se daría si la máquina funcionase reversiblemente. En la naturaleza ninguna máquina funciona reversiblemente. Por esta razón este rendimiento es teórico ya que no se puede dar en la realidad porque ninguna máquina sigue el ciclo de Carnot. El rendimiento real siempre es inferior al de Carnot.

Para un motor térmico, el **rendimiento** de un sistema que sigue el ciclo de Carnot se define como el cociente de la energía obtenida ( $W$ ) y la energía consumida  $Q_1$ .

$$\eta_C = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

El subíndice **1** siempre se refiere al **foco caliente** y el subíndice **2** siempre se refiere al **foco frío**.

También se puede utilizar la siguiente expresión para calcular el rendimiento:

$$\eta = \frac{1}{Gef \cdot Hc}$$

Gef es el consumo efectivo de combustible se expresa en g/kwh.

Hc es el poder calorífico del combustible se mide en calorías o julios por unidad de masa.

Para expresar el rendimiento en tanto por ciento se multiplica la expresión por 100.

#### 4- Frigorífico y bomba de calor.

**A)** Un **frigorífico** es una máquina térmica que **consume un trabajo eléctrico** y es capaz de **absorber una cantidad de calor Q<sub>2</sub> del foco frío**, cediendo una cantidad de calor  $Q_1$  al foco caliente.

En este caso la **eficiencia** se define como el cociente que se obtiene al dividir el calor absorbido del foco frío (ya que el objetivo de la máquina es enfriar un foco frío) entre el

trabajo absorbido por la máquina. En este caso el cociente va a ser mayor que 1 por lo que no se le puede llamar rendimiento.

Tanto para el frigorífico como para la bomba de calor la **eficiencia máxima** es la que se produciría si la máquina siguiese el ciclo de **Carnot**. Este valor **máximo** se daría si la máquina funcionase reversiblemente, por lo tanto nunca se da en la naturaleza por ser los procesos irreversibles. La eficiencia real siempre es inferior a la eficiencia de Carnot. Esta para una cámara frigorífica se define como:

$$\epsilon_C = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

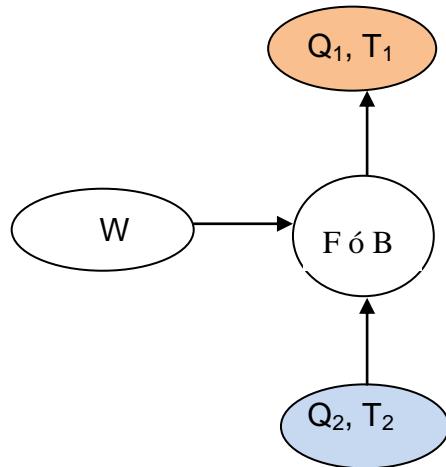
**B)** Una **bomba de calor** es una máquina térmica que **consume un trabajo eléctrico** y es capaz de **ceder una cantidad de calor  $Q_1$  al foco caliente**, absorbiendo una cantidad de calor  $Q_2$  del foco frío.

En este caso la **eficiencia** se define como el cociente del calor cedido al foco caliente (ya que el objetivo de la máquina es calentar un foco caliente) y el trabajo absorbido por la máquina.

La **eficiencia** de esta máquina si siguiese el ciclo de **Carnot** es la **máxima** eficiencia que puede tener y se define con la siguiente fórmula:

$$\epsilon_C = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

### Frigorífico (F) y bomba de calor (B).



Para calcular rendimientos y eficiencias hay que tener en cuenta que la **energía (calor)** se puede medir en **julios (J)** o **calorías (cal)** y en sus múltiplos. Como la **potencia (P)** es el trabajo (W) realizado en la unidad de tiempo, en las fórmulas de rendimientos y eficiencias se pueden utilizar las potencias. En este caso las unidades serán **vatios (w)** y sus múltiplos.

**P<sub>1</sub>** Potencia cedida al foco caliente cuando la máquina es una bomba o frigorífico. También es la potencia absorbida del foco caliente cuando la máquina es un motor.

**P<sub>2</sub>** Potencia absorbida del foco frío cuando la máquina es una bomba o frigorífico.  
Además es la potencia cedida al foco frío cuando la máquina es un motor.

**P=P<sub>1</sub>-P<sub>2</sub>** Es la energía eléctrica consumida en la unidad de tiempo por el motor del compresor cuando la máquina es una bomba o frigorífico.

También es el trabajo realizado en la unidad de tiempo cuando la máquina es un motor.

$$\eta_C = \frac{P}{P_1} = \frac{P_1 - P_2}{P_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (\text{motor}) \quad \epsilon_C = \frac{P_1}{P} = \frac{P_1}{P_1 - P_2} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (\text{bomba de calor})$$

$$\epsilon_C = \frac{P_2}{P} = \frac{P_2}{P_1 - P_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \quad (\text{máquina frigorífica})$$

## 5- Equivalencias de unidades.

Para resolver problemas es necesario conocer estas equivalencias de unidades.

$$(\text{Potencia} \cdot \text{tiempo})P \cdot t = 1\text{W} \cdot 1\text{s} = 1\text{ J} = W \text{ (trabajo)}$$

w → vatio; s → segundo; J → julio.

$$1\text{kwh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Kwh → kilovatio hora

## 6- Rendimiento.

A continuación se explican los distintos tipos de rendimiento que se pueden dar en un motor térmico. De esta forma se llega a saber si las pérdidas de energía que se pueden dar en el motor son elevadas. Estas pueden ser debidas a:

1. Rozamiento de las partes móviles del motor. Se puede calcular el **rendimiento mecánico**.
2. Pérdida de calor. Se puede obtener el **rendimiento térmico**.
3. El volumen de combustible y aire que entra en el cilindro es menor que el que teóricamente se puede introducir en él. Se puede hallar el **rendimiento volumétrico**.

Para explicar el rendimiento mecánico, el primer paso es relacionar el **trabajo indicado** que se obtiene **teóricamente** en el ciclo de trabajo con el **trabajo efectivo** que es el que se obtiene **realmente**. El trabajo efectivo es siempre menor que el indicado debido a que siempre hay pérdidas por **rozamiento**.

“El trabajo en el eje motor” (**trabajo efectivo**) “será igual al indicado en el diagrama” (**trabajo indicado**) “menos el correspondiente al gastado en vencer las resistencias o rozamientos”<sup>3</sup>. En las fórmulas se puede hacer referencia al trabajo o a la potencia.

$$Pr = Pind - Pef; \rightarrow Pind = Pef + Pr$$

La potencia indicada se define como:

$$P_{ind} = \frac{p_{me} \cdot A \cdot L \cdot n \cdot N}{2}$$

Donde:

$P_{ind}$  = Potencia indicada (Kp·m/s). 1 CV = 75 Kp·m/s

$p_{me}$  = Presión media efectiva (Kg/cm<sup>2</sup> ó lb/pulg<sup>2</sup>)

A = Área de la cabeza del pistón (cm<sup>2</sup> ó pulg.).

L = Longitud de la carrera (cm o pulg)

n = Número de cilindros del motor

N = Revoluciones a las que se obtiene  $p_{me}$ . (rps ó rpm)

2 = Número de revoluciones necesarias para completar el ciclo del motor de cuatro tiempos<sup>4</sup>

El **rendimiento mecánico** de un motor “se puede expresar como la relación existente entre la potencia efectiva (Pef) que se obtiene en el eje del motor y la potencia indicada (Pind) que se obtiene en el diagrama de trabajo o diagrama indicado, el cual expresa el trabajo interno obtenido dentro del cilindro y en el que no intervienen las pérdidas mecánicas.”<sup>5</sup>

$$\eta_m = \frac{\text{Potencia efectiva}}{\text{Potencia indicada}}$$

El **rendimiento térmico** “se puede definir como la relación entre la potencia efectiva y la potencia térmica del combustible.”<sup>6</sup>

$$\eta_t = \frac{\text{Potencia efectiva}}{\text{Masa consumida por unidad de tiempo} \cdot \text{Poder calorífico}}$$

“El **rendimiento volumétrico** se puede definir como el grado de eficacia con que se logra llenar un cilindro. Se expresa como la relación entre la masa de gas que es introducida en el cilindro ( $M_a$ ) en un ciclo y la masa que teóricamente cabe en el volumen del cilindro ( $M_c$ )”<sup>7</sup>

<sup>3</sup>Ver <http://www.scribd.com/doc/23599925/MOTORES-DE-COMBUSTION-INTERNA-06-POTENCIAS-Y-RENDIMIENTOS>, pág.13.

<sup>4</sup> Ampliar en

<http://www.ena.edu.sv/banners/CAP%C3%88DTULO%20II%20c%C3%A1lculos.pdf>

<sup>5</sup> Ampliar S Sanz (2007), pág. 68.

<sup>6</sup> Ampliar S Sanz (2007), pág. 67.

<sup>7</sup> Ampliar S Sanz (2007), pág. 68.

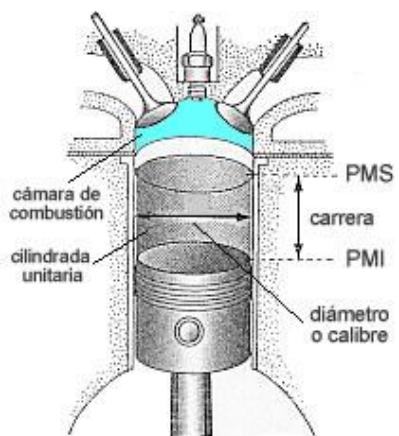
$$\eta_v = \frac{M_a}{M_c}$$

## 7- Términos teóricos más importantes de un motor.

A continuación se dan los términos teóricos más importantes de un motor térmico y la forma de realizar cálculos.

**"Punto muerto superior (PMS):** es cuando el pistón en su movimiento alternativo alcanza el punto máximo de altura antes de empezar a bajar.

**Punto muerto inferior (PMI):** es cuando el pistón en su movimiento alternativo alcanza el punto máximo inferior antes de empezar a subir.



**Diámetro o calibre (D):** Diámetro interior del cilindro (en mm).

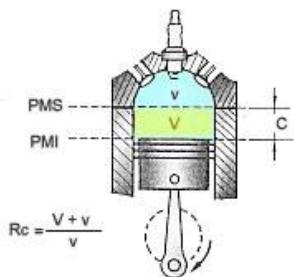
**Carrera (C):** Distancia entre el PMS y el PMI (en mm).

**Cilindrada unitaria (V):** es el volumen que desplaza el pistón del PMI al PMS.

**Volumen de la cámara de combustión (v):** Volumen comprendido entre la cabeza del pistón en PMS y la culata.

**Relación de compresión (Rc):** Relación entre la suma de volúmenes ( $V + v$ ) y el volumen de la cámara de combustión ( $v$ ). Este dato se expresa en el formato ejemplo: 10,5/1. La relación de compresión (Rc) es un dato que nos lo da el fabricante no así el volumen de la cámara de combustión ( $v$ ) que lo podemos calcular por medio de la formula de la (Rc).

La  $R_c$  para motores gasolina viene a ser del orden de 10/1. Con motores turboalimentados desciende este valor. La  $R_c$  para motores diesel viene a ser del orden de 20/1.<sup>8</sup>



Para calcular  $R_c$  solo se necesitan los valores de  $V$  y  $v$ . Hay que tener en cuenta que:  
Cilindrada ( $V$ ) =sección·carrera·nº de cilindros.

Y como se ha indicado antes  $v$  es el volumen de la cámara de combustión.

## Problemas de máquinas térmicas.

### 1.- Septiembre 96.

Una máquina térmica trabaja entre dos focos a  $77^\circ C$  y  $-23^\circ C$  respectivamente. Si en cada ciclo se desprende un calor de  $Q_2=71.430$  cal, se pide:

- Definición de máquina térmica y esquema descriptivo de la misma.
- Rendimiento máximo teórico de la misma.
- Calor absorbido.
- Trabajo realizado.

### Solución.

a) Un motor térmico es una máquina capaz de producir trabajo a expensas del calor ( $Q_1$ ) que absorbe del foco caliente. Para que se pueda realizar este proceso es necesaria la existencia de dos focos de calor uno caliente y otro frío. Se puede demostrar que el trabajo producido es igual a la diferencia entre el calor absorbido del foco caliente ( $Q_1$ ) y el cedido al foco frío ( $Q_2$ )

$$W = Q_1 - Q_2$$

El rendimiento máximo teórico de esta máquina térmica es el cociente de la energía obtenida ( $W$ ) entre la energía consumida  $Q_1$ .

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

---

La cita que aparece a continuación es más extensa de lo habitual, y se recomienda consultar la fuente de la que está extraída. Sin embargo, por motivos de practicidad y para facilitar la tarea del lector, se ha decidido incluirla en su integridad, ya que incluye información relevante para resolver los problemas:

<sup>8</sup> Consultar [http://www.mecanicavirtual.org/cur\\_mec\\_cilindrada.htm](http://www.mecanicavirtual.org/cur_mec_cilindrada.htm)

**b, c, d) Datos.**

$$T_1 = 77 \text{ } ^\circ\text{C} = 350 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_2 = -23 \text{ } ^\circ\text{C} = 250 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$Q_2 = 71.430 \text{ cal}$$

**η, Q<sub>1</sub>, W?**

**Solución.**

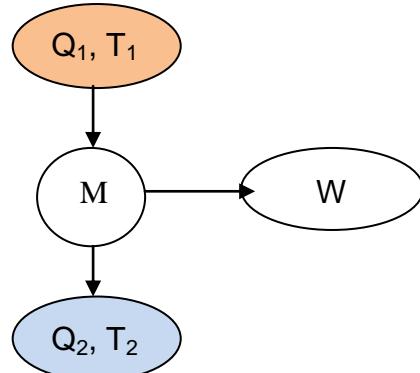
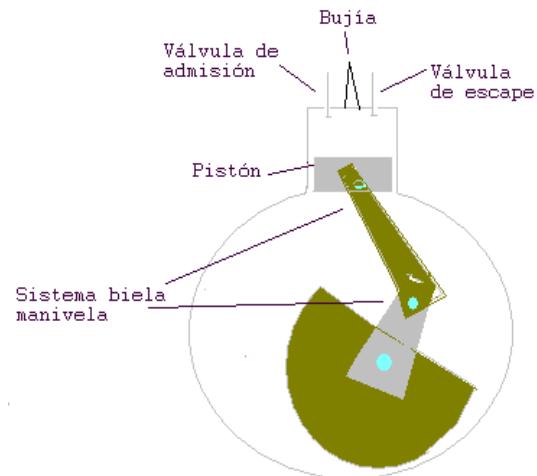
$$\text{b) } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{350 \text{ } ^\circ\text{K} - 250 \text{ } ^\circ\text{K}}{350 \text{ } ^\circ\text{K}}$$

$$\eta = 0,286$$

$$\text{c) } \eta = 0,286 = \frac{Q_1 - 71.430 \text{ cal}}{Q_1}$$

$$Q_1 = 100.002 \text{ cal}$$

$$\text{d) } W = Q_1 - Q_2 = 100.002 \text{ cal} - 71.430 \text{ cal} = 28.572 \text{ cal}$$



## 2.- Junio 99.

Un motor de gasolina consume 8 l/h de gasolina, cuya densidad es de 0,75 Kg/dm<sup>3</sup> y cuyo poder calorífico es de 9.900 Kcal/kg Si el rendimiento global del motor es del 35 por 100, y gira a 3.800 rpm; determinar el par motor que suministra, expresado en N m.

**Datos.**

$$\text{Consumo} = 8 \text{ l/h}$$

$$d = 0,75 \text{ Kg/dm}^3$$

$$P_c = 9.900 \text{ Kcal/Kg}$$

$$\eta = 35\%$$

$$n = 3.800 \text{ rpm};$$

$$\omega = (2\pi \cdot 3.800)/60 = 397,93 \text{ rad/s}$$

$$M?$$

**Solución.**

La potencia consumida es:

$$P_{\text{CONS}} = 9.900 \text{ Kcal/kg} \cdot 0,75 \text{ Kg/dm}^3 \cdot 8 \text{ dm}^3/\text{h} = 59.400 \text{ kcal/h}$$

$$P_{\text{CONS}} = \frac{59.400 \text{ Kcal/h} \cdot 4,18 \text{ KJ/Kcal} \cdot 1.000 \text{ J/KJ}}{3.600 \text{ s/h}} = 68.970 \text{ J/s}$$

$$\eta = P_U / P_{\text{CONS}} \rightarrow 0,35 = P_U / 68.970 \text{ J/s} \rightarrow P_U = 24.139,5 \text{ J/s}$$

$$P_U = M \cdot \omega \rightarrow 24.139,5 \text{ J/s} = M \cdot 397,93 \text{ rad/s} \rightarrow M = 60,66 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### 3.- Septiembre 1999.

Una máquina frigorífica trabaja entre dos focos de calor que están a  $-10^{\circ}\text{C}$  y  $25^{\circ}\text{C}$  de temperatura. El rendimiento de la máquina es la cuarta parte del rendimiento del ciclo ideal de funcionamiento. Si la máquina cede a la fuente caliente 2.600 julios. Calcule:

- El rendimiento del frigorífico.
- Cuánta energía extrae del foco frío.
- El trabajo ejercido por el compresor sobre el sistema.

#### Datos.

$$T_1=25\text{ }^{\circ}\text{C}=298\text{ }^{\circ}\text{K}$$

$$T_2=-10\text{ }^{\circ}\text{C}=263\text{ }^{\circ}\text{K}$$

$$\epsilon = 1/4 \epsilon_c$$

$$Q_1= 2.600\text{ J}$$

$$\epsilon, Q_2, W?$$

#### Solución

$$\text{a) } \epsilon_c = T_2 / (T_1 - T_2) = 263\text{ }^{\circ}\text{K} / (298\text{ }^{\circ}\text{K} - 263\text{ }^{\circ}\text{K}) = 7,51$$

$$\epsilon = (1/4) \cdot \epsilon_c = (1/4) \cdot 7,51 = 1,88$$

$$\text{b) } \epsilon = Q_2 / (Q_1 - Q_2) \rightarrow 1,88 = Q_2 / (2.600\text{ J} - Q_2)$$

$$Q_2 = 1.697,2\text{ J}$$

$$\text{c) } W = Q_1 - Q_2 = 2.600\text{ J} - 1.697,2\text{ J} = 902,8\text{ J}$$

### 4.- Junio 2000.

El gas propano tiene un poder calorífico de 23.000 kcal/m<sup>3</sup> (en cond. norm.), con el cual se alimenta una caldera de 12 kW de potencia útil, y un rendimiento del 95%; caldera que pertenece a la instalación de calefacción de una vivienda, que tiene instalados radiadores de agua caliente con una potencia total de radiadores de 4.500 kcal/h . Determinar el consumo de combustible por hora, y la fracción de tiempo que ha de estar funcionando la caldera para proporcionar la energía de 4.500 kcal que requiere la instalación.

#### Datos.

$$H_c=23.000\text{ Kcal/m}^3$$

$$P_U=12\text{ Kw}=12\text{ KJ/s}$$

$$\eta=95\%$$

$$P=4.500\text{ Kcal/h}$$

#### Solución.

$$P_U = \frac{12\text{ KJ/s}}{4,18\text{ J/cal}} = 2,87\text{ Kcal/s}$$

$$E=P \cdot t \rightarrow t = E/P = \frac{4.500\text{ Kcal}}{2,87\text{ Kcal/s}} = 1.567,9 \text{ s}=0,43\text{ h}$$

#### Consumo en m<sup>3</sup>/h y t para E=4500 kcal?

$$\eta = W_{\text{ÚTIL}} / W_{\text{ABS}}; \quad W_{\text{ABS}} = W_{\text{ÚTIL}} / \eta = \frac{4.500\text{ Kcal/h}}{0,95} = 4.736,84\text{ Kcal/h}$$

$$W_{\text{ABS}} = H_C \cdot V; \rightarrow V = W_{\text{ABS}} / H_C = \frac{4.736,84\text{ Kcal/h}}{23.000\text{ Kcal/m}^3} = 0,2059\text{ m}^3/\text{h.}$$

### 5.- Junio 2002.

Un motor de explosión Otto posee un rendimiento mecánico del 45 % y desarrolla una potencia útil de 20 kw en régimen de trabajo. Calcula:

- Trabajo consumido por hora.
- Trabajo consumido por ciclo si se mueve a 3000 rpm.

#### Datos.

$$\eta=45\%$$

$$P_U=20 \text{ Kw}$$

$$n=3.000 \text{ rpm}$$

$$W_{ABS/h}, W_{ABS/ciclo}?$$

#### Solución.

a)  $\eta = P_U / P_{ABS} \rightarrow P_{ABS}=20 \text{ kw} / 0,45 \rightarrow P_{ABS}=44,4 \text{ kw}$

$$W_{ABS/h}=P_{ABS} \cdot t = 44,4 \text{ kw} \cdot 1.000 \text{ w/kw} \cdot 3.600 \text{ s} = 15.984 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) En un ciclo el eje del motor da dos vueltas. Como gira a 3.000 rpm se puede calcular el tiempo que tarda en realizar un ciclo.

$$3.000 \text{ revoluciones} \rightarrow 60 \text{ s}$$

$$2 \text{ revoluciones} \rightarrow t$$

$$T=(60 \cdot 2) / 3.000 = 0,04 \text{ s}$$

$$W_{ABS/ciclo}=P_U \cdot t = 44,4 \text{ kw} \cdot 1.000 \text{ w/kw} \cdot 0,04 \text{ s} = 1.776 \text{ J}$$

### 6.- Junio 2004. Opción A.

a) Un automóvil posee un motor diesel de 4 tiempos, cuyo consumo de gasóleo es de 260 g/kwh. Si el poder calorífico del gasóleo es de 10.300 kcal/Kg, obtener el rendimiento del motor.

b) Este automóvil circula a un velocidad de 80 Km/h, y se desea que su interior se mantenga a la temperatura de 20º C, siendo la del ambiente exterior de 32º C. c) Para ello la instalación del coche debe absorber 15000 KJ/h por transferencia de calor.

¿Qué potencia adicional deberá desarrollar el motor para mantener el acondicionador de aire?. Se supone un funcionamiento reversible de la instalación.

#### Datos del apartado a.

$$0,26 \text{ Kg/Kwh}$$

$$Gef = 260 \text{ g/kwh} = \frac{0,26 \text{ Kg/Kwh}}{3.600 \text{ s/h}} = 7,22 \cdot 10^{-5} \text{ Kg./kws} = 7,22 \cdot 10^{-5} \text{ Kg/KJ}$$

$$Hc=10.300 \text{ Kcal/Kg} = 10.300 \text{ Kcal/Kg} \cdot 4,18 \text{ KJ/Kcal} = 43.054 \text{ KJ/Kg}$$

$$\eta?$$

#### Solución del apartado a.

a)  $\eta = 100 / Gef \cdot Hc = \frac{100}{7,22 \cdot 10^{-5} \text{ Kg/KJ} \cdot 43.054 \text{ KJ/Kg}} = 32,17\%$

**Datos de los apartados b y c.** | **Solución de los apartados b y c.**

$$v=80 \text{ Km/h}$$

$$\text{b, c)} P_2 = 15.000 \text{ kJ/h} = \frac{(15.000 \text{ KJ/h} \cdot 1.000 \text{ J/KJ})}{3.600 \text{ s/h}}$$

$$T_2=20^\circ\text{C}=293^\circ\text{K}$$

$$P_2=4.166,66 \text{ w}$$

$$T_1=32^\circ\text{C}=305^\circ\text{K}$$

$$\epsilon_c = P_2 / P = T_2 / (T_1 - T_2)$$

$$P_2 = 15.000 \text{ kJ/h}$$

$$\epsilon_c = 4.166,66 \text{ w} / P = 293^\circ\text{K} / (305^\circ\text{K} - 293^\circ\text{K})$$

$$P?$$

$$P=170,65 \text{ w}=0,17 \text{ kw}$$

**7.- Septiembre de 2004. Opción B.**

a) Un motor térmico reversible opera entre un foco a temperatura "T" y otro a 280° K. Cede 1000 KJ/min de calor al foco frío y desarrolla una potencia útil de 40 kw. Determinar la temperatura del foco caliente.

b) Una bomba de calor instalada en una vivienda, accionada eléctricamente, debe suministrar  $1,5 \cdot 10^6$  KJ diarios a dicha vivienda para mantener la temperatura de la misma a  $20^\circ\text{C}$ . Si la temperatura exterior es de  $-5^\circ\text{C}$  y el precio de la energía eléctrica es de 18 pts el kwh, determina el coste mínimo diario de la calefacción.

**Datos.**

$$\text{a) } "T_1"?$$

$$T_2 = 280^\circ\text{K}$$

$$P_2 = 1.000 \text{ KJ/min}$$

$$P_1 - P_2 = 40 \text{ kw}$$

$$\text{b) } Q_1 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ KJ}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C} = 293^\circ\text{K}$$

$$T_2 = -5^\circ\text{C} = 268^\circ\text{K}$$

**Solución.**

$$\text{a)} P_2 = 1.000 \text{ KJ/min} = \frac{1.000 \text{ KJ/min}}{60 \text{ s/min}} = 16.67 \text{ kw}$$

$$P_1 - P_2 = 40 \text{ kw} \rightarrow P_1 = 40 + 16.67 = 56,67 \text{ kw}$$

$$\epsilon_c = (P_1 - P_2) / P_1 = 40 \text{ kw} / 56,67 \text{ kw} = 0.70$$

$$\epsilon_c = (T_1 - T_2) / T_1 \rightarrow 0.70 = (T_1 - 280^\circ\text{K}) / T_1$$

$$T_1 = 933,33^\circ\text{K}$$

$$\text{b)} \epsilon_c = T_1 / (T_1 - T_2) = 293,33^\circ\text{K} / (293,33^\circ\text{K} - 268^\circ\text{K}) = 11,58$$

$$\boxed{\text{Coste diario si 1 kwh} \rightarrow 18 \text{ pts. ?} \quad \epsilon_c = Q_1 / (Q_1 - Q_2) \rightarrow 11,58 = 1,5 \cdot 10^6 \text{ KJ/W}}$$

$$W = 1,5 \cdot 10^6 \text{ KJ} / 11,58 = 129.533,68 \text{ KJ}$$

$$W = \frac{129.533,68 \text{ kw} \cdot \text{s}}{3.600 \text{ s/h}} = 35,98 \text{ kwh; } \rightarrow \text{Precio} = 35,98 \cdot 18 = 647,67 \text{ Pts/día}$$

**8.- Junio 2005. Opción B.**

a) ¿Cuál es la eficiencia de una máquina frigorífica de Carnot que extrae calor de un foco frío que se encuentra a una temperatura de  $-10^\circ\text{C}$  y cede calor a un foco de  $30^\circ\text{C}$  ?.

- b) ¿Cuántos kWh de energía habría que suministrar a la máquina para extraer del foco de temperatura baja una cantidad de calor igual a la necesaria para fundir 200 Kg de hielo?. El calor latente de fusión del hielo es de 80 calorías/g.  
 c) ¿Cuál será el coste de esta energía a 0,13 euros el Kwh?  
 d) ¿Sería posible la construcción de una máquina frigorífica que fuese capaz de enfriar un recinto hasta el cero absoluto de temperatura?. Razona la respuesta.

**Datos.**

a)  $T_2 = -10^\circ\text{C} = 263^\circ\text{K}$

$T_1 = 30^\circ\text{C} = 303^\circ\text{K}$ ,  $\eta$ ?

b)  $m = 200 \text{ Kg} = 2 \cdot 10^5 \text{ g}$

$c_F = 80 \text{ cal/g}$

W en KWh?

**Solución.**

a)  $\eta = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{263^\circ\text{K}}{303^\circ\text{K} - 263^\circ\text{K}} = 263/40 = 6,575$

b)  $Q_F = m \cdot c_F = 200.000 \text{ g} \cdot 80 \text{ cal/g} = 16 \cdot 10^6 \text{ cal}$

$16 \cdot 10^6 \text{ cal} \cdot 4,18 \text{ J/cal} = 66.880.000 \text{ J}$

$\eta = Q_2/W \rightarrow 6,575 = 66.880.000 \text{ J}/W$

$W = 10.171.863,12 \text{ J}$

$1 \text{ kw}\cdot\text{h} \rightarrow 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$

$X \text{ kw}\cdot\text{h} \rightarrow 10.171.863,12 \text{ J}$

$X = 2,82 \text{ kw}\cdot\text{h}; W = 2,82 \text{ Kw}\cdot\text{h}$

c) 0,13€ el KWh, coste? c) Coste =  $2,82 \cdot 0,13 = 0,37 \text{ €}$

d) No  $\epsilon = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$

$Q_2/W = T_2 / (T_1 - T_2) \rightarrow W = \lim_{T_2 \rightarrow 0} Q_2 \cdot (T_1 - T_2) / T_2 = \infty$

No es posible construir una máquina que enfríe hasta el 0 absoluto porque según el tercer principio de la termodinámica se necesitaría aportar un trabajo infinito.

#### 9.- Septiembre 2006 Opción A. y septiembre 2009. Opción B.

Un motor de gasolina consume 7 l/h de gasolina, cuyo poder calorífico es de 9.900 kcal/Kg y densidad 0,75 Kg./dm<sup>3</sup>. Si su rendimiento global es del 30 % y gira a 3500 rpm, obtener: a) potencia que desarrolla el motor y b) par motor que suministra. (Las soluciones en unidades del S.I.)

Datos.	Solución.
<b>Consumo=7 l/h</b>	a) La potencia consumida es:
<b>Hc=9.900 Kcal/Kg</b>	$P = Hc \cdot \text{densidad} \cdot \text{consumo} = 9.900 \text{ Kcal/Kg} \cdot 0,75 \text{ Kg./dm}^3 \cdot 7 \text{ dm}^3/\text{h}$
<b>d=0,75 Kg/dm<sup>3</sup></b>	$P = \frac{9.900 \text{ Kcal/Kg} \cdot 4,18 \text{ J/cal} \cdot 1.000 \cdot \text{J/KJ} \cdot 0,75 \text{ Kg/dm}^3 \cdot 7 \text{ dm}^3/\text{h}}{3.600 \text{ s/h}}$
<b><math>\eta=30\%</math></b>	$P = 60.348,75 \text{ J/s} = 60.348,75 \text{ w}$
<b>n=3.500 rpm.</b>	$\eta = P_U / P \rightarrow P_U = P \cdot \eta = 60.348,75 \text{ w} \cdot 0,30 = 18.104,625 \text{ w}$
<b>P, M?</b>	b) $\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3.500}{60} = 366,52 \text{ rad/s}$
	$P_U = M \cdot \omega \rightarrow M = P_U / \omega = (18.104,625 \text{ w}) / (366,52 \text{ rad/s})$
	<b>M=49,39 N·m</b>

#### 10.- Septiembre 2006. Opción B.

Se dispone de un motor alternativo de combustión interna, cuyo rendimiento mecánico es 0,75. Su potencia efectiva es de 80 kw. También se conoce que su rendimiento térmico es 0,28 y que la cantidad de energía producida por el combustible (Qi) es de 15 kJ/ciclo. Calcula:

- a) La potencia indicada.
- b) El número de ciclos por unidad de tiempo que realiza este motor.

Datos.	Solución.
<b><math>\eta_{MEC}=0,75</math></b>	a) $P_i = P_{ef} / \eta_{MEC} = 80 \text{ kw} / 0,75 = 106,66 \text{ kw}$
<b><math>P_{ef}=80 \text{ Kw}</math></b>	b) $\eta_{TER} = P_{ef} / (m_t \cdot P_c) = P_{ef} / Q_i$
<b><math>\eta_{TER}=0,28</math></b>	$Q_i = 80 \text{ kw} / 0,28 = 285,7 \text{ kw} = 285,7 \text{ KJ/s}$ (energía suministrada por seg. por el combustible consumido)
<b><math>Q_i=15 \text{ KJ/ciclo}</math></b>	<b>nº ciclos/s=(285,7 KJ/s)/(15 KJ/ciclo)=19,05 ciclos/s</b>
<b><math>P_i, \text{ ciclos/s?}</math></b>	

#### 11.-Junio 2007. Opción A.

Dibuje el ciclo teórico de Carnot, explicando cada una de las fases. Una nevera funciona según el ciclo frigorífico de Carnot y enfriá a una velocidad de 400 kJ/h. La temperatura de la nevera debe ser de -20 °C en el interior y la temperatura ambiente es de 2 °C.

- a) ¿Qué potencia del motor debe tener la nevera para conseguir esta temperatura?
- b) Si el rendimiento de la nevera fuera del 70 % del rendimiento ideal de Carnot, ¿cuál debería ser entonces la potencia del motor?

c) Calcule el dinero que cuesta mantener la nevera del apartado b) durante 8 horas de funcionamiento, si el precio del kWh es de 0,1 €.

**Datos.**

$$P_2 = 400 \text{ KJ/h}$$

$$T_2 = -20^\circ\text{C} = 253^\circ\text{K}$$

$$T_1 = 2^\circ\text{C} = 275^\circ\text{K}$$

a) P?

b) Si  $\epsilon = 0,70 \cdot \epsilon_c$ , P?

c) € durante 8h si 1 kWh cuesta 0,1€?

**Solución.**

a) Consultar el ciclo de Carnot en el apartado 1 "Ciclo de Carnot".

$$\epsilon_c = T_2 / (T_1 - T_2) = 253^\circ\text{K} / (275^\circ\text{K} - 253^\circ\text{K}) = 11,5$$

$$\epsilon_c = P_2 / P \quad P = P_2 / \epsilon_c = 400 \text{ KJ/h} / 11,5 = 34,78 \text{ KJ/h}$$

$$P = \frac{34,78 \text{ KJ/h}}{3.600 \text{ s/h}} = 0,0097 \text{ kw}$$

b)  $0,70 \cdot \epsilon_c = P_2 / P$

$$P = P_2 / 0,70 \cdot \epsilon_c = 400 \text{ KJ/h} / (0,70 \cdot 11,5) = 49,69 \text{ KJ/h}$$

$$P = \frac{49,69 \text{ KJ/h}}{3.600 \text{ s/h}} = 0,0138 \text{ kw}$$

c)  $W = P \cdot t = 0,0138 \text{ kw} \cdot 8 \text{ h} = 0,1104 \text{ kwh}$

Coste =  $0,1104 \text{ kwh} \cdot 0,1\text{€} = 0,01104 \text{ €}$

### 12.-Junio 2010. Prueba general. Opción B.

Una moto de 398 cc, con motor de 4 tiempos y 1 cilindro, tiene una potencia máxima de 40 CV que se alcanza a 10000 rpm. La carrera del motor es de 62,6 mm y la relación de compresión es de 11,3:1. Con esos datos, calcule:

- a) El diámetro del cilindro.
- b) El volumen de la cámara de combustión.
- c) El par que proporciona al régimen de máxima potencia.

**Datos.**

$$V = 398 \text{ cc} = 398 \text{ cm}^3 = 398 \text{ ml}$$

1 cilindro

$$P_{MAX} = 40 \text{ CV} = 40 \cdot 735 = 29.400 \text{ w}$$

$$n = 10.000 \text{ rpm}$$

**Solución.**

a) cilindrada = sección · carrera · nº de cilindros

$$398 \text{ cm}^3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 / \text{cm}^3 = (\pi \cdot d^2 / 4) \cdot 62,6 \text{ mm} \cdot 1$$

$$d = 89,97 \text{ mm}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n / 60 = 1.047,19 \text{ rad/s}$$

carrera=62,6 mm

Rc=11,3:1

d, v, M?

$$\text{b)} R_c = \frac{V+v}{v} ; \quad 11,3 = \frac{398+v}{v}$$

$$10,3 v = 398; \quad v = 38,64 \text{ cc}$$

$$\text{c)} P = M \cdot \omega \quad 29.400 \text{ w} = M \cdot 1.047,19 \text{ rad/s};$$

$$M = 28,07 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### 13.Septiembre 2010. Prueba específica. Opción B.

Se desea determinar las dimensiones de la “carrera” y el “diámetro” de los cilindros de un motor Diesel de seis cilindros y cuatro tiempos, para que proporcione una potencia máxima de 800 CV cuando gira a 900 r.p.m.. Se desea obtener una presión media de 12 kg/cm<sup>2</sup> si la relación carrera/diámetro es de 1,5. Por tanto, se pide:

- a) Calcula la carrera del cilindro del motor diesel
- b) Calcula el diámetro del cilindro del motor diesel

**Datos.**

6 cilindros

P<sub>MAX</sub>=800 CV

n= 900 rpm

p=12 Kg/cm<sup>2</sup>

Carrera/diámetro=1,5

Carrera, diámetro?

**Solución.**

$$\text{a)} P_{in} = \frac{p_{me} \cdot A \cdot L \cdot n \cdot N}{2} \quad L/(2 \cdot r) = 1,5; \quad L = 3 \cdot r$$

$$800 \cdot 75 \text{ Kp} \cdot \text{m/s} = \frac{12 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 3r \cdot 0,01 \text{ m/cm} \cdot 6 \cdot 900 \text{ rpm} \cdot (1/60) \text{ m/s}}{2}$$

$$60.000 = 50,89 \cdot r^3; \quad r^3 = 1.178,92; \quad r = 10,56 \text{ cm}$$

$$L = 3 \cdot r = 3 \cdot 10,56 = 31,69 \text{ cm}$$

$$\text{b)} d = 10,56 \cdot 2 = 21,12 \text{ cm}$$

### 14.-Septiembre 2010. Prueba general. Opción B.

Un motor de combustión interna de cuatro tiempos tiene un rendimiento mecánico del 45%, desarrollando una potencia útil de 85 kW a 4500 r.p.m. En esas condiciones, calcula:

- a) El par motor que suministra
- b) El trabajo efectivo desarrollado en una hora
- c) El trabajo indicado por ciclo

**Datos.**

$\eta_{MEC} = 45\%$

P<sub>U</sub>=85 KW

**Solución**

$$\text{a)} P_U = M \cdot \omega; \quad M = \frac{P_U}{\omega} = \frac{85 \text{ KW} \cdot 10^3 \text{ W/KW}}{471,23 \text{ rad/s}} = 180,37 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$n=4.500 \text{ r.p.m.} \quad b) W_{\text{Ef/hora}} = 85 \cdot 10^3 W \cdot 3600 s = 306 \cdot 10^6 J$$

$$\omega = (4.500 \cdot 2 \cdot \pi) / 60$$

$$\omega = 471,23 \text{ rad/s}$$

**M, W<sub>Ef/hora</sub>, W<sub>Ind/ciclo</sub>?**

$$c) \eta_{\text{MEC}} = \frac{\text{Potencia efectiva}}{\text{Potencia indicada}}$$

$$\text{Potencia efectiva} \quad 85 \text{ KW}$$

$$\text{Potencia indicada} = \frac{85 \text{ KW}}{\eta_{\text{MEC}}} = \frac{85}{0,45} = 188,88 \text{ KW}$$

Se calcula el tiempo que tarda el motor en realizar un ciclo.

$$\begin{array}{l} 4.500 \text{ rev} \longrightarrow 60 \text{ s} \\ 2 \text{ rev} \longrightarrow x \end{array}$$

$$x = 0,026 \text{ s}$$

$$W_{\text{Ind/ciclo}} = 188,88 \cdot 10^3 W \cdot 0,026 \text{ s} = 4.910,88 \text{ J}$$

### 15.-Septiembre 2011. Opción B.

Un motor alternativo de cuatro cilindros da un par máximo de  $M_{\text{max}} = 290 \text{ N}\cdot\text{m}$  cuando se encuentra girando a unas revoluciones de  $n_{\text{par máximo}} = 3750 \text{ r.p.m.}$ . El diámetro de cada uno de los cilindros es de 80 mm, la carrera es de 93 mm y el volumen de la cámara de combustión de cada uno de ellos es de 58,4 cm<sup>3</sup>.

Calcular:

- La cilindrada total del motor.
- La potencia desarrollada por el motor en la condición de operación de par máximo.
- La relación volumétrica de compresión.

#### Datos.

$$n^{\circ} \text{ Cilindros} = 4$$

$$M_{\text{max}} = 290 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$n_{\text{par máximo}} = 3750 \text{ r.p.m.}$$

$$d_{\text{EMB}} = 80 \text{ mm.}$$

$$\text{Carrera} = 93 \text{ mm.}$$

$$v_{\text{camara}} = 58,4 \text{ cm}^3$$

#### Solución.

$$a) V = \text{cilindrada} = \text{sección} \cdot \text{carrera} \cdot n^{\circ} \text{ Cilindros}$$

$$\text{cilindrada} = \pi \cdot 4 \text{ cm}^2 \cdot 9,3 \text{ cm} \cdot 4 = 467,4 \text{ cm}^3$$

$$b) P_u = M \cdot \omega = 290 \text{ N}\cdot\text{m} \cdot (3.750 \cdot 2 \cdot \pi / 60) \text{ rad/s} = 113.882,73 \text{ W}$$

$$c) \frac{V + v_{\text{camara}}}{v_{\text{camara}}} = \frac{467,4 \text{ cm}^3 + 58,4 \text{ cm}^3}{58,4 \text{ cm}^3} = 9$$

$$R_c = 9:1$$

## Cuestiones de máquinas térmicas.

### 1.- Junio 97.

Describir la diferencia entre rendimiento térmico y rendimiento mecánico de un motor térmico.

**Respuesta:** La **potencia indicada** es la que se obtiene teóricamente en el ciclo termodinámico de la máquina, sin tener en cuenta las pérdidas. En la realidad existen **pérdidas mecánicas** por rozamientos. Por lo tanto la potencia conseguida es menor que la indicada. Estas pérdidas son las que se tienen en cuenta para calcular el rendimiento mecánico. La **potencia efectiva** es la que se obtiene realmente en el eje del motor (teniendo en cuenta las pérdidas).

$$\eta_{mec} = \frac{P_{ef}}{P_{IND}}$$

Al quemar el combustible produce energía calorífica pero también existen pérdidas de calor. Por lo tanto la potencia obtenida es menor que la que se alcanzaría si se aprovechase toda la energía conseguida al quemar el combustible. El rendimiento térmico es el que se calcula teniendo en cuenta estas pérdidas.

$$\eta_{TER} = \frac{P_{ef}}{\text{Masa consumida por unidad de tiempo} \cdot \text{Poder Calorífico}}$$

### 2.- Junio 97. Septiembre 2004.

Bomba de calor: definición y dibuja un esquema de dicha aplicación indicando los principales componentes de la misma y explica su funcionamiento.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 8.

### 3.- Junio 99.

Clasificación de los motores térmicos, atendiendo: al lugar donde se realiza la combustión, y en función de la forma en que se obtiene la energía mecánica.

**Respuesta:** Ver la cuestión 6.

### 4.- Septiembre 99.

Principio de funcionamiento de un motor alternativo de combustión interna de 4 tiempos.

**Respuesta:** Revisar la cuestión 6.

### 5.- Junio 02.

Indica las diferencias entre un motor de combustión externa y un motor de combustión interna.

Pon dos ejemplos de cada uno de ellos. Justifica y razona qué tipo de combustibles puede usar cada uno de estos motores.

**Respuesta:** En los motores de **combustión interna** la combustión se produce en el interior de la máquina, en una zona cerrada y en los de **combustión externa** esta se produce en una caldera en el exterior de la máquina, en un entorno abierto. En estas se puede quemar cualquier cosa madera, papel, carbón. En los motores de combustión interna se necesita combustible puro líquido o gaseoso.<sup>9</sup>

Los **motores Diesel y Otto** son motores de combustión interna.

La **máquina de vapor y la turbina de vapor** son motores de combustión externa.

En los motores de combustión externa se utilizan combustibles sólidos como por ejemplo el carbón.

Las gasolinas y gasóleo se utilizan habitualmente para alimentar a los motores de combustión interna.

Diferencias entre combustibles sólidos y líquidos.

El **carbón** y sus derivados tienen un **poder calorífico** inferior que los combustibles líquidos por lo tanto para producir la misma energía se necesita más peso de combustibles sólidos que de líquidos. Además el carbón tiene una **densidad energética en volumen** menor que los combustibles líquidos. Por esta razón se necesitará utilizar un menor volumen de combustibles líquidos que de sólidos para obtener la misma energía.

Comparación entre el gasoil y la gasolina.

	Gasoil	Gasolina
Peso	+ pesado	+ligero
Aceitoso	+ aceitoso	- aceitoso
Evaporación	+lenta	+ rápida
Poder calorífico	mayor	menor
Precio	+ barato	+ caro

10

El gasóleo es utilizado en los motores Diesel y la gasolina en los motores de explosión.

## 6.- Septiembre 2003 (Tema 0a 3 puntos).

Motores térmicos: Definición, principio básico de funcionamiento y clasificación.

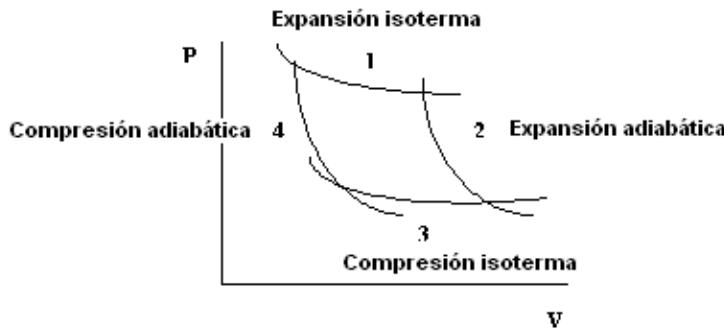
**Respuesta:**

1) Un **motor térmico** es una máquina capaz de **producir trabajo** a expensas del **calor ( $Q_1$ ) que absorbe del foco caliente**. Para que se pueda realizar este proceso es necesaria la existencia de dos focos de calor uno caliente y otro frío. Parte del calor absorbido del foco caliente es cedido al foco frío.

2) El principio básico de funcionamiento es el ciclo de Carnot.

<sup>9</sup> La diferencia entre un motor de combustión externa e interna se puede consultar en esta dirección de Internet: <http://avion.microsivos.com/sabias/sabias-diferencias-motor-combustion.html>

<sup>10</sup> La diferencia entre la gasolina y el gasoil se ha obtenido en esta dirección de Internet: <http://www.clubdelamar.org/motor.htm>



En el ciclo de Carnot se dan estas fases:

- 1-.El gas se expande isotérmicamente (a temperatura constante). El gas realiza trabajo pero absorbe calor.
- 2-.El gas se expande adiabáticamente realizando un trabajo. En este caso el calor intercambiado con el exterior es 0, pero la temperatura disminuye.
- 3-.El gas se comprime isotérmicamente, se realiza una cantidad de trabajo en el sistema y este cede una cantidad de calor.
- 4-.El gas se comprime adiabáticamente. El calor intercambiado es 0, se realiza un trabajo exterior en el sistema, y la temperatura de este aumenta.

En el **motor de 4 tiempos** las compresiones y expansiones adiabáticas se dan igual que en el ciclo de Carnot. Sin embargo la expansión isotérmica se sustituye por la inyección de combustible o explosión de la mezcla de combustible y aire. Además la compresión isotérmica del ciclo de Carnot se sustituye por la fase de expulsión de los gases en los ciclos de los motores de 4 tiempos. El ciclo comienza en el tramo 4 una vez que se ha admitido la mezcla de combustible y aire. A continuación se detalla:

<b>Fases del motor</b>	<b>Fases del ciclo de Carnot.</b>
1) Fase de admisión	
2) Compresión adiabática	(compresión adiabática, <b>fase 4 del ciclo de Carnot</b> )
3a) Inyección o explosión	(expansión isotérmica, <b>fase 1 del ciclo de Carnot</b> )
3b) Expansión	(expansión adiabática, <b>fase 2 del ciclo de Carnot</b> )
4) Expulsión	(compresión isotérmica, <b>fase 3 del ciclo de Carnot</b> )

En una **turbina de combustión** se mantienen todas las fases del motor de cuatro tiempos. Sin embargo en una **turbina de explosión** desaparecen las fases 2 y 3b. Sigue el ciclo de Otto a expansión completa.

En las **máquinas de vapor** los procesos isotermos son también isóbaras al producirse cambios de estado de líquido a vapor y de vapor a líquido.

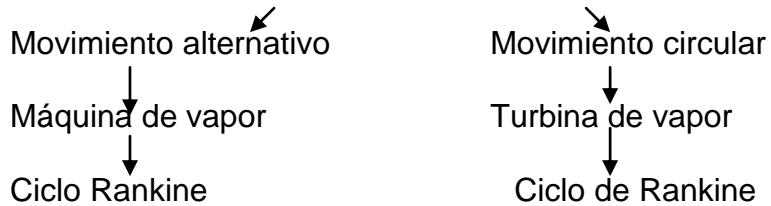
**Fases de la máquina de vapor**      **Fases del ciclo de Carnot.**

- 1) El líquido se calienta y → (expansión isotérmica, **fase 1 del ciclo de Carnot**) se transforma en vapor (Caldera)
- 2) Expansión (Máquina) → (expansión adiabática, **fase 2 del ciclo de Carnot**)
- 3) Condensación isotérmica (Condensador), → (compresión isotérmica, **fase 3 del ciclo de Carnot**)

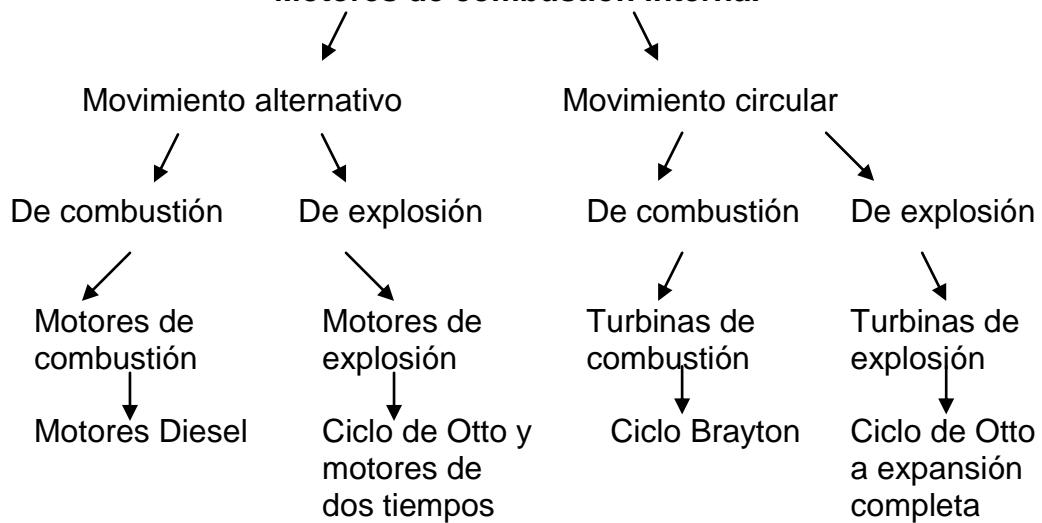
4) Compresión adiabática (Bomba) → (comprensión adiabática, **fase 4 del ciclo de Carnot**)

### 3) Clasificación.

#### Motores de combustión externa.



#### Motores de combustión interna.



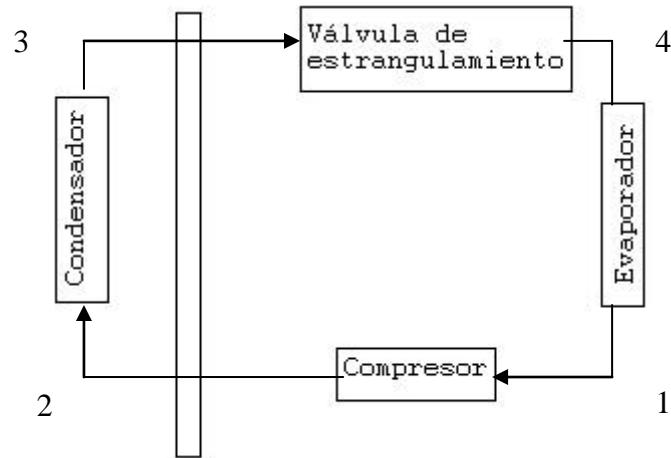
### 7.- Junio 2004. Opción B.

¿Calor y temperatura es lo mismo?. Razona la respuesta y explícala mediante un ejemplo.

### 8.- Septiembre 2006 (Tema 0 a 2 puntos). Opción B.

Confecciona y dibuja un esquema con los elementos básicos que componen un equipo frigorífico y explica la función básica de cada uno de ellos. Indica y razona si hay alguna diferencia respecto a la bomba de calor.

**Respuesta:**



**1-2** El fluido refrigerante (vapor de agua) se **comprime** en el **compresor**. El motor de este consume un trabajo eléctrico.

**2-3** Posteriormente el vapor se condensa en el **condensador** transformándose en agua. En este caso el fluido ha cedido calor ( $Q_1$ ) al foco caliente.

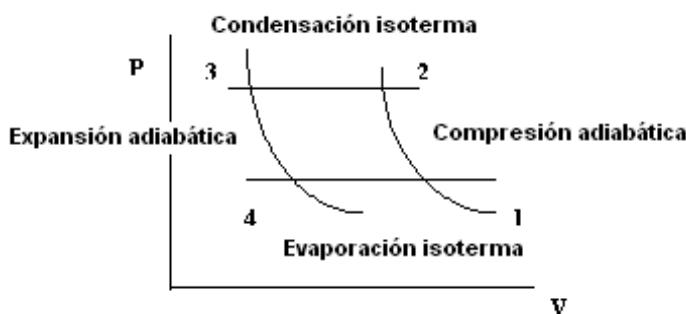
**3-4** A continuación al pasar por la **válvula de estrangulamiento**, el líquido **se expande** transformándose parcialmente en vapor.

**4-1** Finalmente este se transforma totalmente en **vapor** en el **evaporador**. En este caso el fluido está extrayendo calor ( $Q_2$ ) del foco frío. Esto se consigue porque el vapor de agua intercambia calor con un fluido intermedio.

Esta máquina sirve para absorber calor  $Q_2$  del foco frío (evaporador) consumiendo una cantidad de trabajo eléctrico. Para ello tiene que ceder una cantidad de calor  $Q_1$  al foco caliente o condensador. En este caso la máquina funciona como un frigorífico y puede servir para refrigerar una casa en verano.

Una **bomba de calor** sirve para ceder calor ( $Q_1$ ) al foco caliente (condensador) consumiendo una cantidad de trabajo eléctrico. Para ello tiene que absorber una cantidad de calor  $Q_2$  del foco frío. Una de sus utilidades es calentar la casa en invierno.

El ciclo de funcionamiento es el siguiente:



El ciclo de funcionamiento se basa en el ciclo de Carnot. La compresión isoterma del ciclo de Carnot se ha sustituido por una condensación isoterma y la expansión isoterma del ciclo de Carnot se ha sustituido por una evaporación isoterma.

Como se está aportando un trabajo eléctrico a la máquina el ciclo se recorre en los dos casos (bomba y frigorífico) en **sentido contrario a las agujas de reloj**.

**1-2** Compresión adiabática (se produce en el compresor).

**2-3** Condensación isoterma (se produce en el condensador).

**3-4** Expansión adiabática (se produce en la válvula de estrangulamiento).

**4-1** Evaporación isoterma (se produce en el evaporador).

El ciclo termodinámico es el mismo para una máquina frigorífica que para una bomba de calor. Solo hay que tener en cuenta que:

En una **máquina frigorífica** el ciclo empieza en el compresor (compresión adiabática) y termina en el evaporador absorbiendo  $Q_2$  del foco frío.

En una **bomba de calor** el ciclo empieza en la válvula de estrangulamiento (expansión adiabática) y termina en el condensador cediendo  $Q_1$  al foco caliente.

El objetivo de la máquina en el primer caso es extraer un calor  $Q_2$  del foco frío y en el segundo caso es ceder una cantidad de calor  $Q_1$  al foco caliente.

**9.- Septiembre 2008. Opción A.**

Describe las dos etapas de un motor de explosión de dos tiempos.

**10.- Septiembre 2008. Opción A.**

¿Sería posible la construcción de una máquina frigorífica que fuese capaz de enfriar un recinto hasta el cero absoluto de temperatura ? Razona tu respuesta.

**Respuesta:** Consultar el problema 8.

**11.- Septiembre 2008. Opción B.**

Considera un motor de explosión de cuatro tiempos:

- ¿ En qué etapa o tiempo del ciclo del motor de cuatro tiempos se produce trabajo ? Razona la respuesta.
- ¿ Qué tipo de trabajo es? ¿ Dónde se almacena este trabajo? ¿ Para qué sirve? Razona las respuestas.
- ¿ Define los conceptos de: “rendimiento volumétrico”, “rendimiento térmico” y “rendimiento mecánico” en un motor de explosión?.

**12.- Junio 2009. Opción A.**

Define y explica el proceso que se realiza en un motor de combustión interna de explosión de dos tiempos.

**13.- Junio 2009. Opción B.**

Bomba de calor: Definición y principio de funcionamiento.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 8.

**14.- Septiembre 2009 Opción A.**

Dibuja el esquema de un equipo frigorífico, e indica los elementos fundamentales que lo componen.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 8.

**15.-Junio 2010. Prueba general. Opción A**

Conteste las siguientes cuestiones:

- a) Dé una definición de motor térmico
- b) Indique al menos dos de los posibles orígenes de la energía utilizada por este tipo de motor
- c) Indique cual es la denominación que reciben los motores de combustión en función de dónde se realice la combustión, y cite, al menos, un ejemplo de cada clase.

**Respuesta:** Consultar cuestiones 5 y 6.

**16.- Junio 2010. Prueba específica. Opción B.**

Explique el ciclo de funcionamiento de un motor de explosión de dos tiempos. Indique una ventaja y un inconveniente de este tipo de motor.

## **17.- Septiembre 2010. Prueba específica. Opción B.**

Define el concepto de "sobrealimentación" en un motor de combustión interna. ¿De qué formas se puede conseguir la sobrealimentación?. Indica dos ejemplos en los que es necesaria la "sobrealimentación" en un motor.

### **Respuesta:**

#### **Definición de sobrealimentación.**

"El uso de elementos que sirvan para sobrealimentar los motores viene dado por la necesidad de aumentar la potencia sin tener que aumentar la cilindrada. Aumentar la potencia depende de la cantidad de combustible quemado en cada ciclo de trabajo y del número de revoluciones.

Pero tanto en motores Diesel como en los de gasolina, por mucho que aumentemos el combustible que hacemos llegar al interior de la cámara de combustión, no conseguimos aumentar su potencia si este combustible no encuentra aire suficiente para quemarse."

La sobrealimentación consiste en aumentar la potencia, sin variar la cilindrada ni el régimen del motor, colocando en el interior del cilindro un volumen de aire (motores Diesel) o de mezcla (aire y gasolina para los motores de gasolina) mayor que la que hacemos entrar en una "aspiración normal" (motores atmosféricos).

#### **Formas de conseguir sobrealimentación.**

"Para ello recurrimos a los turbos los que wikipedia define como:

Cita:

Un turbocompresor es un sistema de sobrealimentación que usa una turbina para comprimir gases."

#### **Otras formas de sobrealimentar el motor**

"Consiste en utilizar la dinámica de la corriente de aire o gases aspirados por el motor. Como ejemplo el fabricante BMW utiliza para el motor en línea de 6 cilindros del M5 un sistema de aspiración con una válvula de mariposa adicional. De este modo, se aprovecha el efecto de la llamada sobrealimentación por "oscilación de admisión", gracias a la cual se puede mejorar la potencia y el par motor, si bien esto solo es así dentro de un margen de r.p.m. relativamente estrecho."<sup>11</sup>

#### **Ejemplos en los que es necesaria la sobrealimentación.**

"Aparece como una necesidad para el motor aéreo. La importancia es manifiesta si vemos que a 5.500 m de altura la potencia de un motor aspirado es 50% de la que tiene a nivel del mar."<sup>12</sup>

También es usado en los coches de competición que necesitan una gran potencia. Además se utiliza para enviar el gas natural por gaseoductos.

---

Esta cita es más extensa de lo habitual, y se recomienda consultar la fuente de la que está extraída. Sin embargo, por motivos de practicidad y para facilitar la tarea del lector, se ha decidido incluirla en su integridad, ya que incluye información relevante para resolver la cuestión.

<sup>11</sup> Este párrafo y los que están entrecomillados pero no disponen de número se han obtenido en <http://www.nforo.net/mecanica/20072-sobrealimentar-motores-y-turbos.html>.

<sup>12</sup> Consultar [http://www.fing.edu.uy/iimpi/academica/grado/motcomint/teorico/Cap\\_10-Sobrealimentacion.pdf](http://www.fing.edu.uy/iimpi/academica/grado/motcomint/teorico/Cap_10-Sobrealimentacion.pdf)

**18.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción A.**

En qué consiste la sobrealimentación aplicada a los motores de combustión interna alternativos.

**Respuesta:** Consultar la cuestión anterior.

**19.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción A.**

Una máquina térmica que funciona con un fluido gaseoso se comporta según un ciclo de Carnot perfectamente reversible, tomando un calor  $Q_1$  de un foco caliente, realizando un trabajo  $W$  y cediendo un calor  $Q_2$  a un foco frío.

- a) Represente su correspondiente diagrama p - V
- b) Explique las cuatro etapas de las que consta el ciclo
- c) Indique la fórmula que permite calcular el rendimiento del ciclo de Carnot descrito.

**Respuesta:** Consultar en la parte teórica de este tema los apartados 2 “Ciclo de Carnot” y 3 “Motor térmico”.

**20.-Junio 2011. Opción A.**

Indique cuáles de las respuestas que a continuación se indican son correctas al referirnos a los motores de combustión interna. Elija la o las respuestas correctas y justifique de forma razonada las respuestas elegidas.

- a) Existen “motores alternativos” y “motores rotativos” de combustión interna.
- b) En los motores de combustión interna de tipo alternativo el fluido de trabajo actúa sobre pistones dotados de movimiento alternativo de subida y bajada.
- c) Los motores alternativos de encendido provocado (por chispa) son de combustión interna mientras que los motores alternativos de encendido por compresión no pueden ser de combustión interna, son siempre de combustión externa.
- d) En los motores de combustión interna la combustión se produce en una cámara interna al propio motor.

**Respuesta:**

**a)** Es correcta. En los motores alternativos de combustión interna el pistón tiene este movimiento alternativo (por ejemplo el motor de explosión y Diesel). Mediante el sistema biela manivela el movimiento rectilíneo alternativo se transforma en rotativo en el eje del motor. En los motores rotativos de combustión interna el eje tiene un movimiento rotativo (no hace falta que haya una transformación de movimiento). Por ejemplo las turbinas explosión y combustión.

**b)** Es incorrecta el fluido sólo realiza trabajo cuando se expande. Esto quiere decir que pistón baja.

**c)** Es falso. Los motores alternativos de encendido provocado son de combustión interna pero los motores alternativos de encendido por compresión (inyección) son también de combustión interna.

**d)** Es correcta. En los motores de combustión interna la combustión se da en el cilindro o en la cámara de combustión. Ambos forman parte del motor y no son externos a él.

**21. Junio 2011. Opción B**

Defina qué es una máquina frigorífica. Enumere los elementos principales que constituyen un sistema de refrigeración de compresión de vapor.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 8.

**22. Septiembre 2011. Opción A**

Defina qué es un motor térmico. Clasifique los motores térmicos en función del lugar donde se realiza la combustión y describa las características fundamentales de cada uno de los grupos de la clasificación.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 6.

## **Tema 3. Máquinas eléctricas.**

### **A) Máquinas eléctricas de corriente continua.**

#### **Introducción**

La presencia de los motores eléctricos en nuestra sociedad es incuestionable, ya que pueden aplicarse en muchos campos: Su comportamiento varía en función de unas señales o instrucciones escritas en un ordenador. Esto permite toda la industria que integra robots y automatismos en su proceso productivo y que requieren de este tipo de motores. Sirven tanto para manipular productos tóxicos o de manipulación peligrosa como para hacer distintas tareas estas pueden ser pintura, cortado de piezas o el bordado de telas. La rapidez del trabajo y el alto rendimiento de la máquina le hacen más rentable que el trabajo humano, con las correspondientes consecuencias sociales y económicas, que vienen a demostrar que la tecnología está siempre incardinada en la sociedad de su tiempo, produciéndose un proceso de transformación mutuo. El tema estará organizado de la siguiente manera:

1. Magnitudes eléctricas básicas relacionadas con las máquinas eléctricas, incluyendo las unidades en que se miden.
2. Descubrimientos fundamentales del electromagnetismo, gracias a los cuales se explica el funcionamiento de las máquinas eléctricas.
3. Ley de Faraday, que define la dirección y sentido de movimiento del eje de un motor de corriente continua.
4. Constitución y funcionamiento de un motor de corriente continua.
5. Definición de potencia y par motor, que son magnitudes fundamentales de las máquinas eléctricas. Se incluye, además, las unidades en que se miden.
6. Tipos de potencia de una máquina eléctrica y concepto de rendimiento.
7. Conexión de los devanados del motor en serie, en derivación y compuesta. Este apartado sólo se puede desarrollar si se conoce previamente las magnitudes básicas del motor y el funcionamiento de este. Es importante conocer los dos primeros tipos de conexión ya que son necesarios para resolver los problemas.
8. Después se obtiene la curva característica de un motor. Esta es importante para conocer la velocidad del motor en función de la corriente que circula por el motor.
9. Indicaciones generales para resolver los problemas.

#### **Nociones básicas sobre máquinas de corriente continua.**

##### **1- Magnitudes fundamentales.**

Las magnitudes básicas de la Electricidad son la resistencia, el voltaje y la intensidad. A continuación se van a definir estas magnitudes y otras relacionadas con ellas y que son fundamentales para conocer el funcionamiento de las máquinas eléctricas.

**A)** Magnitud que se mide en ohmios ( $\Omega$ ).

-**Resistencia (R)** es la oposición que ofrece un cuerpo al paso de la corriente eléctrica.

**B)** Magnitudes que se miden en voltios (V).

-**Voltaje o tensión eléctrica (V)** es la diferencia de energía eléctrica entre dos puntos de un circuito.

-**Tensión de línea (U o  $E_b$ )** es la tensión que suministra la red eléctrica.

-La **fuerza contraelectromotriz (E)** mide en voltios la energía **consumida** por una bobina por unidad de carga. Como tiene signo negativo se denomina fuerza contraelectromotriz. Por ejemplo los motores, timbres, relés consumen una fuerza contraelectromotriz.<sup>13</sup>

“La **fuerza electromotriz (f.e.m.)** es toda causa capaz de mantener una diferencia de potencial o voltaje entre dos puntos de un circuito abierto o de producir una corriente eléctrica en un circuito cerrado.”<sup>14</sup> Por ejemplo son capaces de proporcionar una fuerza electromotriz las baterías, pilas, generadores de electricidad. En los problemas de P.A.U. la fuerza electromotriz coincide con la tensión de línea.

**C)** Magnitudes que se miden en amperios.

-**Intensidad** es la cantidad de electrones que atraviesan la sección de un conductor en la unidad de tiempo.

-**Intensidad de línea.** Es la intensidad que suministra la red eléctrica.

La **intensidad nominal** de un motor es la intensidad máxima que circula por el motor en condiciones normales de uso.

## 2- Descubrimientos fundamentales.

A continuación se van a desarrollar los principios básicos del electromagnetismo. A partir de ellos se podrá entender cómo funciona un motor de corriente continua.

**A) Oersted** halló que si por un conductor circula corriente eléctrica se crea un campo magnético. Si se enrolla un hilo conductor en un material ferromagnético (por ejemplo un clavo de hierro) y a continuación se conectan los extremos del cable a la pila, se observa que se produce en el clavo un campo magnético (**B**) capaz de atraer metales. El material ferromagnético se ha transformado en un imán. Este descubrimiento es importante para entender el funcionamiento de los motores de corriente continua y de corriente alterna.

**B) Faraday** experimentó que si un conductor se mueve en el interior de un campo magnético se genera en el primero una corriente eléctrica. Por otro lado si hay un conductor en presencia de un campo magnético variable también se produce una corriente eléctrica en el primero. Este principio es importante para entender el funcionamiento de los motores de **corriente alterna**.

---

<sup>13</sup> Consultar en este libro definición de bobina y la fuerza contraelectromotriz que se produce en la misma. Viene en el tema: “Máquinas eléctricas de corriente alterna”. En este consultar el apartado 4 “Magnitudes básicas de un circuito de corriente alterna”, pág. 66.

<sup>14</sup> Consultar [http://www.babylon.com/definition/fuerza\\_electromotriz/Spanish](http://www.babylon.com/definition/fuerza_electromotriz/Spanish)

### 3- Ley de Faraday.

El movimiento del eje de un motor viene determinado en dirección y sentido por la Ley de Faraday. Esta se puede expresar así:

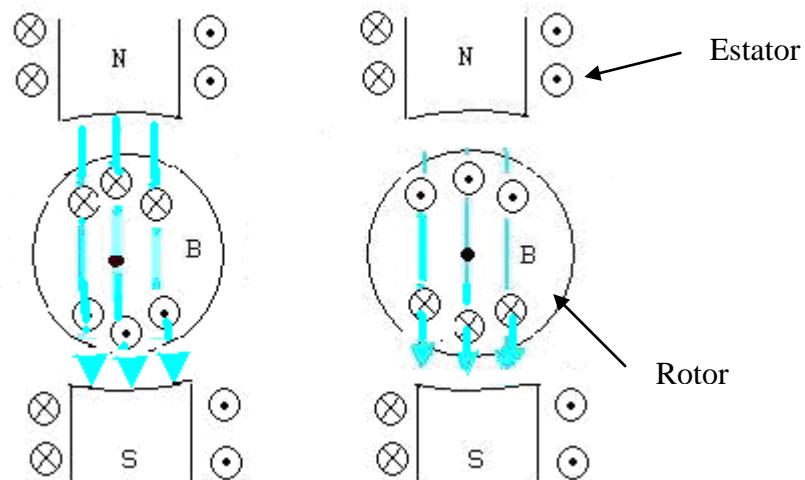
La fuerza que actúa sobre un conductor eléctrico de longitud L, por el que circula una corriente eléctrica I, situado en presencia de un campo magnético B, se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$\overline{F} = L (\overline{T} \wedge \overline{B}) = L \cdot I \cdot B \cdot \sin\varphi; \quad \varphi \text{ es el ángulo que forman } \overline{B} \text{ e } \overline{T}$$

### 4- Constitución de un motor de corriente continua.

En este apartado se van a explicar las partes de las que consta un motor.

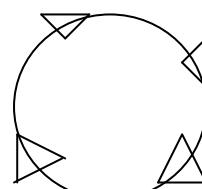
En un motor de corriente continua existen dos partes. El **inductor o estator** que es un imán permanente y el **inducido o rotor** que es una corona. El rotor está situado en el interior del estator y adherido al eje del motor. La sección de la corona está dividida en anillos aislados entre si. Además tiene unos entrantes y salientes en su superficie exterior. En los huecos se aloja el devanado inducido. El **inductor** también dispone de un arrollamiento.



Dibujo 1

Dibujo 2

En los conductores que aparecen en los dibujos los puntos se consideran corrientes salientes de la página y las cruces representan corrientes entrantes en la página.

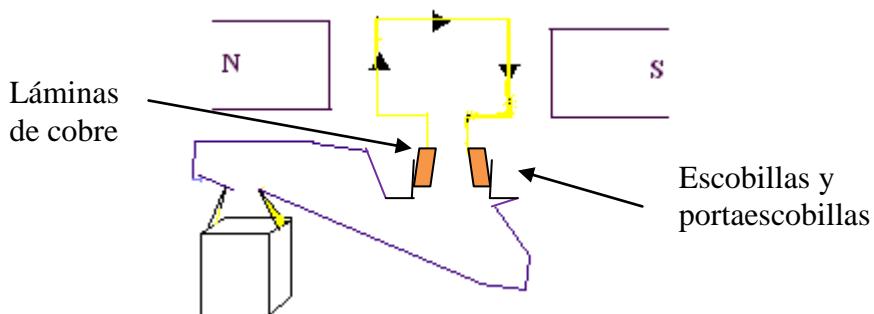


Dibujo 3

Para determinar el sentido de B (generado por el estator) en los **motores dibujados anteriormente** hay que tener en cuenta que:

- 1- Las líneas del campo magnético siempre salen del polo norte y llegan al polo sur.
- 2- En los devanados del **inductor** la corriente circula en el sentido que se ve en el dibujo 3.
- 3- Para determinar **el sentido y la dirección de  $\mathbf{B}$**  producido en el bobinado del estator se aplica la **regla de la mano derecha**. El **pulgar** apunta en la dirección y sentido de **campo magnético** (representado en los dibujos 1 y 2) y los demás dedos siguen la rotación de la corriente del estator. De esta forma queda determinado  **$\mathbf{B}$** .<sup>15</sup>

Aunque el motor se alimenta con corriente continua, la corriente que circula por el inducido es alterna. Esto se puede observar en el siguiente dibujo.



Dibujo 4.

Se puede ver que la corriente circula en un sentido en el tramo de espira situado cerca polo norte, y lo hace en sentido contrario en el que está situado cerca del polo sur. Cuando la espira da media vuelta el sentido de la corriente varía en cada tramo de la espira. En este caso se produce corriente alterna. El **colector de delgas** es el que se encarga de transformar la corriente eléctrica continua procedente del generador en alterna. El colector gira solidariamente con el inducido, es una estructura cilíndrica constituida por láminas de cobre aisladas entre si mediante mica. El devanado inducido está formado por muchas espiras, aunque en el dibujo de arriba se ha representado sólo una. Cada lámina de cobre del colector está unida a los extremos de dos bobinas del devanado inducido. Por lo tanto hay tantas láminas de cobre como espiras en el devanado inducido. Las **escobillas** son dos láminas de grafito fijas y hacen contacto con el colector de delgas para transmitir la corriente desde el generador hasta el inducido. Están situadas en el **portaescobillas** (estructura metálica).

## 5- Funcionamiento de un motor de corriente continua.

A continuación se muestra como se produce el giro de un motor de corriente continua. Tanto el estator como el rotor están alimentados con corriente continua. Si por el devanado **inductor** circula corriente (según el descubrimiento de Oersted) se crea un **campo magnético ( $\mathbf{B}_1$ )** que refuerza el ya existente en el mismo. Si por el arrollamiento **inducido** circula corriente  $I$  según la ley de Faraday se produce en él una fuerza  $F$ . En este caso  $F=L \cdot I \cdot B \cdot \sin\varphi$ . El rotor (eje) comienza a girar.

---

<sup>15</sup> Consultar [http://es.wikipedia.org/wiki/Regla\\_de\\_la\\_mano\\_derecha](http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_la_mano_derecha)

La fuerza de giro se da por las fuerzas de atracción y repulsión que se dan entre el rotor y el estator. Como se ha indicado en el estator existe un campo magnético. El rotor está alimentado por corriente y según el descubrimiento de Oersted se producirá en él un campo magnético. Este interaccionará con el del estator y el eje del motor girará.

A partir de ahora se utilizará la siguiente notación:

$R_{EX}$  e  $I_{EX}$  son la resistencia e intensidad del devanado inductor.

$R_i$  e  $I_i$  es la resistencia e intensidad del devanado inducido.

A continuación se va a ver cómo influye la polaridad de la fuente de alimentación del motor en el sentido de giro de este.

Se ha visto que la fuerza que actúa sobre el rotor de un motor es:

$$F = L \cdot (I \wedge B) = L \cdot I \cdot B \cdot \sin\varphi$$

F es la fuerza que actúa sobre la espira.

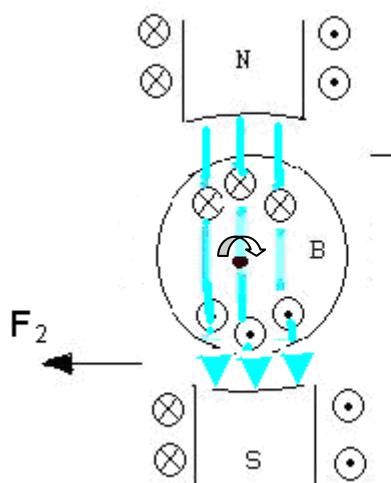
L es la longitud de la espira.

I es la intensidad que circula por la espira.

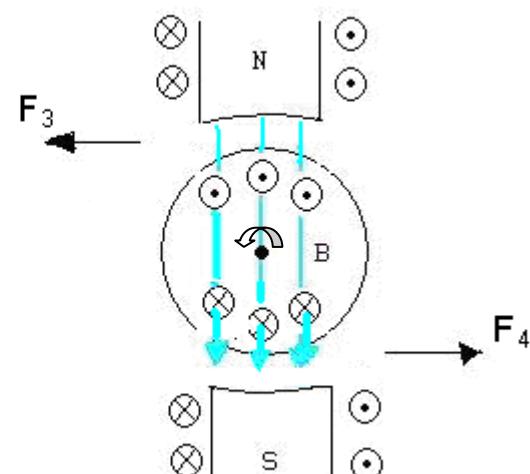
B es el campo magnético producido por el estator y que actúa sobre la espira.

$\varphi$  es el ángulo formado por I y B.

A partir de ahora se van a tener en cuenta las siguientes ilustraciones para determinar el sentido de giro del motor. En los dibujos ya se ha representado el sentido de giro del rotor en cada uno de los motores (5 y 6). En sus respectivas imágenes se observa que en cada motor cerca del polo norte la corriente del inducido circula siempre en un sentido determinado y lo hace en sentido contrario sobre el polo sur. Esto ya se observaba en el dibujo 4.



Dibujo 5



Dibujo 6

En la expresión que calcula la fuerza ejercida sobre el rotor se puede aplicar "la regla de la mano izquierda" para conocer la **dirección y sentido de F**. "Se disponen los dedos pulgar, índice y medio de la mano izquierda de manera que formen un triángulo trirrectángulo"<sup>16</sup>. Los dedos revelan la dirección y sentido de los siguientes vectores:

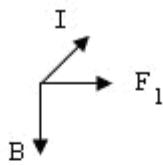
El **dedo índice** indica el vector **campo magnético (B)**.

El **dedo medio** designa el vector **corriente del inducido (I<sub>i</sub>)**.

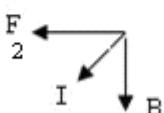
El **pulgar** determina el vector **fuerza (F)**.

<sup>16</sup> Ampliar utilizando José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 200-201.

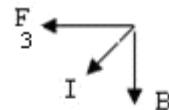
La siguiente ilustración representa los vectores fuerza, intensidad y campo magnético que actúan sobre el inducido de los motores representados en los dibujos 5 y 6.



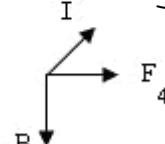
Dibujo 5



Dibujo 5



Dibujo 6



Dibujo 6

Sentido de giro



No varía el sentido del campo magnético (es el  $B$  producido por el estator o devanado excitador), pero el sentido de la corriente que circula por el inducido sí que cambia. Como se puede apreciar los tres vectores ( $I$ ,  $B$  y  $F$ ) forman entre si  $90^\circ$ . El sentido de giro del motor varía dependiendo de cómo esté alimentado el devanado del inducido.<sup>17</sup>

## 6- Potencia y par motor.

Se van a explicar a continuación los distintos tipos de potencia que se pueden tener en cuenta en un motor. La potencia útil es la obtenida en el eje. Esta está relacionada con el par motor, por lo tanto también se define este. Además se definen las distintas magnitudes que intervienen en la definición de par. Estas son el flujo y el campo magnético.

**A) Potencia** es el trabajo realizado en la unidad de tiempo. La potencia eléctrica se define así:  $P=V \cdot I$ . Este es el producto del voltaje por la intensidad.<sup>18</sup>

**B) La potencia absorbida** por un motor de corriente continua es la potencia absorbida de la red eléctrica. Se calcula multiplicando el voltaje de línea al que el motor está conectado por la corriente de línea que absorbe de la red eléctrica.

$$P_{ABS}=U \cdot I_L$$

**C) La potencia nominal** es la potencia máxima que demanda un receptor (motor) en condiciones normales de uso.

<sup>17</sup> Al aplicar la regla de la mano izquierda el dedo medio apunta hacia delante para las corrientes entrantes. Para las salientes la muñeca gira y el dedo medio señala hacia atrás.

<sup>18</sup> Consultar la definición de **potencia eléctrica interna** en el apartado 8 “Rendimiento y potencia eléctrica interna” de este tema, pág. 49.

**D) Potencia útil** es el trabajo realizado por unidad de tiempo por el rotor (eje) del motor.

En un motor se puede definir la **potencia útil** como  $P_U=E \cdot I$ .

**E** es la fuerza contraelectromotriz consumida por el motor e **I** es la intensidad de corriente que circula por el inducido.

La potencia útil también se puede definir así:  $P_U=M \cdot \omega$

**M es el par motor:** “Es una magnitud física que “representa la capacidad del motor para producir trabajo.”<sup>19</sup> Se mide en N·m en el sistema internacional.

$\omega$  es la **velocidad angular** del rotor o eje del motor. Es el ángulo girado en la unidad de tiempo. Se mide en rad/s.

A veces en los problemas aparece **n**, esta es la misma magnitud medida en r.p.m.(revoluciones por minuto).

Para utilizar las unidades del sistema internacional hay que pasar las r.p.m. a rad/seg.

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$$

Se puede demostrar que el **par** de un motor obedece a la siguiente fórmula:

$$M=Cte \cdot \Phi \cdot I_i$$

A continuación se muestran las definiciones de las distintas magnitudes que aparecen en la fórmula.

**“Campo magnético” (B)** “Es el campo de fuerzas que se encuentra en la región alrededor de un imán o corriente eléctrica y se caracteriza por la percepción de una fuerza magnética en cada uno de los puntos de la región, atrayendo una parte del imán y repeliendo otra.”<sup>20</sup> Es una magnitud vectorial y se mide en Teslas (T).

**El flujo magnético** es “la medida de cantidad del magnetismo que se calcula a partir del **campo magnético**, la **superficie** sobre la cual actúa el campo y el ángulo de incidencia que forman las líneas del campo magnético y los elementos de la superficie.”<sup>21</sup> Es una magnitud escalar. Se mide en Webers (Wb) y se calcula así:

$$\Phi = \int B \cdot dS$$

<sup>19</sup> Ver [http://periodistamotor.com/motores/motores\\_gasolina\\_diesel\\_diferencias/gmx-niv134-con30.htm](http://periodistamotor.com/motores/motores_gasolina_diesel_diferencias/gmx-niv134-con30.htm)

<sup>20</sup> Consultar [http://diccionario.babylon.com/campo\\_magntico/](http://diccionario.babylon.com/campo_magntico/)

<sup>21</sup> Ampliar <http://definicion.de/flujo/>

En un motor de corriente continua cuando la carga no es demasiado elevada se cumple que el flujo es proporcional a la corriente del devanado de excitación.

$$\Phi = K \cdot I_{EX}$$

**E) El par nominal** es el par máximo que se produce en un motor eléctrico en condiciones normales de uso.

**F) El par de arranque** “es el par que va a desarrollar el motor para romper sus condiciones iniciales de inercia y pueda comenzar a operar.”<sup>22</sup>

## 7- Unidades.

A continuación se dan las unidades más importantes en las que se mide la potencia. La potencia se mide en vatios (W) pero muchas veces viene dada en caballos de vapor (c.v.)

$$1 \text{ Kw} = 1,35 \text{ caballos de vapor}$$

$$1 \text{ caballo de vapor} = 735 \text{ W}$$

## 8- Rendimiento y potencia eléctrica interna.

Es importante conocer el rendimiento de un motor. La potencia absorbida de la red es siempre mayor que la potencia transmitida por el eje. El **rendimiento** se define como el cociente entre la potencia útil (eje) y la potencia absorbida por el motor.

$$\eta = P_U / P_{ABS}$$

El rendimiento siempre es menor que uno ya que siempre hay **pérdidas** de energía por:

**1- Corrientes parásitas o de Foucault e histéresis.** La suma de las dos pérdidas es la potencia perdida en el hierro,  $P_{FE}$ .

Las **corrientes parásitas** se producen porque el campo magnético creado en el inducido se mueve debido a que el rotor gira. Según Faraday ante un campo magnético variable se va a producir una corriente eléctrica en el rotor y otra en el estator. Por esta razón estos se construyen con láminas de material ferromagnético aisladas entre si. De esta forma las corrientes producidas son más débiles.

La **histéresis** se produce por la imantación y desimantación del material ferromagnético del rotor y del estator.

**2- Rozamiento mecánico** de las piezas móviles del motor con las fijas ( $P_{MEC}$ ).

**3- Pérdidas por efecto Joule.** Todos los conductores por los que circula electricidad desprenden energía en forma de calor.  $P = I^2 \cdot R$ .

En un motor hay dos devanados el inducido y el inductor o excitador por lo tanto la potencia perdida en forma de calor se puede calcular de la siguiente forma:

<sup>22</sup> Ver <http://www.monografias.com/trabajos36/maquinas-electricas/maquinas-electricas2.shtml>

$$P_{JOULE} = I_{EX}^2 \cdot R_{EX} + I_i^2 \cdot R_i$$

**Potencia eléctrica interna** es la potencia absorbida menos las pérdidas eléctricas debidas al efecto Joule en las resistencias de los devanados del motor.

$$P_{ABS} = P_U + P_{JOULE} + P_{FE} + P_{MEC}$$

$$P_{EI} = P_U + P_{FE} + P_{MEC}$$

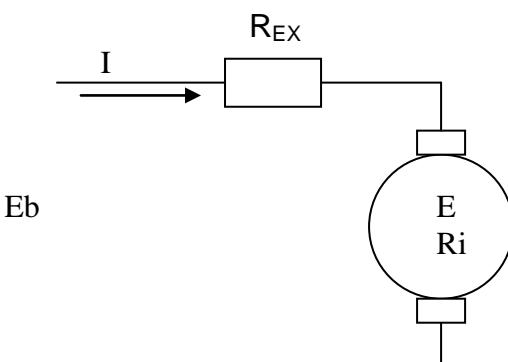
## 9- Conexión de los devanados de excitación e inducido.

En este apartado se explican los distintos tipos de conexión de los devanados que se pueden dar en un motor. Estos son:

1. Excitación en serie.
2. Excitación en derivación.
3. Excitación compuesta.

### A) Excitación en serie.

El devanado inducido y el inductor se conectan en serie. El esquema del motor es el siguiente.



En un motor con este tipo de conexión se cumplen las siguientes fórmulas:

$$E_b = I \cdot (R_{EX} + R_i) + E$$

$E_b$  es la tensión de alimentación de la red eléctrica.

$R_i$  es la resistencia del devanado inducido.

$R_{EX}$  es la resistencia del devanado excitador.

$I$  es la intensidad absorbida de la red eléctrica.

$E$  es la fuerza contraelectromotriz consumida por el motor.

$$I_{EX} = I_i = I$$

$I_i$  es la intensidad del devanado inducido.

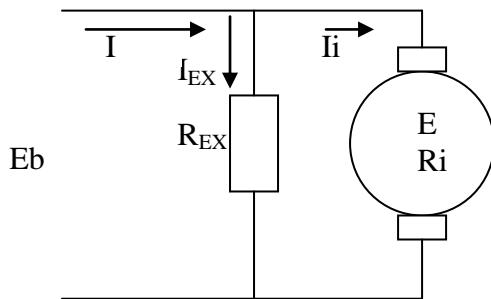
$I_{EX}$  es la intensidad del devanado excitador.

Cuando el motor arranca la fuerza contraelectromotriz es 0 por lo que la corriente de arranque es mayor. En este caso:

$$I_{ARRANQUE} = \frac{E_b}{R_{EX} + R_i}$$

### B) Excitación en derivación.

El devanado inducido y el inductor se conectan en paralelo. El esquema del motor es el siguiente.



En un motor con este tipo de conexión se cumplen las siguientes fórmulas:

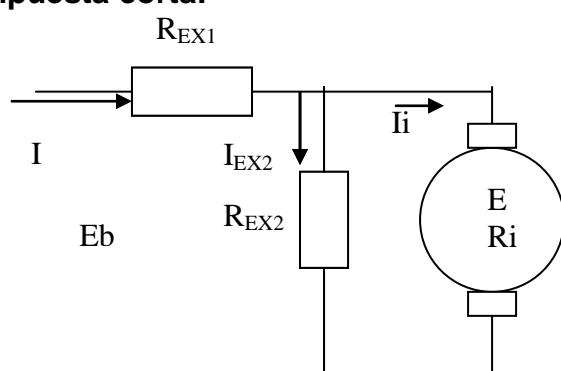
$$I = I_i + I_{EX}$$

$$E_b = I_{EX} \cdot R_{EX} = E + I_i R_i$$

### C) Excitación compuesta.

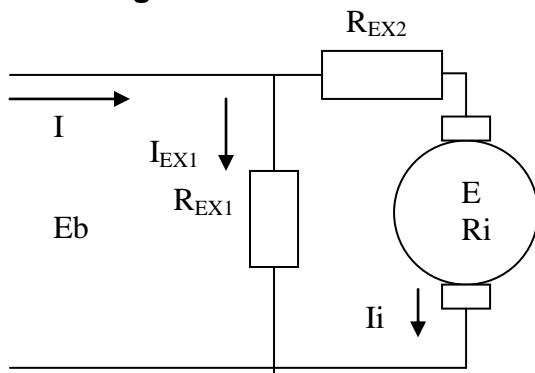
El devanado excitador se divide en dos partes ( $R_{EX1}$  y  $R_{EX2}$ ). Una de ellas se conecta en serie con el devanado inducido y la otra se conecta en paralelo.

#### Excitación compuesta corta.



El devanado inducido  $R_i$  y el devanado excitador  $R_{EX2}$  se conectan en paralelo. En este caso  $R_{EX1}$  se conecta en serie con ellos.

### Excitación compuesta larga.



Ahora  $R_{EX2}$  se conecta en serie con el devanado inducido y  $R_{EX1}$  se conecta en paralelo a la suma de las dos.

### 10- Curva característica de un motor con excitación en serie.

Es importante conocer la curva característica de velocidad porque determina la velocidad de giro del eje del motor en función de la corriente de inducido. Sabiendo que velocidad corresponde a cada valor de corriente de inducido se puede evitar por ejemplo (variando el valor de la corriente de inducido) que el motor acelere demasiado. La curva característica se deduce igualando las dos ecuaciones siguientes:

$$\text{Se puede demostrar que } E = K \cdot n \cdot \Phi \quad [1]$$

La fuerza contraelectromotriz en el devanado inducido de un motor es proporcional a la velocidad de giro del rotor y al flujo magnético por polo.

$$\text{Además } E_b = I \cdot (R_{EX} + R_i) + E \longrightarrow E = E_b - I \cdot (R_{EX} + R_i) \quad [2]$$

Igualando las ecuaciones 1 y 2 se obtiene:

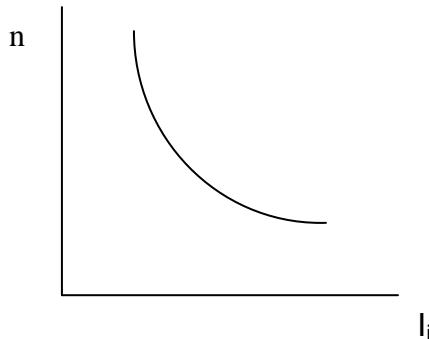
$$n = \frac{1}{K \cdot \Phi} \cdot (E_b - I \cdot (R_{EX} + R_i))$$

También en un motor se cumple que  $\Phi = K_1 \cdot I_{EX}$ , y como la excitación es en serie también se verifica que  $I_{EX} = I_i = I$ . Entonces la fórmula se puede escribir así:

$$n = \frac{1}{K \cdot K_1 \cdot I_i} \cdot (E_b - I_i \cdot (R_{EX} + R_i)) = \left[ \frac{1}{K_2 \cdot I_i} \cdot (E_b) \right] - \frac{(R_{EX} + R_i)}{K_2}$$

$$n = -K_3 + \left[ \frac{1}{K_2 \cdot I_i} \right] \cdot (E_b)$$

En este caso se puede decir que la curva característica es una hipérbola.



## 11- Aclaraciones importantes.

En este apartado se especifican términos que aparecen en los problemas de la P.A.U.

- Cuando se pide calcular la intensidad máxima, **par máximo**, etc., se está pidiendo que se calculen los **valores nominales**, ya que estos son los máximos valores a los que puede funcionar el motor en condiciones normales. La intensidad es máxima en el arranque pero este no es el régimen normal de funcionamiento del motor.
- En los problemas se dan como datos los **valores nominales** y estos son los que se van a utilizar en las fórmulas.
- Otra característica importante de los motores es la potencia. Cuando en un problema se especifica su valor se refiere a la **potencia útil** del motor a no ser que se especifique lo contrario.
- Es importante dibujar el esquema del motor con **excitación en serie o en paralelo** según el caso para calcular mejor lo que se especifique en el problema.

## Problemas sobre motores eléctricos de corriente continua.

### 1.- Septiembre 1999.

Un motor eléctrico con rendimiento del 85% tiene que accionar un montacargas, cuyo peso en vacío es de 437 kg y que puede cargarse con 1.537 kg más. El montacargas se eleva 24,6 metros de altura, tardando en ello 35 segundos. ¿Cuál es la potencia del motor (en c.v.) necesaria? ¿Cuál será la intensidad nominal absorbida, si el motor está conectado a una red de 220 V?

#### Datos.

$$\eta = 85\%$$

$$p_v = 437 \text{ kg}$$

$$p_T = 1.537 \text{ Kg} + 437 \text{ Kg} = 1.974 \text{ Kg}$$

$$h = 24,6 \text{ m}$$

$$t = 35 \text{ s}$$

#### Solución.

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 1.974 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 24,6 \text{ m}$$

$$E_p = 475.891,92 \text{ J} = 475,89 \text{ KJ}$$

$$P_U = W / t = 475,89 \text{ KJ} / 35 \text{ s} = 13,59 \text{ kw}$$

$$P_U = 13,59 \text{ kw} \cdot 1,35 \text{ cv/kw} = 18,35 \text{ cv}$$

$$P_{ABS} = P_U / \eta = 18,35 \text{ cv} / 0,85 = 21,58 \text{ cv}$$

**P<sub>ABS</sub>? . I<sub>n</sub>? si V= 220 V?**

$$P_{ABS} = 21,58 \text{ cv} / 1,35 \text{ cv/kw} = 15,99 \text{ kw}$$

$$P_{ABS} = 15.988,2 \text{ w}$$

$$I_n = P / V = 15,98 \cdot 10^3 \text{ w} / 220 \text{ V} = 72,67 \text{ A}$$

## 2.- Septiembre 99.

Un motor de corriente continua de 8 CV, tiene un rendimiento del 85 % cuando se alimenta a 400 V. Si se sabe, además, que sus pérdidas en el cobre son iguales a la suma de las otras pérdidas, calcule:

- a) La intensidad que absorbe el motor.
- b) La suma de pérdidas en el hierro y mecánicas.
- c) La potencia eléctrica interna.

**Datos.**

$$P_u = 8 \text{ cv}$$

$$\eta = 85\%$$

$$E_b = 400 \text{ V}$$

$$P_{cu} = P_{FE} + P_{MEC}$$

I<sub>ABS</sub>? , P<sub>FE</sub> + P<sub>MEC</sub>?

P<sub>ELECTRICA INTERNA</sub>?

**Solución.**

$$\text{a)} P_u = \frac{8 \text{ c.v.}}{1,35 \text{ c.v./Kw}} = 5,92 \text{ kw}$$

$$P_{ABS} = (P_u / \eta) \cdot 100 = (5,92 \text{ kw} \cdot 100) / 85 = 6,97 \text{ kw}$$

$$\text{P}_{ABS} = I_{ABS} \cdot V; \quad I_{ABS} = \frac{6,97 \text{ kw} \cdot 10^3 \text{ w/kw}}{400 \text{ V}} = 17,43 \text{ A}$$

$$\text{b)} P_{ABS} = P_u + P_{cu} + P_{FE} + P_{MEC}$$

Según el enunciado: P<sub>cu</sub> = P<sub>FE</sub> + P<sub>MEC</sub>;

$$P_{ABS} = P_u + 2 \cdot (P_{FE} + P_{MEC})$$

$$6,97 \text{ Kw} = 5,92 \text{ Kw} + 2 \cdot (P_{FE} + P_{MEC}); \quad P_{FE} + P_{MEC} = 0,52 \text{ Kw}$$

$$\text{c)} P_{ELECTRICA INTERNA} = P_{ABS} - P_{cu} = 6,97 - 0,52 = 6,45 \text{ kw}$$

## 3.- Junio 2001.

Un motor eléctrico se alimenta a 12 Voltios y consume 20 Amperios cuando gira a 1200 r.p.m., siendo su resistencia interna R<sub>i</sub> = 0.1 Ohmios. Calcula:

- a) La fuerza contraelectromotriz inducida.
- b) Potencia absorbida, potencia útil y rendimiento.
- c) Intensidad de arranque.
- d) Par nominal y par de arranque.

## Datos.

$$E_b = 12 \text{ V}$$

$$I = 20 \text{ A}$$

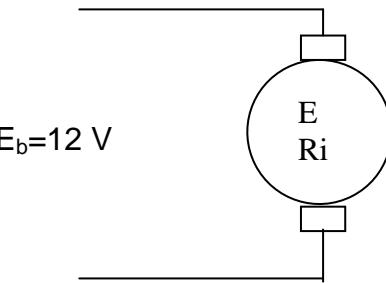
$$n = 1.200 \text{ r.p.m}$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 1.200}{60} = 125,66 \text{ rad/s}$$

$$R_i = 0,1 \Omega$$

$$E, P_{ABS}, P_U, \eta, ?$$

$$I_{ARRANQUE}, M_{NOMINAL}, M_{ARRANQUE}?$$



## Solución.

a)  $E_b = E + R_i \cdot I_i ; E = E_b - R_i \cdot I_i = 12 \text{ V} - (0,1 \Omega \cdot 20 \text{ A}) = 10 \text{ V}$

b)  $P_{ABS} = E_b \cdot I = 12 \text{ V} \cdot 20 \text{ A} = 240 \text{ W}$

$P_U = E \cdot I = 10 \text{ V} \cdot 20 \text{ A} = 200 \text{ W}$

$\eta = P_U / P_{ABS} = 200 \text{ W} / 240 \text{ W} = 0,83 \quad \eta = 83\%$

c)  $E_b = R_i \cdot I_{ARRANQUE} \longrightarrow I_{ARRANQUE} = 12 \text{ V} / 0,1 \Omega = 120 \text{ A}$

d)  $M_{NOMINAL} = P_U / \omega = (200 \text{ W}) / 125,66 \text{ rad/s} = 1,59 \text{ N} \cdot \text{m}$

$$M_{NOMINAL} / M_{ARRANQUE} = (K_1 \cdot \Phi_{NOMINAL} \cdot I_{NOMINAL}) / (K_1 \cdot \Phi_{ARRANQUE} \cdot I_{ARRANQUE})$$

$$\Phi = K_2 \cdot I_{EX} \text{ pero en este caso } I = I_i = I_{EX} \cdot \text{Entonces } \Phi = K_2 \cdot I$$

$$1,59 \text{ N} \cdot \text{m} / M_{ARRANQUE} = (K_1 \cdot K_2 \cdot I_{NOMINAL}^2) / (K_1 \cdot K_2 \cdot I_{ARRANQUE}^2) = 20^2 \text{ A}^2 / 120^2 \text{ A}^2$$

$$M_{ARRANQUE} = 1,59 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot (120 \text{ A} / 20 \text{ A})^2 = 57,24 \text{ N} \cdot \text{m}$$

## 4.- Septiembre 2007. Opción A.

Un motor de corriente continua excitación serie, tiene las siguientes características:  $U = 220 \text{ V}$ ;  $E' = 215 \text{ V}$ ;  $R_i = 0,25 \text{ Ohmios}$ ;  $R_s = 0,25 \text{ Ohmios}$ ;  $n = 1.200 \text{ rpm}$ . Determinar:

- a) La intensidad nominal.
- b) Intensidad en el momento de arranque.
- c) La resistencia de arranque que hay que colocar en serie con el inducido para que la intensidad en el arranque sea 2,5 veces la nominal.
- d) La velocidad de giro cuando la intensidad sea la mitad de la intensidad nominal. La velocidad de giro cuando la intensidad sea el doble de la intensidad nominal.
- e) Dibuja la característica  $n = f(I)$ .

Nota:  $E'$  = fuerza electromotriz.

## Datos.

$$U = 220 \text{ V}$$

$$E' = 215 \text{ V}$$

$$R_i = 0.25 \Omega$$

$$R_s = 0.25 \Omega$$

$$n_1 = 1.200 \text{ rpm};$$

$I_{\text{NOMINAL}}, I_{\text{ARRANQUE}}, R_{\text{ARRANQUE}}?$

n si  $I = I_{\text{NOMINAL}}/2$  y n si  $I = I_{\text{NOMINAL}} \cdot 2$ ?

## Solución.

a)  $U = E + (R_i + R_s) \cdot I \longrightarrow 220 \text{ V} = 215 \text{ V} + (0.5 \Omega \cdot I_{\text{NOMINAL}})$

$$I_{\text{NOMINAL}} = 10 \text{ A}$$

b)  $220 \text{ V} = 0.5 \Omega \cdot I_{\text{ARRANQUE}}; \quad I_{\text{ARRANQUE}} = 440 \text{ A}$

c)  $220 \text{ V} = (0.5 \Omega + R_{\text{ARRANQUE}}) \cdot 2.5 \cdot 10 \text{ A}; \quad R_{\text{ARRANQUE}} = 8.3 \Omega$

d)  $n_1 = (1/C_1 \cdot \Phi) \cdot (U - (R_i + R_s) \cdot I_{\text{NOMINAL}})$  1

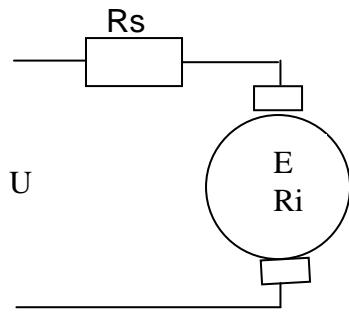
$$1200 \text{ rpm} = (1/(C_1 \cdot C_2 \cdot I_{\text{NOMINAL}})) \cdot [(220 \text{ V}) - (0.5 \Omega \cdot I_{\text{NOMINAL}})]$$

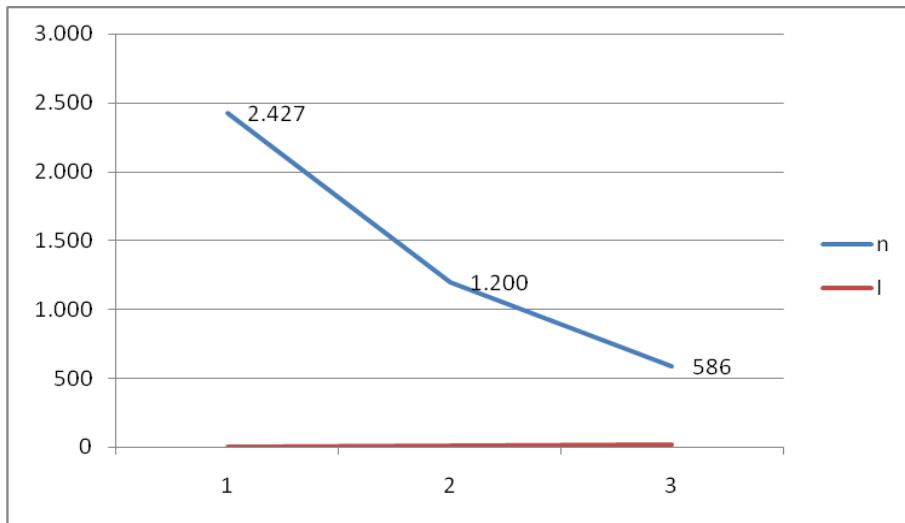
Con  $I_N = 10 \text{ A}$  se deduce que  $1/C_1 \cdot C_2 = 55.81$

Sustituyendo en la fórmula 1  $I_{\text{NOMINAL}} = 5 \text{ A}$  e  $I_{\text{NOMINAL}} = 20 \text{ A}$

$$n_2 = (55.81/5) \cdot (220 \text{ V} - (0.5 \Omega \cdot 5 \text{ A})) = 2427.91 \text{ rpm}$$

$$n_3 = (55.81/20) \cdot (220 \text{ V} - (0.5 \Omega \cdot 20 \text{ A})) = 586 \text{ rpm}$$





### 5.- Septiembre 2008. Opción B.

Un motor en derivación de 50 kW de potencia en el eje,  $U=440$  V,  $n=1500$  rpm, con una resistencia de excitación de 450 ohmios, y resistencia de inducido  $R_i=0,06$  ohmios. Posee un rendimiento del 95%. Calcula:

- La intensidad de la línea.
- La intensidad de excitación.
- La intensidad del inducido.
- La fuerza contraelectromotriz inducida.
- ¿Qué par suministra el motor a la potencia máxima?

**Datos.**

$$P_U = 50 \text{ kw}$$

$$U=440 \text{ V}$$

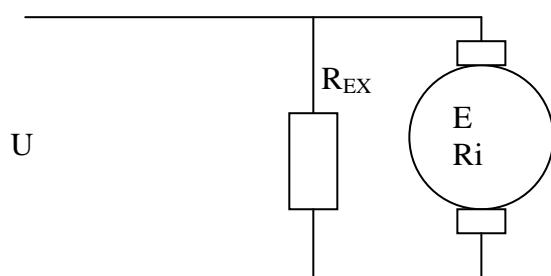
$$n=1.500 \text{ rpm}$$

$$R_{EX} = 450 \Omega$$

$$R_i=0,06 \Omega$$

$$\eta=95\%$$

$I_L, I_{EX}, I_{IND}, E, Mn?$



**Solución.**

$$\eta = P_U / P_{ABS} = 50 \text{ kw} / P_{ABS} = 0,95 \rightarrow P_{ABS} = 52,63 \text{ kw} = 52.631,58 \text{ w}$$

$$P_{ABS} = U \cdot I_L = 440 \text{ V} \cdot I_L = 52.631,58 \text{ w} \rightarrow I_L = 119,62 \text{ A}$$

$$U = R_{EX} \cdot I_{EX} = 450 \Omega \cdot I_{EX} = 440 \text{ V} \rightarrow I_{EX} = 0,98 \text{ A}$$

$$I_{IND} = I_L - I_{EX} = 119,62 \text{ A} - 0,98 \text{ A} = 118,64 \text{ A}$$

$$U = E + R_i \cdot I_{IND} = E + 0,06 \Omega \cdot 118,64 \text{ A} = 440 \text{ V}$$

$$E = 432,88 \text{ V}$$

$$50.000 \text{ w} = P_U = M \cdot \omega = M \cdot (2 \cdot \pi \cdot n) / 60 = M \cdot (2 \cdot \pi \cdot 1.500) / 60 \text{ rad/s}$$

$$M = 318,31 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### 6.- Junio 2009. Opción B.

Un motor eléctrico de corriente continua se alimenta a 24 V y consume 2 A cuando gira a 2600 r.p.m. Su rendimiento es del 90 % y su resistencia interna de 0.5 ohmios. Calcula:

- Fuerza contraelectromotriz.
- Potencia absorbida, y potencia útil.
- Par motor en el eje e intensidad de arranque.

**Datos.**

$$E_b = 24 \text{ V}$$

$$I_L = 2 \text{ A}$$

$$n = 2.600 \text{ rpm}; \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2.600}{60} = 272,27 \text{ rad/s}$$

$$\eta = 90\%$$

$$R_i = 0,5 \Omega$$

$$E, P_{ABS}, P_U, M, I_{ARRANQUE}?$$

**Solución.**

a)  $E_b = E + R_i \cdot I_L = 24 \text{ V} = E + 0,5 \Omega \cdot 2 \text{ A} \quad E = 23 \text{ V}$

b)  $P_{ABS} = E_b \cdot I_L = 24 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 48 \text{ W}$

$P_U = P_{ABS} \cdot \eta = 48 \text{ W} \cdot 0,9 = 43,2 \text{ W}$

c)  $M = P_U / \omega = 43,2 \text{ W} / 272,27 \text{ rad/s} = 0,16 \text{ N} \cdot \text{m}$

$$E_b = R_i \cdot I_{ARRANQUE} = 0,5 \Omega \cdot I_{ARRANQUE} = 24 \text{ V} \longrightarrow I_{ARRANQUE} = 24 \text{ V} / 0,5 \Omega = 48 \text{ A}$$

### 7.- Junio 2010. Prueba específica. Opción A.

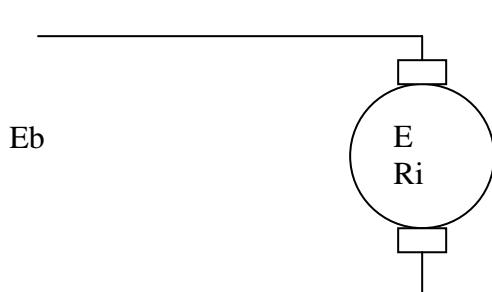
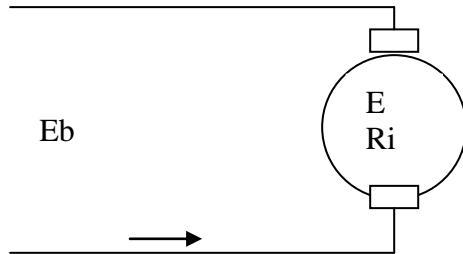
Un motor de corriente continua conectado a una tensión de 24 V consume una corriente de 1.8 A girando a una velocidad de 2500 rpm. El rendimiento es del 85% y su resistencia interna de 0.5 ohmios. Se pide calcular:

- la potencia absorbida.
- la potencia útil.
- el par motor en el eje.
- la corriente en el arranque.

**Datos.**

$$E_b = 24 \text{ V}$$

$$I_L = 1,8 \text{ A}$$



$$n=2.500 \text{ rpm; } \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2.500}{60} = 261,8 \text{ rad/s}$$

$\eta = 85\%$

$$R_i = 0,5 \Omega$$

$P_{ABS}$ ,  $P_U$ ,  $M$ ,  $I_{ARRANQUE}$ ?

**Solución.**

a)  $P_{ABS} = E_b \cdot I_L = 24 \text{ V} \cdot 1,8 \text{ A} = 43,2 \text{ W}$

b)  $P_U = P_{ABS} \cdot \eta = 43,2 \text{ W} \cdot 0,85 = 36,72 \text{ W}$

c)  $M = P_U / \omega = 36,72 \text{ W} / 261,8 \text{ rad/s} = 0,14 \text{ N} \cdot \text{m}$

d)  $E_b = R_i \cdot I_{ARRANQUE} = 0,5 \Omega \cdot I_{ARRANQUE} = 24 \text{ V} \longrightarrow I_{ARRANQUE} = 24 \text{ V} / 0,5 \Omega = 48 \text{ A}$

### 8.- Junio 2011. Opción B.

Un motor de corriente continua serie posee una resistencia en el inducido de  $0,2 \Omega$ . La resistencia del devanado de excitación serie vale  $0,1 \Omega$ . La tensión de la línea es de 220 voltios y la fuerza contraelectromotriz es de 215 voltios. Despreciando la caída de tensión en las escobillas, calcular:

- a) La intensidad que absorbe en el arranque
- b) La intensidad nominal de la línea
- c) La resistencia a conectar para reducir la intensidad de arranque al doble de la nominal.

**Datos.**

$$R_i = 0,2 \Omega$$

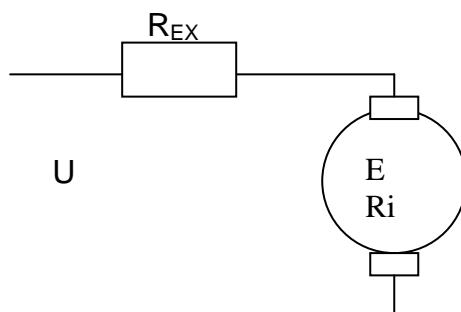
$$R_{EX} = 0,1 \Omega$$

$$U = 220 \text{ V}$$

$$E = 215 \text{ V}$$

$I_{arranque}$ ,  $I_N$ ,  $R$ ?

**Solución.**



a)  $U = E + (R_i + R_s) \cdot I$

$$220 \text{ V} = (0,2 \Omega + 0,1 \Omega) \cdot I_{arranque}$$

$$I_{arranque} = 220 \text{ V} / 0,3 \Omega = 733,3 \text{ A}$$

b)  $U = E + (R_i + R_s) \cdot I$

$$220 \text{ V} = 215 \text{ V} + (0,2 \Omega + 0,1 \Omega) \cdot I_N$$

$$I_N = (220 - 215) \text{ V} / 0,3 \Omega = 16,6 \text{ A}$$

c)  $U = (R_i + R_s + R) \cdot I_{arranque}; \quad I_{arranque} = 16,6 \text{ A} \cdot 2 = 33,2 \text{ A}$

$$220 \text{ V} = (0,2 \Omega + 0,1 \Omega + R) \cdot 33,2 \text{ A}; \quad R = (220 \text{ V} / 33,2 \text{ A}) - 0,3 \Omega$$

$$R = 6,32 \Omega$$

### 9.- Septiembre 2011. Opción A.

Un motor de corriente continua de excitación derivación es alimentado a la tensión de 120 voltios. De la línea absorbe una potencia de 3,6 kilovatios y gira a 1000 rpm. La resistencia del devanado inductor es  $R_d = 30 \Omega$  y el rendimiento es del 80%. Suponiendo despreciables tanto la caída de tensión en las escobillas como las pérdidas en el hierro y las pérdidas mecánicas, calcular:

- La fuerza contraelectromotriz.
- La resistencia del inducido.
- El par mecánico suministrado.

#### Datos.

$$U = 120V$$

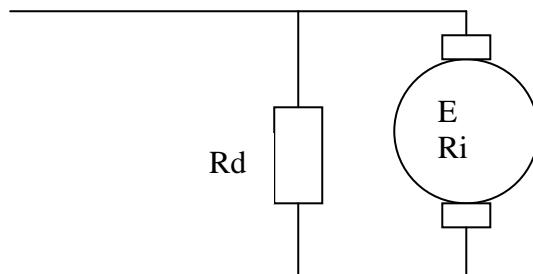
$$P_{ABS} = 3,6 \text{ KW}$$

$$n = 1000 \text{ rpm}$$

$$R_d = 30 \Omega$$

$$\eta = 80\%$$

#### Solución.



$$\text{a)} P_{ABS} = U \cdot I = 120 V \cdot I = 3.600 \text{ W}; \quad I = 3.600 \text{ W} / 120 \text{ V} = 30 \text{ A}$$

$$U = R_d \cdot I_{ex} = 30 \Omega \cdot I_{ex} = 120 \text{ V}; \quad I_{ex} = 120 \text{ V} / 30 \Omega = 4 \text{ A}$$

$$I = I_{ex} + I_{IND} = 4 \text{ A} + I_{IND} = 30 \text{ A}; \quad I_{IND} = 30 \text{ A} - 4 \text{ A} = 26 \text{ A}$$

$$P_u = P_{ABS} \cdot \eta = 3.600 \text{ W} \cdot 0,8 = 2.880 \text{ W}; \quad P_u = E \cdot I_{IND}; \quad E = P_u / I_{IND} = 2.880 \text{ W} / 26 \text{ A} = 110,77 \text{ V}$$

$$\text{b)} U = E + R_{IND} \cdot I_{IND} = 110,77 \text{ V} + R_{IND} \cdot 26 \text{ A} = 120 \text{ V}; \quad R_{IND} = (120 \text{ V} - 110,77) / 26 = 0,355 \Omega$$

$$\text{c)} P_u = M \cdot \omega = M \cdot (1000 \cdot 2 \cdot \pi / 60) = M \cdot 104,7 \text{ rad/s} = 2.880 \text{ W}$$

$$M = 2.880 \text{ W} / 104,7 \text{ rad/s} = 27,51 \text{ N} \cdot \text{m}$$

### Cuestiones de máquinas eléctricas.

#### 1.- Septiembre 2000.

1) Relacione las partes que constituyen una máquina eléctrica rotativa genérica, especificando la misión de cada una de ellas. En el caso del motor de corriente continua, indique la posición relativa de sus devanados y la naturaleza de las corrientes que circulan por los mismos.

2) Clasifique las posibles pérdidas de una máquina eléctrica indicando a qué se debe cada una.

**Respuesta: Apartado 1)** En el apartado 4 “Constitución de un motor de corriente continua” de este tema se determinan las partes de un motor. En el apartado 5 “Funcionamiento de un motor de corriente continua” se explica cómo funciona esta máquina. Se especifica cuáles son las corrientes que circulan por los devanados

excitador e inducido y cómo influyen estas en el sentido de giro del motor. En el apartado 9 “Conexión de los devanados de excitación e inducido” se dan los distintos tipos de conexión de estos devanados.

**Respuesta: Apartado 2-** En el apartado 8 “Rendimiento” se indican las pérdidas de un motor de corriente continua.

**2.- Junio 2003.Opción B.**

Enumera y describe las pérdidas de una máquina eléctrica.

**Respuesta:** Consultese el apartado 8 “Rendimiento”.

**3.- Junio 2004. Opción A.**

En un motor de corriente continua:

- Define corriente de excitación y corriente de inducido.
- ¿Cómo varía la curva característica de velocidad de un motor de corriente continua de excitación en derivación, al añadir una resistencia en serie con el devanado inducido? Razona la respuesta.

**Respuesta:** En el apartado 5 “Funcionamiento de un motor de corriente continua” se definen las corrientes de excitación y de inducido.

La corriente de excitación es la que circula por el devanado inductor situado en el estator para aumentar el campo magnético del estator.

La corriente de inducido es la que circula por el devanado inducido situado en el rotor. Según la ley de Laplace si por un conductor (devanado inducido) situado en un campo magnético (producido por el estator) circula corriente se produce en él una fuerza. Esta es la que hace posible que el rotor (eje) gire.

La curva característica de un motor en derivación es prácticamente constante, no depende de la carga por eso se llama autorregulado en velocidad. Si aumenta la resistencia del inducido la intensidad que pase por este también será menor. Entonces la velocidad del motor también **disminuirá** ligeramente pero se mantendrá constante ante distintas cargas. Por lo tanto la **curva característica** cuando la resistencia de inducido aumenta será una línea prácticamente recta pero con un valor ligeramente menor.

**4.- Septiembre 2006. Opción A.**

¿Qué tipos diferentes de excitación existen en los motores de corriente continua? Explica cada uno de ellos.

**Respuesta:** Consultar apartado 9 “Conexión de los devanados de excitación e inducido”.

**5.- Junio 2008. Opción B.**

Indica los principales elementos que constituyen un motor eléctrico de corriente continua. Define cada uno de esos elementos, y explica la función que realizan.

**Respuesta:** Revisar el apartado 4 “Constitución de un motor de corriente continua” y el apartado 5 “Funcionamiento de un motor de corriente continua”.

#### 6.- Junio 2008. Opción B.

Cuando un motor eléctrico de corriente continua se conecta a la red eléctrica, absorbe una potencia, denominada "potencia absorbida". El eje mecánico conectado al motor recibe "solamente" una potencia denominada "potencia útil" o "potencia mecánica en el eje". Indica y define las distintas "pérdidas" de potencia implicadas en el funcionamiento de un motor de corriente continua, lo que se conoce habitualmente con el nombre de "balance de pérdidas".

**Respuesta:** Consultar el apartado 8 "Rendimiento".

#### 7.- Junio 2009. Opción B.

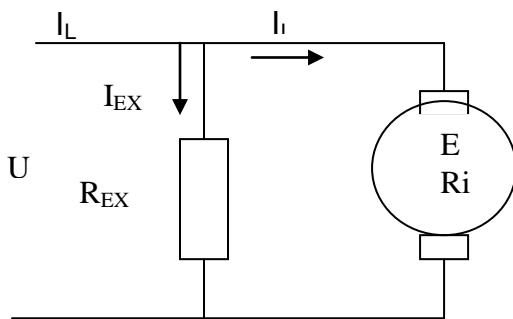
Para un motor de corriente continua, define: Estator, rotor, colector de delgas, escobillas.

**Respuesta:** Ver el apartado 4 "Constitución de un motor de corriente continua" y el apartado 5 "Funcionamiento de un motor de corriente continua".

#### 8.- Septiembre 2009. Opción B.

Dibuja el esquema eléctrico de un motor de corriente continua con excitación en derivación. Determina la fórmula que nos permite calcular el valor de la intensidad de corriente que circula por el motor.

**Respuesta:**



$$\left. \begin{array}{l} U = E + R_i \cdot I_i \\ I_L = I_{EX} + I_i \\ U = R_{EX} \cdot I_{EX}; \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} I_i = \frac{U - E}{R_i} \\ I_{EX} = \frac{U}{R_{EX}} \\ I_L = \frac{U - E}{R_i} + \frac{U}{R_{EX}} \end{array}$$

1                            2                            3

La intensidad que circula por el inducido se calcula utilizando la primera fórmula y la intensidad que circula por el inductor se halla con la segunda fórmula. La intensidad total que circula por el motor se obtiene usando la tercera fórmula.

**9.- Junio 2010. Prueba general. Opción A**

Indique cuales son las partes de los motores eléctricos en las que se producen las pérdidas de potencia.

**Respuesta:** Consultese el apartado 8 “Rendimiento”.

**10.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción B**

Describa los dos elementos fundamentales de un motor eléctrico de corriente continua. Explique el fundamento de operación y el funcionamiento de este tipo de motor.

**Respuesta:** Consultar apartados 2, 3, 4 y 5 de este tema (“Descubrimientos fundamentales”, “Ley de Faraday”, “Constitución de un motor de corriente continua” y “Funcionamiento de un motor de corriente continua”).

**11.- Junio 2011. Opción A**

En los motores de corriente continua indique las diferentes opciones que podríamos tomar para conseguir una inversión del sentido de giro del eje del motor. Si la inversión de giro se realizara en marcha, ¿qué opción sería la más adecuada?

## B) Máquinas eléctricas de corriente alterna.

### Introducción

Una de las aplicaciones más importantes de los motores de corriente alterna consiste en la construcción de robots y automatismos.

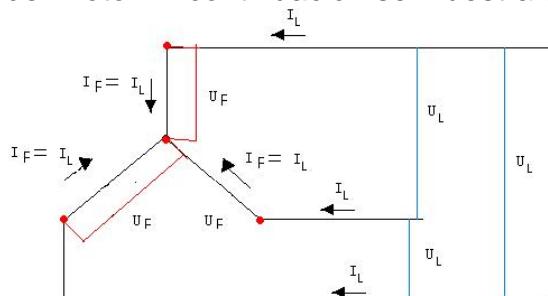
El tema se organiza en los siguientes apartados:

1. Conexión en estrella y en triángulo.
2. Diferencias entre señal continua y alterna.
3. Magnitudes fundamentales de un circuito de corriente alterna.
4. Definiciones de potencia activa, reactiva y aparente. Estos conceptos son necesarios para determinar el rendimiento de un motor y, por tanto, su calidad.
5. Constitución de un motor asincrónico y cálculo de su velocidad.

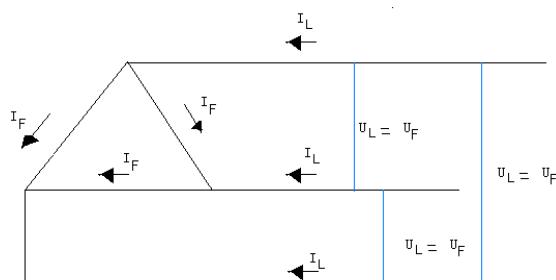
### Nociones básicas sobre motores de corriente eléctrica alterna.

#### 1- Conexión en estrella y en triángulo.

El estator de un motor asincrónico tiene tres devanados o arrollamientos y pueden estar conectados en estrella o en triángulo. Es importante conocer las características de estas conexiones para saber cómo deben estar conectados los devanados del estator del motor. A continuación se muestra un dibujo.



Conexión en estrella.



Conexión en triángulo.

En cada devanado del estator se define una corriente de fase y un voltaje de fase. Como hay tres devanados hay tres corrientes de fase y tres voltajes de fase.

Cuando el estator del motor está conectado en **estrella** se aprecia en el dibujo que la **intensidad de línea** (la de la red eléctrica) es la misma que la **intensidad de fase**. Sin embargo no se puede decir lo mismo de la tensión de línea y la tensión de fase. Esta última es menor que la primera y se puede demostrar que:

$$U_F = U_L / \sqrt{3}$$

Cuando el estator del motor está conectado en **triángulo** se aprecia en el dibujo que la **tensión de línea** (la de la red eléctrica) es la misma que la **tensión de fase**. Sin embargo no se puede decir lo mismo de la intensidad de línea y la intensidad de fase. Esta última es menor que la primera y se puede demostrar que:

$$I_F = I_L / \sqrt{3}$$

La intensidad de arranque de un motor asincrónico es elevada y para que disminuya primero se arranca en estrella y después se conecta en triángulo. Esto hace posible que el voltaje de fase sea el menor posible en el arranque y que por lo tanto la corriente de arranque sea también la menor posible.

## 2- Diferencia entre una señal eléctrica alterna y una continua.

Es imprescindible conocer la diferencia entre una señal alterna y continua. Estas tienen distintas características. El motor asincrónico está alimentado por corriente alterna y por lo tanto su funcionamiento va a ser distinto al de un motor alimentado por corriente continua.

A continuación se muestra cual es la diferencia entre una señal continua y una alterna. Para ello se dan las definiciones de corriente continua y alterna.

En **corriente continua** el nº de electrones que pasa por la sección del conductor en la unidad de tiempo se mantiene constante y el sentido en el que se mueven los electrones siempre es el mismo. Siempre se mueven desde el polo negativo de la pila hasta el positivo.

En **corriente alterna** el nº de electrones que pasa por la sección del conductor en la unidad de tiempo varía constantemente y los electrones cambian el sentido de movimiento continuamente (es como si el polo positivo y el negativo intercambiasen sus posiciones). Por ejemplo el sentido del desplazamiento de los electrones varía 50 veces por segundo en la corriente que llega a los edificios de consumo.

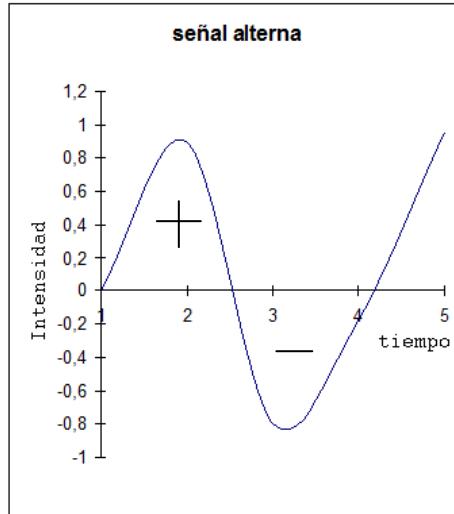
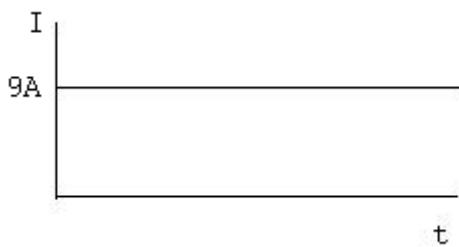
A continuación se representan dos señales una de corriente continua otra de corriente alterna.

Las diferencias entre estas dos señales se pueden apreciar en los gráficos de la siguiente página:

En la primera representación el valor de la intensidad es constante y siempre tiene el mismo signo (sentido de movimiento). En este caso es positivo.

En la segunda gráfica la intensidad toma distintos valores a lo largo del tiempo, además unas veces son positivos y otras negativos. En el primer caso los electrones se mueven en un sentido y en el segundo caso en sentido contrario.

### Señal continua.



### 3- Magnitudes importantes de una señal eléctrica alterna.

Ahora se van a especificar las magnitudes básicas de una señal eléctrica alterna. De esta forma se puede entender mejor el funcionamiento del motor. Este tiene unos arrollamientos alimentados por corriente alterna. Tendrán una resistencia o impedancia inductiva. El valor de esta se verá influido por los valores que toman los parámetros fundamentales de una señal eléctrica que alimenta el circuito. Por ejemplo la **frecuencia** de una señal alterna influye en las características del circuito eléctrico ya que influye en sus impedancias (resistencias), potencias y en la velocidad que adquiere en motor. Las magnitudes básicas de una señal alterna son las siguientes:

- **Ciclo:** Es la secuencia que se repite en una onda.
- **Longitud de onda:** Es el espacio recorrido por una onda en un ciclo completo.
- **Período (T):** Es el tiempo que tarda la onda en realizar un ciclo.
- **Amplitud:** es el valor máximo que alcanza la onda.
- **Frecuencia (f):** Número de ciclos que realiza la onda en la unidad de tiempo. Se mide en Hercios (Hz).
- El período y la frecuencia son inversamente proporcionales.

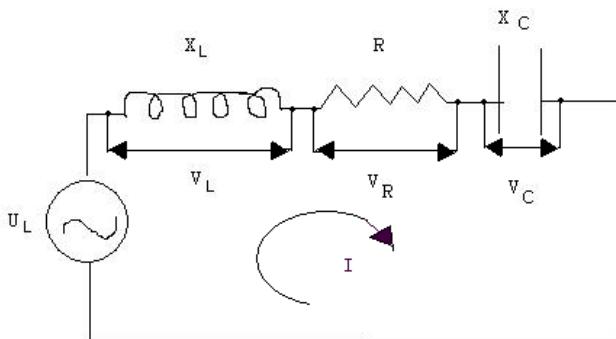
$$f=1/T$$

### 4- Magnitudes básicas de un circuito de corriente alterna.

Se va a indicar cuáles son las magnitudes más importantes en un circuito de corriente alterna. A partir de ellas en el apartado 5 se van a calcular las potencias en un motor asíncrono.

Las magnitudes más importantes son las impedancias (resistiva, capacitiva, inductiva), la intensidad y el voltaje en corriente alterna, la intensidad y el voltaje eficaces.

Sea el siguiente circuito en serie de corriente alterna.



### A) Impedancias.

En corriente alterna en vez de hablar de resistencias se habla de impedancias. Hay tres tipos y se miden en ohmios ( $\Omega$ ).

#### 1) Impedancia resistiva.

La impedancia resistiva en un circuito de corriente alterna es **R** y tiene el mismo valor en corriente continua y alterna.<sup>23</sup>

#### 2) Impedancia inductiva.

La impedancia inductiva en un circuito de corriente alterna está producida por una bobina o autoinducción **L**.

Una **bobina** es un conductor arrollado sobre un material no conductor.

Una fuerza electromotriz (f.e.m.). variable (producida por un generador de tensión alterna) va a producir un campo magnético variable en una **bobina** (debido al descubrimiento de Oersted). A su vez, según el descubrimiento de Faraday este campo magnético variable producirá una corriente y por lo tanto una fuerza contraelectromotriz (negativa) inducida en la bobina. “La f.e.m. de autoinducción es proporcional a la velocidad con la que varía la corriente”<sup>24</sup> suministrada por el generador. El coeficiente de proporcionalidad es **L** (autoinducción) y se mide en henrios.

$$E = -L \cdot di/dt$$

La **bobina** es capaz de almacenar **energía** en forma de **campos magnéticos**.

**X<sub>L</sub>** es la **impedancia inductiva** o resistencia que produce una autoinducción en un circuito de corriente alterna.

$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2\pi \cdot f \quad \rightarrow \quad f \text{ es la frecuencia de la señal alterna, se mide en hercios.}$$

<sup>23</sup> Esta magnitud se definió en el tema anterior en el apartado “Magnitudes fundamentales”, pág. 42.

<sup>24</sup> Ampliar en <http://www.sapiensman.com/electrotecnia/problemas16.htm>

### 3) Impedancia capacitiva.

La impedancia capacitiva en un circuito de corriente alterna está producida por un condensador.

Un **condensador** está formado por dos placas metálicas (armaduras) en cuyo interior hay un aislante. Puede almacenar cargas eléctricas en sus armaduras. Una de sus placas almacena cargas positivas y la otra negativas. De esta forma almacena **energía** en forma de **campos eléctricos**.

$X_C$  es la **impedancia** o resistencia que produce un condensador en un circuito de corriente alterna.

$$X_C = 1/C \cdot \omega = 1/C \cdot 2\pi \cdot f$$

La capacidad ( $C$ ) de un condensador se define como el cociente que se obtiene al dividir la carga que el condensador almacena en cada armadura entre el voltaje al que está sometido. Se mide en faradios.

En cada condensador la capacidad  $C$  es una constante. Por lo tanto se deduce que si el voltaje se multiplica o divide por una cantidad determinada la carga almacenada también lo hace.

Un condensador tiene una capacidad de un faradio si almacena un culombio en cada armadura cuando es sometido a un voltaje de un voltio.

### B) Voltaje e intensidad en corriente alterna.

El voltaje y la intensidad se definen igual en corriente alterna y en corriente continua. Sin embargo las señales tienen distintas características en continua y alterna y por lo tanto sus expresiones matemáticas son diferentes según se ve a continuación.

El **voltaje** en corriente alterna tiene una forma similar a la que tiene la **intensidad de corriente** pero está desfasado con respecto a esta un ángulo  $\varphi$ . Se definen con las siguientes fórmulas:

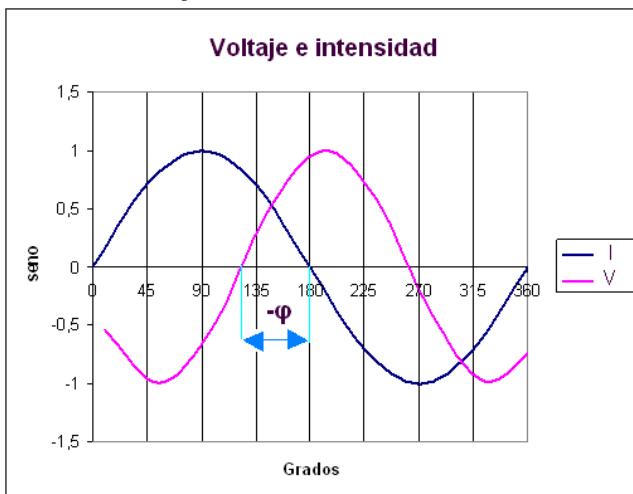
$$V = V_{MAX} \operatorname{sen}(\omega \cdot t)$$

$$I = I_{MAX} \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm \varphi)$$

Las dos magnitudes tienen forma senoidal porque los valores del voltaje e intensidad no se mantienen constantes. Como se ha explicado anteriormente aumentan y disminuyen su valor y además cambia el sentido de movimiento de los electrones. La función seno crece hasta uno, disminuye hasta cero, cambia de signo y se hace negativa aumentando su valor absoluto hasta -1, finalmente disminuye su valor absoluto hasta cero volviéndose a repetir el ciclo.

Cada vez que la función seno aumenta en valor absoluto también lo hace el valor de la magnitud. Cada vez que la función seno cambia de signo también lo hace el sentido de movimiento de los electrones.

## Representación de V e I.



### C) Valores eficaces del voltaje e intensidad.

El voltaje y la intensidad no se mantienen constantes. Por esta razón no se pueden utilizar estas expresiones para calcular la potencia consumida por un receptor o suministrada por la fuente. Para calcular la potencia se utilizan los valores eficaces de corriente y voltaje. A continuación se definen estos.

El valor eficaz de una corriente alterna es el valor que debería tener una corriente continua para producir la misma potencia a través de la misma resistencia.

Análogamente el valor eficaz de un voltaje alterno es el valor que debería tener un voltaje continuo para producir la misma potencia a través de la misma resistencia.

Se puede demostrar que:

$$I_{EF} = \frac{I_{MAX}}{\sqrt{2}} ; \quad V_{EF} = \frac{V_{MAX}}{\sqrt{2}}$$

Como V e I varían a lo largo del tiempo para representarlos se utilizan unos vectores denominados **fasores**. Estos tienen su origen en el centro del eje de coordenadas y su longitud viene determinada por el valor del voltaje e intensidad eficaz. La velocidad angular  $\omega$  es la velocidad de giro de estos vectores y su sentido de giro es antihorario.

$\omega = 2\pi f$ ; Siendo f la frecuencia de la señal alterna.

## 5- Potencia activa, reactiva y aparente.

Es fundamental conocer el significado de las distintas potencias que se pueden dar en un motor de corriente alterna. También es esencial poderlas calcular. A continuación se van a definir los distintos tipos de **potencias** y se va a deducir la fórmula para calcularlas.

Primero es necesario representar los **voltajes** de un circuito en serie de corriente alterna. Para hallar la potencia se van a utilizar valores eficaces.

En el circuito representado justo antes de abordar apartado A del punto 4 (“Magnitudes básicas de un circuito de corriente alterna”) se puede observar que circula la misma intensidad por cada uno de los receptores ya que el circuito está conectado en serie.

Para calcular el voltaje que cae en cada receptor se multiplica la intensidad eficaz por el valor de la impedancia correspondiente.

$$V_L = I \cdot X_L \quad V_C = I \cdot X_C \quad V_R = I \cdot R$$

**$V_L$**  es el voltaje de línea o la tensión suministrada por la fuente de corriente eléctrica alterna.

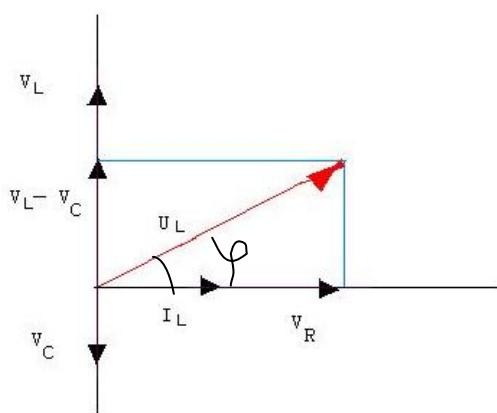
En un circuito de corriente eléctrica en serie la fuerza electromotriz que suministra el generador es igual a la suma de los voltajes que consumen los receptores.

La **resistencia** no produce ningún desfase del voltaje  **$V_R$**  con respecto a la intensidad de línea.

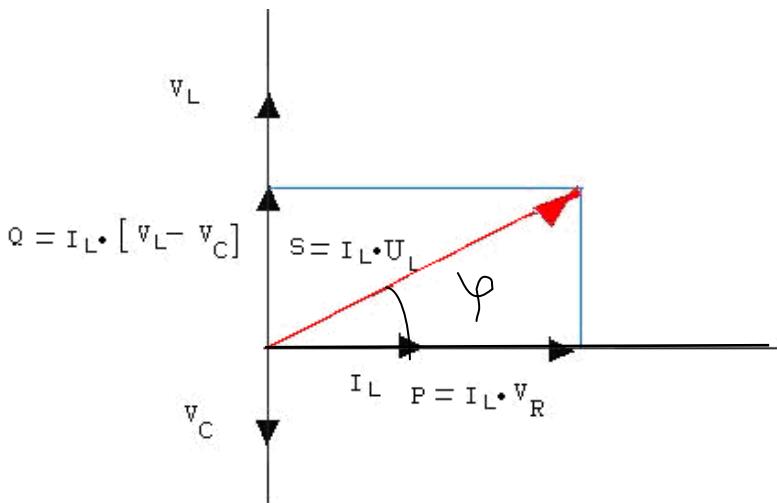
El **condensador** produce un desfase negativo de  $-90^\circ$  del voltaje  **$V_C$**  con respecto a la intensidad de línea.

La **autoinducción** produce un desfase positivo de  $90^\circ$  del voltaje  **$V_L$**  con respecto a la intensidad de línea.

En el gráfico se representan la fuerza electromotriz (f.e.m.) de la fuente o tensión de línea ( $U_L$ ) y los voltajes de los receptores dibujados en el circuito representado al principio del apartado 4 de este tema.



Como  $P=V \cdot I$ , si se multiplican los valores de voltaje obtenidos al comienzo de este apartado por la intensidad que circula por el circuito se obtiene el **triángulo de potencias**.



“La **potencia activa P** es la potencia eléctrica absorbida de la red eléctrica por el receptor para realizar trabajo. Se mide en vatios (w).

$$P_{ABS} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi$$

Cuando más adelante se calcule el rendimiento hay que tener en cuenta que: la potencia activa es la absorbida por el receptor ( $P_{ABS}$ ) y la potencia obtenida en el eje ( $P_U$ ) es menor que la absorbida debido a rozamientos, corrientes parásitas, y pérdidas por efecto Joule.

La **potencia reactiva Q** indica la potencia que se emplea para la formación de campos magnéticos en las bobinas y para la carga de los condensadores (creación de campos eléctricos). Su unidad es el voltamperio reactivo (VAr).

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi$$

$$\sin\varphi = \frac{Q}{S}$$

En los motores hay una pérdida de potencia en los arrollamientos del motor. La impedancia es inductiva y la energía se pierde en la magnetización y desmagnetización de las bobinas o autoinducciones (arrollamientos).

**Potencia aparente S** se calcula multiplicando la intensidad y la tensión de línea por  $\sqrt{3}$ . Se obtiene sumando la potencia activa y la potencia reactiva. Es la potencia absorbida de la red pero no toda se transforma en trabajo. Parte de ella se pierde en la creación de campos magnéticos y eléctricos en las autoinducciones y condensadores. Su unidad es el voltamperio.

$$S = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Cuando en los problemas se habla de la **potencia absorbida** de la red por los receptores se refiere a la **potencia activa (P)**. Esta es la que se aprovecha y a partir de ella se puede obtener el rendimiento del receptor.

El **factor de potencia** ( $\cos \varphi$ ) es el cociente de la potencia activa entre la potencia aparente y representa el coseno del ángulo de desfase que hay entre la potencia activa y la potencia aparente. Coincide con el ángulo de desfase existente entre la intensidad y la tensión de línea.

Conviene que el factor de potencia (f.d.p.) se aproxime a uno de esta forma la mayor parte de la potencia absorbida de la red (S) se convertirá en potencia útil o mecánica (P).

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

## 6- Rendimiento.

Una característica importante de los motores es su rendimiento. Este debe ser lo más elevado posible y siempre menor que uno, a no ser que se exprese en tanto por ciento. A continuación se escriben la definición y la fórmula del rendimiento de un motor asíncrono.

El **rendimiento** igual que en los motores de corriente continua se define como el cociente de la potencia útil (obtenida en el eje del motor) entre la potencia absorbida o **potencia activa** (absorbida por el motor y transformada íntegramente en trabajo). Si la magnitud obtenida se aproxima a uno la potencia aprovechada será mayor y por lo tanto el motor tendrá un buen rendimiento.

$$\eta = \frac{P_u}{P_{ABS}} = \frac{M \cdot \omega}{\sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi}$$

En la fórmula anterior se tiene en cuenta que la potencia útil siempre es menor que la absorbida, esto es debido a las pérdidas que existen en el motor. Estas coinciden con las estudiadas en los motores de corriente continua y son:

1. Pérdidas por corrientes de Foucault e histéresis.
2. Perdidas de calor por efecto Joule.
3. Rozamientos entre las partes fijas y móviles de un motor.<sup>25</sup>

## 7- Constitución de un motor asíncrono y cálculo de su velocidad.

Es fundamental poder calcular la velocidad de un motor asíncrono. Esta debe ser adecuada para que el motor pueda ser utilizado en una aplicación concreta. A continuación se deduce la fórmula de la velocidad, para ello se explica primero el funcionamiento del motor.

El motor asíncrono consta de un rotor (gira) y un estator (fijo). El primero es una corona formada por láminas concéntricas de material magnético aisladas entre si. Tiene unos entrantes y unos salientes en los que se alojan las bobinas. El rotor está unido al eje del motor. El estator es exterior al rotor y está formado por una corona

---

<sup>25</sup> Consultar en el tema anterior el apartado 8 “Rendimiento y potencia eléctrica interna”, pág. 48

formada por láminas de material magnético aisladas entre si. Tiene unos entrantes y unos salientes donde se aloja el devanado inductor.

En un motor asincrónico la corriente que alimenta los devanados del inductor (estator) es alterna. Según el descubrimiento de Oersted se produce un campo magnético, pero al ser la intensidad alterna el campo magnético producido es giratorio. Este crea un flujo magnético variable. Según el descubrimiento de Faraday el campo magnético variable crea una fuerza electromotriz en los devanados del rotor.

$$E = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

Como se ha creado una corriente en el **rotor (inducido)**, según Oersted también se creará un campo magnético que tenderá a seguir al campo magnético variable del estator produciéndose el giro del rotor.

**$n_1$**  es la **velocidad** de giro del **campo magnético del estator**. Se mide en revoluciones por minuto.

**$f_1$**  es la **frecuencia de la corriente** que alimenta el **estator**. Se mide en hercios.

**p** es el **nº de pares de polos** que se crea en el devanado del estator.

Se puede demostrar que:

$$n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} \quad \boxed{1}$$

El rotor nunca puede girar a la misma velocidad que el campo magnético del estator, ya que si girasen a la misma velocidad, el rotor se pararía porque la variación de flujo magnético sería nula. El efecto que se produciría en este caso sería similar al de un imán que sigue a otro y cuando lo alcanza se para. El **deslizamiento (s)** da una idea de la diferencia que se da entre la velocidad de giro del campo magnético del estator y la del rotor.

$$s = \frac{n_1 - n_r}{n_1} \quad \boxed{2}$$

Al sustituir la velocidad  $n_1$  (obtenida en la fórmula 1) en la fórmula 2 se obtiene la siguiente fórmula con la que se puede calcular la velocidad del rotor.

$$n_r = (1-s) \cdot n_1 = (1-s) \cdot \frac{60 \cdot f_1}{p}$$

Para resolver los problemas hay que tener en cuenta que  $n$  viene dado en r.p.m.

## Problemas sobre motores de corriente alterna.

### 1.- Septiembre 2001.

Un motor trifásico de corriente alterna de 57 kw y tensión de 220/380 Voltios, tiene un factor de potencia de 0.75 y un rendimiento del 85%. Determinar:

- La intensidad que absorbe si se conecta a una línea de 220 Voltios.
- La intensidad de corriente que circula por el devanado del estator.
- Si ahora se conecta a una línea de 380 Voltios, obtener la intensidad que absorbe y la intensidad que circula por el devanado del estator.

Datos.	Solución.
$P_U = 57 \text{ KW}$	a) El motor está conectado en triángulo porque
$V = 220/380 \text{ V}$	$V_L = V_F = 220 \text{ V}$
$\cos \varphi = 0,75$	$\eta = P_U / P_{ABS} = 57.000 \text{ w} / P_{ABS} = 0,85; P_{ABS} = 67.058,8 \text{ w}$
$\eta = 85\%$	$P_{ABS} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \cdot I_L \cdot 0,75 = 67.058,8 \text{ w}$
$I_{ABS}, I_{ESTATOR}?$ Si $V_L = 220 \text{ V}$	$I_{ABS} = I_L = 67.058,8 \text{ w} / (\sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \cdot 0,75) = 234,64 \text{ A}$
$I_{ABS}, I_{ESTATOR}?$ Si $V_L = 380 \text{ V}$	b) $I_{ESTATOR} = I_F = I_L / \sqrt{3} = 234,64 \text{ A} / \sqrt{3} = 135,47 \text{ A}$
	c) El motor está conectado en estrella porque $V_L = 380 \text{ V}$ y $V_F = V_L / \sqrt{3} = 220 \text{ V}$
	$P_{ABS} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$
	$P_{ABS} = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot I_L \cdot 0,75 = 67.058,8 \text{ w}$
	$I_{ABS} = I_L = 135,85 \text{ A}$
	$I_{ESTATOR} = I_F = 135,85 \text{ A}$

### 2.- Septiembre 2002.

Un motor trifásico tiene una potencia de 50 CV y está conectado a una tensión de 380 V. Su factor de potencia es 0.8, y su rendimiento el 85 %. Suponiendo que está conectado en estrella, determinar:

- La intensidad de fase.
- Las potencias activa, reactiva y aparente.

Datos.	Solución
$P_U = 50 \text{ CV}$	1) $P_U = 50 \text{ cv} \cdot (735 \text{ w} / 1 \text{ cv}) = 36.750 \text{ w}$
$V = 380 \text{ V}$	$P_{ABS} = P_U / \eta = 36.750 \text{ w} / 0,85 = 43.235,3 \text{ w}$

$\cos \varphi=0,8$	$P_{ABS} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot I_L \cdot 0,8$
$\eta = 85\%$	$I_L = I_F = 43.235,3 \text{ w} / (\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 0,8) = 82,1 \text{ A}$
$I_F, P, Q, S?$	<p>2) <math>P = 43.235,3 \text{ w}</math></p> <p><math>S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 82,1 \text{ A} = 54.036,5 \text{ VA}</math></p> <p><math>Q = \sqrt{(S^2 - P^2)} = \sqrt{(54.036,5^2 - 43.235,3^2)} = 32.413,76 \text{ VA}</math></p>

### 3.- Junio 2003. Opción A.

Un motor eléctrico trifásico debe accionar una máquina venciendo un par resistente de 4500 N·m y manteniendo una velocidad de rotación de 0.75 rad/sg. El rendimiento mecánico del conjunto es de 0.7 y el motor tiene un factor de potencia de 0.85, estando preparado para conectarse a las tensiones de 220/380V. La red disponible tiene una tensión de 380 V. Se desea saber:

- a) Cómo debe efectuarse la conexión. Razona la respuesta.
- b) Para las condiciones normales de trabajo, ¿cuál será la intensidad de corriente que circulará por la línea de conexión y cuál la intensidad que circulará por las bobinas del estator del motor?

Datos.	Solución
$M=4.500 \text{ N}\cdot\text{m}$	<b>a)</b> El motor se debe conectar en <b>estrella</b> así la tensión de fase es igual a $V_L / \sqrt{3} = 380 \text{ V} / \sqrt{3} = 220 \text{ V}$ . Esta también es la tensión de fase que tendría el motor conectado en triángulo y con una tensión de línea de 220 V.
$\omega = 0,75 \text{ rad/s}$	
$\eta = 70\%$	
$\cos \varphi=0,85$	<b>b)</b> $P_U = M \cdot \omega = 4.500 \text{ N}\cdot\text{m} \cdot 0,75 \text{ rad/s} = 3.375 \text{ w}$
$V=220/380 \text{ V}$	$P_{ABS} = P_U / \eta = 3.375 \text{ w} / 0,7 = 4.821,43 \text{ w}$
	$P_{ABS} = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot I_L \cdot 0,85 = 4.821,43 \text{ w}$

¿Conectado en  $\lambda$  o en  $\Delta$ ?  $I_F, I_L?$

$$I_L = I_F = 4.821,43 \text{ w} / (\sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 0,85) = 8,62 \text{ A}$$

### 4.- Junio 2007. Opción B.

Un motor de inducción trifásico de 220 V, 50 Hz y cuatro polos mueve una carga cuyo par resistente es de 6.5 N·m. Sabiendo que el motor absorbe de la red 1200 W y que su rendimiento es de 0,82, determinar la velocidad de su eje y el deslizamiento.

Datos.	Solución
$V=220 \text{ V}$	$P_{ABS} = P_U / \eta \longrightarrow 1.200 \text{ w} = P_U / 0,82 \longrightarrow P_U = 984 \text{ w}$
$f=50 \text{ Hz}$	$P_U = M \cdot \omega \longrightarrow 984 \text{ w} = 6,5 \text{ N}\cdot\text{m} \cdot \omega$
$P=2$	$\omega = 984 \text{ w} / 6,5 \text{ N}\cdot\text{m} = 151,38 \text{ rad/s.}$

<b>M=6,5 N·m</b>	$n = \frac{151,38 \cdot 60}{2 \cdot \pi} = 1.445,57 \text{ rpm}$
<b>P<sub>ABS</sub>=1200 w</b>	$n_r = (1-s) \cdot (60 \cdot f)/p \rightarrow 1.445,57 \text{ rpm} = (1-s) \cdot (60 \cdot 50 \text{ Hz})/2$
<b>η= 0,82</b>	$2.891,14 = (1-s) \cdot 60 \cdot 50 \text{ Hz} = 3.000 - 3.000 \cdot s$
<b>ω s?</b>	$s = (3.000 - 2891,14) / 3.000 = 0,036 \rightarrow s = 3,6\%$

Cuestiones sobre motores de corriente alterna.

### 1.- Septiembre 2002.

Considérese un motor eléctrico asíncrono trifásico. Define y explica el método de arranque directo y el método de arranque estrella-tríangulo, utilizados para este tipo de motores. Haz una representación gráfica de las conexiones de red de dichos métodos e indica los niveles de tensión a los que están sometidos los devanados del motor en cada caso.

### 2.- Junio 2007. Opción A.

Motores asíncronos: descripción física y principio de funcionamiento.

**Respuesta:** Consultar el apartado 7 “Constitución de un motor asíncrono y calculo de su velocidad”.

### 3.- Junio 2008. Opción A.

Considérese un motor eléctrico que dispone de un sistema de arranque “estrella-tríangulo”.

Explica cómo funciona este tipo de arranque. Dibuja y explica las curvas de “par en función de la velocidad” y de “intensidad en función de la velocidad” para un motor con arranque estrella-tríangulo.

### 4.- Septiembre 2009. Opción A.

Un motor trifásico está conectado en estrella a una tensión de 380 V. ¿Será posible conectarlo a 220 V sin que la potencia se vea decrementada?. Si la intensidad que circulaba en el primer caso por cada línea era de 20 A, ¿cuál sería la intensidad que circulará cuando se conecte a 220 V?

**Respuesta:** Sí que es posible mantener la potencia constante conectándolo en triángulo, de esta forma la intensidad de línea debe ser  $\sqrt{3} I_{ESTRELLA}$ .

A continuación se ve con el ejemplo en el que  $I_{ESTRELLA}=20A$ .

$$\left. \begin{array}{l} P = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \\ P_{ESTRELLA} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 20 \\ P_{TRIÁNGULO} = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot I_{L TRIÁNGULO} \end{array} \right\} \sqrt{3} \cdot 380 \text{ V} \cdot 20 \text{ A} \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \text{ V} \cdot I_{L TRIÁNGULO} \cdot \cos\varphi$$

$$I_{L TRIÁNGULO} = \frac{380 \text{ V} \cdot 20 \text{ A}}{220 \text{ V}} = \sqrt{3} \cdot 20 \text{ A}$$

$$I_{L\text{ TRIÁNGULO}} = \frac{I_{F\text{TRIÁNGULO}}}{\sqrt{3}} = 20 \text{ A} I_{F\text{ESTRELLA}}$$

$I_{L\text{ TRIÁNGULO}}$  es la intensidad absorbida de la red por el motor.  
 $I_{F\text{TRIÁNGULO}}$  es la intensidad que circula por cada devanado o fase del estator.

#### 5.- Junio 2010. Prueba general. Opción B

Describa los elementos fundamentales y principio de funcionamiento de un motor de corriente alterna.

**Respuesta:** Ver el apartado 7 “Constitución de un motor asincrónico y cálculo de la velocidad”.

#### 6.- Junio 2010. Prueba específica. Opción B

Conteste, razonando la respuesta, las siguientes cuestiones:

- Explique cuál es el contenido de las cajas de conexiones, o bornes, de los motores asincrónicos.
- Explique cómo debe realizarse la conexión entre las bobinas inductoras y la red eléctrica para que el motor arranque en estrella y para que arranque en triángulo.
- Explique en qué consiste el arranque estrella-triángulo.

## Tema 4. Materiales.

### Introducción.

Bajo el rótulo general de materiales se recoge lo que en realidad se va a centrar en el estudio de las aleaciones de los materiales metálicos y los aceros. Este metal es una aleación de hierro y carbono y en la actualidad es ampliamente utilizado para construir edificios, fabricar herramientas o máquinas. Las propiedades de los aceros van variando en función de la concentración de carbono o de los tratamientos a los que sean sometidos. Además, también se abordará la interpretación de los diagramas de fase de algunas aleaciones, que se utilizan en la fabricación de timbres, válvulas, cojinetes, bisutería, tuberías, estructuras de aviones, ruedas de vehículos, fusibles, etc.

Al igual que hasta ahora, en este tema se aborda la teoría necesaria para afrontar los problemas. Al principio se dan las definiciones básicas para la comprensión de los diagramas de fase. El siguiente paso será explicar cómo se interpretan y se trabaja con los diagramas de fase. Estos se ven en este orden:

- Diagrama de fases de dos metales totalmente solubles.
- Diagrama de fase de dos metales parcialmente solubles en estado sólido.
- Diagrama hierro – Carbono.

Trabajando con estos diagramas se puede conocer por ejemplo qué porcentaje de cada material hay en una aleación o en qué fase está esta. Al final de este desarrollo teórico se dan algunas nociones básicas del ensayo de tracción, ya que en los últimos exámenes de las P.A.U. han aparecido algunos problemas que requieren de esta explicación.

### Nociones básicas de materiales.

#### 1- Definiciones básicas.

Las definiciones que se dan a continuación junto a otras que aparecen más adelante hacen posible que se puedan interpretar los diagramas de fase. A partir de estos se puede deducir que fases están presentes en una aleación o cuanta cantidad de disolvente y soluto hay en la misma.

En los metales los átomos están situados en celdas unidad (paralelepípedos) que se repiten en el espacio y por traslación forman la **red cristalina**.

La celda unidad se caracteriza por tres vectores, los ángulos que forman entre sí y las posiciones que ocupan los átomos. Para cada **celda unidad** hay una **red cristalina**. En total hay 14 redes cristalinas.

**Aleación** “es una mezcla de dos o más metales o de algún metal y no metales.

Cuando se mezclan metales que cristalizan según la misma red tridimensional, se denomina **disolvente** al que interviene en mayor proporción y **sólido** al que lo hace en proporción menor.

Cuando **los metales** cristalizan en distinta red, se designa como **disolvente** al metal cuya estructura cristalina es la misma que la de la aleación”<sup>26</sup> resultante.

---

<sup>26</sup> Ver José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 60.

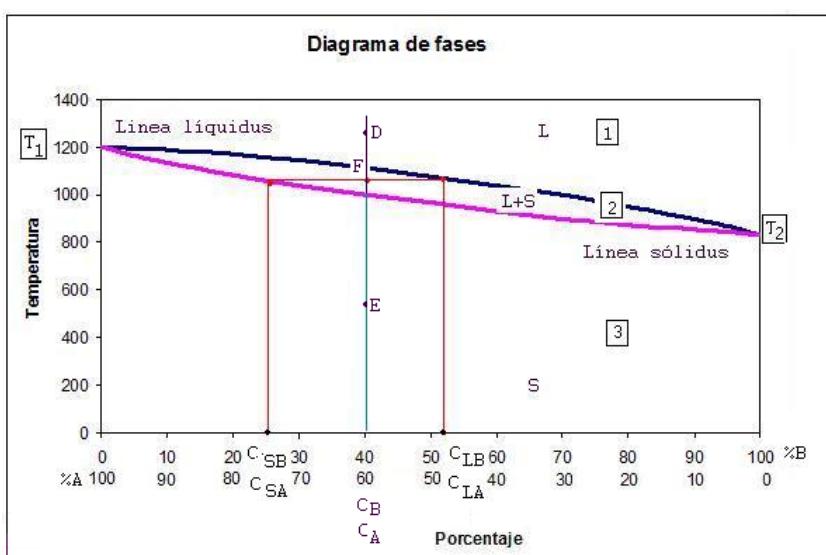
En las **aleaciones o soluciones sólidas de sustitución** los átomos de soluto sustituyen a los átomos del metal en la red cristalina.

En las **aleaciones o soluciones sólidas de inserción** los átomos de soluto se introducen en los huecos de la red cristalina.

Un **diagrama de fases** es “la representación gráfica de las fases presentes en un material para diferentes temperaturas, presiones y composiciones.”<sup>27</sup>

## 2- Diagrama de fases de dos metales totalmente solubles.

En este apartado se representa el diagrama de fases de dos metales totalmente solubles en estado sólido y líquido. La aleación en estos dos estados está compuesta por los dos materiales mezclados entre si. Uno de ellos es el soluto y el otro el disolvente.



En el eje de abscisas se especifica la **composición** de la aleación. En el eje de ordenadas se especifican las temperaturas.

Como se ha indicado anteriormente este diagrama de fases corresponde al de una aleación de dos metales A y B. El metal A solidifica a una temperatura  $T_1$  y el metal B solidifica a una temperatura  $T_2$ . Una aleación de los dos metales solidificará a una temperatura intermedia entre  $T_1$  y  $T_2$ .

Se deben destacar **dos líneas** del diagrama:

**Línea líquidus** (azul): la aleación está en estado líquido y a medida que disminuye la temperatura se transforma en sólido.

**Línea sólidus** (rosa): La aleación está en estado sólido y a medida que aumenta la temperatura se transforma en líquido.

En el diagrama se pueden distinguir **tres zonas**.

**Zona 1:** La aleación es líquida. Por ejemplo en el **punto D** de esta zona se traza una línea vertical y se obtiene el porcentaje de metal A y B en la aleación. En este caso se obtiene el 60% de A y el 40% de B.

<sup>27</sup> Consultar José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 67.

**Zona 3:** La aleación es sólida. Por ejemplo en el **punto E** de esta zona se traza una línea vertical y se obtiene el porcentaje de metal A y B en la aleación. Este es 60% de A y 40% de B.

**Zona 2:** En la aleación coexisten las fases sólida y líquida. El **punto F** representa una aleación de este tipo.

Las dos reglas siguientes permiten obtener datos del diagrama de fases, como por ejemplo porcentaje y composición de cada fase en esta zona.

#### A) Regla de la horizontal.

Mediante la **regla de la horizontal** se puede saber el porcentaje de metal A que hay en la aleación que está en estado sólido y el porcentaje de metal A que hay en la aleación que se encuentra en fase líquida. Análogamente se puede calcular el porcentaje de metal B que se da en cada una de las fases.

Para conocer estas cantidades se traza una línea horizontal que pase por F hasta que corte a las líneas *líquidus* y *sólidus*.

Posteriormente se trazan perpendiculares al eje de abscisas desde los puntos de corte con las líneas *líquidus* y *sólidus*. En la vertical que sale de la línea **sólidus** se encuentran los porcentajes de A y B en estado sólido ( $C_{SB}=25\%$  de B y  $C_{SA}=75\%$  de A).

En la vertical que sale de la línea ***líquidus*** se encuentran los porcentajes de A y B en estado líquido ( $C_{LB}=52\%$  de B y  $C_{LA}=48\%$  de A).

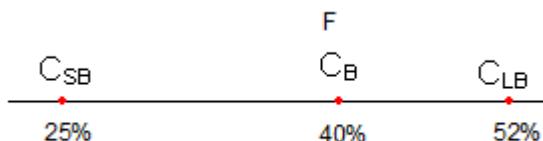
#### B) Regla de los segmentos inversos.

Para conocer el **porcentaje de sólido y líquido** que hay en una aleación como la representada en el punto F se utiliza la **regla de los segmentos inversos o regla de la palanca**.

$C_B$  es la concentración o tanto por ciento del componente B cuando se dispone una aleación como la del punto F.

$C_A$  es la concentración o tanto por ciento del componente A cuando se dispone una aleación como la del punto F.

A continuación se representa el segmento horizontal trazado desde F hasta las líneas *líquidus* y *sólidus*.



$$\omega_L = \frac{C_B - C_{SB}}{C_{LB} - C_{SB}} = \frac{40-25}{52-25} = 0,55\%; \quad \omega_L = 55\%$$

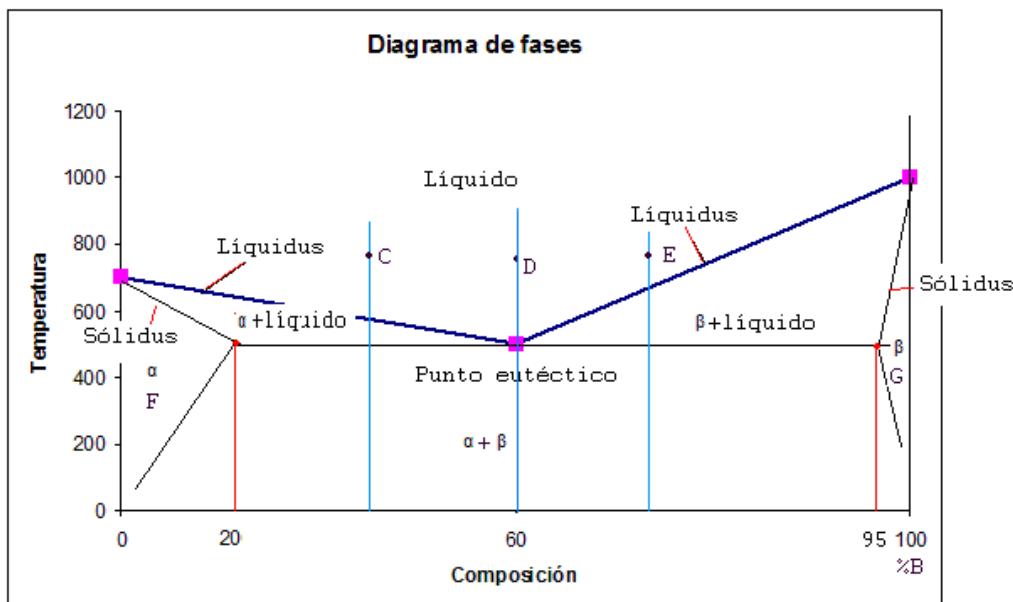
$$\omega_S = \frac{C_{LB} - C_B}{C_{LB} - C_{SB}} = \frac{52-40}{52-25} = 0,45\%; \quad \omega_S = 45\%$$

52% de B  
 48% de A  
 25% de B  
 75% de A

Se podría haber resuelto utilizando las concentraciones de A el resultado sería el mismo.

### 3- Diagrama de fases de dos metales parcialmente solubles en estado sólido.

A continuación se representa el **diagrama de fases de dos metales totalmente solubles en estado líquido y parcialmente solubles en estado sólido**. La aleación de estos dos metales está formada por los dos metales mezclados entre sí cuando la aleación es líquida, pero cuando la aleación es sólida está compuesta por capas alternas de cada metal. Sólo cuando la concentración de uno de ellos es muy alta los dos metales se pueden mezclar entre si formando una solución sólida. Se dice que los dos metales son **parcialmente solubles entre si en estado sólido** porque cuando las aleaciones son sólidas en la mayor parte de las concentraciones los metales no se pueden mezclar y como se ha indicado el sólido está formado por capas alternas de ambos sólidos y solo se pueden mezclar cuando la concentración de uno de los sólidos es muy grande y por lo tanto la del otro muy pequeña.



El metal A cristaliza en la red cristalina  $\alpha$  y el metal B cristaliza en la red cristalina  $\beta$ . Se supone que se dispone de una aleación con el 60 % de metal B. Cuando disminuye la temperatura por debajo del **punto eutéctico**, la disolución líquida correspondiente al **punto D**, se transforma directamente en una solución sólida formada por capas alternas de metal A y de metal B (aleación eutéctica).

Cuando un líquido se transforma directamente en un sólido formado por capas alternas de dos sólidos se tiene una **aleación eutéctica**.

Las aleaciones con concentraciones que están a la izquierda de la concentración eutéctica se denominan **hipoeutécticas**. Si se dispone de una aleación líquida como la representada en el **punto C** al disminuir la temperatura se transforma parcialmente en fase sólida  $\alpha$  y en líquido. Si la temperatura sigue disminuyendo por debajo de la temperatura eutéctica se transforma en una solución sólida formada por capas alternas de metal A y de metal B ya que estos metales son insolubles entre si.

Las aleaciones con concentraciones que están a la derecha de la concentración eutéctica se denominan **hipereutécticas**. Si se dispone de una aleación líquida como la representada en el **punto E** al disminuir la temperatura se transforma parcialmente en fase sólida  $\beta$  y en líquido. Si la temperatura sigue disminuyendo por debajo de la temperatura eutéctica se transforma en una solución sólida formada por capas alternas de metal A y de metal B ya que estos metales son insolubles entre si.

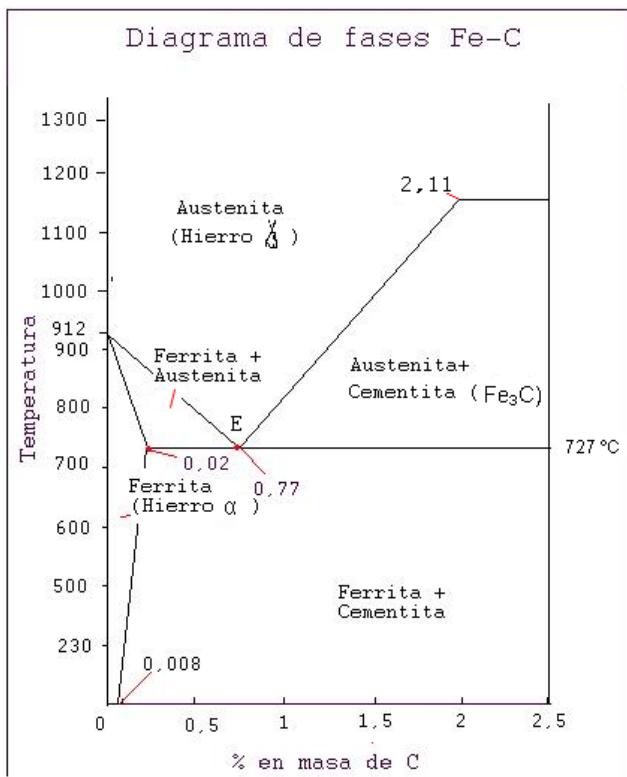
En la **zona F** ambos metales cristalizan en la red cristalina  $\alpha$  (sólido). Casi toda la aleación está formada por metal A. Los dos metales son solubles pero sólo cuando la concentración de B es pequeña. Hay una concentración máxima de B que el metal A puede admitir. En este caso se obtiene una **solución saturada de B en A**, en esta B tiene una concentración del 20%.

En la **zona G** ambos metales cristalizan en la red cristalina  $\beta$  (sólido). Casi toda la aleación está formada por metal B. Los dos metales son solubles pero sólo cuando la concentración de A es pequeña. Hay una concentración máxima de A que el metal B puede admitir. En este caso se obtiene una **solución saturada de A en B**, en esta A tiene una concentración del 5%.

En las **zonas del gráfico** en las que hay dos fases (líquido +  $\alpha$ , líquido +  $\beta$ , las fases sólidas  $\alpha + \beta$ ), se puede aplicar la **regla de la horizontal** y la **regla de los segmentos inversos**.

#### 4- Diagrama Fe- C.

A continuación se han representado los puntos fundamentales del diagrama Fe- C (sólo para los aceros). A partir de este diagrama se pueden conocer las transformaciones que sufre un acero cuando se eleva o disminuye su temperatura o cuando se añade carbono. También se pueden saber las características de los distintos aceros.



En el diagrama Fe-C se observa que si se dispone de un acero con 0,77 % de carbono, al disminuir la temperatura por debajo de 727 °C un sólido (austenita) se transforma en otro formado por capas alternas de dos sólidos (ferrita + cementita). Esta es una aleación eutectoide. Cuando un sólido se transforma directamente en otro formado por capas alternas de dos sólidos se tiene una **aleación eutectoide**.

Austenita → Perlita (Ferrita+ Cementita).

1. La **austenita, ferrita y cementita** son soluciones sólidas de inserción de átomos de C en Fe. Para resolver los problemas de los aceros es necesario conocer el porcentaje máximo de carbono que tienen estos metales. En el gráfico se puede apreciar que:
  - 1.1 La **ferrita o hierro α** tiene como mucho un 0,02% de C a 727 °C y el porcentaje de este va disminuyendo a medida que baja la temperatura hasta 0,008 %. Este porcentaje se mantiene hasta llegar a la temperatura ambiente.
  - 1.2 En el **punto E** (eutectoide) a 727 °C la aleación tiene 0,77% de C y al disminuir la temperatura la **austenita** se transforma directamente en **perlita**. Esta está formada por capas alternas de **cementita y ferrita**.
  - 1.3 La **cementita** tiene un 6,67% de C como máximo. Este dato no aparece en el gráfico.

En las **zonas del gráfico** en las que hay dos fases (ferrita + austenita, austenita + cementita, ferrita + cementita) se pueden aplicar la regla de la horizontal (se obtienen porcentajes de Fe y C) y la regla de los segmentos inversos.

## 5- Ensayo de tracción.

El ensayo a la tracción consiste en tomar una probeta alargada de dimensiones normalizadas y aplicar un esfuerzo de tracción tirando de sus dos extremos. Se representan en una gráfica la fuerza aplicada por unidad de superficie (**esfuerzo**) y el alargamiento producido por unidad de longitud (**alargamiento unitario**).

### Fórmulas:

1)

$$\text{Así se definen } \sigma = \frac{F}{S}$$

**$\sigma$**  Es el esfuerzo.

**F** es la fuerza aplicada en la probeta.

**S** es la sección de la probeta.

### Unidades.

$$\sigma = \frac{\text{Newton(N)}}{\text{metro}^2 (\text{m}^2)} = \text{Pascal (Pa)}$$

2)

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

**$\epsilon$**  es el alargamiento unitario.

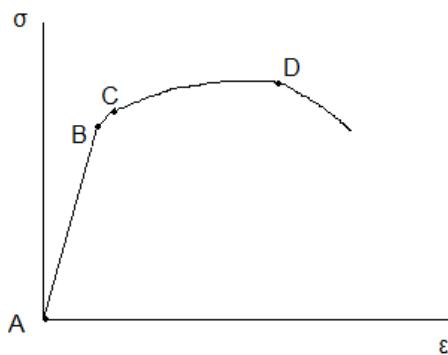
Es una magnitud adimensional.

$\Delta l$  es el incremento de longitud de la probeta.

$l_0$  es la longitud inicial de la probeta.

$$\Delta l = l_{\text{FINAL}} - l_0$$

$l_{\text{FINAL}}$  es la longitud final de la probeta.



En la gráfica se pueden distinguir cuatro zonas.

**AB** es la **zona de proporcionalidad**. El **esfuerzo  $\sigma$**  es proporcional al **alargamiento unitario  $\epsilon$** . Se cumple la **ley de Young**:  $\sigma = \epsilon \cdot E$ . La constante de proporcionalidad **E** es el **módulo de Young**. Este se mide en las mismas unidades que el esfuerzo.

Las deformaciones que se producen en este caso no son permanentes y cuando cesa el esfuerzo la probeta recupera su forma original.

**BC** es la **zona elástica**. Ya no se cumple la ley de Young pero las deformaciones siguen siendo elásticas y la probeta recupera su longitud inicial al cesar el esfuerzo.

**CD** es la **zona de deformaciones plásticas**. Tampoco se cumple la ley de Young en esta zona y además la probeta no recupera su forma original al cesar el esfuerzo. Se producen deformaciones permanentes.

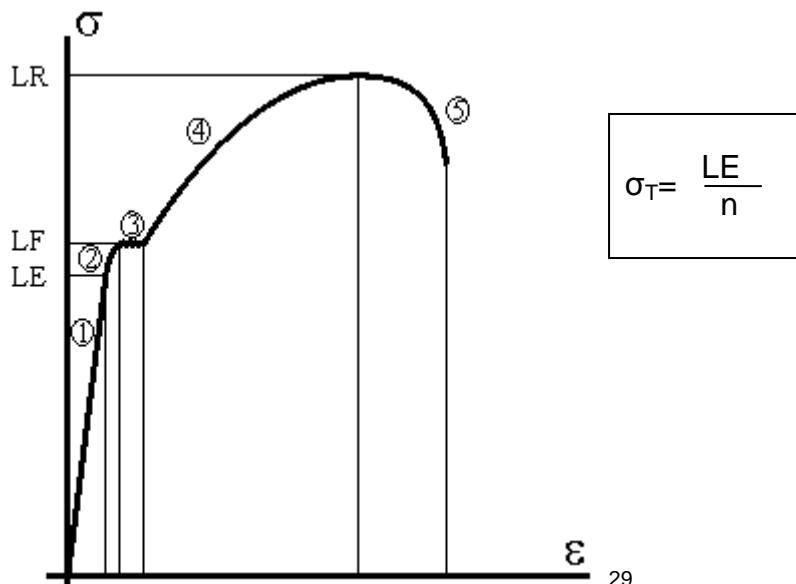
A partir del **punto D** hasta el final de la curva está representada la **zona de rotura**. La probeta comienza a romperse y aunque disminuya el esfuerzo aplicado el alargamiento es elevado.

La **resistencia a la tracción** se define como el máximo esfuerzo que es capaz de soportar una probeta sin romperse. En el gráfico corresponde al esfuerzo leído en el punto **D**.

El **límite de proporcionalidad** corresponde al esfuerzo máximo para el que  $\sigma$  y  $\epsilon$  son proporcionales (**punto B**).

El **límite de elasticidad** corresponde al esfuerzo máximo para el que las deformaciones son elásticas (**punto C**).

“Los diseños técnicos se realizan para que las piezas trabajen siempre en la zona elástica. Incluso se trabaja con un **coeficiente de seguridad n**, que limitan un esfuerzo máximo de trabajo  $\sigma_T$ :”<sup>28</sup>



Problemas sobre diagramas de equilibrio de los aceros.

#### 1.- Septiembre 2003. Opción A.

Dos metales A y B presentan solubilidad total en estado líquido e insolubilidad total después de la solidificación. Sabiendo que sus temperaturas de fusión son

<sup>28</sup> Consultar [http://cerezo.pntic.mec.es/rlopez33/bach/tecind2/Tema\\_1/traccion.html](http://cerezo.pntic.mec.es/rlopez33/bach/tecind2/Tema_1/traccion.html)

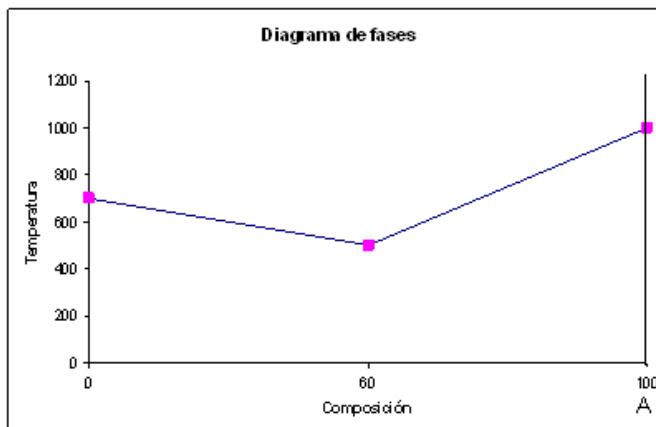
<sup>29</sup> Ampliar [http://cerezo.pntic.mec.es/rlopez33/bach/tecind2/Tema\\_1/traccion.html](http://cerezo.pntic.mec.es/rlopez33/bach/tecind2/Tema_1/traccion.html)

respectivamente, de  $1000^{\circ}\text{C}$  y  $700^{\circ}\text{C}$ , y que a la temperatura de  $500^{\circ}\text{C}$  forman un eutéctico contenido un 60 % del metal A.

- Dibujar el diagrama de equilibrio suponiendo que las curvas de inicio de solidificación son rectas.
- Determinar la cantidad de una solución del 80 % de A que hay que añadir a 500 gramos de una solución en que ambos metales entran en la misma proporción para obtener una eutéctica al solidificar.

### Solución.

a)



b) 500 g → 250 g de A  
→ 250 g de B

$m (80\% \text{A})$  →  $m \cdot 0,8 \text{ g de A}$   
→  $m \cdot 0,2 \text{ g de B}$

Material A,  $250 + m \cdot 0,8 \longrightarrow 60\%$   
Material B;  $250 + m \cdot 0,2 \longrightarrow 40\%$

Se resuelve la regla de tres para obtener  $m$ .

$$(250 + m \cdot 0,8) \cdot 0,4 = (250 + m \cdot 0,2) \cdot 0,6$$

$$100 + m \cdot 0,32 = 150 + m \cdot 0,12 \longrightarrow m \cdot 0,20 = 50$$

**$m=250 \text{ gramos}$**  hay que añadir a la solución para obtener una eutéctica.

### 2.- Junio 2003. Opción B.

Aceptando que la composición de la perlita es de 0,77 % de Carbono a  $727^{\circ}\text{C}$ . Se pide:

- Determinar los constituyentes y el tanto por ciento de los mismos en un acero del 0,25 % de Carbono.
- Calcular la cantidad de carbono que sería necesario difundir en una masa de 30 Kg de dicho acero para que fuese totalmente perlítico a la misma temperatura.



Aplicando la regla de la palanca:

$$\omega_{\alpha} = (0,77 - 0,25) / 0,75 = 0,693 \longrightarrow \omega_{\alpha} = 69,3\%$$

$$\omega_{\text{PERLITA}} = (0,25 - 0,02) / 0,75 = 0,307 \longrightarrow \omega_{\text{PERLITA}} = 30,7\%$$

**Datos del apartado b.**

b)  $m_{\text{ACERO}} = 30 \text{ Kg.}$

$m_{\text{C}}$  para acero perlítico?

**b) Solución.**

En 30 Kg de acero (0,25% de C) se calculan las cantidades de Fe y C que hay.

$$30 \text{ Kg} \cdot 0,9975 = 29,925 \text{ Kg de Fe}$$

$$30 \text{ Kg} \cdot 0,0025 = 0,075 \text{ Kg de C}$$

Si el acero fuese perlítico total el **0,77%** de la masa sería **C** y el **99,23%** sería **Fe**. Al añadir C, la cantidad de hierro se conserva y se puede resolver la siguiente regla de tres.

$$\begin{array}{ccc} 29,925 & \longrightarrow & 99,23\% \\ m_{\text{C}} + 0,075 & \longrightarrow & 0,77\% \end{array}$$

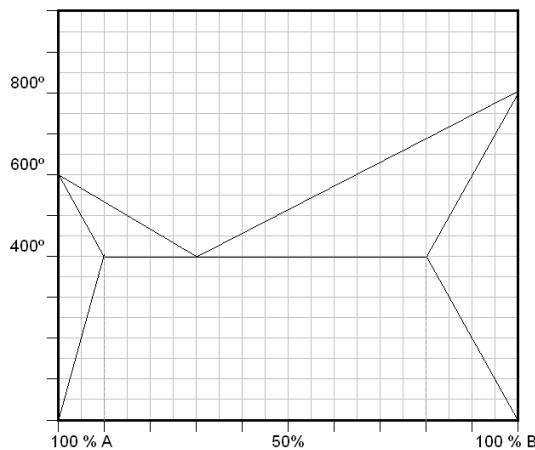
$$29,925 \cdot 0,77 = m_{\text{C}} \cdot 99,23 + 0,075 \cdot 99,23$$

$$23,042 = m_{\text{C}} \cdot 99,23 + 7,442$$

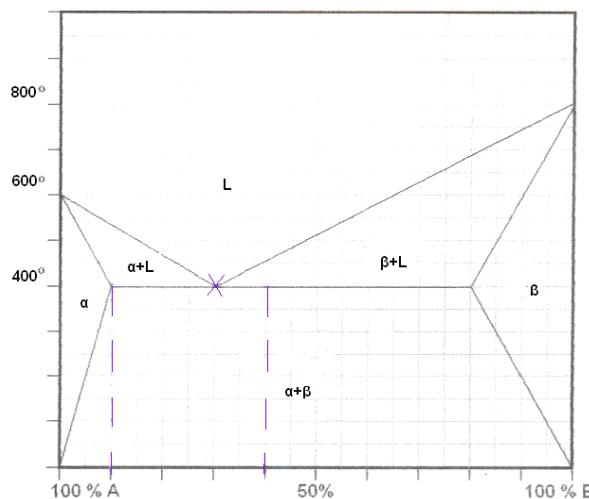
$$m_{\text{C}} = 0,157 \text{ Kg} = 157 \text{ g} \text{ hay que añadir al acero para que sea totalmente perlítico.}$$

### 3.- Septiembre de 2004. Opción A y septiembre de 2010. Prueba específica. Opción B.

El diagrama de equilibrio físico-químico de dos metales A y B, es el de la figura adjunta. Si a 300 Kg de una aleación con el 40 % de metal B en peso le añadimos una solución sólida saturada de B en A a la temperatura eutéctica, ¿qué cantidad de solución sólida saturada será preciso agregar para que a dicha temperatura obtengamos el eutéctico AB?



**Solución:**



$$\begin{aligned}
 & m = 300 \text{ Kg } 60\% \text{ A y } 40\% \text{ B} \\
 & + \\
 & m \text{ SOLUCIÓN SATURADA de B en A } 90\% \text{ A y } 10\% \text{ B?} \\
 & m'_A = m \text{ SOLUCIÓN SATURADA} \cdot 0,9 \quad m'_B = m \text{ SOLUCIÓN SATURADA} \cdot 0,1
 \end{aligned}
 \qquad \qquad \qquad \left. \right\} \rightarrow \text{Eutéctico AB.}$$

En 300 Kg de acero se calculan las cantidades de A y B que hay.

$$m_A = 0,6 \cdot 300 = 180 \text{ Kg} \quad M_B = 0,4 \cdot 300 = 120 \text{ Kg}$$

Para calcular la masa necesaria de solución saturada se plantea una regla de tres

$$\begin{array}{lcl}
 180 + 0,9m \text{ SOLUCIÓN SATURADA de B en A} & \longrightarrow & 70\% \\
 120 + 0,1m \text{ SOLUCIÓN SATURADA de B en A} & \longrightarrow & 30\%
 \end{array}$$

$$(180+0,9 \cdot m_{\text{SOLUCIÓN SAT de B en A}}) \cdot 30 = (120+0,1 \cdot m_{\text{SOLUCIÓN SAT de B en A}}) \cdot 70$$

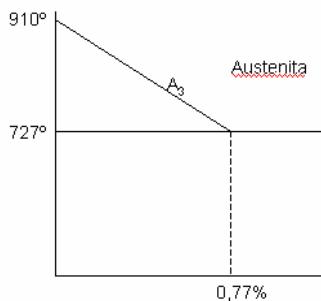
$$(27 \cdot m_{\text{SOLUCIÓN SAT de B en A}}) + 5.400 = 8.400 + 7 \cdot m_{\text{SOLUCIÓN SAT de B en A}}$$

$20 m_{\text{SOLUCIÓN SAT de B en A}} = 3.000$ ;  $m_{\text{SOLUCIÓN SAT de B en A}} = 150 \text{ kg}$  Hay que añadir para obtener un eutéctico.

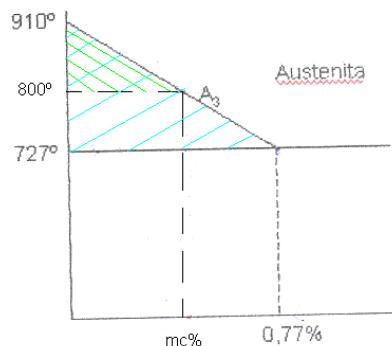
#### 4.- Junio de 2004. Opción B.

Dada la porción del diagrama Hierro-Carbono de la figura adjunta, calcular:

- ¿Cuál será el contenido en carbono cuya temperatura A<sub>3</sub> es de 800º C?
- ¿Qué cantidad de Carbono puro tenemos que añadir a 300 Kg del acero anterior para obtener una solución perlítica a temperatura ambiente?



**Solución:**



a) Para calcular la composición de C hay que tener en cuenta que los triángulos rectángulos son semejantes. Por lo tanto sus catetos son proporcionales.

$$\frac{910-800}{mc\%} = \frac{(910-727)}{0,77} \rightarrow 183 \cdot mc\% = 84,7 \rightarrow mc\% = 0,46\%$$

**Datos del apartado b.**

$$m_{\text{ACERO}} = 300 \text{ Kg}$$

**mc para acero perlítico?**

**b) Solución.**

En 300 Kg de acero se calculan las cantidades de Fe y C que hay.

$$300 \cdot 0,0046 = 1,38 \text{ Kg de C}$$

$$300 - 1,38 = 298,62 \text{ Kg de Fe}$$

Si el acero fuese perlítico el **0,77%** de la masa sería **C** y el **99,23%** sería **Fe**. Al añadir C la cantidad de hierro se conserva y se puede resolver la siguiente regla de tres.

$$\begin{array}{l} 1,38 + m_C \longrightarrow 0,77\% \\ 298,62 \longrightarrow 99,23\% \end{array}$$

$$136,94 + 99,23 \cdot m_C = 229,94$$

$$m_C = 92,99 / 99,23 = 0,94 \text{ Kg} = \mathbf{937,2 \text{ g}}$$

### 5.- Junio de 2005. Opción A.

¿Cuáles serán, a temperatura ambiente, los porcentajes de ferrita y cementita existentes en una aleación hierro-carbono, con un 1,5% de contenido en carbono?

#### Solución.

Ferrita		Cementita
Hierro α	—	Fe <sub>3</sub> C
0,008%	1,5%	6,67%

Aplicando la regla de la palanca:

$$\omega_\alpha = (6,67 - 1,5) / (6,67 - 0,008) = (6,67 - 1,5) / 6,662 = 0,776 \longrightarrow \omega_\alpha = \mathbf{77,6\%}$$

$$\omega_{Fe_3C} = (1,5 - 0,008) / (6,67 - 0,008) = (1,5 - 0,008) / 6,662 = 0,224 \longrightarrow \omega_{Fe_3C} = \mathbf{22,4\%}$$

### 6.- Junio de 2005. Opción B.

Siendo 0,0218% el máximo contenido de carbono en ferrita α a 727° C, y aceptando que la composición de la perlita es de 0,77% en carbono a la misma temperatura, calcular las cantidades de ferrita y cementita que tenemos en 400 Kg de eutectoide.

#### Solución.

Ferrita		Cementita
Hierro α	—	Fe <sub>3</sub> C
0,0218%	Perlite	—
0,77%		6,67%

Aplicando la regla de la palanca en el punto eutectoide:

$$\omega_{Fe_3C} = (0,77 - 0,0218) / (6,67 - 0,0218) = 0,7482 / 6,6482 = 0,112 \longrightarrow \omega_{Fe_3C} = \mathbf{11,2\%}$$

$$\omega_\alpha = (6,67 - 0,77) / (6,67 - 0,0218) = 5,9 / 6,6482 = 0,8874 \longrightarrow \omega_\alpha = \mathbf{88,74\%}$$

En 400 Kg de eutectoide hay:

$$m_{Fe_3C} = 400 \text{ Kg} \cdot 0,112 = \mathbf{44,8 \text{ Kg}} \quad m_\alpha = 400 \text{ kg} \cdot 0,8874 = \mathbf{354,96 \text{ Kg}}$$

### 7.-Septiembre 2005. Opción B

¿Cuál será el alargamiento soportado por una barra cuadrada de 1 cm de lado y 10 cm de longitud si está sometida a una fuerza de tracción de 8 KN siendo su módulo de Young 2 MN/cm<sup>2</sup>?

#### Datos.

$$\text{Lado} = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$$

$$L = 10 \text{ cm}$$

$$F = 8 \text{ KN}$$

$$E = 2 \text{ MN/cm}^2$$

$$\Delta L ?$$

#### Solución.

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{8 \text{ KN} \cdot (10^{-3} \text{ MN/KN})}{(1 \text{ cm})^2} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ MN/cm}^2$$

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad 8 \cdot 10^{-3} \text{ MN/cm}^2 = 2 \text{ MN/cm}^2 \cdot \epsilon$$

$$\epsilon = 4 \cdot 10^{-3} \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L}; \quad \Delta L = \epsilon \cdot L = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \text{ cm} = 0,04 \text{ cm}$$

### 8.- Junio 2007. Opción B.

Dos metales A y B presentan solubilidad total en estado líquido e insolubilidad total después de la solidificación. Sabiendo que su temperaturas de fusión son 800 °C y 700 °C y que a la temperatura de 500 °C forman un eutéctico conteniendo el 60 % del metal A. Las líneas de transformación se considerarán rectas.

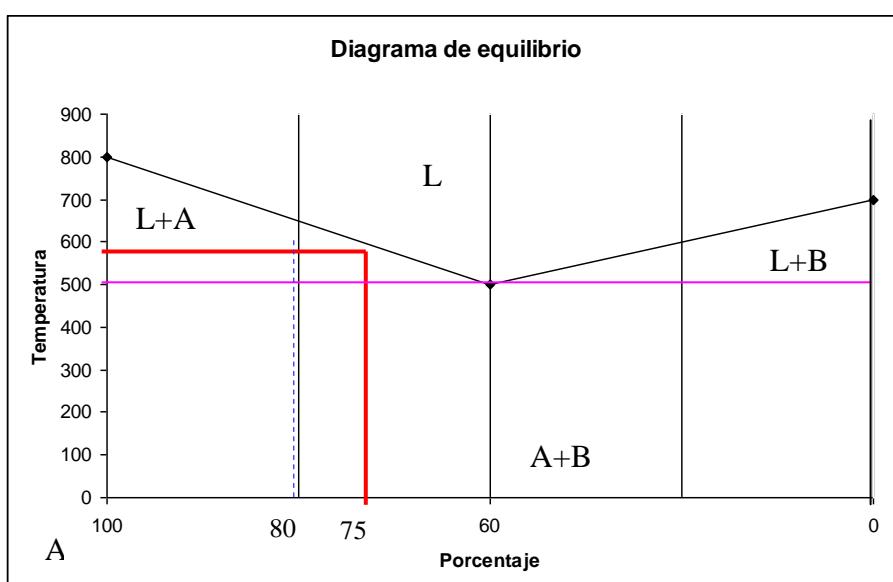
a) Dibuja el diagrama de equilibrio.

b) Si enfriamos una solución con el 80 % del metal A desde los 900 °C, ¿qué constituyentes y cantidad de cada uno de ellos habrá a los 600 °C?

T <sup>a</sup> (°C)	Porcentaje
800	100
500	60
700	0

#### Solución.

a)



$$\text{b)} \omega_L = (100-80)/(100-75) = 0,8; \quad \omega_L = 80\% \quad 75\% \text{ de A y } 25\% \text{ de B}$$

$$\omega_s = (80-75)/100-75) = 0,2; \quad \omega_s = 20\% \quad 100\% \text{ de A}$$

### 9.- Septiembre 2007. Opción B

Una barra cilíndrica de acero, con un límite elástico de  $5.000 \text{ Kg/cm}^2$ , es sometida a una fuerza de tracción de  $8.500 \text{ Kp}$ . Sabiendo que la longitud de la barra es de  $400 \text{ mm.}$ , y su módulo de elasticidad de  $2,1 \cdot 10^6 \text{ Kp/cm}^2$ , calcular el diámetro de la barra para que su alargamiento total sea de  $0,5 \text{ mm.}$

#### Datos.

$$\sigma_e = 5.000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F=8.500 \text{ Kp}$$

$$L=400 \text{ mm}$$

$$E=2,1 \cdot 10^6 \text{ Kp/cm}^2$$

$$d? \text{ si } \Delta L = 0,5 \text{ mm.}$$

#### Solución.

El límite elástico es  $5.000 \text{ Kg/cm}^2$  pero la barra no está sometida a ese esfuerzo. Hay que tener en cuenta el resto de datos para calcular el diámetro.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0,5}{400} = 1,25 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad \sigma = 1,25 \cdot 10^{-3} \cdot 2,1 \cdot 10^6 \text{ Kp/cm}^2 = 2.625 \text{ Kp/cm}^2$$

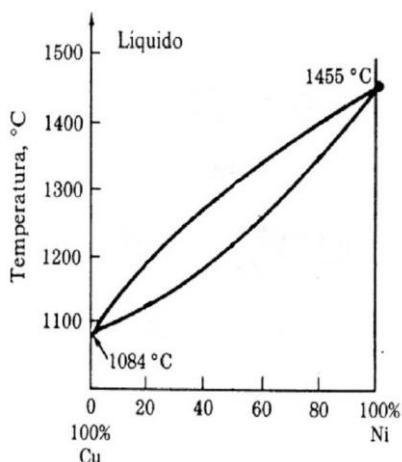
$$\sigma = \frac{F}{S}; \quad S = \frac{F}{\sigma} = \frac{8.500 \text{ Kp}}{2.625 \text{ Kg/cm}^2} = 3,24 \text{ cm}^2$$

$$S = \pi \cdot (d^2/4); \quad d = \sqrt{(4 \cdot S) / \pi} = \sqrt{(4 \cdot 3,24) / \pi} = 2,03 \text{ cm.}$$

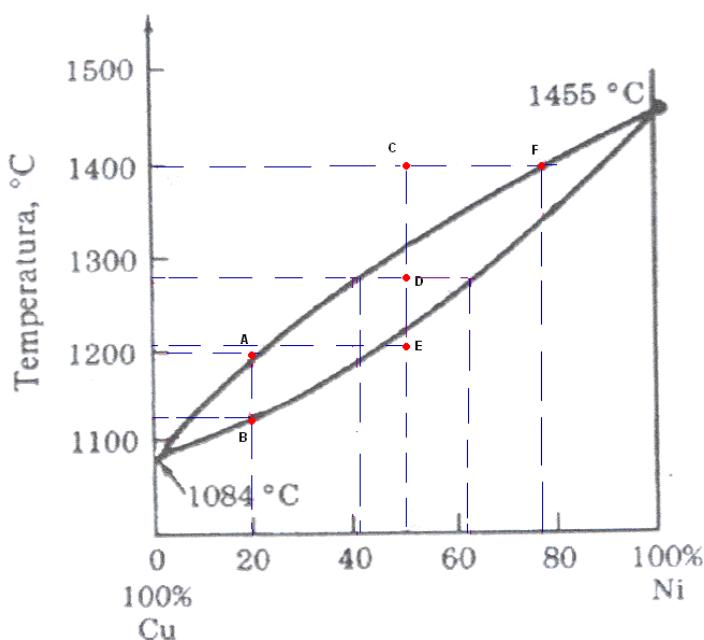
### 10.- Junio 2008. Opción B.

Según el diagrama de fases Cu-Ni, responde a las siguientes cuestiones:

- ¿A qué temperatura inicia y termina la solidificación una aleación con un contenido de 20 % de níquel en peso?
- ¿En qué fase se encontrará una aleación con 50 % en peso de níquel a  $1400^\circ \text{C}$ , a  $1275^\circ \text{C}$  y a  $1200^\circ \text{C}$ ? Indica la composición y porcentajes de cada fase en el caso de que coexistan líquido y sólido.
- ¿Cuál será la composición de una aleación que comienza su solidificación a  $1400^\circ \text{C}$ ?
- ¿Cuál es el máximo contenido de níquel que puede tener una aleación para que se mantenga en condiciones de equilibrio en estado líquido hasta  $1200^\circ \text{C}$ ?



**Solución:**



a) Una aleación con un contenido de 20% de níquel en peso empieza la solidificación a  $1200^{\circ}\text{C}$  (**punto A**) y termina la solidificación a  $1125^{\circ}\text{C}$  (**punto B**).

b) Una aleación con 50% en peso de níquel tiene las siguientes fases a distintas temperaturas:

A  $1400^{\circ}\text{C}$  la aleación es **líquida (punto C)**. Hay **un 50% de Ni y un 50% de Cu**.

A  $1200^{\circ}\text{C}$  la aleación está en estado **sólido (punto E)**. Hay **un 50% de Ni y un 50% de Cu**.

A  $1275^{\circ}\text{C}$  la aleación es **líquida y sólida (punto D)**.

$$\omega_L = (61-50)/(61-41) = 0,55 \quad \omega_S = (50-41)/61-41) = 0,45$$

Un **55 %** de la aleación se encuentra en **fase líquida** y un **45 %** en **fase sólida**.

A continuación se han deducido los componentes de cada fase a **1275º C**.  
 En la **fase sólida** hay un **61% de Ni y un 39% de Cu**.  
 En la **fase líquida** hay un **41% de Ni y un 59 % de Cu**.

c) La composición de una aleación que empieza a solidificar a 1400º C es **78% de Ni y 22% de Cu (punto F)**.

d) El máximo contenido de **níquel** que puede tener una aleación para que a 1200º C se mantenga en condiciones de equilibrio en estado líquido es de **20%** por lo tanto tendrá un 80 % de cobre (**punto A**).

### 11.- Junio de 2009. Opción A.

Considérese una barra de sección cuadrada de 1 cm de grueso, y 10 cm de longitud. Su módulo de Young es 2 MN/cm<sup>2</sup>, y su límite de proporcionalidad 100 MPa. Se pide:  
 a) Calcular el alargamiento de dicha barra si está sometida a una fuerza de tracción de 8 KN.

b) Si la carga fuera de 80 KN, ¿qué se podría decir del alargamiento?

**Datos.**

**Lado = 1 cm**

**L= 10 cm**

**E= 2 MN/cm<sup>2</sup>**

**σ=100 MPa**

**ΔL? si F= 8 KN**

**Si F= 80 KN → ΔL?**

**Solución.**

a)  $\sigma = \frac{F}{S} = \frac{8 \text{ KN} \cdot 10^{-3} (\text{MN/KN})}{(1\text{cm})^2} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ MN/cm}^2$

$\sigma = \epsilon \cdot E; \quad \epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{8 \cdot 10^{-3} \text{ MN/cm}^2}{2 \text{ MN/cm}^2} = 0,004$

$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}; \quad \Delta L = \epsilon \cdot L = 0,004 \cdot 10 \text{ cm} = 0,04 \text{ cm}$

b)  $\sigma = \frac{F}{S} = \frac{80 \text{ KN} \cdot 10^{-3} (\text{MN/KN})}{1\text{cm}^2 \cdot 10^{-4} (\text{m}^2/\text{cm}^2)} = 800 \text{ MPa}$

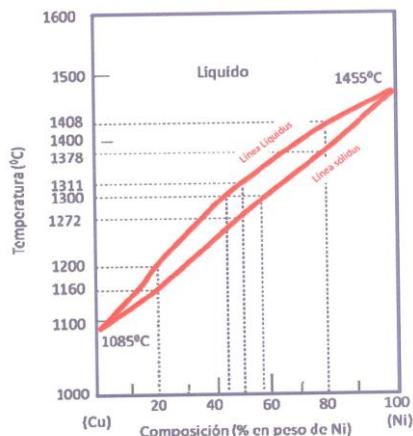
El esfuerzo aplicado es muy superior al límite de proporcionalidad por lo tanto no se cumple la ley de Young ( $\sigma = \epsilon \cdot E$ ). En este caso el alargamiento unitario ( $\epsilon$ ) es superior a  $\sigma/E$ .

### 12.- Junio de 2009. Opción B.

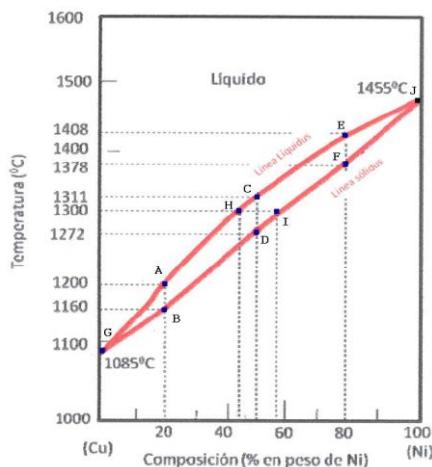
La figura adjunta muestra el diagrama de fases Cu-Ni. Se pide:

- ¿Cuál es la temperatura de inicio y fin del proceso de solidificación para las siguientes composiciones? 20% de Cu; 50% de Cu; 20% de Ni
- ¿Cuál es la temperatura mínima en que encontraremos la aleación en estado líquido, para cualquier composición?
- ¿A partir de qué tanto por ciento de Cu una aleación estaría totalmente líquida a 1300ºC?  
 ¿Y sólida?

d) Calcula el número de fases, composición de cada una y cantidades relativas de cada fase para una aleación del 50 por 100 de Cu a 1300°C?



**Solución:**



a)

Composición	T <sup>a</sup> Inicio	T <sup>a</sup> Fin
20% de Cu	1408 (punto E)	1378 (punto F)
50% de Cu	1311 (punto C)	1272 (punto D)
20% de Ni	1200 (punto A)	1160 (punto B)

b) La temperatura mínima en que encontraremos la aleación en estado líquido, para cualquier composición es: **T=1455 °C. (punto J).**

c) Una aleación estaría totalmente **líquida** a 1300°C con una composición del **58% de Cu y 42 % de Ni (punto H).**

Una aleación estaría totalmente **sólida** a 1300°C con una composición del **42% de Cu y 58% de Ni (punto I).**

d) Para una aleación del 50 por 100 de Cu a 1300°C hay dos fases, sólida y líquida. Aplicando la regla de la palanca en el segmento HI:

$$\omega_L = (50-42)/((58-42)=8/16=0,5 \quad \omega_L=50\%.$$

$$\omega_S = (58-50)/((58-42)=8/16=0,5 \quad \omega_S=50\%.$$

La fase sólida tiene un **58% de Ni** y un **42% de Cu**.

La fase líquida tiene un **42% de Ni** y un **58% de Cu**.

### 13.- Septiembre de 2009. Opción A.

En la tabla adjunta se recogen las temperaturas “*sólidus*” y “*líquidus*” de una aleación compuesta por dos metales A y B, que son totalmente solubles en los estados sólido y líquido.

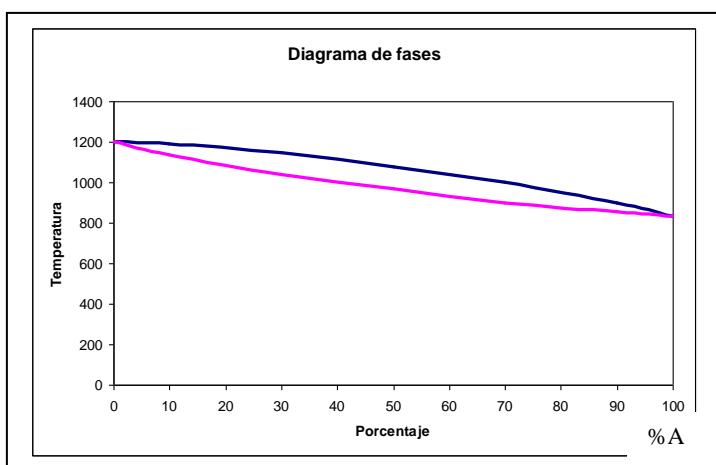
Se pide:

- Dibuja el diagrama de fases de este sistema.
- Indica las líneas, regiones y puntos significativos del diagrama.
- Construye una tabla con las temperaturas de “*líquidus*” y “*sólidus*” para las aleaciones de composición: 10%, 30%, 50%, 70% y 90% en masa del componente A.

Composición (% de A)	Temperatura líquidus (°C)	Temperatura sólidus (°C)
0	1200 (A)	1200 (A)
20	1170 (B)	1080 (G)
40	1115 (C)	1005 (H)
60	1045 (D)	935 (I)
80	945 (E)	880 (J)
100	835 (F)	835 (F)

**Solución:**

a)



b) En la **línea líquidus** (azul) cualquier aleación es líquida y si disminuye la temperatura comienza a hacerse sólida.

En la **Línea sólidus** (rosa) cualquier aleación es sólida y a medida que aumenta la temperatura comienza a hacerse líquida.

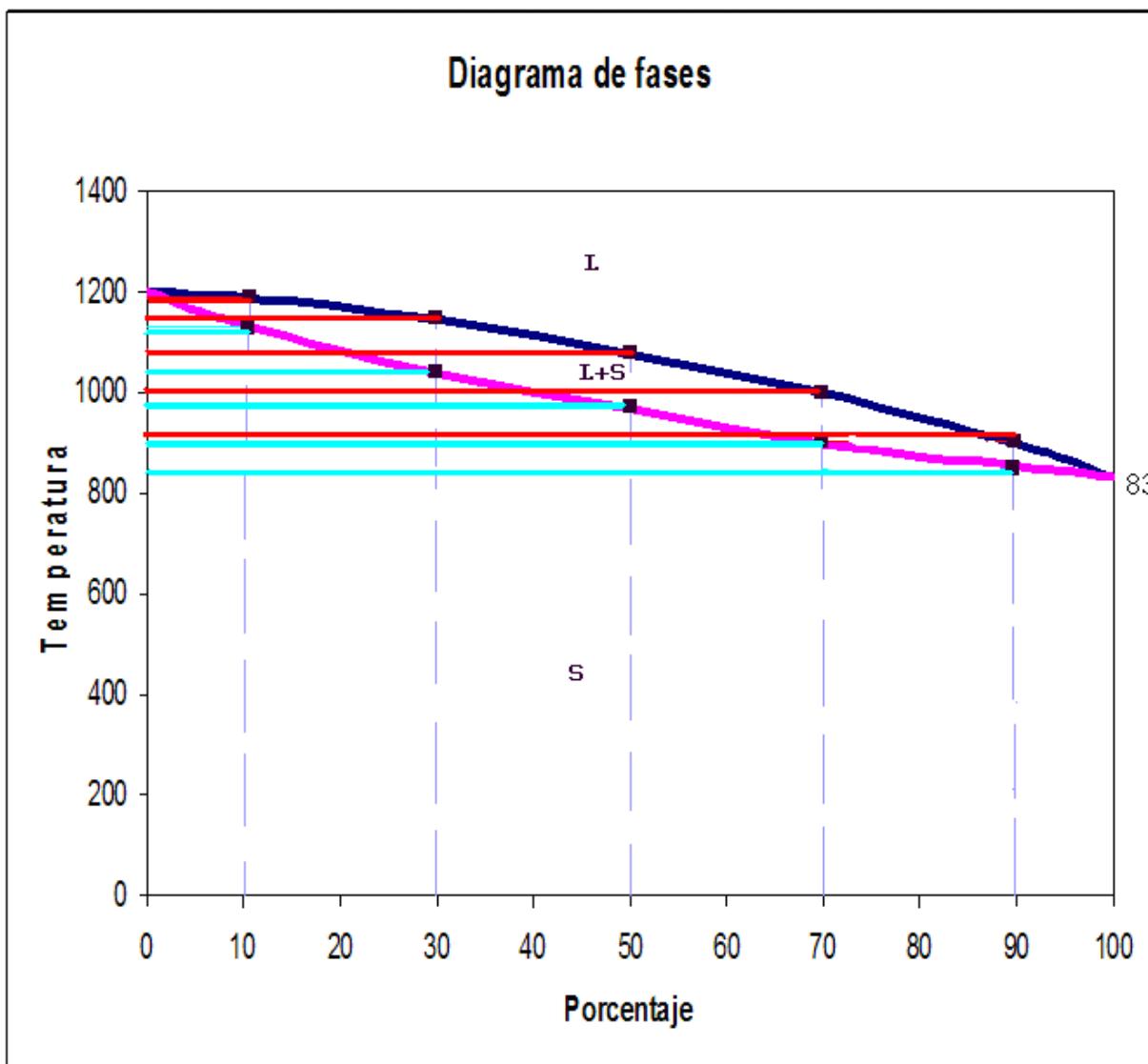
En el gráfico hay tres zonas:

- Por encima de la línea *líquidus* toda la aleación es líquida.
- Entre la línea *líquidus* y *sólidus* la aleación es líquida y sólida.
- Debajo de la línea *sólidus* toda la aleación es sólida.

Hay dos puntos importantes:

El punto de fusión del metal B es 1200° C y por encima de esta temperatura para cualquier composición la aleación es líquida.

La temperatura de fusión del metal A es 835°C y por debajo de esta temperatura la aleación es sólida para cualquier composición.



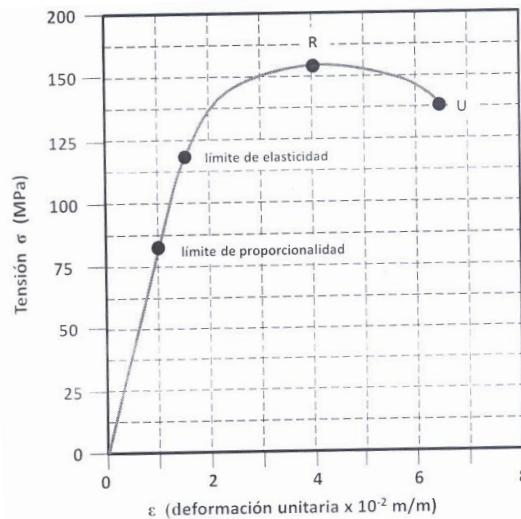
- c) Se trazan en la gráfica líneas verticales desde los valores de los porcentajes hasta las líneas *líquidus* y *sólidus*. A continuación se trazan horizontales para tomar los valores de las temperaturas. Estas se han trazado rojas desde la línea *líquidus* y azules desde la línea *sólidus*.

Porcentaje	L	S
90	900	840
70	1000	900
50	1075	975
30	1150	1040
10	1190	1135

#### 14.- Junio 2010. Prueba general. Opción A.

Una probeta cilíndrica de metal con un diámetro de 15 mm y una longitud de 50 mm es estirada a tracción. Los resultados obtenidos se dan en la gráfica tensión-deformación de la figura. Se pide:

- El módulo de elasticidad o módulo de Young.
- La resistencia a tracción y la fuerza que es capaz de soportar la probeta. Describáse qué le ocurre a la probeta una vez alcanzado este punto.
- El alargamiento y la longitud de la probeta para una fuerza de 20 kN. Si se interrumpe la aplicación de la fuerza, ¿qué le ocurrirá a la probeta?



**Datos.**

$$d = 15 \text{ mm}$$

$$l_0 = 50 \text{ mm}$$

$$\text{a) } E? \text{ b) } \sigma_{\text{trac}}, F?$$

#### Solución.

- a) Se aplica la ley de Young en el punto de la gráfica correspondiente al límite de proporcionalidad.

$$\sigma = \epsilon \cdot E$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{83,5 \text{ MPa}}{1 \cdot 10^{-2}} = 8.350 \text{ MPa}$$

- b) La resistencia a la tracción es la tensión que soporta la probeta justo antes de comenzar a romperse. En este caso coincide con la leída del gráfico en el punto R y  $\sigma_{\text{trac}} = 154,25 \text{ MPa}$ .

$$d = 15 \text{ mm} = 0,015 \text{ m} ; \rightarrow r = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\sigma = \frac{F}{S} ; F = \sigma \cdot S = 154,25 \text{ MPa} \cdot (\pi \cdot r^2) = 154,25 \text{ MPa} \cdot (\pi \cdot (7,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2) = 0,027 \text{ MN}$$

$$F = 27.258,2 \text{ N}$$

A partir del punto R la probeta comienza a romperse y aunque disminuya el esfuerzo el alargamiento es muy grande.

**c) Datos**

$$F=20 \text{ KN}$$

$$l_0 = 50 \text{ mm}$$

$$\epsilon, L_F?$$

**c) Solución**

$$\sigma = F/S = 20 \text{ KN}/(\pi \cdot r^2) = 20 \text{ KN}/(\pi \cdot (7,5 \cdot 10^{-3})^2) = 113.176,84 \text{ KN/m}^2$$

$$\sigma = 113,18 \text{ MN/m}^2 = 113,18 \text{ MPa}$$

Este esfuerzo es mayor al del límite de proporcionalidad por lo tanto en esta zona no se cumple la ley de Young. Para saber cuál es el alargamiento unitario se lee en la gráfica.

$$\epsilon = 0,014$$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} ; \quad \Delta l = \epsilon \cdot l_0 = 0,014 \cdot 50 = 0,7 \text{ mm}$$

$$L_F = \Delta l + l_0 = 0,7 + 50 = 50,7 \text{ mm}$$

Al dejar de realizar el esfuerzo la probeta toma la forma primitiva ya que el esfuerzo está dentro de la zona elástica.

**15.- Junio 2010. Prueba específica. Opción A.**

A partir de los datos obtenidos de un ensayo a tracción en una probeta de 300 mm de longitud y 40 mm de diámetro, que se muestran en la tabla adjunta, se pide:

- Construir de forma aproximada el diagrama tensión-deformación describiendo las distintas fases del ensayo.
- Determinar el módulo de Young o módulo elástico.
- Calcular la máxima fuerza que podrá soportar la probeta sin romperse.

PUNTO	P	E	F	R	U
TENSIÓN	89 MPa	130 MPa	170 MPa	262 MPa	247 MPa
DEFORMACIÓN	$4,30 \cdot 10^{-4}$	$6,30 \cdot 10^{-4}$	$11,77 \cdot 10^{-4}$	$48,90 \cdot 10^{-4}$	$58,33 \cdot 10^{-4}$

**Datos.**

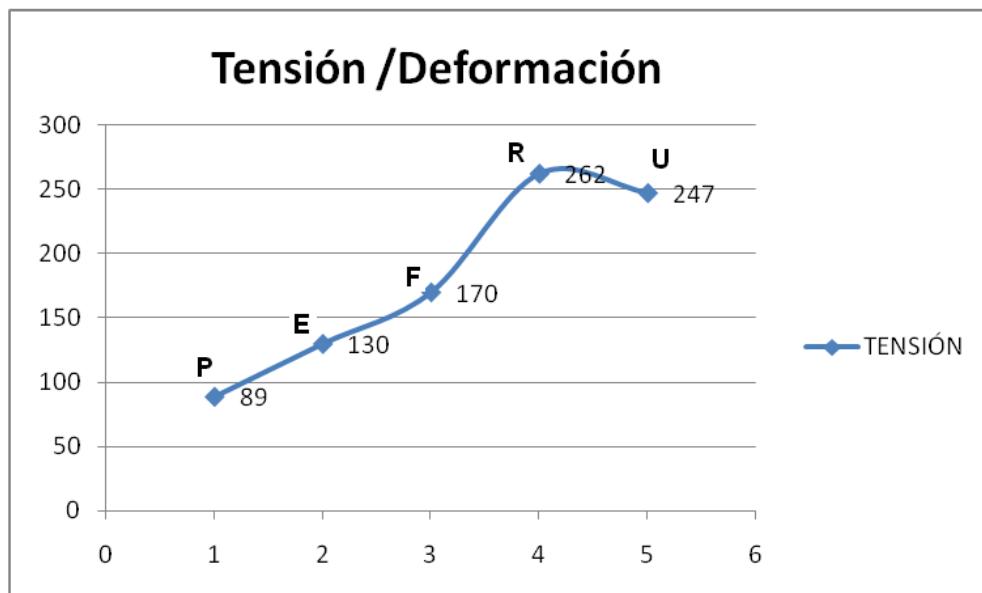
$$l = 300 \text{ mm.}$$

$$d = 40 \text{ mm.}$$

**E,  $F_{MAX}$  sin romperse?**

## Solución.

a)



**P-E** es la **zona de proporcionalidad**. El material se deforma cuando se aplica el esfuerzo y al cesar este recupera su forma primitiva. En esta zona la deformación y tensión son proporcionales. La constante de proporcionalidad es el módulo de Young ( $\sigma=E\cdot\epsilon$ ).

**E-F** es la **zona de deformación elástica**. La diferencia con respecto a la zona anterior es que ahora la deformación y la tensión no son proporcionales, aunque la probeta recupera su forma original frente a la aplicación de esfuerzos.

**F-R** es la **zona de deformación plástica**. El material se deforma cuando se aplica el esfuerzo. La deformación y la tensión no son proporcionales y al cesar este la probeta no recupera su forma primitiva.

**R-U** es la **zona de rotura**. En esta zona el material comienza a romperse y aunque el esfuerzo disminuya el alargamiento es muy grande.

b)  $\sigma = E \cdot \epsilon$

$\sigma$  es el esfuerzo por unidad de superficie.

$E$  es el módulo de Young.

$\epsilon$  es la deformación por unidad de longitud.

En el gráfico se toman los datos de la zona de deformación elástica.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{89 \text{ MPa}}{4,30 \cdot 10^{-4}} = 206.976,7442 \text{ MPa}$$

c) Datos.

$$d = 40 \text{ mm}$$

c) Solución.

$$S = \pi \cdot (d^2/4) = \pi \cdot (40^2/4) = 1.256,64 \text{ mm}^2$$

En el gráfico se toman los datos del punto en el que la probeta empieza a romperse:  $\sigma = 262 \text{ MPa}$

$$\sigma = F/S; \quad 262 \cdot 10^6 \text{ Pa} = \frac{F}{1.256,64 \text{ mm}^2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{mm}^2}$$

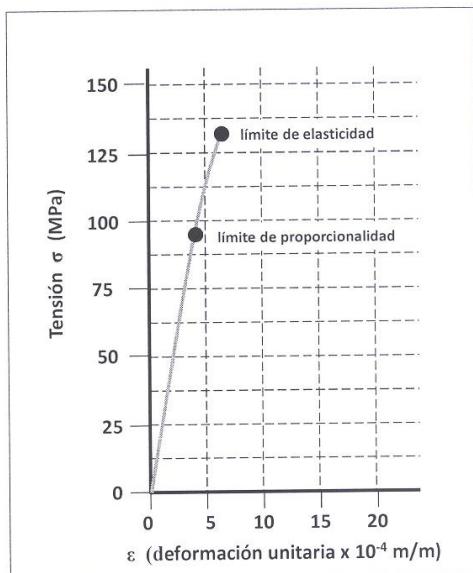
$$F = 329.239,68 \text{ N} = 329,24 \text{ KN}$$

En la realidad la fuerza es menor que la calculada porque durante el ensayo la sección de la probeta disminuye.

### 16.- Junio 2010. Prueba general. Opción A.

Se muestra a continuación una parte del diagrama del ensayo de tracción de un acero. Una barra cilíndrica de este mismo material, de 250 mm de longitud y 50 mm de diámetro, es sometida a un alargamiento producido por dos fuerzas normales a su superficie. Se pide:

- Determinar el módulo elástico o módulo de Young, E.
- Determinar la tensión, la deformación unitaria, el alargamiento y la longitud de la barra para una fuerza normal de 110 kN.
- Para un coeficiente de seguridad de 1,8 determinar la fuerza máxima que podrá soportar la barra si sólo se puede trabajar en la zona elástica.



#### Datos.

$$l_0 = 250 \text{ mm}$$

$$d = 50 \text{ mm}$$

$$F = 110 \text{ KN}$$

$$E, \sigma, \epsilon, \Delta l, l_F \\ \text{si } F = 110 \text{ KN?}$$

$$n=1,8, F_{\text{MAX}}?$$

#### Solución.

- a) Para calcular E se toman los datos de la gráfica en la zona elástica.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{62,5 \text{ MPa}}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 250.000 \text{ MPa} = 250 \text{ GPa}$$

b)

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{110 \text{ KN}}{\pi \cdot r^2} = \frac{110 \text{ KN} \cdot 10^{-3} \text{ MN/KN}}{\pi \cdot (25 \text{ mm})^2 \cdot 10^{-6} (\text{m}^2/\text{mm}^2)} = 56,02 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{56,02 \text{ MPa}}{250 \cdot 10^3 \text{ MPa}} = 2,24 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}; \quad \Delta l = \varepsilon \cdot l_0 = 2,24 \cdot 10^{-4} \cdot 250 \text{ mm} = 0,05602 \text{ mm}$$

$$l_F = l_0 + \Delta l = 250 \text{ mm} + 0,05602 \text{ mm} = 250,056 \text{ mm}$$

c) Para calcular la tensión admisible se toma en el gráfico el valor de la tensión en el límite elástico.

$$\sigma_{ad} = \frac{\sigma \cdot n}{1,8} = \frac{133 \text{ MPa} \cdot 1,8}{1,8} = 73,88 \text{ MPa}$$

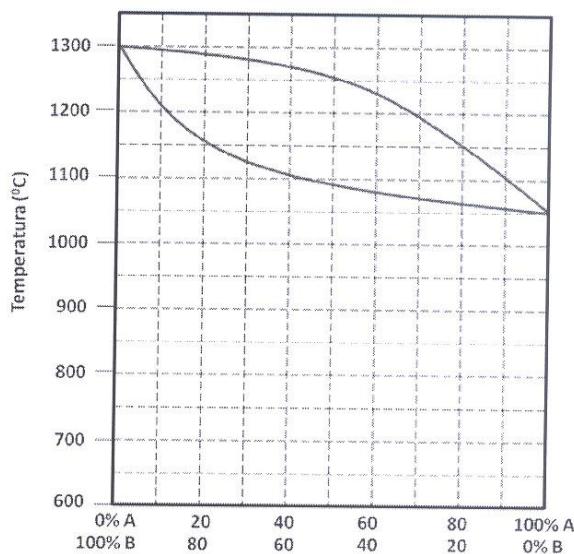
$$F_{MAX} = \sigma_{ad} \cdot S = 73,88 \text{ MPa} \cdot (\pi \cdot (25\text{mm})^2 \cdot 10^{-6} (\text{m}^2/\text{mm}^2)) = 0,145 \text{ MN}$$

$$F_{MAX} = 145,06 \text{ KN}$$

### 17.- Junio 2011. Opción A

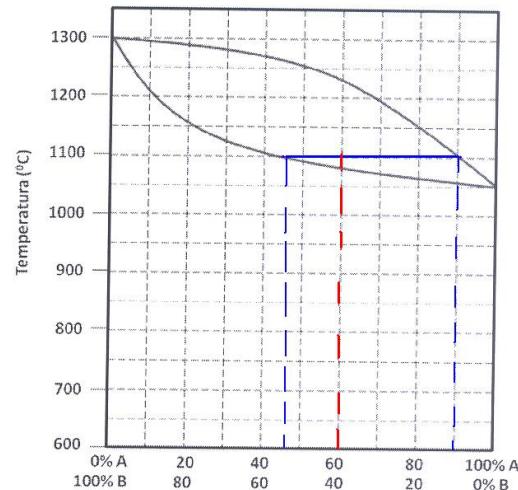
Una aleación está compuesta por dos metales A y B que son totalmente solubles en estado líquido y sólido. El diagrama adjunto representa el equilibrio de fases entre ambos metales.

- Determine la temperatura de solidificación de cada componente al 100% de pureza.
- Identifique las fases presentes a la temperatura de 1100 °C con 60% de componente A y halle la composición de cada una de ellas.



- La temperatura de solidificación del metal A es 1.050 °C y la del metal B es 1300 °C.

b)

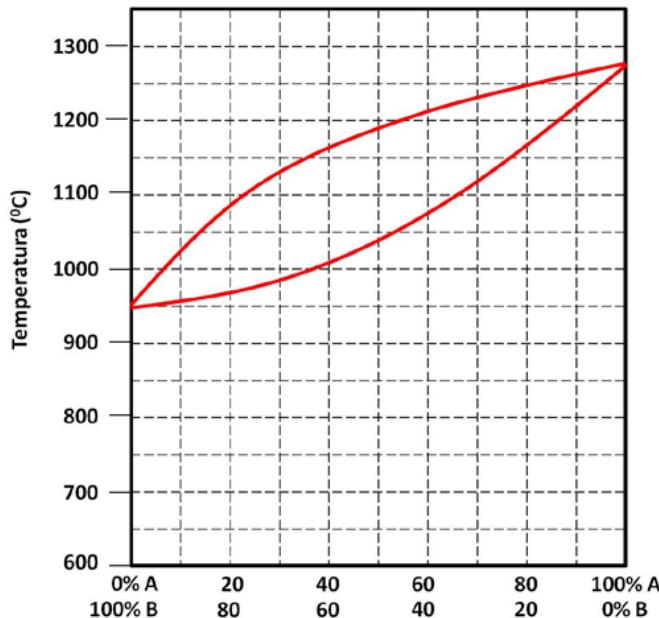


$$\omega_L = \frac{(60-45)}{(90-45)} = \frac{15}{45} = 0,33; \quad \omega_L = 33\% \text{ con un } 90\% \text{ de A y un } 10\% \text{ de B.}$$

$$\omega_S = \frac{(90-60)}{(90-45)} = \frac{30}{45} = 0,66; \quad \omega_S = 66\% \text{ con un } 45\% \text{ de A y un } 55\% \text{ de B.}$$

### 18.- Septiembre 2011. Opción B

Una aleación está compuesta por dos metales A y B que son totalmente solubles en estado líquido y sólido. Su equilibrio de fases se representa en el diagrama adjunto.

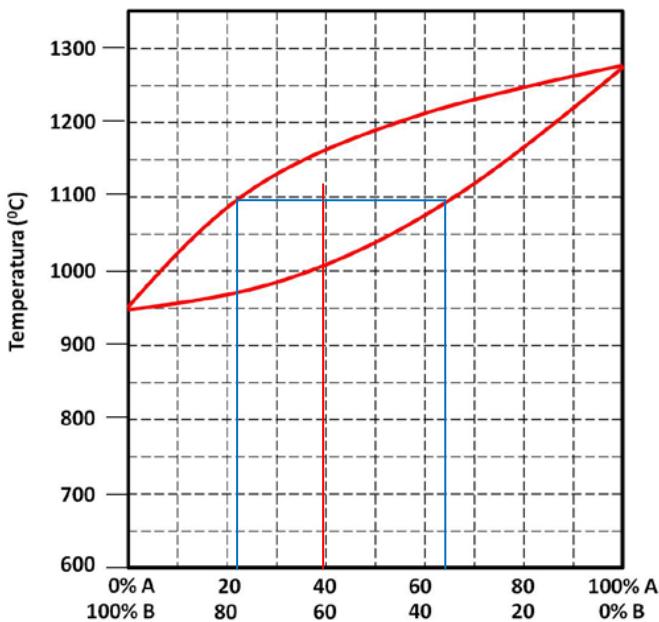


Para una aleación con 40% de componente A, realice un análisis de fases (número de fases presentes, cantidades relativas de cada fase y composiciones respectivas) a las temperaturas de:

a) 1300°C

- b) 1100°C  
c) 800°C.

**Solución:**



a) A 1300° La aleación es líquida con un 40% de A y un 60% de B.

$$b) \omega_L = \frac{65-40}{65-23} = \frac{25}{42} = 0,6; \quad \omega_L = 60\% \quad \begin{cases} 23\% \text{ de A} \\ 77\% \text{ B} \end{cases}$$

$$\omega_S = \frac{40-23}{65-23} = \frac{17}{42} = 0,4; \quad \omega_S = 40\% \quad \begin{cases} 65\% \text{ de A} \\ 35\% \text{ de B} \end{cases}$$

A 1100° C el 60 % de la aleación es líquida con un 23% de A y un 77% de B. El 40% de la aleación es sólida con un 65% de A y un 35% de B.

c) A 800° la aleación es sólida con un 40% de A y un 60% de B.

### Cuestiones sobre materiales.

#### 1. Junio 2001.

Mecanismo de endurecimiento en metales: Cita tres tipos de tratamientos de endurecimiento en metales y explica cada uno de ellos.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 6.

#### 2.- Junio 2003. Opción A.

¿Qué diferencia existe entre una transformación eutectoide y una eutéctica?

**Respuesta:** Consultar los apartados 3 “Diagrama de fases de dos metales parcialmente solubles en estado sólido” y 4 “Diagrama Fe-C”.

**3.- Septiembre 2003. Opción B.**

¿Cuándo se dice que una solución sólida es por sustitución? ¿Y cuándo por inserción?

**Respuesta:** Consultar apartado 1 “Definiciones básicas”.

**4.- Junio 2004. Opción A.**

¿Qué es la templabilidad?

**5.- Septiembre 2004. Opción B.**

Define la clasificación de las aleaciones Hierro-Carbono según su contenido en Carbono.

**Respuesta:** Consultar el apartado 4 “Diagrama Fe- C”.

**6.- Junio 2005. Opción B.**

¿Qué se entiende por dureza de un material? . ¿De qué factores depende?

**7.- junio 2005. Opción B.**

Citar tres de los factores de que depende la protección de un metal por parte de una película de óxido.

**8. Septiembre 2005. Opción A.**

¿A qué se denomina factor de empaquetamiento atómico de una red cristalina?, ¿Cómo se calcula?

**9.- Septiembre 2005. Opción B.**

Si se aplica la ley de Gibbs a la solidificación de un material puro,

¿Qué podemos decir de las temperaturas de inicio y final de solidificación partiendo del metal en estado fundido?. Razona la respuesta.

**Respuesta:**  $f+g=c+2$

“f es el nº de fases existentes en el sistema.

g es el nº de grados de libertad del sistema; es decir, el número de variables (presión, temperatura y composición en sistemas con más de un componente) que se pueden modificar libremente sin que varíen las fases del sistema.

c es el nº de componentes del sistema.

Normalmente se trabaja a presión constante e igual a la atmosférica<sup>30</sup> por lo que la regla de Gibbs se puede escribir de la siguiente forma:

$$f+g=c+1$$

Inicialmente hay una sola fase pero a medida que se va transformando de líquido a sólido coexisten dos fases la sólida y líquida.

Al tratarse de un material puro c=1

---

<sup>30</sup> Ampliar José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 68.

Por lo tanto: Antes de que comience a transformarse en sólido  $1+g=1+1$   
 $g=1$

Cuando la transformación haya comenzado  $2+g=1+1$ , entonces  $g=0$ . Por esta razón la temperatura de inicio y final de la solidificación es constante ya que el nº de grados de libertad mientras se produce la solidificación del material es 0.

**10.- Junio 2006. Opción A.**

¿Qué dos condiciones debe de cumplir una aleación para que pueda ser considerada como tal?

**11.- Junio 2006. Opción B.**

Define qué es la resiliencia.

**Respuesta:** “La resiliencia o tenacidad (propiedad inversa a la fragilidad) se define como la capacidad que tiene un material para almacenar energía, en forma de deformación plástica, antes de romperse.”<sup>31</sup>

**12.- Septiembre 2006. Opción B**

¿A qué se llama velocidad crítica de temple?

**13.- Septiembre 2006. Opción B.**

¿En qué consiste el ensayo de estanqueidad de tubos?

**14.- Junio 2007. Opción B.**

Define que es la corrosión. ¿Qué la diferencia de la oxidación simple?

**15.- Junio 2007. Opción B.**

Las propiedades mecánicas de un material metálico aumentan al disminuir el tamaño de sus granos. ¿Qué dos métodos existen para obtener este fin?

**Respuesta:** Mediante el recocido de segunda clase o supercrítico y mediante un tratamiento de normalizado.<sup>32</sup>

**16.- Septiembre 2007. Opción B.**

Define los conceptos de: Límite de elasticidad y límite de proporcionalidad.

**Respuesta:** Consultar apartado 5 “Ensayo de tracción”.

**17.- Junio 2008. Opción A.**

¿Qué es una aleación eutéctica?

**Respuesta:** Consultar apartado 3 “Diagrama de fases de dos metales parcialmente solubles en estado sólido”.

---

<sup>31</sup> Consultar José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2008), pág. 143.

<sup>32</sup> Ver en la siguiente página Web los distintos tipos de tratamientos  
<http://www.sabelotodo.org/metalurgia/tratatermacero.html>

**18.- Junio 2008. Opción A.**

¿En qué consiste el temple?

**19.- Septiembre 2008. Opción B.**

¿En qué consiste y qué fines persigue un tratamiento mecánico en frío?

**20.- Septiembre 2008. Opción B.**

¿En qué consiste la electrólisis?. ¿Para qué se aplica?

**21.- Junio 2009. Opción A.**

¿Cuál es la diferencia fundamental entre oxidación y corrosión?

**22.- Septiembre 2009. Opción B.**

¿En qué consiste la corrosión bajo tensión?

**23.- Septiembre 2009. Opción B.**

Define componente, fase y grados de libertad de un sistema material.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 9.

**24. – Junio 2010. Prueba general. Opción B.**

A un metal se le añade un elemento de aleación cuyo tamaño atómico es superior para formar una aleación de sustitución. ¿Qué cabe esperar del límite elástico?

**Respuesta:** Consultar la cuestión 6. El endurecimiento aumenta y por lo tanto el límite elástico es también mayor cuando el metal está aleado.

**25. – Junio 2010. Prueba general. Opción B.**

¿Qué es una aleación eutéctica? ¿Cuáles son sus características principales?

**Respuesta:** Consultar apartado 3 “Diagrama de fases de dos metales parcialmente solubles en estado sólido”.

**26. – Junio 2010. Prueba específica. Opción A.**

¿Por qué la deformación en frío endurece un material metálico?

**Respuesta:** Consultar la cuestión 6.

**27.- Junio 2010. Prueba específica Opción B**

¿Qué es un material isótropo?

**Respuesta:** Un material isótropo es aquel que tiene las mismas propiedades en todas las direcciones. En caso contrario es anisótropo.

**28.-Septiembre 2010. Prueba específica. Opción A**

Sabiendo que la carga máxima aplicada en un ensayo de tracción sobre una probeta normalizada de  $150 \text{ mm}^2$  de sección es de 50000 N, calcula la tensión de rotura.

Datos.	Solución
$S = 150 \text{ mm}^2$ $F = 50.000 \text{ N}$ $\sigma?$	$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{50.000 \text{ N}}{150 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2} = 33.333,3 \text{ N/cm}^2$

### 29.-Septiembre 2010. Prueba específica. Opción A

Para un material, define la tenacidad.

**Respuesta:** Consultar cuestión 11.

### 30.-Septiembre 2010. Prueba general. Opción B

Una pieza cilíndrica de 15 mm de diámetro está sometida a una carga de tracción de 25 kN.

Determine la tensión de la pieza expresada en MPa.

Datos.	Solución.
$D = 15 \text{ mm}$	
$F = 25 \text{ KN}$	$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{25 \text{ KN}}{\pi \cdot r^2} = \frac{25 \text{ KN} \cdot 10^{-3} \text{ MN/KN}}{\pi \cdot (7,5)^2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 141,47 \text{ MPa}$
$\sigma (\text{MPa})?$	

### 31.-Septiembre 2010. Prueba general. Opción B

Regla de las fases de Gibbs. Qué es un punto triple.

### 32- Septiembre 2010. Prueba específica Opción B.

¿Qué consecuencia se deduce si al analizar la curva de templabilidad en U de un redondo de un acero, se observa que ésta es prácticamente una recta?

**Respuesta:** Que la templabilidad se mantiene constante en toda la sección del material.

### 33.-Junio 2011. Opción B

¿Cuál es la diferencia entre tensión aparente de un ensayo de tracción y tensión verdadera?

### 34.-Junio 2011. Opción B

Concepto de difusión atómica. ¿De qué factor depende fundamentalmente?

### 35.-Septiembre 2011. Opción A

Concepto de dureza. ¿Cómo puede aumentarse la dureza en las aleaciones?

**Respuesta:** Consultar la cuestión 6.

### 36.-Septiembre 2011. Opción A

La dureza de un material es 540 HV50. ¿Qué significado tienen estos números?

**37.-Septiembre 2011. Opción B**

¿Qué resultados se obtienen de un ensayo de tracción?

**Respuesta:** Consultar el apartado 5 del tema “Ensayo de tracción”.

# Tema 5. Neumática.

## Introducción

La utilización de circuitos neumáticos ha ido ganando mucho protagonismo en nuestra sociedad a lo largo de las últimas décadas. No sólo aparecen en automatismos y robots de diferentes industrias, sino también en puertas de garaje, tornos, fresadoras, grúas, máquinas de limpieza a presión. Además estos circuitos son relativamente baratos, limpios y más sencillos que la tecnología que sustituyen, sin verse afectados por variables externas como pueden ser los cambios de temperatura.

El tema desarrollará las siguientes cuestiones:

1. La presión como magnitud básica de hidráulica y neumática. Tipos de presión que se pueden medir.
2. Volumen de fluido consumido en un ciclo de trabajo. Esto servirá para calcular el caudal de aire consumido en una instalación y el caudal medido en condiciones normales.
3. Unidades más importantes en las que se mide la presión.
4. Ecuación de los gases perfectos.
5. Tabla con los símbolos más utilizados en los circuitos neumáticos.

## Nociones básicas de neumática.

### 1- Definiciones básicas

A continuación se dan las definiciones de las distintas presiones que se pueden medir con aparatos de medida o que se pueden calcular.

#### A) Presión.

- Se denomina **presión** a la fuerza aplicada por unidad de superficie ( $P=F/S$ ). Se mide en  $N/m^2$ .
- **Presión atmosférica** es “la presión ejercida por el aire que nos rodea y del medio atmosférico el cual varía día a día.
- **Presión barométrica** : es lo mismo que la **presión atmosférica**, se llama así porque habitualmente se usa un barómetro para saber su valor.
- **Presión manométrica**: también llamada **presión relativa** es la presión expresada como una cantidad medida con respecto a la presión atmosférica.” Se mide con un manómetro
- “**Presión absoluta**. Es la medida de la presión con respecto al vacío total, es equivalente a la presión relativa o manométrica más la atmosférica.”<sup>33</sup>

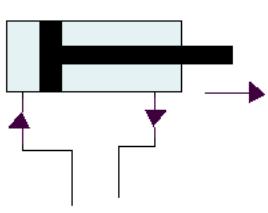
---

<sup>33</sup> Los textos entrecomillados que aparecen en esta página se pueden ver en:  
<http://www.mei.es/formacion/0f0ba7f43e862076ac005faf1bb92240.pdf>

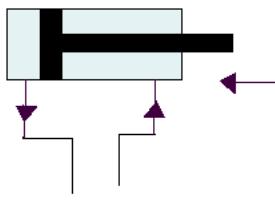
## B) Volumen.

En este apartado se va a calcular el **volumen de aire consumido** por un cilindro cuando su émbolo realiza **un ciclo completo**.

- A) En el caso de tener un **cilindro de doble efecto** hay que tener en cuenta la cantidad de aire que entra en el cilindro en la carrera de avance y la cantidad de aire que entra en la carrera de retroceso. Después se suman ambos volúmenes.



Carrera de avance



Carrera de retroceso

Volumen de aire consumido en la carrera de avance:

$$V_{AV} = S_{EMB} \cdot \text{carrera}$$

Volumen de aire consumido en la carrera de retroceso:

$$V_{RET} = (S_{EMB} - S_{VAS}) \cdot \text{carrera}$$

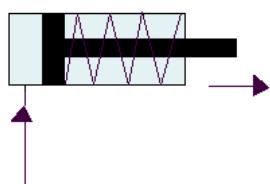
Volumen consumido en un ciclo completo:

$$V_{CICLO} = S_{EMB} \cdot \text{carrera} + (S_{EMB} - S_{VAS}) \cdot \text{carrera}$$

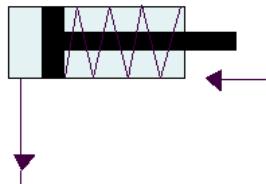
$$V = (2 \cdot S_{EMB} - S_{VAS}) \cdot \text{carrera};$$

$$V_{CICLO} = \frac{\pi}{4} \cdot (2 d_{EMB}^2 - d_{VAS}^2) \cdot \text{carrera}$$

- B) Si se dispone de un **cilindro de simple efecto** se tiene en cuenta el aire que entra en la carrera de avance. Este es el que realiza el trabajo para que el vástagos salga. En la carrera de retroceso no entra aire en el cilindro. Cuando el vástagos entra el trabajo para mover el pistón lo realiza el muelle.



Carrera de avance



Carrera de retroceso

Volumen de aire consumido en la carrera de avance:

$$V_{AV} = S_{EMB} \cdot \text{carrera}$$

Como se ha indicado anteriormente este es el volumen de aire consumido en un ciclo completo.

### C) Caudal.

A continuación se va a dar la fórmula para hallar el caudal o lo que es lo mismo el volumen de aire consumido por segundo en un cilindro. Para hallarlo primero se calcula el volumen de aire consumido en un ciclo. Despues se multiplica esta cantidad por el número de ciclos por segundo. De esta forma queda calculado el caudal.

$$Q=V \cdot n^{\circ} \text{ de ciclos /s}$$

### D) Caudal en condiciones normales.

Para calcular el caudal medido en condiciones normales se debe de tener en cuenta la presión atmosférica.

$$Q_0 = Q \cdot (P_{\text{RELATIVA}} + P_{\text{ATMOSFÉRICA}}) / P_{\text{ATMOSFÉRICA}}$$

#### 2- Unidades básicas.

Cuando se resuelven los problemas es imprescindible conocer las unidades básicas en las que se mide la presión.

La presión atmosférica es de 1 atmósfera física.

$$1 \text{ atmósfera física (Atm.)} = 101.300 \text{ Pascales} = 101,300 \text{ KPa}$$

$$1 \text{ Pascal} = 1 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ Kp/cm}^2 = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Pa} = 98,1 \text{ KPa.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 98,1 \text{ KPa} \\ 101,325 \text{ Kpa} \end{array} \right. \xrightarrow{\quad x \quad} \left. \begin{array}{l} x \\ 1 \text{ Atm} \end{array} \right\} \rightarrow x = 0,968 \text{ Atm.}$$

$$1 \text{ Kp/cm}^2 = 0,968 \text{ Atm.} \approx 1 \text{ Atm.}$$

$$1 \text{ Bar} = 100 \text{ KPa} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ Atm} \\ x \end{array} \right. \xrightarrow{\quad 101.300 \text{ Pa} \quad} \left. \begin{array}{l} 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{array} \right\} \rightarrow x = 0,986 \text{ Atm.}$$

$$1 \text{ Bar} = 0,986 \text{ Atm.} \approx 1 \text{ Atm.}$$

Las equivalencias que están dentro de un recuadro son las que hay que recordar para abordar los problemas.

### 3- Ecuación de los gases perfectos.

La ecuación de los gases perfectos relaciona la presión, el volumen, el nº de moles y la temperatura de un gas ideal.

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

P → Presión

V → Volumen

n → nº de moles

R → Constante de los gases perfectos

T → Temperatura medida en grados Kelvin (°K)

Las unidades más utilizadas de R son:

$$R = 0,082 \left[ \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right] = 8,31 \left[ \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right]$$

La primera unidad utilizada para medir R se usa para resolver problemas de química y la segunda es la medida de R en el sistema internacional.

### 4- Símbolos de neumática.

A continuación se dan los símbolos más utilizados en los circuitos neumáticos.

Símbolos de elementos de uso frecuente en neumática			
Elemento	Símbolo	Elemento	Símbolo
Cilindro de simple efecto		Válvula 2/2 normalmente cerrada	
Cilindro de doble efecto		Válvula 3/2 normalmente abierta	
Manómetro		Válvula 3/2 normalmente cerrada	
Compresor neumático		Válvula unidireccional	
Depósito de aire comprimido		Válvula selectora	
Filtro de aire		Válvula de escape rápido	
Filtro de aire con purga automática		Válvula de simultaneidad	
Regulador de presión		Regulador unidireccional	
Lubricador		Regulador bidireccional	
Unidad de mantenimiento		Válvula de seguridad	
Válvula 2/2 normalmente abierta		Válvula de secuencia	
		Control de presión	
		Válvula diferencial	

34

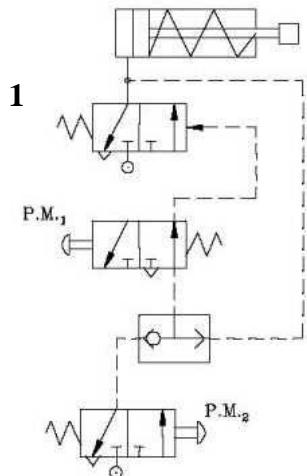
## Problemas de neumática.

### 1.- Junio 99.

- 1) Designar los elementos del circuito.
- 2) Explicar el funcionamiento del mismo.

<sup>34</sup> La tabla se ha obtenido de José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 341.

3) ¿Qué sucede si se pulsa un instante la PM<sub>2</sub>?



**Solución.**

**1) Elementos del circuito.**

- a) Cilindro de simple efecto.
- b) 1 Una válvula 3/2 normalmente cerrada accionada neumáticamente y retorno por muelle.
- c) Dos válvulas 3/2. La que tiene el pulsador PM<sub>1</sub> es normalmente abierta y la otra que posee PM<sub>2</sub> es normalmente cerrada. Las dos válvulas están accionadas por pulsador y retorno por muelle.
- d) Una válvula selectora.

**2) Funcionamiento.**

Al pulsar el pulsador de marcha PM<sub>2</sub> el aire acciona la válvula 1 por la derecha. A continuación la cámara del cilindro se llena y el vástago sale.

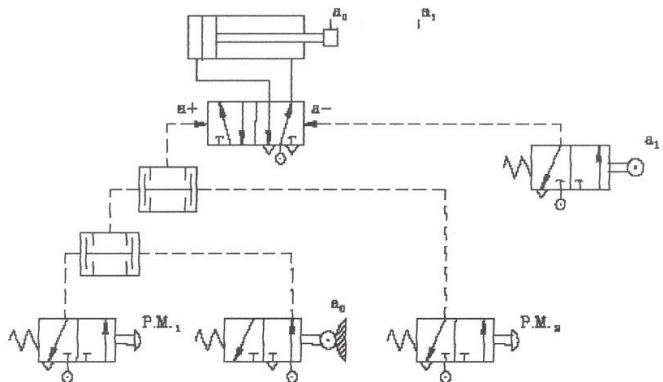
Aunque se suelte PM<sub>2</sub> el vástago no entra. Esto es así porque el aire al salir del cilindro (por la tubería que está representada con línea discontinua) pasa por la válvula selectora, por la válvula PM<sub>1</sub> y activa la válvula 1 por la derecha. En estas condiciones el vástago sigue saliendo o permanece fuera del cilindro en el caso de que haya salido completamente.

Si se ejerce fuerza sobre PM<sub>1</sub> el vástago entra de nuevo. Esto ocurre porque la válvula 1 vuelve a la posición inicial ya que no le llega señal neumática por el lado derecho y la cámara del cilindro se vacía.

**3) Al presionar PM<sub>2</sub> se vuelve a repetir el ciclo.**

**2.- Septiembre 99.**

- 1) Designar los elementos del circuito.
- 2) Explicar el funcionamiento del mismo.
- 3) ¿Qué sucede si el vástago en su carrera de retroceso no llega a pisar "a<sub>0</sub>"?



## Solución.

### 1) Elementos del circuito.

- Cilindro de doble efecto.
- Una válvula 5/2 accionada neumáticamente.
- Dos válvulas de simultaneidad.
- Dos válvulas 3/2 normalmente cerradas accionadas por pulsador (**PM<sub>1</sub>** y **PM<sub>2</sub>**) y retorno por muelle.
- a<sub>0</sub>** y **a<sub>1</sub>** Dos válvulas 3/2 normalmente cerradas. Están accionadas por leva y rodillo (**a<sub>0</sub>** y **a<sub>1</sub>**) y retorno por muelle.

### 2) Funcionamiento.

Al pulsar **PM<sub>1</sub>** y **PM<sub>2</sub>** la válvula 5/2 se acciona por la izquierda, la cámara del cilindro se llena y el vástagos sale. Cuando llega al final de su recorrido presiona el rodillo **a<sub>1</sub>**, esta válvula 3/2 cambia de posición. A continuación el aire que sale de la válvula **a<sub>1</sub>** activando la válvula 5/2 por la derecha. La cámara del cilindro se vacía y el vástagos entra.

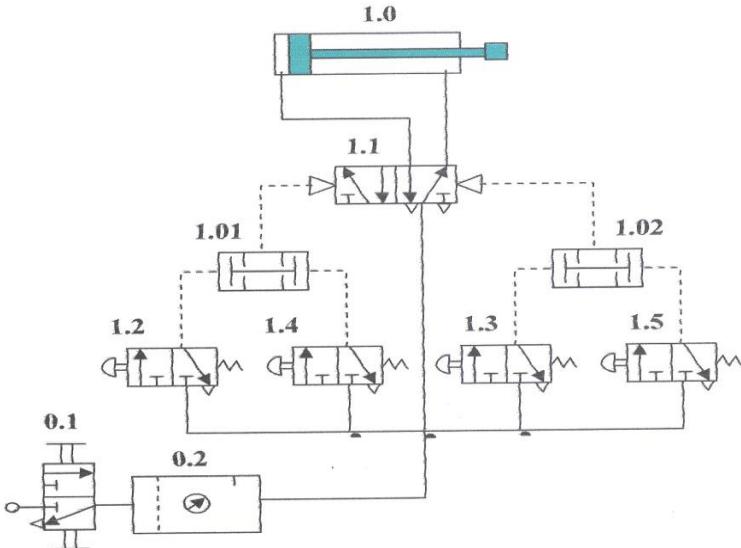
Al pulsar **PM<sub>1</sub>** y **PM<sub>2</sub>** simultáneamente se vuelve a repetir el ciclo.

**3)** Si el vástagos en la carrera de retroceso no llega a pisar **a<sub>0</sub>** el pistón no puede volver a salir porque las válvulas de simultaneidad dejan de estar accionadas.

### 3.- Junio 2001.

En la instalación neumática representada en el esquema:

- Define los componentes de la misma.
- Explica el funcionamiento de la instalación.
- ¿Qué ocurre si se pulsa 1.2 y sin soltarlo se pulsa 1.4?.
- ¿Qué pasa si a 1.01 llegan presiones distintas?.



### Solución.

#### a) Componentes del sistema.

- 1) Un cilindro de doble efecto.
- 2) Una válvula 5/2 accionada neumáticamente.
- 3) 1.01 y 1.02 Dos válvulas de simultaneidad.
- 4) 1.2, 1.4, 1.3 y 1.5 Cuatro válvulas 3/2 normalmente cerradas accionadas por pulsador y retorno por muelle.
- 5) 0.2 Una unidad de mantenimiento.
- 6) Una válvula 3/2 accionada manualmente de puesta en marcha.

#### b) Funcionamiento.

Hay que pulsar 0.1 ya que en caso contrario, no llega aire a ninguna válvula. Si se presionan los pulsadores de las válvulas 1.2 y 1.4 pasa aire por la válvula 1.01. Se acciona la válvula 5/2 por la izquierda y el vástago sale.

Se supone que 1.2 y 1.4 se han accionado a la vez en un instante de tiempo. Una vez que el vástago comienza a salir no es necesario seguir pulsándolos.

El vástago permanece fuera del cilindro hasta que se ejerza fuerza sobre los pulsadores 1.3 y 1.5 simultáneamente. En este momento pasa aire por la válvula 1.02, la válvula 5/2 cambia de posición y el vástago entra.

c) Si se pulsa 1.2 y sin soltarlo se pulsa 1.4 el vástago sale.

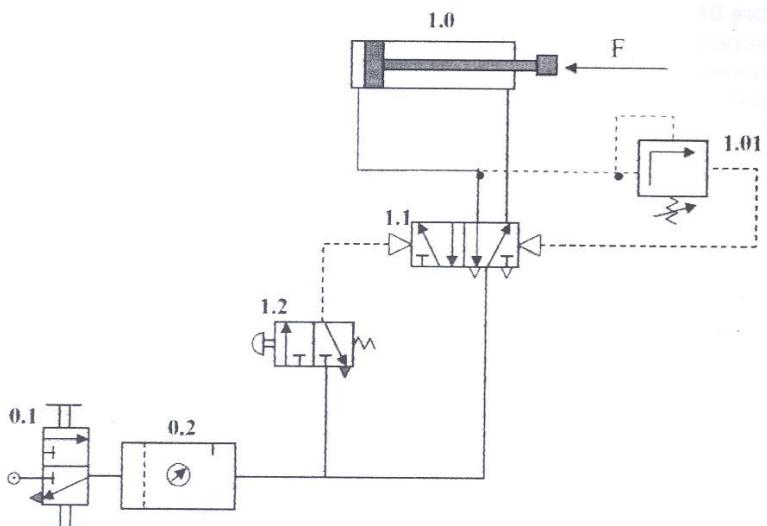
d) Si a 1.01 le llegan presiones distintas, el vástago no puede salir porque la válvula 1.01 no deja pasar el aire.

#### 4.- Septiembre 2001, septiembre 2004. Opción B y septiembre 2005 Opción B.

En la instalación neumática cuyo esquema se representa:

- a) Define los componentes.
- b) Explica el funcionamiento de la instalación.
- c) ¿Qué función realiza la válvula de secuencia 1.01?

d) ¿Qué ocurre si se mantiene apretado 1.2 cuando el cilindro no ha terminado de salir?



**Solución.**

**a) Componentes del sistema.**

- 1) 1.0 Cilindro de doble efecto.
- 2) 1.01 Válvula de secuencia.
- 3) 1.1 Válvula 5/2 accionada neumáticamente.
- 4) 1.2 Válvula 3/2 normalmente cerrada accionada por pulsador y retorno por muelle.
- 5) 0.2 Unidad de mantenimiento.
- 6) 0.1 Válvula 3/2 de puesta en marcha accionada manualmente.

**b) Funcionamiento.**

Hay que pulsar 0.1 ya que en caso contrario no llega aire a ninguna válvula. Al presionar el pulsador de 1.2 se acciona la válvula 5/2 por la izquierda y el vástago sale. Cuando este llega al final de su recorrido el aire ya no puede entrar en la cámara del cilindro, la presión se eleva y el fluido pasa por la válvula de secuencia activando la válvula 5/2 por la derecha. En este momento el vástago entra de nuevo.

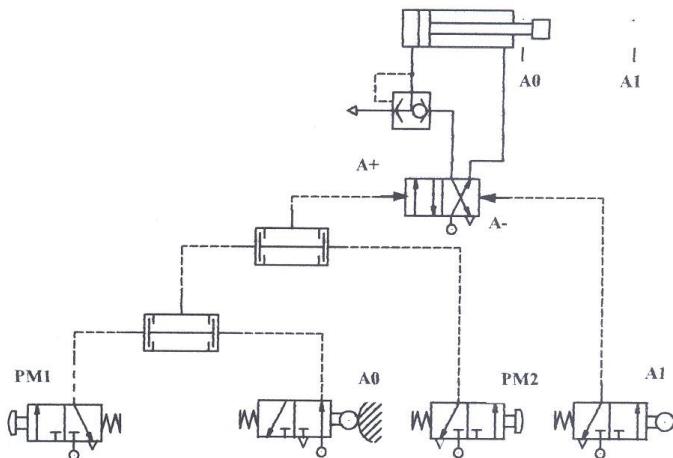
**c)** La válvula de secuencia 1.01 controla que la presión no supere un determinado valor.

**d)** Si se mantiene apretado 1.2 cuando el vástago no ha terminado de salir, este sigue saliendo y no entra hasta que no deje de pulsar 1.2.

**5.- Junio 2002.**

En la instalación neumática cuyo esquema se representa:

- a) Define los componentes.
- b) Explica el funcionamiento de la instalación.



### Solución.

#### a) Componentes del sistema.

- 1) Cilindro de doble efecto.
- 2) Una válvula de escape rápido.
- 3) Una válvula 4/2 accionada neumáticamente.
- 4) Dos válvulas de simultaneidad.
- 5) Dos válvulas 3/2 normalmente cerradas accionadas por pulsador ( $PM_1$  y  $PM_2$ ) y retorno por muelle.
- 6) Dos válvulas 3/2 una normalmente cerradas. Están accionadas por leva y rodillo ( $A_0$  y  $A_1$ ). El retorno es por muelle.

#### b) Funcionamiento.

Al pulsar  $PM_1$  y  $PM_2$  la válvula 4/2 se acciona por la izquierda, la cámara del cilindro se llena y el vástagos sale. Cuando llega al final de su recorrido presiona el rodillo  $A_1$ , esta válvula 3/2 se activa por la derecha. Despues cambia de posición la válvula 4/2 accionada por la derecha. La cámara del cilindro se vacía y el vástagos entra. Lo hace rápidamente porque el aire sale del cilindro por la válvula de escape rápido. Al pulsar  $PM_1$  y  $PM_2$  simultáneamente se vuelve a repetir el ciclo.

#### 6.- Septiembre 2002.

Un cilindro de doble efecto tiene un émbolo de 50 mm de diámetro, un vástagos de 19 mm de diámetro, una carrera de 500 mm y realiza 50 ciclos a la hora. Sabiendo que la presión relativa de la red es de  $6 \text{ Kg} / \text{cm}^2$  y que los rozamientos suponen un 10% de la fuerza teórica del cilindro. Calcular:

- 1.- Esfuerzo máximo que se puede realizar con el cilindro en la carrera de avance expresando el resultado en N.
- 2.- Esfuerzo máximo que se puede vencer en la carrera de retroceso expresando el resultado en N.
- 3.- Consumo de aire en  $\text{m}^3/\text{h}$  referido a las condiciones normales.

**Datos.**

$$d_{EMB} = 50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}$$

$$d_{VAS} = 19 \text{ mm} = 1,9 \text{ cm}$$

$$L = 500 \text{ mm} = 50 \text{ cm}$$

**50 ciclos /h**

$$P = 6 \text{ Kg/cm}^2$$

**rozamientos = 10%F**

**F<sub>AV</sub>, F<sub>RET</sub>, Q?**

**Solución.**

$$1) F_{AV} = P \cdot S = P \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{6 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \pi \cdot 5^2 \text{ cm}^2}{4}$$

$$F_{AV} = 117,81 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ N/kg} = 1.178,1 \text{ N}$$

$$F_{AV \text{ REAL}} = F \cdot (1 - 0,1) = 1.178,1 \text{ N} \cdot 0,9 = 1.060,29 \text{ N}$$

$$2) F_{RET} = P \cdot S = \frac{6 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \pi \cdot (5^2 \text{ cm}^2 - 1,9^2 \text{ cm}^2)}{4}$$

$$F_{RET} = 100,798 \text{ Kg} = 1.007,98 \text{ N}$$

$$F_{RET \text{ REAL}} = F \cdot (1 - 0,1) = 1.007,98 \text{ N} \cdot 0,9 = 907,18 \text{ N}$$

$$3) V = S_{EMB} \cdot \text{carrera} + (S_{EMB} - S_{VAS}) \cdot \text{carrera}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 5^2 \text{ cm}^2 + \pi \cdot (5^2 \text{ cm}^2 - 1,9^2 \text{ cm}^2)}{4} \cdot 50 \text{ cm.}$$

$$V = 1.821,73 \text{ cm}^3/\text{ciclo}$$

$$Q = 1.821,7 \text{ cm}^3/\text{ciclo} \cdot 50 \text{ ciclos /h} = 91.086,5 \text{ cm}^3/\text{h} = 0,091 \text{ m}^3/\text{h}$$

El consumo medido en las condiciones normales será:

$$Q_0 = Q \cdot P / P_0 = (0,091 \text{ m}^3/\text{h}) \cdot \frac{(6 \text{ Kg/cm}^2 + 1 \text{ Kg/cm}^2)}{1 \text{ Kg/cm}^2} = 0,637 \text{ m}^3/\text{h}$$

**7.- Junio 2003. Opción B.**

El vástago de un cilindro neumático de doble efecto es de carrera corta, y debe realizar una fuerza al salir de 20 KN con una presión máxima de 8 bares.

- Calcula el diámetro del vástago si éste estuviera realizado en un material de tensión admisible 25 Kg/mm<sup>2</sup>.
- Calcula el diámetro del cilindro.
- ¿Qué fuerza puede realizar durante el retorno si la presión máxima del aire es de 10 bares?.

**Datos.**

$$F=20 \text{ KN}$$

$$P_{MAX}=8 \text{ bares}=8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma = 25 \text{ Kg/mm}^2$$

**Solución.**

$$\text{a)} S_{VAS} = F / \sigma = \frac{20.000 \text{ N} / 9,8 \text{ N/Kg}}{25 \text{ Kg/mm}^2} = 81,63 \text{ mm}^2 = 8,16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$S_{VAS} = \pi \cdot d_{VAS}^2 / 4; \rightarrow d_{VAS} = \sqrt{S_{VAS} \cdot 4 / \pi}$$

$$d_{VAS} = \sqrt{81,63 \text{ mm}^2 \cdot 4 / \pi} = 10,19 \text{ mm}$$

$$\text{b)} P=F/S_{EMB}; S_{EMB}=F/P=20.000 \text{ N} / 8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 0,025 \text{ m}^2$$

**d<sub>VAS</sub>, d<sub>CIL</sub> y F<sub>RET</sub> si P<sub>MAX</sub> del aire es 10 bares ?**

$$10 \text{ bares} = 10 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

$$S_{EMB} = \pi \cdot d_{EMB}^2 / 4$$

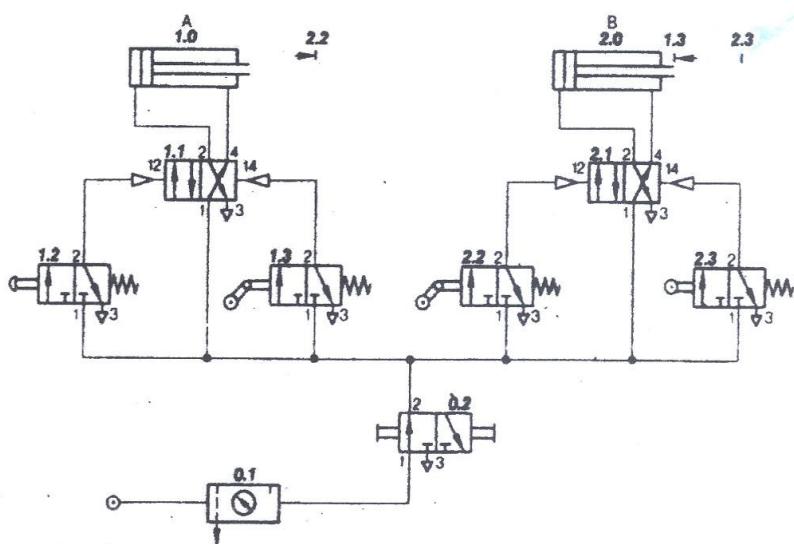
$$d_{EMB} = \sqrt{S_{EMB} \cdot 4 / \pi} = \sqrt{0,025 \text{ m}^2 \cdot 4 / \pi} = 0,178 \text{ m} = 178 \text{ mm}$$

$$\text{c)} F_{RET}=P \cdot S = 10 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot (0,025 \text{ m}^2 \cdot 8,16 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2)$$

$$F_{RET}=24.918,4 \text{ N}$$

**8.- Junio 2003. Opción A.**

Designar los elementos que componen el circuito de la figura y explicar el funcionamiento del circuito.



**Solución.**

**Elementos del circuito.**

- 1) 1.0 y 2.0 Dos cilindros de doble efecto.
- 2) 1.1 y 2.1 Dos válvulas 4/2 accionadas neumáticamente.

- 3) **1.3, 2.2 y 2.3** Tres válvulas 3/2 normalmente cerradas. La 2.3 es accionada por leva y rodillo y las otras dos accionadas por leva y rodillo unidireccional. El retorno de las tres es por muelle.
- 4) **1.2** Una válvula 3/2 normalmente cerrada accionada por pulsador y retorno por muelle.
- 5) **0.2** Una válvula 3/2 de parada accionada manualmente.
- 6) **0.1** Una unidad de mantenimiento.

### Funcionamiento.

Al pulsar 1.2 la válvula 1.1 se acciona por la izquierda y el vástago del cilindro 1.0 sale. Al llegar al rodillo 2.2 lo presiona, la válvula 2.2 cambia de posición y la válvula 2.1 se activa por la izquierda. El vástago del cilindro 2.0 sale. Al alcanzar el final de carrera 2.3, se acciona esta válvula por la izquierda, deja pasar aire y la válvula 2.1 vuelve a su posición inicial. El vástago de 2.0 entra. Al presionar el final de carrera 1.3, la válvula 1.3 se activa por la izquierda, esta deja pasar el aire y la válvula 1.1 vuelve a su posición inicial. El pistón de 1.0 entra de nuevo. Si se pulsa 1.2 se repite otra vez el ciclo.

### 9.- Septiembre 2003. Opción A.

Un cilindro de 80 mm de diámetro, con un vástago en la cámara anterior de 25 mm de diámetro es alimentado con una presión manométrica de 6 kp/cm<sup>2</sup>. La carrera del cilindro es de 700 mm y realiza 5 ciclos por minuto. Determinar el consumo de aire por minuto medido en condiciones normales.

#### Solución:

Se van a dar dos soluciones.

**A)** Se supone que el **cilindro es de simple efecto**, por lo tanto sólo hay que tener en cuenta el volumen de aire desplazado en la carrera de avance, ya que es cuando el aire realiza trabajo.

#### Datos.

$$d_{CIL}=80 \text{ mm}$$

$$d_{VAS}=25 \text{ mm}$$

$$P=6 \text{ Kp/cm}^2$$

$$L=700 \text{ mm}$$

$$5 \text{ ciclos/min}$$

$$Q \text{ en condiciones normales?}$$

#### Solución 1.

$$V=S_{EMB} \cdot \text{carrera}$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot L = \pi \cdot 40^2 \text{ mm}^2 \cdot 700 \text{ mm} = 3.518.583,77 \text{ mm}^3 = 3.518,6 \text{ cm}^3$$

$$Q = 3.518,6 \text{ cm}^3/\text{ciclo} \cdot 5 \text{ ciclos/min.} = 17.592,92 \text{ cm}^3/\text{min.}$$

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{ATM} = 6 \text{ Kp/cm}^2 + 1 \text{ Kp/cm}^2 = 7 \text{ Kp/cm}^2$$

$$Q_0 = P/P_0 \cdot Q = 17.592,92 \text{ cm}^3/\text{min.} \cdot (7 \text{ Kp/cm}^2 / 1 \text{ Kp/cm}^2)$$

$$Q_0 = 123.150,43 \text{ cm}^3/\text{min}$$

**B)** A continuación se realizan los cálculos con un **cilindro de doble efecto**. En este caso hay que tener en cuenta el aire desplazado en la carrera de avance y en la de retroceso.

## Solución 2.

$$V = (S_{EMB} - S_{VAS}) \cdot \text{carrera} + S_{EMB} \cdot \text{carrera} = (2 \cdot S_{EMB} - S_{VAS}) \cdot \text{carrera}$$

$$V = 2 \cdot 3.518,6 \text{ cm}^3 - (\pi \cdot 1,25^2 \text{ cm}^2 \cdot 70 \text{ cm}) = 7.037,2 \text{ cm}^3 - 343,6 \text{ cm}^3 = 6.693,6 \text{ cm}^3$$

$$Q = 6.693,6 \text{ cm}^3/\text{ciclo} \cdot 5 \text{ ciclos/min.} = 33.468 \text{ cm}^3/\text{min.}$$

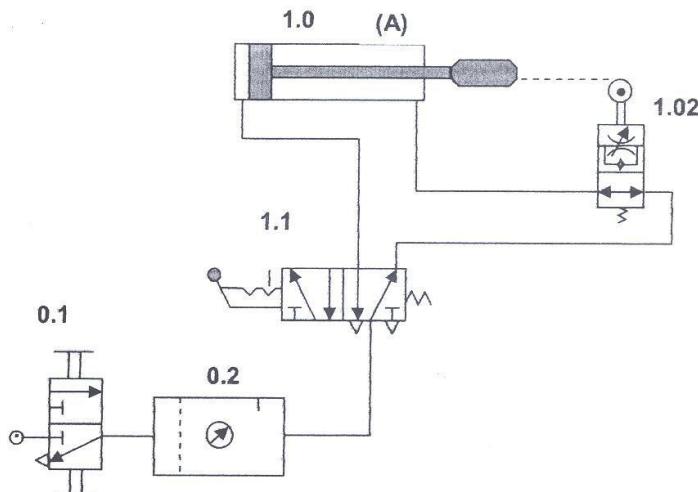
$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{ATM} = 6 \text{ Kp/cm}^2 + 1 \text{ Kp/cm}^2 = 7 \text{ Kp/cm}^2$$

$$Q_0 = P/P_0 \cdot Q = 33.468 \text{ cm}^3/\text{min.} \cdot (7 \text{ Kp/cm}^2 / 1 \text{ Kp/cm}^2) = \mathbf{234.276 \text{ cm}^3/\text{min}}$$

## 10.- Junio 2004. Opción A y junio 2009.

Dado el esquema de la instalación neumática:

- a) Definir cada componente del mismo.
- b) Explicar su funcionamiento.
- c) ¿Cuándo debe emplearse este sistema?



## Solución.

### a) Componentes del sistema.

- 1) 1.0 Un cilindro de doble efecto.
- 2) 1.1 Una válvula 5/2 accionada por palanca con enclavamiento y retorno por muelle.
- 3) 1.01 Una válvula 2/2 accionada por leva y rodillo con retroceso por muelle.
- 4) 0.2 Una unidad de mantenimiento.
- 5) 0.1 Una válvula 3/2 de puesta en marcha accionada manualmente.

### b) Funcionamiento.

Se debe accionar la válvula 0.1 para que funcione el circuito. Al mover la palanca de la válvula 1.1 el vástagos del cilindro sale. Al llegar al final de su recorrido presiona 1.02, esta válvula cambia de posición y el aire sale más despacio del cilindro. Por lo tanto el vástagos sale más despacio. Esto ocurre porque la válvula 2/2 tiene una válvula reguladora de caudal en una de sus posiciones que actúa sobre el aire que sale del

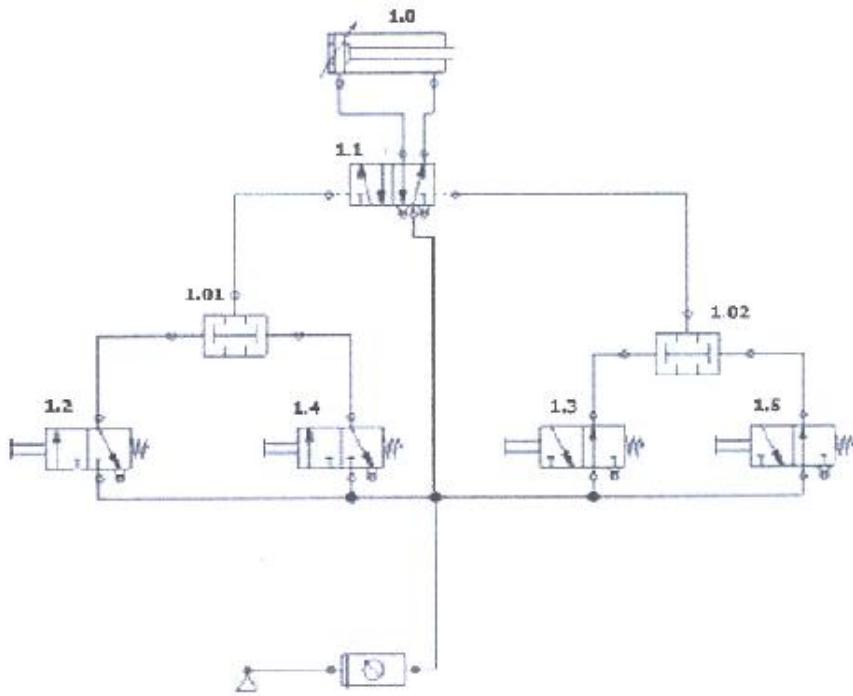
cilindro al final del recorrido de la carrera de avance. Cuando la palanca de 1.1 cambia de posición, para que esta válvula retorne a su posición original, el vástago del cilindro entra. Si se acciona de nuevo la palanca de 1.1 se vuelve a repetir el ciclo.

c) Este sistema debe emplearse cuando se desea que al final de su recorrido el vástago salga despacio.

### 11.- Junio 2004. Opción B.

En la instalación neumática representada en el esquema:

- Definir los componentes del mismo
- Explicar el funcionamiento de la instalación
- ¿Qué ocurre si se pulsa 1.2 y sin soltarlo se pulsa 1.4?
- ¿Qué pasa si a 1.01 le llegan presiones distintas?



**Solución.**

#### a) Componentes.

- 1.0 Cilindro de doble efecto.
- 1.1 Una válvula 5/2 accionada neumáticamente.
- 1.01 y 1.02 Dos válvulas de simultaneidad.
- 1.2 y 1.4 Dos válvulas 3/2 accionadas manualmente y retorno por muelle, son normalmente cerradas.
- 1.3 y 1.5 Dos válvulas 3/2 accionadas manualmente y retorno por muelle, son normalmente abiertas.
- 6) Una unidad de mantenimiento.
- 7) Un compresor.

#### b) Funcionamiento.

El vástago permanece dentro de la cámara del cilindro porque la válvula 5/2 está accionada por la derecha ya que las válvulas 1.3 y 1.5 son normalmente abiertas. Se deben presionar simultáneamente los pulsadores de las válvulas 1.2, 1.4, 1.3 y 1.5,

para que la válvula 1.1 se accione por la izquierda y el vástago salga. Durante el desplazamiento del vástago los accionamientos de las válvulas 1.3 y 1.5 deben permanecer presionados aunque los de las válvulas 1.2 y 1.4 se suelten.

Cuando el vástago ha llegado al final de su recorrido para que vuelva a entrar es necesario que los pulsadores de las válvulas 1.3 y 1.5 dejen de estar accionados. En este momento la válvula 5/2 es activada por la derecha.

Si se vuelven a pulsar simultáneamente 1.2, 1.4, 1.3 y 1.5 se repite el ciclo.

c) Si se presiona 1.2 y sin soltarlo se pulsa 1.4 el vástago sale siempre y cuando se presionen 1.3 y 1.5. Si no se pulsan estos el pistón no puede salir.

d) Si a 1.01 le llegan presiones distintas no se acciona la válvula 5/2 por la izquierda ya que la válvula de simultaneidad no deja pasar aire. El vástago no puede salir.

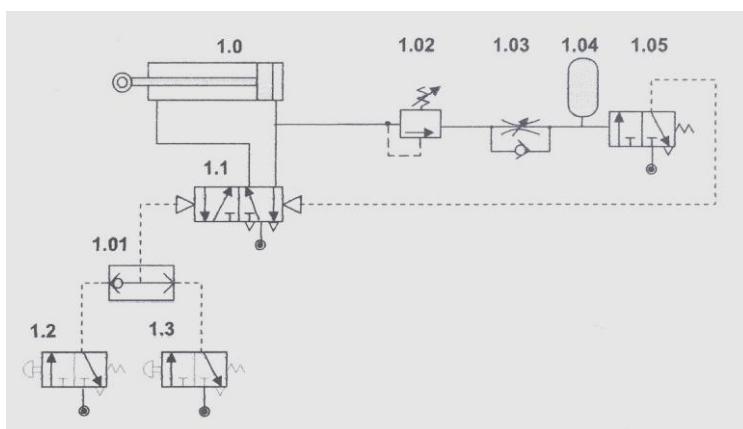
## 12.- Junio 2005. Opción A.

Dado el esquema de la instalación neumática siguiente:

a) Definir cada componente de la misma.

b) Explica su funcionamiento.

c) Si el circuito se emplea para la apertura y cierre de una puerta de garaje, ¿qué ocurre si la puerta se encuentra con un obstáculo en su recorrido?



### Solución.

#### a) Componentes del circuito.

- 1) 1.0 Un cilindro de doble efecto.
- 2) 1.02 Una válvula de secuencia.
- 3) 1.03, 1.04 y 1.05 El conjunto forma un temporizador con retardo a la conexión normalmente cerrado. En concreto 1.03 es una válvula reguladora de caudal, 1.04 es un depósito y 1.05 es una válvula 3/2 normalmente cerrada accionada neumáticamente.
- 4) 1.1 Una válvula 5/2 accionada neumáticamente.
- 5) 1.01 Una válvula selectora.
- 6) 1.2 y 1.3 Dos válvulas 3/2 normalmente cerradas accionadas por pulsador y retorno por muelle.

**b) Funcionamiento.**

Al pulsar 1.2 o 1.3 (o ambas a la vez) la válvula 1.1 se acciona por la izquierda y el vástago del cilindro sale. Al final del recorrido el fluido no puede entrar en el cilindro, la presión se eleva y el aire pasa al temporizador. Este tras un tiempo activa la válvula 1.1 por la derecha. El vástago del cilindro vuelve a entrar. Si se vuelve a pulsar 1.2 o 1.3 (o ambas a la vez) el proceso se repite.

**c)** Si el circuito se emplea para accionar una puerta y se encuentra un obstáculo mientras se está abriendo (el vástago está saliendo) ocurre lo siguiente: el aire pasa al temporizador y la válvula 1.1 se acciona al cabo de un tiempo por la derecha. En este momento el vástago del cilindro se mete (la puerta se cierra).

**13.- Septiembre 2005. Opción A.**

Un cilindro tiene un diámetro de 80 mm, con un vástago en la cámara anterior de 25 mm de diámetro y le llega una presión manométrica de  $6 \text{ kg/cm}^2$ .

Calcular la fuerza real que puede vencer un cilindro en el avance y en el retroceso, si se supone que el rozamiento es el 10% de la fuerza teórica.

**Datos.**

$$d_{CIL}=80 \text{ mm}=8 \text{ cm}$$

$$d_{VAS}=25 \text{ mm}=2,5 \text{ cm}$$

$$P_{MAN}=6 \text{ Kg/cm}^2$$

**Solución.**

$$F_{AV} = P \cdot S = P \cdot \pi \cdot r^2 = 6 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \pi \cdot 4^2 \text{ cm}^2 = 301,59 \text{ Kg}$$

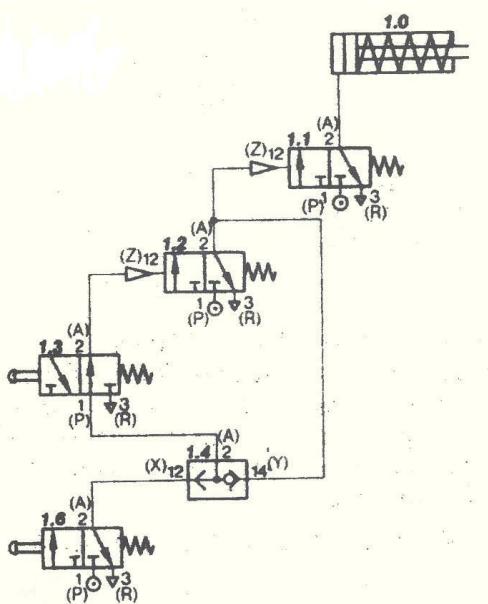
$$F_{AV \text{ REAL}} = F \cdot (1-0,1) = 301,59 \text{ Kg} \cdot 0,9 = 271,43 \text{ Kg}$$

$$F_{RET} = P \cdot S = 6 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \pi \cdot (4^2 \text{ cm}^2 - 1,25^2 \text{ cm}^2) = 272,14 \text{ kg}$$

$$F_{AV}, F_{RET} \text{ si rozamiento}=10\% \text{ de } F? \quad F_{RET \text{ REAL}} = F \cdot (1-0,1) = 272,14 \text{ kg} \cdot 0,9 = 244,93 \text{ Kg}$$

**14.- Septiembre 2005. Opción B**

Identifica los elementos que componen el circuito de la figura y explica su funcionamiento.



## Solución.

### Elementos del circuito.

- 1) 1.0 Un cilindro de simple efecto.
- 2) 1.1 y 1.2 Dos válvulas 3/2 normalmente cerradas, accionadas neumáticamente y retroceso por muelle.
- 3) 1.3 Una válvula 3/2 normalmente abierta, accionada por pulsador y retorno por muelle.
- 4) 1.4 Una válvula selectora.
- 5) 1.6 Una válvula 3/2 normalmente cerrada, accionada por pulsador y retorno por muelle.

### Funcionamiento.

Al pulsar la válvula 1.6, como la válvula 1.3 es normalmente abierta, se acciona 1.2 por la izquierda. Al fluir aire por esta válvula también se activa la válvula 1.1 por la izquierda. El vástago del cilindro sale.

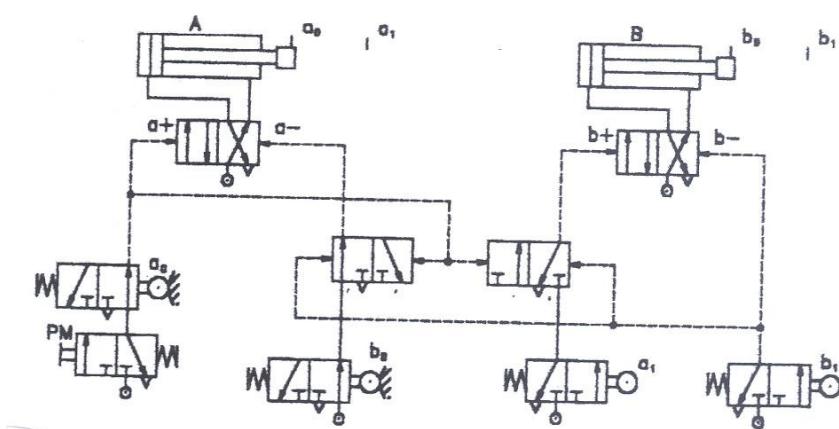
Aunque 1.6 deje de estar presionado el vástago no entra. Esto ocurre porque el aire se desplaza desde la válvula 1.2, hacia la selectora y la 1.3 y el fluido acciona la válvula 1.2. Esto hace que la válvula 1.1 permanezca activada y el vástago sigue saliendo del cilindro.

Al presionar 1.3 no le llega aire a la válvula 1.2 por la izquierda y la válvula 1.1 regresa a su posición inicial. El vástago entra.

Si se vuelve a pulsar 1.6 el proceso se repite.

### 15.- Junio 2006. Opción A.

Identifica los elementos que componen el circuito de la figura y explica el funcionamiento del circuito.



## Solución.

### Elementos del circuito.

- 1) A y B Dos cilindros de doble efecto.
- 2) Dos válvulas 4/2 accionadas neumáticamente.
- 3) Dos válvulas 3/2 una normalmente abierta y otra normalmente cerrada accionadas neumáticamente.

- 4) **a<sub>0</sub>, a<sub>1</sub>, b<sub>0</sub> y b<sub>1</sub>** son cuatro válvulas 3/2 normalmente cerradas accionadas por leva y rodillo, el retroceso es por muelle.
- 5) **PM** Una válvula 3/2 de puesta en marcha normalmente cerrada, accionamiento manual retroceso por muelle.

### Funcionamiento.

Al pulsar PM las válvulas 3/2 accionadas neumáticamente cambian de posición y a la válvula 4/2 del cilindro A le llega aire por la izquierda. El vástago de A sale. Cuando este llega al final de su recorrido presiona a<sub>1</sub> y esta válvula modifica su posición. El fluido activa por la izquierda la válvula 4/2 del cilindro B y el vástago de este comienza a salir. Cuando este alcanza el final de su recorrido, ejerce fuerza sobre b<sub>1</sub> y acciona la válvula b<sub>1</sub> por la derecha. Las válvulas 3/2 accionadas neumáticamente retornan a su posición original. Además a la válvula 4/2 del cilindro B le llega aire por la derecha, cambia de posición y el vástago del cilindro vuelve a entrar. Cuando este alcanza el final de su recorrido presiona sobre b<sub>0</sub> y esta válvula se activa por la derecha. En este momento el fluido llega a la válvula 4/2 del cilindro A por la derecha y esta regresa a su posición inicial. El vástago de A vuelve a entrar.

Si se ejerce de nuevo fuerza sobre PM se repite el proceso.

### 16.- Junio 2007. Opción A.

Un cilindro neumático de doble efecto tiene un émbolo de 40 mm de diámetro, con un vástago de 20 mm de diámetro, una carrera de 200 mm y realiza 100 ciclos /hora. Sabiendo que la presión manométrica de la máquina es de 6 daN/cm<sup>2</sup> y que se desprecian los rozamientos, calcular:

- Esfuerzo máximo que se puede vencer con el cilindro en la carrera de avance, expresando el resultado en daN.
- Esfuerzo máximo que se pueden vencer con el cilindro en la carrera de retroceso, expresando el resultado en daN.
- Consumo de aire en m<sup>3</sup>/hora, referidos a las condiciones normales.

#### Datos.

$$d_{EMB} = 40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}$$

$$d_{VAS} = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$$

$$L = 200 \text{ mm} = 20 \text{ cm}$$

$$100 \text{ ciclos /h}$$

$$P_{MAN} = 6 \text{ daN/cm}^2$$

$$F_{AV}, F_{RET}, Q?$$

#### Solución.

$$\text{a)} F_{AV} = P \cdot S = P \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{6 \text{ daN/cm}^2 \cdot \pi \cdot 4^2 \text{ cm}^2}{4} = 75,39 \text{ daN}$$

$$\text{b)} F_{RET} = P \cdot S = 6 \text{ daN/cm}^2 \cdot \pi \cdot (2^2 \text{ cm}^2 - 1^2 \text{ cm}^2) = 56,54 \text{ daN}$$

$$\text{c)} V = S_{EMB} \cdot \text{carrera} + (S_{EMB} - S_{VAS}) \cdot \text{carrera}$$

$$V = (\pi \cdot 2^2 \text{ cm}^2) \cdot 20 \text{ cm} + (\pi \cdot (2^2 \text{ cm}^2 - 1^2 \text{ cm}^2)) \cdot 20 \text{ cm} =$$

$$V = 439,82 \text{ cm}^3/\text{ciclo}$$

$$Q = 439,82 \text{ cm}^3/\text{ciclo} \cdot 100 \text{ ciclos /h} = 43.981,7 \text{ cm}^3/\text{h}$$

$$Q = 43.981,7 \text{ cm}^3/\text{h} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{cm}^3 = 0,0439817 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$P_{MAN} = 6 \text{ daN/cm}^2 \cdot 10 \text{ N/daN} \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{m}^2 = 600.000 \text{ N/m}^2$$

$$P_{ABS} = P_{MAN} + P_{ATM} = 600.000 \text{ N/m}^2 + 101.300 \text{ N/m}^2 = 701.300 \text{ N/m}^2$$

El consumo medido en las condiciones normales será:

$$Q_0 = Q \cdot P / P_0 = 0,044 \text{ m}^3/\text{h} \cdot (701.300 \text{ N/m}^2 / 101.300 \text{ N/m}^2) = 0,30464 \text{ m}^3/\text{h}$$

### 17.- Septiembre 2007. Opción A.

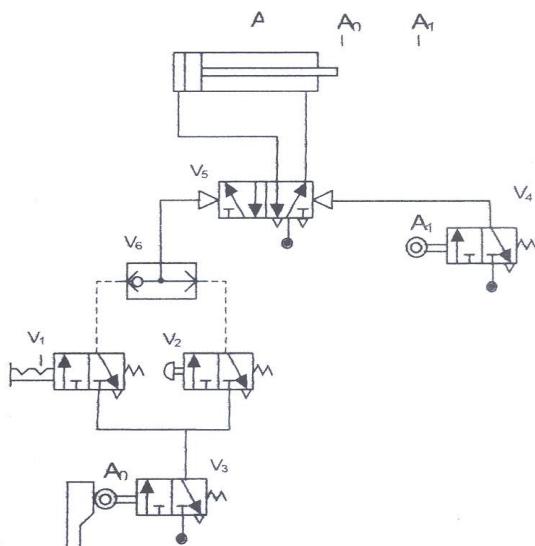
Dado el esquema de la instalación neumática que se adjunta:

a) Definir cada componente de la misma.

b) Explica su funcionamiento.

c) Si el circuito se emplea para el accionamiento automático de un cilindro neumático.

¿Qué ocurre si estando accionado el enclavamiento  $V_1$ , pulsamos la válvula manual  $V_2$ ? Explica la respuesta.



**Solución.**

#### a) Componentes del sistema.

- 1) A Un cilindro de doble efecto.
- 2)  $V_5$  Una válvula 5/2 accionada neumáticamente.
- 3)  $V_6$  Una válvula selectora.
- 4)  $V_1$  Una válvula 3/2 normalmente cerrada accionada manualmente con enclavamiento y retroceso por muelle.
- 5)  $V_2$  Una válvula 3/2 normalmente cerrada accionada por pulsador y retorno por muelle.
- 6)  $V_3$  y  $V_4$  Dos válvulas 3/2, normalmente cerradas, están accionadas por leva y rodillo, el retroceso es por muelle. Inicialmente cuando el vástagos está dentro del cilindro  $V_3$  debería estar accionada por la izquierda pero en el dibujo está mal representada.  $V_3$  sólo deja pasar aire cuando el émbolo está dentro del cilindro. Debería estar representada en la otra posición ya que  $A_0$  está presionado por el vástagos.

**b) Funcionamiento.**

Al pulsar  $V_1$  o  $V_2$  el fluido se desplaza por la válvula selectora y acciona la válvula 5/2 por la izquierda. El pistón del cilindro sale. Ya se puede dejar de pulsar  $V_2$  y situar  $V_1$  en su posición inicial. Al llegar al final de su recorrido el vástago ejerce fuerza sobre  $A_1$ , la válvula  $V_4$  cambia de posición y por esta razón también lo hace la válvula 5/2 que es accionada por la derecha. El vástago entra.

Si se vuelve a presionar  $V_2$  o  $V_1$  o ambos simultáneamente, el ciclo se repite.

**c)** El aire sale por la válvula selectora siempre que esta reciba aire por uno de los dos lados o por los dos a la vez. Por eso si el embolo del cilindro está dentro del mismo al tener pulsados  $V_1$  y  $V_2$ , el vástago del cilindro comienza a salir. El vástago no puede entrar hasta que no deje de pulsar  $V_2$  y  $V_1$  no vuelva a su posición inicial.

**18.- Septiembre 2007. Opción B.**

Una máquina neumática dispone de 4 cilindros de doble efecto con pistones de diámetro 125 mm. y vástago de diámetro 30 mm. La carrera es de 200 mm. y su presión de trabajo es de 6 bares funcionando a 150 ciclos por hora. Determinar:

- La fuerza de avance de cada cilindro.
- La fuerza de retorno de cada cilindro.
- Caudal de aire atmosférico (en litros/minuto) que debe aspirar el compresor para abastecer a la máquina.

**Datos.**

**4 cilindros**

$d_{EMB} = 125 \text{ mm} = 0,125 \text{ m}$

$d_{VAS} = 30 \text{ mm} = 0,03 \text{ m}$

$L = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$

**150 ciclos /h**

**P=6 bares**

**F<sub>AV</sub>, F<sub>RET</sub>, Q?**

**Solución.**

$$\text{a) } F_{AV} = P \cdot S = P \cdot \pi \cdot r^2 = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot \pi \cdot 0,125^2 \text{ m}^2 / 4 = 7.363,1 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_{RET} = P \cdot S = 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \cdot \pi \cdot (0,125^2 \text{ m}^2 - 0,03^2 \text{ m}^2) / 4$$

$$F_{RET} = 6.938,99 \text{ N}$$

$$\text{c) } V = S_{EMB} \cdot \text{carrera} + (S_{EMB} - S_{VAS}) \cdot \text{carrera}$$

$$V_1 = \pi \cdot 0,125^2 \text{ m}^2 / 4 \cdot 0,2 \text{ m} + \pi \cdot (0,125^2 \text{ m}^2 - 0,03^2 \text{ m}^2) / 4 \cdot 0,2 \text{ m}$$

$$V_1 = 4,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{ciclo}$$

$$V = 4V_1 = 4 \cdot 4,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{ciclo} = 0,019 \text{ m}^3/\text{ciclo}$$

$$Q = (0,019 \text{ m}^3/\text{ciclo} \cdot 1.000 \text{ dm}^3/\text{m}^3) \cdot \frac{150 \text{ ciclos / h}}{60 \text{ min/h}}$$

$$Q = 47,6 \text{ dm}^3/\text{min.}$$

El consumo medido en las condiciones normales será:

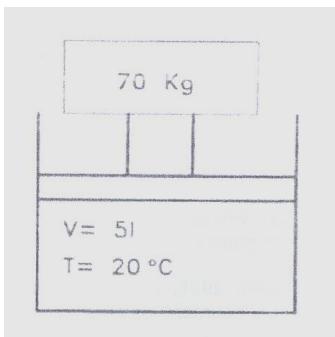
$$Q_0 = Q \cdot P / P_0 = (47,6 \text{ dm}^3/\text{min}) \cdot (6 \text{ bares} + 1 \text{ bar}) / 1 \text{ bar} = 333,4 \text{ l/min}$$

**19.- Septiembre 2008. Opción B.**

Un cilindro vertical neumático se encuentra a una cierta altura en las condiciones marcadas en la figura

a) ¿qué altura ascenderá si se eleva la temperatura a 35°C, sabiendo que la sección del cilindro es de 10 cm<sup>2</sup>?

b) ¿qué altura descendería si permaneciendo la temperatura a 20 °C la carga ascendiese hasta 100 kg?



**Datos.**

$$m=70 \text{ Kg}$$

$$V=5 \text{ l}$$

$$T=20 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\text{a) } T_2=35 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$S=10 \text{ cm}^2=0,1 \text{ dm}^2$$

$$h_{\text{ASCENSO}}?$$

$$\text{b) } m_2=100 \text{ kg}$$

$$h_{\text{DESCENSO}}?$$

**Solución.**

a) La presión es constante:

$$\begin{aligned} P \cdot V = n \cdot R \cdot T &\rightarrow V_1/T_1 = n \cdot R/P = \text{constante} \\ V_2/T_2 = n \cdot R/P = \text{constante} & \end{aligned} \quad \left. \right\} V_1/T_1 = V_2/T_2$$

$$V_2 = T_2 \cdot (V_1/T_1) = \frac{(35+273) \text{ }^{\circ}\text{K} \cdot 5 \text{ l}}{(20+273) \text{ }^{\circ}\text{K}} = 5,25 \text{ l}$$

$$V_2 = h_2 \cdot S = h_2 \cdot 0,1 \text{ dm}^2 = 5,25 \text{ dm}^3 \rightarrow h_2 = 52,5 \text{ dm}$$

$$h_1 = V_1/S = 5 \text{ l} / 0,1 \text{ dm}^2 = 50 \text{ dm} \rightarrow h_{\text{ASCENSO}} = 52,5 \text{ dm} - 50 \text{ dm} = 2,5 \text{ dm}$$

$$\text{b) } P_1 = F/S = 70 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ (N/kg)} / 0,1 \text{ dm}^2 = 6.860 \text{ N/dm}^2$$

$$P_2 = F_2/S = 100 \text{ Kg} \cdot 9,8 \text{ N/kg} / 0,1 \text{ dm}^2 = 9.800 \text{ N/dm}^2$$

Se tiene en cuenta la presión atmosférica:

$$P_1 = 686.000 \text{ N/m}^2 + 101.300 \text{ N/m}^2 = 787.300 \text{ N/m}^2$$

$$P_2 = 980.000 \text{ N/m}^2 + 101.300 \text{ N/m}^2 = 1.081.300 \text{ N/m}^2$$

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T = \text{constante} \rightarrow P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

$$787.300 \text{ N/m}^2 \cdot 5 \text{ l} = 1.081.300 \text{ N/m}^2 \cdot V_2 \rightarrow V_2 = 3,64 \text{ l}$$

$$V_2 = S \cdot h_2 \rightarrow 3,64 \text{ dm}^3 = 0,1 \text{ dm}^2 \cdot h_2 \rightarrow h_2 = 36,4 \text{ dm}$$

$$h_{\text{DESCENSO}} = 50 \text{ dm} - 36,4 \text{ dm} = 13,6 \text{ dm}$$

### 20.- Septiembre 2009. Opción B.

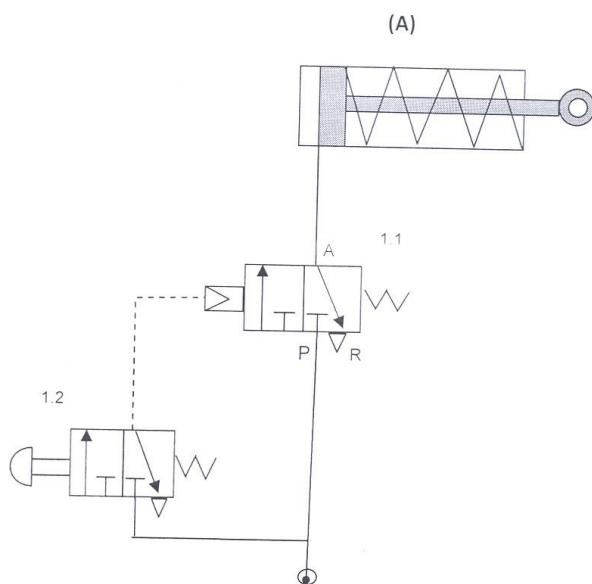
Un cilindro de 80 mm. de diámetro, con un vástago en la cámara anterior de 25 mm. de diámetro, es alimentado con una presión manométrica de 6 atmósferas. El cilindro tiene una carrera de 700 mm., y realiza 5 ciclos por minuto. Determina el consumo de aire por minuto medido en condiciones normales.

**Solución.** Este problema se resuelve igual que el de la convocatoria de **Septiembre de 2003** y da el mismo resultado porque los datos son los mismos la única diferencia es que la presión manométrica en este problema se da en atmósferas y en el problema del 2003 aparece en Kp /cm<sup>2</sup>, pero 1 atm ≈ 1 Kp /cm<sup>2</sup>.

### 21.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción B.

En la instalación neumática que se representa,

- Define cada uno de sus componentes.
- Explica el funcionamiento de la instalación.
- ¿Qué ocurre si soltamos el pulsador en la mitad de la carrera de salida del cilindro?



**Solución.**

#### a) Componentes del circuito.

- Un cilindro de simple efecto.
- Dos válvulas 3/2 normalmente cerradas. La 1.1 está accionada neumáticamente y la 1.2 está accionada por pulsador. Ambas tienen retorno por muelle.
- Un compresor.

**b) Funcionamiento.**

Al pulsar 1.2 llega aire a 1.1 por la izquierda y esta válvula cambia de posición. La cámara del cilindro se llena y el vástago sale. Cuando deje de accionar la válvula 1.2 por la derecha, la válvula 1.1 vuelve a su posición inicial y el vástago entra.

**c)** Si soltamos el pulsador de 1.2 en la mitad de carrera de salida del cilindro, el vástago entra porque la válvula 1.1 deja de estar activada por la izquierda.

**22.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción A.**

En una instalación neumática se mueve un cilindro de doble efecto. Se pretende calcular:

- la fuerza que ejerce en ambas carreras si su diámetro interior es de 80 mm. y su vástago de 25 mm, . cuando la presión manométrica de tarado es de 6 bar.
- ¿Qué caudal de aire comprimido se consume a la hora en el cilindro si la carrera es de 700 mm y efectúa 5 ciclos por minuto?
- ¿Qué caudal de aire ambiente en condiciones normales es el que se necesita? Considere el proceso como si fuese isotérmico y se tratase de un gas ideal.

**Datos.**

$$d_{CIL}=80 \text{ mm}=0,08 \text{ m}$$

$$d_{VAS}=25 \text{ mm}=0,025 \text{ m}$$

$$P=6 \text{ bar} \approx 6 \text{ atm}$$

$$L=700 \text{ mm}$$

5 ciclos /min

Fav, F<sub>RET</sub>, Q, Q<sub>0</sub>?

**Solución.**

$$\mathbf{a) Fav=P \cdot S=(6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2) \cdot (\pi \cdot r_{CIL}^2)=(6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2) \cdot (\pi \cdot 0,04^2)}$$

$$\mathbf{Fav=3.015,93 \text{ N}}$$

$$\mathbf{F_{RET}= P \cdot S=(6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2) \cdot (\pi \cdot (r_{CIL}^2-r_{VAS}^2))}$$

$$\mathbf{F_{RET}=(6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2) \cdot (\pi \cdot (0,04^2-0,0125^2))= 2.721,40 \text{ N}}$$

$$\mathbf{b) V_{AV}=S_{EMB} \cdot \text{carrera}}$$

$$V_{AV}=\pi \cdot r_{CIL}^2 \cdot L=\pi \cdot 40^2 \text{ mm}^2 \cdot 700 \text{ mm}=3.518.583,77 \text{ mm}^3=3,52 \text{ dm}^3$$

$$V_{RET}=\pi \cdot (r_{CIL}^2-r_{VAS}^2) \cdot L=\pi \cdot (40^2-12,5^2) \cdot 700=3.174.972,076 \text{ mm}^3$$

$$V_{RET}=3,175 \text{ dm}^3$$

$$V_{CICLO}=V_{AV}+V_{RET}=3,52 \text{ dm}^3+3,175 \text{ dm}^3=6,695 \text{ dm}^3$$

$$Q=6,695 \text{ dm}^3/\text{ciclo} \cdot 5 \text{ ciclos/min.}=33,475 \text{ dm}^3/\text{min.}$$

$$Q=33,475 \text{ dm}^3/\text{min} \cdot 60 \text{ min/h}=2.008,5 \text{ dm}^3/\text{h}$$

$$\mathbf{c) P_{ABS}=P_{MAN}+P_{ATM}=6 \text{ atm}+1 \text{ atm}=7 \text{ atm}}$$

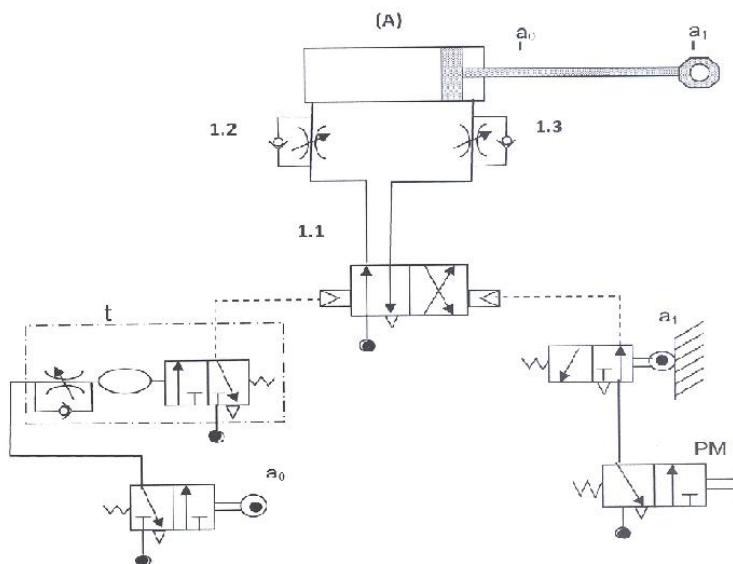
$$\mathbf{Q_0=P/P_0 \cdot Q=2.008,5 \text{ dm}^3/\text{h} \cdot (7 \text{ atm}/1 \text{ atm})= 14.059,5 \text{ dm}^3/\text{h}}$$

**23.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción A.**

El cilindro neumático de la figura mantiene cerrada una compuerta cuando está fuera.

a) Define los elementos de que se compone la instalación

b) Explica el funcionamiento de la compuerta



**Solución.**

**a) Elementos del circuito.**

- 1) A es un cilindro de doble efecto.
- 2) 1.2 y 1.3 son válvulas reguladoras de caudal.
- 3) 1.1 es una válvula 4/2 accionamiento y retroceso neumático.
- 4) t es un temporizador con retardo a la conexión. Consta de una válvula reguladora de caudal, un depósito y una válvula 3/2 normalmente cerrada.
- 5) a<sub>0</sub> y a<sub>1</sub> son dos válvulas 3/2 normalmente cerradas accionadas por leva y rodillo, el retroceso es por muelle.
- 6) PM es una válvula 3/2 normalmente cerrada accionada manualmente y retroceso por muelle.

**b) Funcionamiento de la compuerta.**

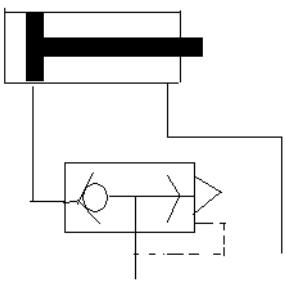
Inicialmente el vástago está fuera. Al accionar el pulsador PM se acciona la válvula 1.1 por la derecha, el vástago entra y la puerta se abre. Al final del recorrido presiona a<sub>0</sub> y esta válvula cambia de posición. Al cabo de un tiempo regulado por el temporizador la válvula 1.1 es accionada por la izquierda y el vástago vuelve a salir. La puerta se cierra. La velocidad de entrada y salida del pistón es moderada por las válvulas reguladoras de caudal. De esta forma el movimiento no es demasiado rápido.

### Cuestiones de neumática.

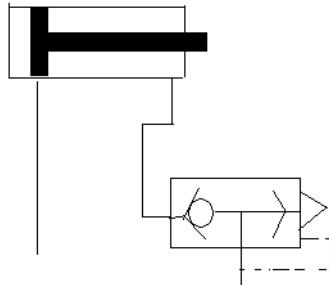
**1.- Junio 99.**

¿Qué elemento es necesario colocar en una instalación neumática para aumentar la velocidad en una de las carreras de un cilindro de doble efecto?

**Respuesta:** Para aumentar la velocidad en una de las carreras del cilindro de doble efecto es necesario colocar una válvula distribuidora automática de tres vías (escape rápido).



Aumenta la velocidad en la carrera de retroceso.



Aumenta la velocidad en la carrera de avance.

## 2.- Septiembre 99.

¿Qué función lógica cumplen las válvulas selectoras?. Dibuja el símbolo.

## 3.- Junio 2000.

¿Qué presión máxima debe soportar una bomba de engranajes que acciona a un cilindro de doble efecto cuyo vástagos ejerce una fuerza de en ambos sentidos de una tonelada , si el cilindro es de 5 cm de diámetro y su vástagos de 2 cm?

### Datos.

$$F=1.000 \text{ Kg}$$

$$d_1=5 \text{ cm}$$

$$d_2=2 \text{ cm}$$

$$P_{\text{MAX}}?$$

### Solución.

$$S_{\text{MIN}}=(\pi/4) \cdot (5^2 \text{ cm}^2 - 2^2 \text{ cm}^2) = 16,49 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{MAX}}=F/S_{\text{MIN}}=1.000 \text{ Kg}/16,49 \text{ cm}^2 = 60,63 \text{ Kg/cm}^2$$

## 4.- Junio 2001.

¿Cómo se determina la velocidad del aire que circula por una tubería de diámetro "D" si el compresor suministra un caudal "Q"?

¿Cuál es el rango de velocidades recomendable?. ¿Cuál es el valor de caída de presión admisible máxima en la instalación?.

### Respuesta:

$$Q=S_1 \cdot v_1 \longrightarrow v_1=Q/S_1 \quad v_1= \frac{Q}{\pi \cdot D^2/4}$$

"La velocidad de circulación debe estar comprendida entre 6 y 10 m/s.

La caída de presión no debe superar el valor de 0.1 kp/cm<sup>2</sup> hasta los consumidores acoplados.". <sup>35</sup>

## 5.- Septiembre 2002.

Dibuja el símbolo normalizado de la válvula de simultaneidad neumática. Explica su funcionamiento y la función que realiza dicha válvula.

<sup>35</sup> Consultar las características del aire que circula por una tubería y las características de estas en: <http://ocw.uc3m.es/ingenieria-mecanica/neumatica-y-oleohidraulica/trasparencias/tuberiasNeumaticas.pdf>

**6.-Junio 2003. Opción A.**

Definir el concepto de presión relativa.

**Respuesta:** Consultar en el apartado 1 “Definiciones básicas” la definición de presión relativa.

**7.- Septiembre 2003. Opción A y junio 2009. Opción B.**

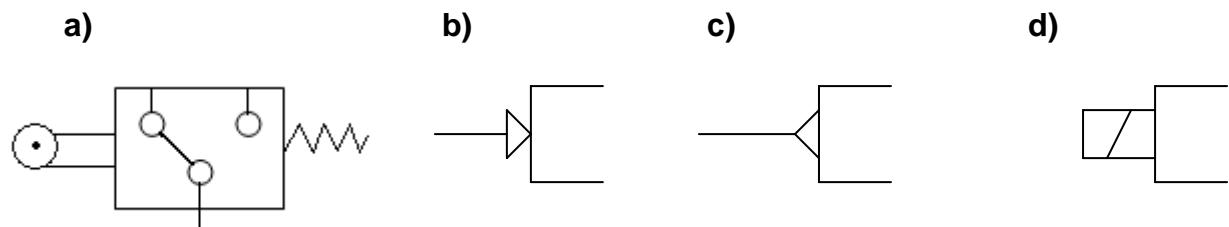
Dibuja el símbolo normalizado de la válvula de escape rápido.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 1.

**8.- Junio 2005. Opción A.**

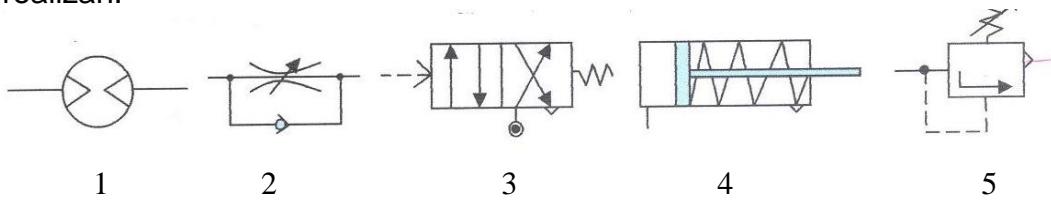
Dibuja los símbolos empleados para el accionamiento de válvulas de tipo: a) Eléctrico; b) Neumático por presión ; c) Neumático por depresión ; d) Electromagnético.

**Respuesta:**



**9.- Junio 2005. Opción A.**

Se indican a continuación algunos de los símbolos empleados en representación de circuitos neumáticos. Indicar la denominación de los siguientes y las funciones que realizan.



**Respuesta:**

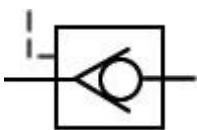
- 1.- Motor de doble sentido de giro. Transforma la energía neumática en energía mecánica.
- 2.- Válvula reguladora de caudal unidireccional. Controla el caudal del aire en un sentido, pudiendo hacer que disminuya.
- 3.- Válvula 4/2 accionada neumáticamente retroceso por muelle. Cambia la dirección y el sentido del aire que se mueve.
- 4.- Cilindro de simple efecto. Transforma la energía neumática en energía mecánica.
- 5.- Válvula de secuencia. Controla que la presión del circuito no supere un determinado valor.

**10.- Septiembre 2005. Opción A.**

Dibuja el símbolo normalizado del antirretorno pilotado y explica su funcionamiento.

**Respuesta:**

"



Cuando no está siendo pilotada actúa como una válvula antirretorno normal, mientras que cuando se la comanda o pilota, permite el paso del fluido en el sentido contrario.<sup>36</sup> Una válvula antirretorno normal como la representada abajo deja pasar el fluido desde la izquierda hacia la derecha, pero no en sentido inverso.

**11.- Septiembre 2005. Opción B.**

Dibuja el esquema de una válvula reguladora de caudal unidireccional y explica su funcionamiento.

**12.- Junio 2006.**

a) Dibuja los símbolos de una válvula limitadora de presión y otra reguladora de presión neumática, ambas de dos vías. Explica la diferencia.

b) Definir el concepto de presión relativa.

**13.- Septiembre 2006. Opción B.**

Dibuja el símbolo normalizado de una válvula limitadora de presión neumática. Explica su funcionamiento.

**14.- Septiembre 2007. Opción A.**

Diferencia entre presión absoluta y presión manométrica.

¿Qué nombre reciben los instrumentos de medida de estas presiones?

**Respuesta:** Consultar en el apartado 1 “Definiciones básicas” las definiciones de las distintas presiones y los instrumentos con los que se miden.

**15.- Junio 2008. Opción B.**

Dibuja el símbolo normalizado de un temporizador normalmente cerrado y enumera los elementos que lo componen.

**16.- Junio 2010. Prueba general. Opción A.**

Representa mediante símbolos normalizados las siguientes válvulas neumáticas direccionales:

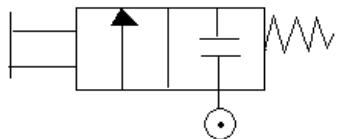
- a) Válvula 2/2 , normalmente cerrada, accionada manualmente.
- b) Válvula 3/2 normalmente cerrada, accionada por rodillo.
- c) Válvula 3/2 normalmente abierta accionada neumáticamente.
- d) Válvula 4/3 , centro cerrado, centrada por muelles y accionamiento eléctrico.

---

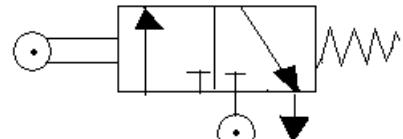
<sup>36</sup> Ver <http://sitioniche.nichese.com/valvula%20bloqueo.html>

**Respuesta:**

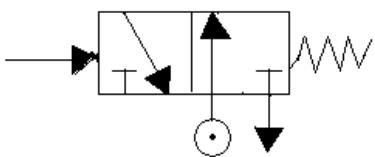
a)



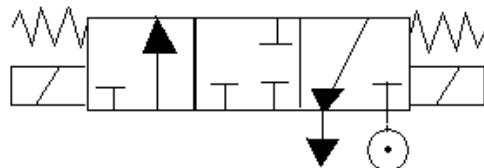
b)



c)



d)



**17.- Junio 2010.Prueba específica. Opción A.**

Indica los diferentes tipos de accionamiento de válvulas distribuidoras. Dibuja la simbología correspondiente a cada accionamiento.

**18.- Septiembre 2010.Prueba general. Opción B.**

Explica los componentes de que consta una unidad de mantenimiento neumático, la función de cada componente y el símbolo normalizado de la unidad.

# Tema 6. Hidráulica.

## Introducción.

Los circuitos hidráulicos son hoy en día muy utilizados. Por ejemplo las prensas hidráulicas se utilizan en la industria, los gatos hidráulicos hacen posible levantar objetos pesados con poco esfuerzo. Estos circuitos también se utilizan en los frenos hidráulicos.

Para abordar el tema, primero se explican los principios básicos de hidráulica (principio de Pascal, el de continuidad y el de Bernoulli). Usándolos se van a resolver los problemas y algunas de las cuestiones que se plantean en las pruebas de selectividad. A continuación se define la potencia transmitida por una bomba. Esta es una característica importante de estos dispositivos. Al final se da una lista con los símbolos más utilizados en oleohidráulica.

## Nociones básicas de hidráulica

### 1- Principios básicos de hidráulica.

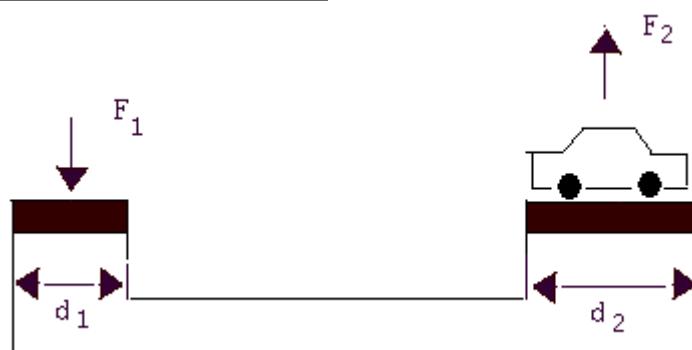
En este apartado se van a desarrollar los principios básicos de hidráulica.

#### Principio de Pascal.

El principio de Pascal relaciona la presión con la fuerza y la superficie. Además concluye que la presión se mantiene constante mientras que la fuerza y la superficie son directamente proporcionales.

“La presión ejercida en un punto de una masa líquida se transmite íntegramente y por igual en todas direcciones.”<sup>37</sup>

$$P_1 = F_1/S_1 = F_2/S_2 = P_2$$



Gato hidráulico

Una utilidad de este principio es el gato hidráulico. Su funcionamiento es el siguiente:

<sup>37</sup> Consultar José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 352.

Si se quiere levantar un coche situado en la plataforma 2 se cumple la siguiente fórmula:

$$F_1 = (F_2/S_2) \cdot S_1$$

En  $S_2$  se colocará la carga a levantar y en  $S_1$  se ejercerá la fuerza necesaria para levantar la carga situada en la superficie 2

Como  $S_1$  está en el numerador, si el soporte 1 tiene un diámetro pequeño, también tendrá una superficie pequeña y la fuerza que hay que ejercer en el pistón 1 para levantar el coche es pequeña.

Como  $S_2$  está en el denominador interesa que sea grande de esta forma la fuerza aplicada en el primer pistón es menor.

### Ecuación de continuidad.

La ecuación de continuidad relaciona el caudal con la sección de la tubería y la velocidad del fluido. Si se dispone de una tubería cuya sección no es constante por la que circula un fluido incompresible siendo su caudal es  $Q$ , el fluido se desplazará a mayor velocidad por la parte de la tubería que sea más estrecha ya que el caudal se mantiene constante. Análogamente el fluido circulará a menor velocidad por la porción de tubería que tenga mayor sección. Esto queda reflejado en la siguiente ecuación.

$$Q_1 = Q_2 \rightarrow S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$$

### Teorema de Bernoulli

El teorema de Bernoulli se expresa así:

$$h_1 + \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{1 \cdot v_1^2}{2 \cdot g} = h_2 + \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{1 \cdot v_2^2}{2 \cdot g} = H$$

$h$ =altura geométrica.

$$\frac{p}{\rho \cdot g} = \text{altura piezométrica.}$$

$$\frac{v^2}{2 \cdot g} = \text{altura dinámica.}^{38}$$

“El teorema de Bernoulli se puede enunciar en los términos siguientes:

En un fluido no viscoso en movimiento estacionario la suma de las alturas geométrica, piezométrica y dinámica es constante a lo largo de una línea de corriente”.<sup>38</sup>

---

<sup>38</sup> El texto y expresiones que están entre comillas se han obtenido de José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), págs. 353 y 354. Ampliar información en el libro citado

## 2- Potencia.

Es importante poder calcular la potencia porque posteriormente se puede calcular el rendimiento y deducir si las pérdidas de la instalación son elevadas.

La potencia se define como el producto del caudal por la presión. Como estos dos se mantienen constantes, la potencia también se mantiene constante.

$$P=p \cdot Q$$

### Potencia de una bomba.

La potencia que produce una máquina siempre es inferior a la que se espera teóricamente. Esto es debido al rozamiento de las piezas de la bomba y a que hay fugas de líquido cuando la bomba lo está comprimiendo. Por esta razón para calcular la potencia que consume la bomba hay que dividir el producto de la presión por el caudal entre el **rendimiento de la bomba**.

$$P = \frac{p \cdot Q}{\eta}$$

p: presión  
Q: caudal  
 $\eta$ : rendimiento de la bomba

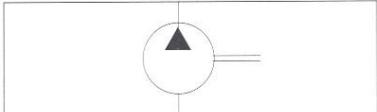
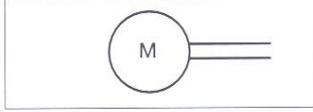
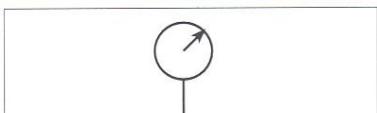
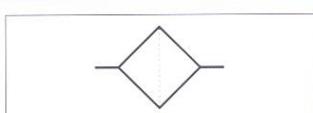
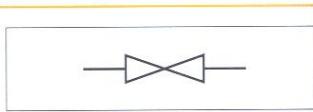
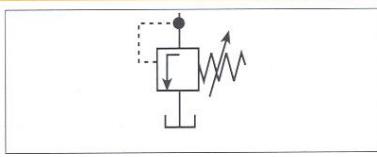
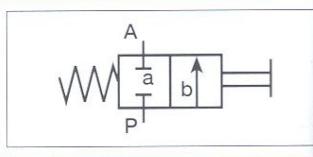
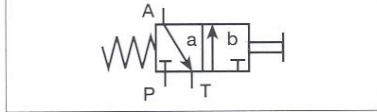
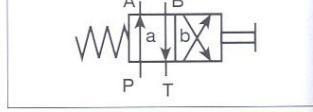
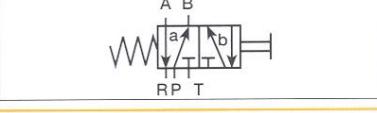
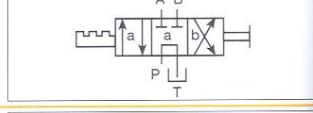
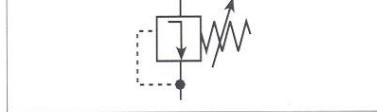
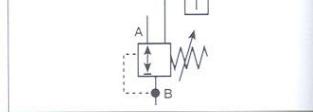
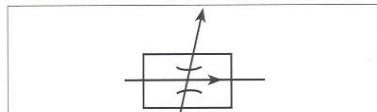
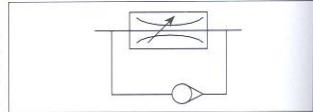
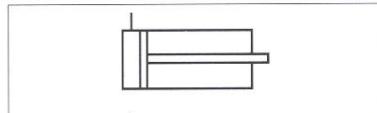
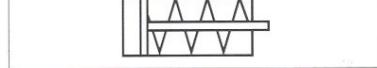
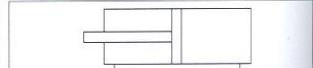
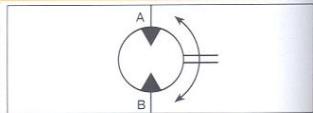
Unidades de potencia.

$$1w = 1N \cdot m/s$$

## 3-.Símbolos de hidráulica.

Los símbolos más utilizados en los circuitos hidráulicos son los siguientes:

## Símbolos de elementos de uso frecuente en hidráulica

Elemento	Símbolo	Elemento	Símbolo
Bomba hidráulica		Motor eléctrico de accionamiento	
Manómetro		Filtro	
Depósito		Válvula de cierre	
Válvula limitadora de presión		Válvula 2/2	
Válvula 3/2		Válvula 4/2	
Válvula 5/2		Válvula 4/3	
Válvula reguladora de presión de dos vías		Válvula reguladora de presión de tres vías	
Válvula reguladora de caudal fijo		Válvula de estrangulación regulable	
Válvula reguladora de caudal de dos vías		Válvula de estrangulación con antirretorno	
Cilindros de simple efecto	 	Cilindro de doble efecto	
		Motor hidráulico	

39

39 Esta tabla se ha extraído de José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 372

## Problemas de hidráulica.

### 1.- Junio 98 y septiembre 2006. Opción A.

Mediante un cilindro hidráulico se desea desplazar una carga de 1500 Kg a una velocidad máxima de 30 cm/s. Sabiendo que el elemento que menos presión resiste de la instalación es el cilindro, que se encuentra diseñado para una presión máxima de 150 Kg/cm<sup>2</sup> y que las pérdidas de presión entre el cilindro y la bomba son de 10 Kg/cm<sup>2</sup>. Calcular:

- a) Diámetro mínimo del cilindro en mm, despreciando los rozamientos.
- b) Caudal en l/min que debe suministrar la bomba.
- c) Potencia en Kw del motor de accionamiento de la bomba si su rendimiento es del 75 %.

#### Datos.

$$m=1.500 \text{ Kg}$$

$$v_{MAX}=30 \text{ cm/s}$$

$$P_{MAX}=150 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Pérdidas}=10 \text{ Kg/cm}^2$$

$$d_{MIN}?$$

$$Q (\text{l/min})?$$

$$P \text{ si } \eta = 75\%?$$

#### Solución.

$$\mathbf{a) P=F/S \quad S_{MINEMB}=F/P_{MAX}=1.500 \text{ Kg}/150 \text{ Kg/cm}^2=10 \text{ cm}^2.}$$

$$\mathbf{S_{MINEMB}=(\pi/4) \cdot d^2; \quad d_{MINEMB}=\sqrt{(S \cdot 4/\pi)}=\sqrt{(10 \text{ cm}^2 \cdot 4/\pi)} \\ d_{MINEMB}=3,56 \text{ cm.}=35,6 \text{ mm}}$$

$$\mathbf{b) Q=S_{MIN} \cdot v_{MAX}=10 \text{ cm}^2 \cdot 30 \text{ cm/s}=300 \text{ cm}^3/\text{s}=0,3 \text{ l/s}=18 \text{ l/min.}}$$

$$\mathbf{c) P=P_{MAX}+\text{Pérdidas}=150 \text{ Kg/cm}^2+10 \text{ Kg/cm}^2=160 \text{ Kg/cm}^2}$$

$$P=Q \cdot P=300 \text{ cm}^3/\text{s} \cdot 160 \text{ kg/cm}^2=48.000 \text{ Kg} \cdot \text{cm/s.}$$

$$P=(48.000 \text{ Kg} \cdot \text{cm/s} \cdot 9,8 \text{ N/Kg})/100 \text{ cm/m}=4.704 \text{ N} \cdot \text{m/s}=4.704 \text{ w.}$$

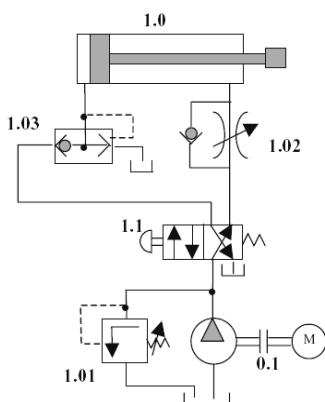
$$P=4,7 \text{ kw} \text{ (Potencia proporcionada por la bomba)}$$

$$\mathbf{Potencia \text{ del } motor=P_{BOMBA}/\eta=4,7 \text{ kw } /0,75=6,27 \text{ kw.}}$$

### 2.- Junio 2000 y septiembre 2004. Opción A.

En la instalación oleohidráulica representada en el esquema :

- a) Definir los componentes.
- b) Explicar el funcionamiento de la instalación.
- c) ¿Qué ocurre si al montar la instalación el regulador 1.02 se conecta al revés?



## Solución.

### a) Componentes de la instalación.

- 1) **1.0** Un cilindro de doble efecto.
- 2) **1.03** Una válvula de escape rápido.
- 3) **1.02** Una válvula reguladora de caudal.
- 4) **1.1** Una válvula 4/2 accionada por pulsador y retorno por muelle.
- 5) **1.01** Una válvula de seguridad.
- 6) **0.1** Una bomba.

### b) Funcionamiento.

Al accionar el pulsador de la válvula 1.1 el vástagosale pero lo hace lentamente ya que la válvula reguladora de caudal impide que el aceite salga rápidamente del cilindro.

Si 1.1 deja de estar presionada, el vástagosale rápidamente. En este caso el aceite sale del cilindro muy deprisa por la válvula de escape rápido y la válvula reguladora de caudal no impide que el fluido suba rápidamente.

Al volver a pulsar 1.1 de nuevo se repite el ciclo.

**c)** Si el regulador 1.02 se conecta al revés, el vástagosale a una velocidad normal pero entra lentamente ya que la válvula reguladora de caudal impide que el fluido suba rápidamente.

### 3.- Septiembre 2003. Opción B.

Por la conducción de alimentación de un cilindro hidráulico circula un caudal de aceite de 15 l/min, siendo el diámetro interior de dicho cilindro de 2 cm, y el diámetro del vástagos de 1 cm. Determinar la velocidad de salida y de retroceso del cilindro.

#### Datos.

$$Q=15 \text{ l/min}$$

$$D_{CIL}=2 \text{ cm}$$

$$D_{VASTAGO}=1 \text{ cm}$$

$$V_{SALIDA}, V_{RETROCESO}?$$

#### Solución.

$$V_{SALIDA}= Q/S = \frac{15.000 \text{ cm}^3/\text{min}}{\pi \cdot 1^2 \text{ cm}^2} = 4.774,65 \text{ cm/min}$$

$$V_{RETROCESO}= Q/S = \frac{15.000 \text{ cm}^3/\text{min}}{\pi \cdot (1^2 \text{ cm}^2 - 0,5^2 \text{ cm}^2)}$$

$$V_{RETROCESO}=6.366,2 \text{ cm/min}$$

### 4.- Septiembre 2008. Opción A.

Con un cilindro, que puede soportar una presión máxima de 90 daN/cm<sup>2</sup>, se desea desplazar una carga de 5000 daN, con una velocidad de 0.05 m/s. Calcula:

- a) Diámetro mínimo que debe tener el cilindro.
- b) Caudal en litros/minuto que debe suministrar la bomba, para que el cilindro se desplace con la velocidad deseada.
- c) Potencia en kw, que debe poseer el motor que acciona la bomba, si su rendimiento es del 90%.

**Datos.**

$$P_{\max} = 90 \text{ daN/cm}^2$$

$$F = 5.000 \text{ daN}$$

$$v = 0,05 \text{ m/s} = 5 \text{ cm/s}$$

$D_{\min}$ ,  $Q_{\text{BOMBA}}$  (l/min)?

$P(\text{KW})$  si  $\eta=0,9\%$

**Solución.**

$$\text{a) } P=F/S_{\text{EMB}}; \quad S_{\text{EMB}}=F/P_{\max}=\pi \cdot (D_{\text{EMB}}^2/4) \text{ cm}^2; D=\sqrt{4 \cdot F/\pi \cdot P_{\max}}$$

$$D_{\min}=\sqrt{(5.000 \text{ daN} \cdot 4)/(90 \text{ daN/cm}^2 \cdot \pi)}=8,41 \text{ cm}$$

$$\text{b) } Q=S \cdot v= (\pi/4) \cdot (8,41)^2 \text{ cm}^2 \cdot 5 \text{ cm/s}=277,7 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$\text{c) } Q=\frac{277,7 \text{ cm}^3/\text{s}}{1.000 \text{ cm}^3/\text{dm}^3} \cdot 60 \text{ s/min}=16,66 \text{ l/min}$$

$$\text{c) } P=Q \cdot P=\frac{277,7 \text{ cm}^3/\text{s} \cdot (90 \text{ daN/cm}^2 \cdot 10 \text{ N/daN})}{100 \text{ cm/m}}$$

$$P_{\text{BOMBA}}=2.499,3 \text{ N} \cdot \text{m/s} = 2.499,3 \text{ w}=2,499 \text{ kw}$$

$$P_{\text{MOTOR}}=P_{\text{BOMBA}}/\eta=2,499 \text{ kw}/0,9=2,777 \text{ kw}$$

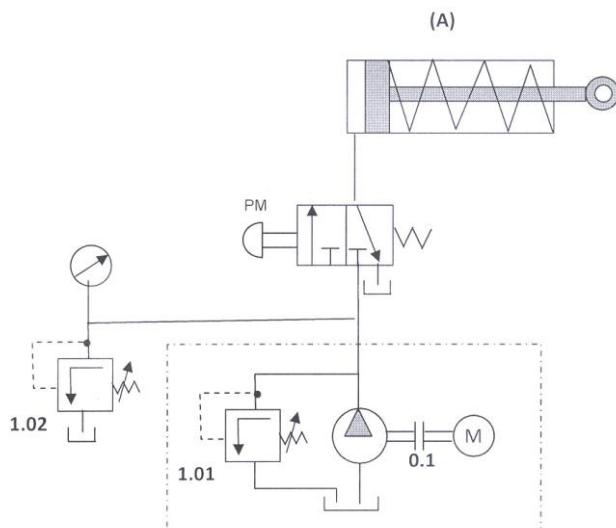
**5.- Junio 2010. Prueba específica. Opción B y septiembre de 2011.Opción A**

En la instalación oleohidráulica que se representa:

a) Identifica los componentes de que consta.

b) Explica su funcionamiento.

c) ¿Qué sentido tiene el disponer de dos válvulas de seguridad?.

**Solución.****a) Componentes del sistema.**

1. A es un Cilindro de simple efecto.
2. PM Una válvula 3/2 normalmente cerrada accionada por pulsador y retorno por muelle.
3. 1.02 y 1.01 Dos válvulas de seguridad.

#### 4. 0.1 Una bomba hidráulica.

##### b) Funcionamiento.

Al pulsar el pulsador el vástagos del cilindro sale. Al dejar de accionar manualmente la válvula, esta vuelve a su posición inicial y el vástagos entra.

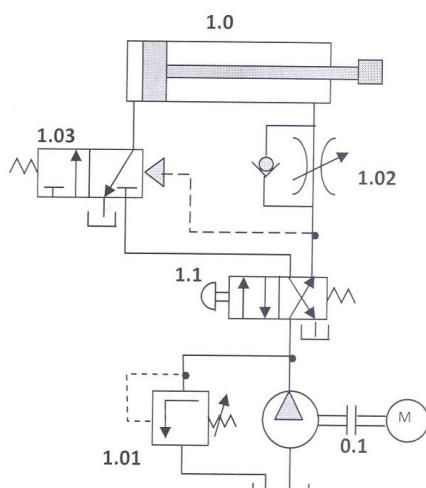
c) La válvula 1.01 regula que la presión del fluido que envía la bomba no sea demasiado elevada.

La válvula 1.02 permite que el fluido circule por el circuito a una presión menor que la que suministra la bomba.

#### 6.- Septiembre 2010. Prueba específica. Opción A y junio 2011. Prueba general. Opción A.

En la instalación oleohidráulica que se muestra en el esquema:

- Define los componentes.
- Explica el funcionamiento de la instalación
- ¿Qué ocurre si al montar la instalación el regulador “1.02” se conecta al revés?



##### Solución.

##### a) Componentes del sistema.

- 1.0 Un Cilindro de doble efecto.
- 1.03. Una válvula 3/2 normalmente abierta accionada neumáticamente y retorno por muelle.
- 1.02 Una válvula reguladora de caudal.
- 1.1 Una válvula 4/2 accionada por pulsador y retorno por muelle.
- 0.1 Una bomba hidráulica.
- 1.01 Una válvula reguladora de presión.

##### b) Funcionamiento.

Inicialmente el vástagos esta dentro del cilindro. Al accionar 1.1 la válvula 1.03 es accionada por la izquierda y no por la derecha al no llegar aire a este lado. El vástagos

sale pero lo hace despacio debido a la válvula reguladora de caudal. Si se deja de pulsar 1.1 el vástagos entra de nuevo.

c) Si 1.02 se conecta al revés, el vástagos entraría despacio y saldría a velocidad normal.

## Cuestiones de oleohidráulica.

### 1.- Junio 2001.

Enuncia la ley de continuidad de un fluido incompresible a través de una tubería de diámetros distintos.

**Respuesta:** Consultar apartado 1 “Principios básicos de hidráulica”.

### 2.- Septiembre 2001.

Enunciar el Teorema de Pascal. Explica su aplicación en una prensa hidráulica.

**Respuesta:** Consultar apartado 1 “Principios básicos de hidráulica”.

### 3.- Septiembre 2001.

¿Qué potencia eléctrica consume un motor eléctrico que acciona una bomba oleohidráulica que gira a 1.000 rpm., si el caudal suministrado es de 10 cm<sup>3</sup> por cada revolución y el manómetro a su salida indica 100 Kg/cm<sup>2</sup>.?

Rendimiento global: 0,8.

#### Datos.

$$n=1.000 \text{ rpm}$$

$$n=16,66 \text{ rps}$$

$$Q=10 \text{ cm}^3/\text{rev}$$

$$P=100 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\eta=0,8$$

$$P?$$

#### Solución.

$$P = \frac{p \cdot Q}{\eta} = \frac{100 \text{ Kg/cm}^2 \cdot 16,66 \text{ r.p.s} \cdot 10 \text{ cm}^3/\text{rev}}{0,8} =$$

$$P=20.825 \text{ Kg}\cdot\text{cm}/\text{s}=20.825 \text{ Kg}\cdot\text{cm}/\text{s} \cdot 9,8 \text{ N/Kg} \cdot 0,01 \text{ m/cm}$$

$$P=2.040,85 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{s}$$

### 4.- Junio 2003. Opción B.

¿Cómo influyen el diámetro y la longitud de la tubería en la pérdida de carga al paso de un fluido?. ¿Cómo influye la velocidad del fluido?.

**Respuesta:** “Las pérdidas de carga lineales se obtienen con la expresión de Darcy-Weissbach, que fue definida experimentalmente:  $P = f \cdot (\gamma \cdot v^2 / (2 \cdot g)) \cdot L/D$  siendo:

P: Pérdida de carga (Kg./m<sup>2</sup>).

f: Factor de Fricción (adimensional).

$\gamma$ : Peso específico del fluido (Kg./m<sup>3</sup>).

v: velocidad de circulación del líquido.

g: Aceleración de la gravedad ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ).

L: Longitud de la tubería (m).

D: Diámetro de la tubería (m)"<sup>40</sup>

La resistencia al paso del fluido es directamente proporcional a la longitud e inversamente proporcional a la sección. Por esta razón a mayor longitud mayores pérdidas de carga y a mayor sección menores pérdidas. Además a mayor velocidad también hay mayores pérdidas de carga ya que las capas del fluido rozan más entre sí.

#### **5- Junio2004. Opción B, septiembre 2010. Prueba específica. Opción A y junio 2011. Opción A.**

Define para que sirve el Índice de Viscosidad (I.V.) de un aceite, así como la forma de evaluarlo.

#### **6- Septiembre 2004 y septiembre 2009. Opción A.**

¿Qué presión máxima debe soportar una bomba de engranajes que acciona a un cilindro de doble efecto cuyo vástagos ejerce una fuerza de en ambos sentidos de una tonelada , si el cilindro es de 5 cm. de diámetro y su vástagos de 2 cm.?

**Respuesta:**

$$P_{MAX} = \frac{F}{S_{MIN}} = \frac{1.000 \text{ Kg}}{(\pi \cdot (d_1^2 - d_2^2))/4} = \frac{1.000 \text{ Kg}}{(\pi \cdot (25 \text{ cm}^2 - 4 \text{ cm}^2))/4} = 60,63 \text{ Kg/cm}^2$$

#### **7.- Junio 2007. Opción B.**

Las válvulas reguladoras se emplean para:

- a) cambiar el sentido de circulación del aceite.
- b) permitir el paso de régimen laminar a régimen turbulento.
- c) permitir variar el caudal o la presión del aceite, según el modelo.
- d) abrir el paso del aceite.

**Respuesta:** La respuesta c es la correcta, las válvulas reguladoras sirven para regular el caudal o la presión del aceite.

#### **8.- Junio 2008. Opción B.**

Selecciona la respuesta o respuestas correctas, razonando la misma.

En un cilindro hidráulico la relación entre las secciones posterior y anterior es de 2:1.

Manteniendo el caudal, si el vástagos sale en 1 minuto, entrará en:

- a) 1 minuto; b) 3 minutos; c) medio minuto; d) dos minutos.

**Respuesta:** Q = S·v; Si la sección disminuye la velocidad aumentará. La respuesta correcta es la c sale en medio minuto ya que la sección en la carrera de retroceso se divide a la mitad. Por esta razón la velocidad se duplicará y el tiempo que tarda se dividirá entre 2.

---

<sup>40</sup> Consultar <http://www.energia.inf.cu/iee-mep/SyT/CDG/Taller1BURE/tuberias.pdf> p 4.

### 9.- Septiembre 2008. Opción A.

En un sistema hidráulico, el cilindro, que tiene un diámetro de pistón de 50 mm, tiene que vencer un esfuerzo de 1000 daN. La válvula de seguridad está tarada a 70 daN/cm<sup>2</sup>. Despreciando las pérdidas por rozamiento ¿Cuál es la presión del circuito cuando la carga se está desplazando?

#### Datos.

$$d=50 \text{ mm.}=5\text{cm}$$

$$F=1000 \text{ daN}$$

$$P_{MAX}=70 \text{ daN/cm}^2$$

#### Solución.

$$P=F/S= F/ (\pi \cdot (d^2/4)) = \frac{1000 \text{ daN}\cdot 4}{(\pi \cdot 5^2 \text{ cm}^2)} = 50,93 \text{ daN/cm}^2$$

Lógicamente  $P < P_{MAX}$ .

### 10.- Junio 2009. Opción A.

Selecciona la respuesta o las respuestas correctas, razonando la respuesta: Si en una prensa hidráulica, en la que se dobla una chapa de acero inoxidable de 2 mm. de espesor, se cambia un cilindro por otro de diferente diámetro, variará:

- a) La velocidad del vástago.
- b) La fuerza ejercida por el cilindro.
- c) La presión del circuito.
- d) La potencia hidráulica consumida por el cilindro.

**Respuesta:** a)  $Q = s \cdot v$ . Según la ecuación de continuidad el caudal se mantiene constante. Si cambia el diámetro, varía la sección ( $(s=\pi \cdot d^2)/4$ ) y por lo tanto la **velocidad del vástago varía**.

b)  $P=F/S$  Si cambia el diámetro, varía la sección ( $(s=\pi \cdot d^2)/4$ ) y como la presión se mantiene constante la fuerza ejercida por el cilindro **varía**.

c) **La presión no varía** por el principio de Pascal: La presión ejercida en un punto de una masa líquida se transmite íntegramente y por igual en todas direcciones.

d) **La potencia** se calcula multiplicando la presión y el caudal y como estos permanecen constantes la presión también **es constante**.

- Sólo son verdaderas la **a** y la **b**.

### 11.- Junio 2009.

¿Qué se entiende por “perdida de carga” de un fluido?

**Respuesta:** “Las pérdidas de carga son las pérdidas de presión que sufren los fluidos en su circulación a través de las tuberías y conductos. Son debidas a los rozamientos de los fluidos con las paredes de las tuberías o conductos y a los rozamientos entre las distintas capas de fluido.”<sup>41</sup>

<sup>41</sup> Ampliar en <http://www.energia.inf.cu/iee-mep/SyT/CDG/Taller1BURE/tuberias.pdf> p 3

**12.- Septiembre 2009. Opción B.**

Enuncia el Teorema de Pascal. Explica su aplicación en una prensa hidráulica.

**Respuesta:** Consultar apartado 1 “Principios básicos de hidráulica”.

**13.- Junio 2010. Prueba específica. Opción A.**

Indica los diferentes tipos de accionamiento de válvulas distribuidoras. Dibuja la simbología correspondiente a cada accionamiento.

**14.- Junio 2010. Prueba específica. Opción A y junio 2011. Opción B**

Indica y define 5 propiedades características que se suelen aplicar en los fluidos oleohidráulicos.

**15.- Junio 2010. Prueba general. Opción B.**

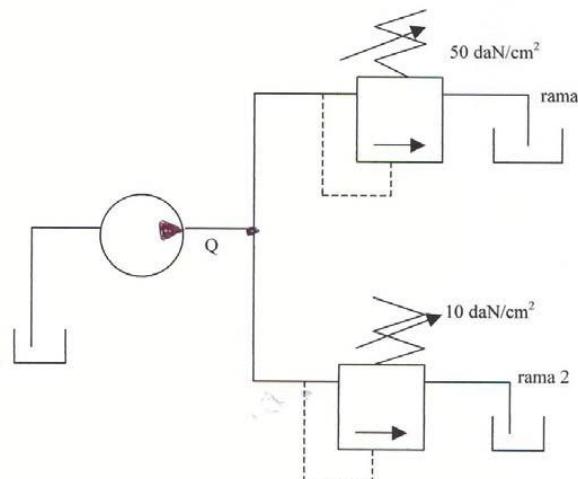
Explica la función del compresor en una instalación neumática así como los distintos tipos de compresores que conoces, y sus características. Ayúdate de croquis.

**16.- Junio 2010. Prueba específica. Opción B.**

Clasifica los diferentes tipos de bombas oleohidráulicas que conoces. Explica su funcionamiento ayudándote de croquis.

**17.- Septiembre 2010. Prueba específica. Opción A y septiembre. Opción B.**

En el esquema de la figura la bomba suministra un caudal  $Q$ . En el supuesto de que las tuberías tengan el diámetro suficiente para la conducción de dicho caudal, ¿qué parte del mismo se irá por la rama 1, y qué parte se irá por la rama 2? Las válvulas de seguridad están taradas en los valores señalados en la figura. Razona la respuesta.



**Respuesta:** Cuando la presión del fluido alcanza  $10\text{daN}/\text{cm}^2$  todo el fluido circula por la rama 2 y se deposita en el depósito de esta tubería. Esto ocurre porque el fluido tiene suficiente presión para atravesar la válvula de secuencia de la rama 2, pero no para pasar por la válvula de secuencia de la rama 1.

**18.- Septiembre 2010. Prueba específica. Opción A.**

Selecciona la respuesta o respuestas correctas, razonando la respuesta.

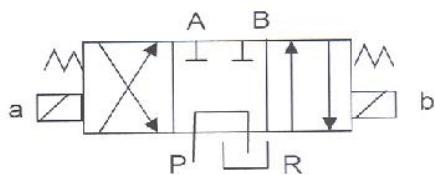
Si el diámetro de una tubería se aumenta hasta el doble de su valor inicial, y la bomba suministra el mismo caudal  $Q$ , la velocidad de circulación del fluido será:

- a) el doble
- b) la mitad
- c) la misma
- d) la cuarta parte

**Respuesta:**  $Q = S \cdot v$ ; Si la sección aumenta la velocidad disminuirá. La respuesta correcta es la b la velocidad es la mitad ya que la sección de la tubería se multiplica por 2.

### 19.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción A.

Define completamente la válvula que se representa en la figura.



**Respuesta:** Es una válvula 4/3 hidráulica, el centro es cerrado. Accionamiento electromagnético y retorno por muelle.

### 20.- Septiembre 2011. Opción A.

Un cilindro oleohidráulico de doble efecto realiza una fuerza en la carrera de retroceso:

- a) Igual a la carrera de avance
- b) Depende del diámetro del vástagos
- c) Mayor que la carrera de avance
- d) Igual a la resistencia que tiene que vencer
- e) En la carrera de retroceso no se puede realizar una fuerza aprovechable

**Respuesta:** a) Falso. En un cilindro oleohidráulico  $P=F/S$ . Como la presión se mantiene constante y la superficie es menor en la carrera de retroceso, también es menor la fuerza en la carrera de retroceso que en la carrera de avance.

b) Verdadero. En un cilindro oleohidráulico  $P=F/S$ ; por lo tanto  $F=P \cdot S$  y se deduce que la fuerza en la carrera de retroceso depende del diámetro del vástagos.

c) Falso. Mirar apartado a.

d) Falso. La fuerza que el pistón realiza en la carrera de retroceso es superior a la resistencia que tiene que vencer. En caso contrario no se desplazaría.

e) Falso. En la carrera de retroceso si que se puede realizar una fuerza aprovechable. En los cilindros de doble efecto el trabajo lo realiza el fluido y en los de simple efecto el muelle. Por ejemplo un ascensor movido por un fluido hidráulico realiza trabajo aprovechable en la subida (avance) y en la bajada (retroceso).

### 21.- Septiembre 2011. Opción B.

Explica la función de las bombas oleohidráulicas y clasifica los diferentes tipos de bombas oleohidráulicas que conoces. Ayudándote de croquis.

# Tema 7. Sistemas de control.

## Introducción

El uso de sistemas de control está generalizado en nuestra sociedad, y son el centro de operaciones de los automatismos y los robots. Los primeros realizan repetidamente la acción para la que han sido construidos, mientras que los segundos pueden ser programados y actuar en función de las instrucciones que se introducen. Algunos ejemplos de automatismos se encuentran en las casas: batidora, exprimidor de naranjas, radiador, iluminación, tostadora de pan. Por su parte, los robots se aprovechan, por ejemplo, en la industria del automóvil para pintar coches, o en las industrias químicas donde las variables son medidas por sensores, y el valor es enviado a los ordenadores para que controlen los distintos procesos. A lo largo del tema se seguirán estos puntos:

1. Definición de sistema de control. Gracias a esto se podrá entender cuál es el objetivo de estudio, conociendo además los distintos componentes que forman parte del sistema de control.
2. Tipos de sistema de control: abierto y cerrado.
3. La transformada de Laplace: reglas algebraicas de transformación.
4. Función de transferencia.
5. Simplificación del diagrama de bloques.
6. Estabilidad de un sistema de control automático.

## Nociones básicas de sistemas de control.

### 1- Sistema automático de control.

A continuación se va a definir sistema automático de control.

“Un sistema automático de control es un conjunto de componentes físicos conectados o relacionados entre sí, de manera que regulen o dirijan su actuación por si mismos, sin intervención de agentes exteriores – incluido el factor humano-, corrigiendo además los posibles errores que se presenten en su funcionamiento.”<sup>42</sup>

Todos los automatismos controlan un proceso. Algunos están presentes en el organismo, por ejemplo el control de la temperatura del cuerpo, el dominio de las extremidades para llevar a cabo alguna acción, etc. Otros automatismos están fabricados por el hombre. Algunos ejemplos de estos sistemas son la iluminación de una calle, el control de la temperatura en un tostador de pan, el control de la apertura y cierre de una puerta.

### 2. Componentes de un sistema automático de control.

**A)** A continuación se explican los distintos **componentes** que forman parte de un **sistema de control en lazo abierto**.

1. Como el sistema de control va a controlar un proceso, siempre dispone de un **actuador** que es el que realiza el proceso. En el caso de sistemas sencillos

---

<sup>42</sup> Ver José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 251.

construidos por el hombre el actuador va a ser un receptor eléctrico que transforme la electricidad en otro tipo de energía (luminosa, mecánica, calorífica, sonora). Algunos receptores son las bombillas, los motores, las resistencias, timbres. Estos dispositivos realizan el **proceso a controlar**. Este puede ser iluminación, movimiento de un coche, control de la temperatura, sonido de una alarma, etc.

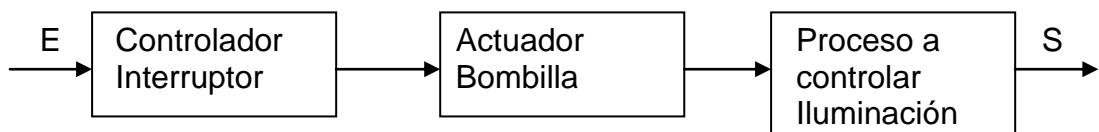
2. El funcionamiento del actuador está dirigido por el **controlador**. El más sencillo de estos dispositivos es un interruptor que si se acciona, deja pasar corriente por la bombilla, el motor, la resistencia o el timbre.
3. Si el **proceso a controlar** es la iluminación de una estancia o el movimiento de las aspas de un ventilador para controlar la temperatura. La **entrada** del sistema es la iluminación deseada, o la temperatura deseada. Mientras que la **salida** del automatismo es la iluminación obtenida, o la temperatura obtenida.

Los sistemas que se acaban de describir son **sistemas en lazo abierto**. Esto quiere decir que si la salida no es la deseada el sistema no se puede autocorregir. Por ejemplo una habitación puede permanecer con la luz encendida de día o un ventilador puede estar funcionando aunque la temperatura haya disminuido por debajo de un determinado valor.

A continuación se va a ver un ejemplo de un sistema automático en lazo abierto. Se trabaja con los diagramas de bloque de estos sistemas ya que siempre tienen los mismos componentes aunque los dispositivos que los forman son distintos.

En este caso el sistema automático es la iluminación.

Representación del **diagrama de bloques** de un **sistema automático en lazo abierto**.



**E** es la iluminación deseada y **S** es la iluminación obtenida.

**B)** En este apartado se van a ver los **componentes** de un **sistema de control en lazo cerrado**. Este dispone de un **sensor** para medir la salida. Por ejemplo sensores de luz son las LDR, fotodiódos, fotorresistencias, etc. Para parar o accionar el movimiento, uno muy utilizado es el final de carrera. Si se desea medir la temperatura se usa un termostato, una NTC, una PTC, etc.

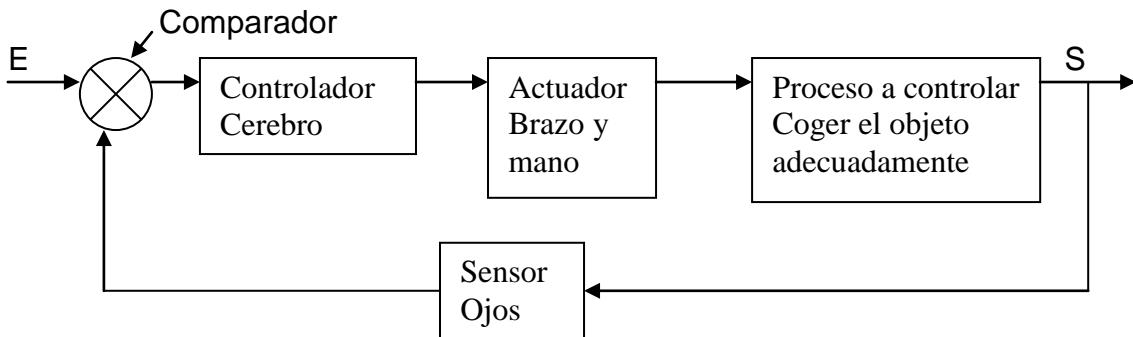
El sensor envía la señal medida a un **comparador**. Este dispositivo también recibe la señal de entrada, un ejemplo de comparador es un amplificador operacional. Ambas señales son comparadas y la señal resultante de la comparación es enviada al controlador. En un sistema en lazo cerrado un controlador puede ser un transistor<sup>43</sup>. Este envía la señal al actuador y realiza el proceso.

A continuación se va a ver un ejemplo de un **sistema automático en lazo cerrado**.

---

<sup>43</sup> Consultar en el apartado 3 B de este tema “Sistema automático de control en lazo cerrado” el circuito eléctrico de la iluminación automática, en él hay un transistor y un amplificador operacional. Se explica el funcionamiento de este, pág. 155.

Representación del **diagrama de bloques** que representa el control automático del proceso de coger un objeto.



A continuación se explican los diferentes dispositivos que aparecen en el diagrama dibujado arriba.

1. E es la **entrada**, esta es la posición **deseada** de la mano y el brazo para coger el objeto.
2. El **controlador** controla el funcionamiento del actuador para que se realice el proceso. En este ejemplo es el cerebro porque es el que modifica la trayectoria del brazo y el movimiento de la mano.
3. El **actuador** es el que realiza el proceso, en este caso es realizado por la mano y el brazo.
4. El **proceso a controlar** en este ejemplo consiste en coger con la mano un objeto.
5. La **salida** es la posición **real** en cada instante de la mano y el brazo con respecto al objeto. Esta es medida por el sensor.
6. El **sensor** son los ojos que ven la trayectoria de la mano y la posición del objeto por si hay que modificar la trayectoria del brazo o el movimiento de la mano. La señal de salida es enviada al comparador.
7.  Es un **comparador** compara la salida con la entrada para poder modificar el comportamiento del actuador en el caso de que la salida no coincida con la deseada. Esta acción también es realizada por el cerebro en el ejemplo.

Hay que destacar que si no hubiese **sensor o captador**, los **ojos** no verían la trayectoria del brazo y la mano. En caso de error el sistema no lo podría corregir y la salida no sería la esperada. El sensor mide la señal que hay en la salida. Esta información llega al comparador para compararla con la entrada (señal deseada). Este sistema es en lazo cerrado.

Otro componente de los sistemas automáticos es el **transductor**. Este traduce o transforma un tipo de magnitud en otro. Por ejemplo un fotodiodo transforma una iluminación determinada en una señal eléctrica. Los transductores se pueden utilizar como sensores. Hay muchos sistemas automáticos que necesitan utilizarlos aunque no sea como sensores.

### 3- Sistema en lazo abierto y en lazo cerrado.

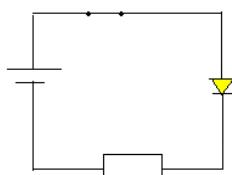
Para comprender la diferencia entre un sistema automático en lazo cerrado y en lazo abierto se van a ver las diferencias que hay entre los diagramas de bloques de un sistema de **iluminación automática** en **lazo cerrado** y en **lazo abierto**.

#### A) Sistema automático de control en lazo abierto.

En un **sistema automático en lazo abierto** la salida no se compara con la entrada y por lo tanto el sistema no se comporta adecuadamente ante perturbaciones. Si la salida del sistema no coincide con lo deseado esta no se puede modificar sin una intervención externa al sistema.

A continuación se ve el ejemplo de un sistema automático de control en lazo abierto. Este es el de la iluminación automática de una calle. Se especifica tanto el circuito eléctrico como el diagrama de bloques.

##### Circuito eléctrico.



##### Diagrama de bloques.



Si el interruptor está cerrado la luz permanece encendida aunque sea de día.

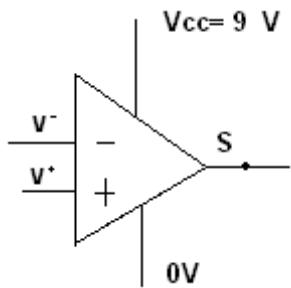
#### B) Sistema automático de control en lazo cerrado.

Un **sistema en lazo cerrado** es aquel en el que la salida se compara con la entrada mediante un sistema de realimentación para modificar la acción del actuador en el caso de que la entrada y la salida no coincidan. En la realimentación hay un sensor que mide la salida. El comparador compara esta señal con la entrada y envía la señal de error al controlador capaz de modificar la acción del actuador.

A continuación se ve el ejemplo de un sistema automático de control en lazo cerrado. Este es el de la iluminación automática.

Primero se explica el funcionamiento del amplificador operacional ya que forma parte del circuito eléctrico. Despues se aclara el funcionamiento del circuito eléctrico y el diagrama de bloques.

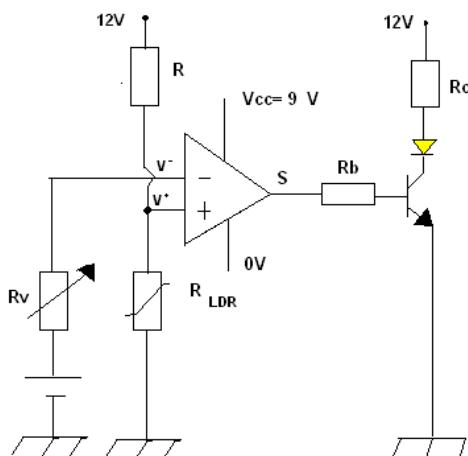
## Funcionamiento del amplificador operacional.



El **amplificador operacional** es un circuito integrado que tiene dos entradas  $V^+$  y  $V^-$  y su función es realizar la comparación de estos dos valores. Si  $V^+ > V^-$ , la **salida** del amplificador operacional es **9V** (el valor más alto de alimentación del amplificador operacional). Si  $V^+ < V^-$ , la **salida** del amplificador operacional es **0V** (el valor más bajo de alimentación del amplificador operacional).

La salida toma los valores de alimentación del amplificador operacional. En este caso son 0 y 9 V pero en otro ejemplo los voltajes pueden tener otros valores distintos.

## Circuito eléctrico.



$R_{LDR}$  es una resistencia sensible a la luz. Cuando la iluminación aumenta, el valor de la resistencia disminuye y cuando la iluminación disminuye, el valor de la resistencia aumenta.

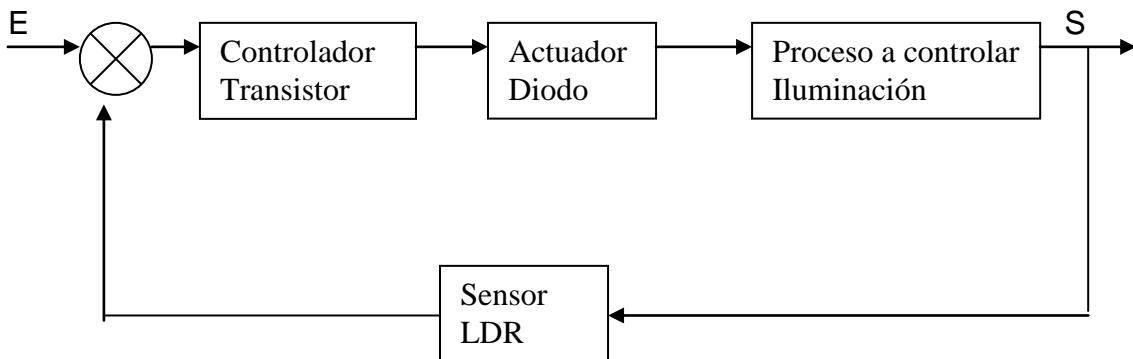
En  $V^+$  hay un divisor de tensión se puede demostrar que en este caso:

$$V^+ = 12V \cdot \frac{R_{LDR}}{R + R_{LDR}}$$

Cuando es de día el valor de la resistencia sensible a la luz es pequeño. Por lo tanto  $V^+$  se aproximará a 0 Voltios. En este caso  $V^+ < V^-$ , la salida del amplificador operacional es 0 V, no hay voltaje en la base del transistor, este no conduce y el diodo no luce.

Cuando es de noche el valor de la resistencia sensible a la luz es grande. Por lo tanto  $V^+$  se aproximará a 12 Voltios. En este caso  $V^+ > V^-$ , la salida del amplificador operacional es 9 V, hay voltaje en la base del transistor, este conduce y el diodo luce.

### Diagrama de bloques.



Dispositivos del diagrama de bloques:

1. La **resistencia sensible** a la luz mide la iluminación exterior o **salida**, es el **sensor** que está solo presente en los sistemas en lazo cerrado. Envía la medida de iluminación al **comparador**.
2. El **comparador** es un **amplificador operacional**. Compara la salida con la entrada, para que el controlador (transistor) en caso necesario modifique la salida (luz del diodo). El comparador también es un dispositivo específico de los sistemas en lazo cerrado.
3. En la otra **entrada** del comparador está la **iluminación deseada** y está fijada con una **resistencia variable**. Esta es la entrada del sistema.
4. El **transistor** o **controlador** solo conduce cuando es de noche y en la salida del amplificador operacional hay 9 voltios.
5. El **diodo** o **actuador** luce cuando el transistor conduce.
6. La **salida** es la iluminación obtenida en el diodo y como se ha indicado en el apartado 1 es medida por la resistencia LDR.

## 4- Transformada de Laplace.

Ahora se va a definir la transformada de Laplace. Esta es una herramienta matemática que va a permitir calcular más adelante la transformada de Laplace de la función de transferencia<sup>44</sup> y estudiar la estabilidad<sup>45</sup> del sistema.

La transformada de Laplace de una función  $f(t)$  se define como:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} \cdot dt$$

Se obtiene una función que depende de  $s$ .

La siguiente tabla muestra algunas transformadas de Laplace.

<sup>44</sup> Consultar el apartado 5 de este tema “Función de transferencia”, pág. 158.

<sup>45</sup> Consultar el apartado 7 de este tema “Estabilidad de un sistema de control automático”, pág. 162.

	$f(t)$	$F(s)$
1	Impulso unitario $\delta(t)$	$1'$
2	Escalón unitario $u(t)$	$\frac{1}{s}$
3	$t$	$\frac{1}{s^2}$
4	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{s^n}$
5	$t^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
6	$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$
7	$te^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$
8	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{1}{(s+a)}$
9	$t^n e^{-at} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
10	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
11	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

La siguiente tabla muestra algunas propiedades de la transformada de Laplace.

1	$\mathcal{L}[Af(t)] = AF(s)$
2	$\mathcal{L}[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$
3	$\mathcal{L}_+ \left[ \frac{d}{dt} f(t) \right] = sF(s) - f(0\pm)$
4	$\mathcal{L}_+ \left[ \frac{d^2}{dt^2} f(t) \right] = s^2F(s) - sf(0\pm) - \dot{f}(0\pm)$
5	$\mathcal{L}_+ \left[ \frac{d^n}{dt^n} f(t) \right] = s^nF(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0\pm)$ <p style="text-align: center;">en donde <math>f^{(k-1)}(t) = \frac{d^{k-1}}{dt^{k-1}} f(t)</math></p>

46

<sup>46</sup> Consultar estas tablas ampliadas en:

[http://www.disa.bi.ehu.es/spanish/ftp/material\\_asignaturas/Ing\\_Sistemas\\_I/Practicas/Castellano/Anexos/Tabla%20de%20Trasformada%20de%20Laplace.pdf](http://www.disa.bi.ehu.es/spanish/ftp/material_asignaturas/Ing_Sistemas_I/Practicas/Castellano/Anexos/Tabla%20de%20Trasformada%20de%20Laplace.pdf)

## 5- Función de transferencia.

La función de transferencia explica el comportamiento del sistema automático por lo tanto es fundamental conocer su definición.

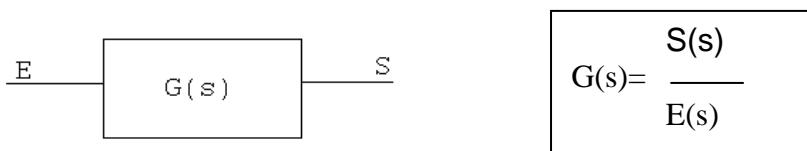
La función de transferencia  $G(s)$  de un sistema automático se define de la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{S(s)}{E(s)} ;$$

Donde  $S(s)$  y  $E(s)$  son las transformadas de Laplace de la señal de salida y la señal de entrada respectivamente. Por lo tanto  $G(s)$  está definida en el plano complejo de Laplace

La función de transferencia de un sistema automático viene dada por una expresión de este tipo.

$$G(s) = \frac{A_n \cdot s^n + A_{n-1} \cdot s^{n-1} + A_{n-2} \cdot s^{n-2} + \dots + A_1 \cdot s^1 + A_0}{B_n \cdot s^n + B_{n-1} \cdot s^{n-1} + B_{n-2} \cdot s^{n-2} + \dots + B_1 \cdot s^1 + B_0}$$

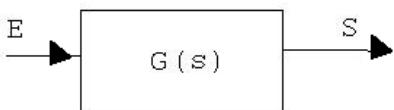
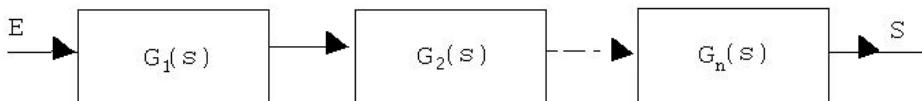


## 6- Simplificación de un diagrama de bloques.

Cuando los diagramas de bloques de los sistemas son complejos conviene simplificarlos para poder calcular la función de transferencia. Esto permitirá estudiar la estabilidad<sup>47</sup> del sistema.

A continuación se dan las reglas más sencillas para simplificar diagramas de bloques.

**A) Cuando los bloques están en serie se multiplican.**

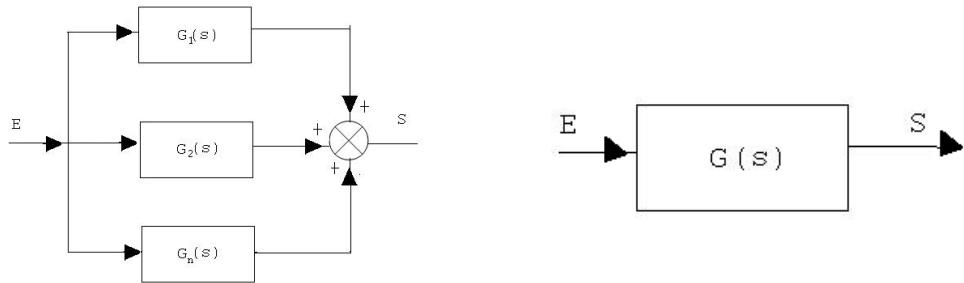


$$G(s) = \prod G_i(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot \dots \cdot G_n(s).$$

**B) Cuando los bloques están en paralelo se suman o se restan en función del signo que haya.**

---

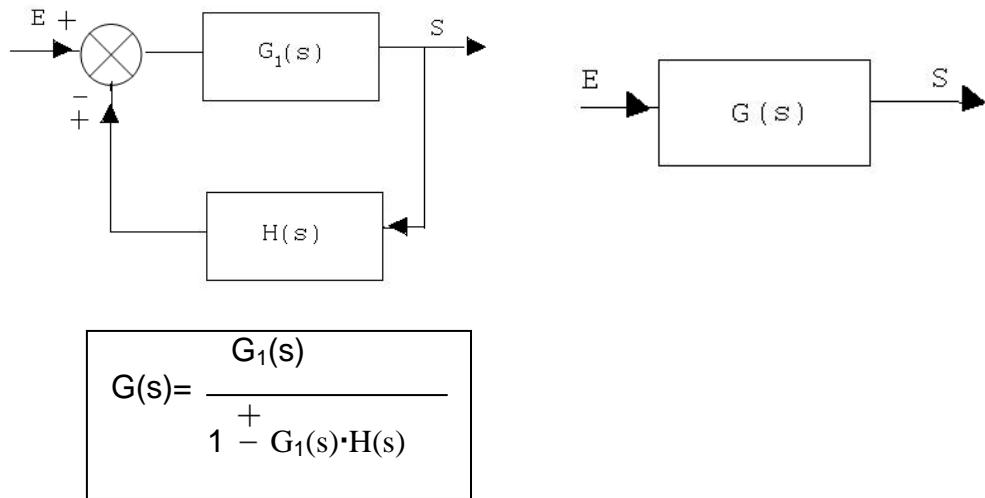
<sup>47</sup> Consultar el apartado 7 de este tema: "Estabilidad de un sistema de control", pág. 162.



$$G(s) = \sum G_i(s) = G_1(s) + G_2(s) + \dots + G_n(s).$$

**En el caso de que alguno de los bloques estuviese entrando en el nudo con signo - se restaría.**

**C)** Ahora se va a simplificar un **diagrama de bloques en lazo cerrado**. En este caso se aplica la fórmula indicada abajo.



**D) Tabla del álgebra de bloques.**

Para simplificar determinados diagramas de bloques complejos es necesario conocer otras propiedades. Estas se dan en la siguiente tabla:

	Descripción	Diagramas de bloques originales	Diagramas de bloques equivalentes
1	CONMUTATIVA PARA LA SUMA		
2	DISTRIBUTIVA PARA LA SUMA		
3	CONMUTATIVA PARA LA MULTIPLICACIÓN		
4	DISTRIBUTIVA PARA LA MULTIPLICACIÓN		
5	BLOQUES EN PARALELO		
6	MOVIMIENTO A LA IZQUIERDA DE UN PUNTO DE SUMA		
7	MOVIMIENTO A LA DERECHA DE UN PUNTO DE SUMA		

8	MOVIMIENTO A LA IZQUIERDA DE UN PUNTO DE BIFURCACIÓN		
9	MOVIMIENTO A LA DERECHA DE UN PUNTO DE BIFURCACIÓN		
10	MOVIMIENTO A LA IZQUIERDA DE UN PUNTO DE BIFURCACIÓN SOBRE UN PUNTO DE SUMA		
11	COMPENSACIÓN DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA		
12	COMPENSACIÓN DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA		
13	LAZO CERRADO A LAZO ABIERTO		

48

<sup>48</sup> Esta tabla se ha obtenido en la siguiente página web:

<http://www.sistemas.edu.bo/cbalderrama/sis%203308/SOLUCIONARIO%202008/Diagrama%20de%20Bloques.pdf>

## 7- Estabilidad de un sistema de control automático.

En este apartado se va a definir la estabilidad de un sistema y se van a indicar dos métodos para determinarla. Estos son el de Routh y el de Hurwitz.

“Un sistema estable es aquél que permanece en reposo a no ser que se excite por una fuente externa, en cuyo caso alcanzará de nuevo el reposo una vez que desaparezcan todas las excitaciones.”<sup>49</sup>

Por ejemplo el control de la **temperatura del cuerpo** es un sistema estable. Su temperatura se mantiene constante y es la deseada aunque la temperatura exterior varíe. Sin embargo los primeros inventos para controlar la **temperatura en una nave espacial** eran inicialmente inestables. La temperatura obtenida que es salida del sistema automático era diferente a la temperatura esperada o entrada del sistema. Posteriormente estos inventos se fueron perfeccionando y el hombre llegó a inventar sistemas automáticos estables para mantener la temperatura de una nave espacial. Otro sistema automático a estudiar es el de la **iluminación de una calle**. Si este dispone de una LDR la iluminación deseada es igual a la esperada, ya que solo se enciende la bombilla si no hay luz exterior.

Cuando se habla de un sistema estable se habla de un sistema en lazo cerrado que tiene un bucle negativo y el sistema es inestable si tiene un bucle positivo en el diagrama de bloques. Un sistema en lazo abierto es inestable ante perturbaciones porque no es capaz de corregirse.

La función de transferencia de un sistema automático viene dada por una expresión de este tipo:

$$G(s) = \frac{A_m \cdot s^m + A_{m-1} \cdot s^{m-1} + A_{m-2} \cdot s^{m-2} + \dots + A_1 \cdot s^1 + A_0}{B_n \cdot s^n + B_{n-1} \cdot s^{n-1} + B_{n-2} \cdot s^{n-2} + \dots + B_1 \cdot s^1 + B_0}$$

Este sistema automático tiene  $m$  ceros, estos son las raíces del numerador de la función de transferencia.

La ecuación característica del sistema automático cuya función de transferencia es la representada anteriormente es:

$$B_n \cdot s^n + B_{n-1} \cdot s^{n-1} + B_{n-2} \cdot s^{n-2} + \dots + B_1 \cdot s^1 + B_0 = 0.$$

El sistema automático también posee  $n$  polos, estos coinciden con las raíces de la ecuación característica.

Un sistema de regulación es estable si los polos están situados en la parte izquierda del plano complejo de Laplace.

A continuación se procede a explicar dos criterios para saber si un sistema automático de control es estable. Cualquiera de ellos nos indica el nº de polos que tiene la función de transferencia que no están situados en la parte negativa del plano complejo de Laplace. Estos criterios son el de **Routh** y el de **Hurwitz**. Cabe destacar que hay otros métodos que permiten calcular el grado de estabilidad del sistema, pero el tema es demasiado amplio y complejo para abordarlo en su totalidad.

En el caso particular de que el polinomio de la ecuación característica sea de 2º grado se pueden calcular sus raíces sin más que calcular la solución a la ecuación.

---

<sup>49</sup> Consultar José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009), pág. 274.

Se sabe que si se parte de la ecuación:  $a \cdot s^2 + b \cdot s + c = 0$ . Las soluciones de esta ecuación son:

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Las raíces de un polinomio también se pueden calcular por Ruffini. Por esta razón a continuación se va a explicar cómo se resuelve este tipo de problemas por Ruffini y posteriormente se desarrollarán los criterios de Routh y de Hurwitz.

### Ruffini.

Se pueden hallar las raíces de la ecuación característica aplicando la regla de Ruffini. Esto resulta útil si el polinomio de la ecuación característica no es de grado muy alto.

#### Ejemplo:

Se supone que la ecuación característica de un sistema de control tiene esta forma:  
 $s^3 - 7s + 6 = 0$

Se aplica Ruffini.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -7 & 6 \\ 1 & & 1 \cdot 1 & 1 \cdot 1 & 1 \cdot (-6) \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$s^3 - 7s + 6 = (s-1) \cdot (s^2 + s - 6)$$

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 1 & -6 \\ 2 & & 2 \cdot 1 & 2 \cdot 3 \\ \hline & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

$$s^3 - 7s + 6 = (s-1) \cdot (s-2) \cdot (s+3)$$

Por ser un polinomio de tercer grado tiene 3 raíces, dos de ellas no están en la parte negativa del plano complejo de Laplace. Por esta razón si la ecuación característica de un sistema fuese:

$s^3 - 7s + 6 = 0$  el sistema sería inestable.

#### 1) Teorema de Routh.

Si la ecuación característica de un sistema automático es:

$$B_n \cdot s^n + B_{n-1} \cdot s^{n-1} + B_{n-2} \cdot s^{n-2} + \dots + B_1 \cdot s^1 + B_0 = 0$$

Se escriben los coeficientes de los polinomios como se indica a continuación.

$s^n$	<b>B<sub>n</sub></b>	B <sub>n-2</sub>	B <sub>n-4</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>0</sub>
$s^{n-1}$	<b>B<sub>n-1</sub></b>	B <sub>n-3</sub>	B <sub>n-5</sub>	B <sub>1</sub>	
$s^{n-2}$	<b>C<sub>n-2</sub></b>	C <sub>n-4</sub>	C <sub>n-6</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>0</sub>
$s^{n-3}$	<b>C<sub>n-3</sub></b>	C <sub>n-5</sub>	C <sub>n-7</sub>	C <sub>1</sub>	
$s^1$					
$s^0$					

Se calculan los coeficientes ( $C_{n-2}$ ,  $C_{n-4}$  y  $C_0$ ) situados debajo de la siguiente forma:

$$C_{n-2} = \frac{B_{n-1} \cdot B_{n-2} - B_n \cdot B_{n-3}}{B_{n-1}} \quad C_{n-4} = \frac{B_{n-1} \cdot B_{n-4} - B_n \cdot B_{n-5}}{B_{n-1}}$$

$$C_0 = \frac{B_{n-1} \cdot B_0 - B_n \cdot 0}{B_{n-1}} = B_0$$

Análogamente se calculan  $C_{n-3}$ ,  $C_{n-5}$ ,  $C_1$

$$C_{n-3} = \frac{C_{n-2} \cdot B_{n-3} - B_{n-1} \cdot C_{n-4}}{C_{n-2}} \quad C_{n-5} = \frac{C_{n-2} \cdot B_{n-5} - B_{n-1} \cdot C_{n-6}}{C_{n-2}}$$

$$C_1 = \frac{C_{n-2} \cdot B_1 - B_{n-1} \cdot C_0}{C_{n-2}}$$

Se toman los coeficientes de las dos últimas filas y se siguen calculando  $D_{n-4}$ ,  $D_{n-5}$ ,  $E_{n-6}$ ,  $E_{n-7}$ , etc. Para que un sistema sea estable es condición necesaria y suficiente que los coeficientes obtenidos en la primera columna ( $B_n$ ,  $B_{n-1}$ ,  $C_{n-2}$ ,  $C_{n-3}$ ,  $D_{n-4}$ , ...) tengan el mismo signo. El nº de cambios de signo coincide con el nº de raíces que no están situadas en la parte negativa del plano complejo de Laplace.

A continuación se resuelve un **ejemplo**.

Determina si el sistema que tiene la siguiente ecuación característica es estable.

$$P(s) = s^5 + s^4 + 3s^3 + 2s^2 + s + 4 = 0$$

$S^5$	1	3	1	
$S^4$	1	2	4	
$S^3$	1	-3		
$S^2$	5	4		
$S^1$	-19			
	5			
$S^0$	4			

A continuación se va a ver como se han calculado los coeficientes de las filas tercera, cuarta, quinta y sexta.

Se calculan los coeficientes de la tercera fila utilizando los de las dos primeras filas.

$$C_1 = (1 \cdot 3 - 1 \cdot 2) / 1 = (3 - 2) / 1 = 1 \quad C_2 = (1 \cdot 1 - 1 \cdot 4) / 1 = (1 - 4) / 1 = -3$$

Se utilizan los coeficientes de las filas segunda y tercera para obtener los de la cuarta.

$$D_1 = \frac{(1 \cdot 2) + 1 \cdot 3}{1} = (2 + 3) / 1 = 5 \quad D_2 = \frac{1 \cdot 4 - 1 \cdot 0}{1} = (4 - 0) / 1 = 4$$

Ahora se toman los coeficientes de las filas tercera y cuarta para hallar el de la quinta.

$$E_1 = \frac{5 \cdot (-3) - 4 \cdot (1)}{5} = \frac{-15 - 4}{5} = \frac{-19}{5}$$

Se usan los coeficientes de la cuarta y quinta fila para obtener el de la sexta.

$$F_1 = \frac{-19/5 \cdot 4}{-19/5} = 4$$

En este caso el sistema es inestable porque tiene dos cambios de signo en la primera columna y por lo tanto tiene dos raíces que no están situadas en la parte negativa del plano complejo de Laplace.

### Resolución cuando en la primera columna hay un cero.

$$P(s) = s^4 + 3s^2 + 2s + 1 = 0$$

$S^4$	1	3	1	
$S^3$	0	2		

Se sustituye el 0 por  $\epsilon$  y se calcula el límite cuando  $\epsilon \rightarrow 0$

$S^4$	1	3	1
$S^3$	$\varepsilon$	2	
$S^2$	$(\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2) / \varepsilon$	1	
$S^1$	2		
$S^0$	1		

A continuación se va a ver como se hallan los coeficientes de la tercera, cuarta y quinta fila.

Cálculo de los coeficientes de la tercera fila.

$$C_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2}{\varepsilon} \quad \left| \begin{array}{l} C_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon \cdot 1 - 1 \cdot 0}{\varepsilon} = 1 \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2}{\varepsilon} = -\infty \end{array} \right.$$

Obtención del coeficiente de la cuarta fila.

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{((\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2) \cdot 2 / \varepsilon) - (\varepsilon \cdot 1)}{\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2 / \varepsilon} = 2$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{((\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2) \cdot 2 / \varepsilon) - (\varepsilon \cdot 1)}{\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2 / \varepsilon} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{(\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2) \cdot 2 - (\varepsilon^2 \cdot 1)}{\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

Cálculo del coeficiente de la quinta fila.

$$E_1 = \frac{2 \cdot 1 - [(\varepsilon \cdot 3 - 1 \cdot 2) \cdot 0] / \varepsilon}{2} = 1$$

$C_1$  tiende a  $-\infty$  por lo tanto hay dos cambios de signo hay dos raíces que no están situadas en la parte negativa del plano complejo de Laplace y el sistema no es estable.

**Resolución cuando hay una fila de ceros.**

$$P(s) = 2s^5 + 2s^4 + s^3 + s^2 + 3s + 3 = 0$$

$s^5$	2	1	3	
$s^4$	2	1	3	
$s^3$	0	0		

En este caso se toma el polinomio de la fila anterior y se deriva con respecto a s.

$$2s^4 + s^2 + 3 \longrightarrow d/ds(2s^4 + s^2 + 3) = 8s^3 + 2s$$

Se sustituyen los ceros por los coeficientes del polinomio obtenido al derivar y se aplica el criterio de Routh como se ha hecho en los ejercicios anteriores.

$s^5$	2	1	3	
$s^4$	2	1	3	
$s^3$	8	2		
$s^2$	1/2	3		
$s^1$	-46			
$s^0$	3			

Hay dos cambios de signo. El sistema tiene dos raíces que no están situadas en la parte negativa del plano complejo de Laplace y no es estable.

## 2) Criterio de estabilidad de Hurwitz.

Sea  $B_n \cdot s^n + B_{n-1} \cdot s^{n-1} + B_{n-2} \cdot s^{n-2} + \dots + B_1 \cdot s^1 + B_0 = 0$  la ecuación característica de un sistema de control. Para que el sistema de control sea estable (tenga los polos en la parte real negativa del plano de Laplace) es condición necesaria y suficiente que los menores diagonales  $D_i$  para  $i=1, 2, \dots, n-1$  de la matriz  $(M_n)$  de Hurwitz sean positivos.

$$M_n = \begin{pmatrix} B_{n-1} & B_{n-3} & B_{n-5} & B_{n-7} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_n & B_{n-2} & B_{n-4} & B_{n-6} & B_{n-4} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_{n-1} & B_{n-3} & B_{n-5} & B_{n-7} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & B_n & B_{n-2} & B_{n-4} & B_{n-6} & B_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & B_{n-1} & B_{n-3} & B_{n-5} & B_{n-7} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & B_n & B_{n-2} & B_{n-4} & B_{n-6} & \dots & 0 \\ & & & & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Por lo tanto se debe cumplir que:

$$M_1 = \begin{bmatrix} B_{n-1} \end{bmatrix} > 0 \quad M_2 = \begin{bmatrix} B_{n-1} B_{n-3} \\ B_n \quad B_{n-2} \end{bmatrix} > 0 \quad M_3 = \begin{bmatrix} B_{n-1} & B_{n-3} & B_{n-5} \\ B_n & B_{n-2} & B_{n-4} \\ 0 & B_{n-1} & B_{n-3} \end{bmatrix} > 0$$

Hasta el coeficiente  $M_{n-1}$

### Ejemplo:

$$10s^4 + 20s^3 + 5s + 2 = 0$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 20 \end{bmatrix} = 20 > 0; \quad M_2 = \begin{bmatrix} 20 & 5 \\ 10 & 0 \end{bmatrix} = 20 \cdot 0 - 5 \cdot 10 = -50 < 0; \quad M_3 = \begin{bmatrix} 20 & 5 & 0 \\ 10 & 0 & 2 \\ 0 & 20 & 5 \end{bmatrix} = -1050 < 0$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 20 & 5 & 0 \\ 10 & 0 & 2 \\ 0 & 20 & 5 \\ 20 & 5 & 0 \\ 10 & 0 & 2 \\ 0 & 20 & 5 \end{bmatrix} = (20 \cdot 0 \cdot 5) + (10 \cdot 20 \cdot 0) + (0 \cdot 5 \cdot 2) + (20 \cdot 0 \cdot 5) - (0 \cdot 0 \cdot 0) - (20 \cdot 20 \cdot 2) - (10 \cdot 5 \cdot 5) - (0 \cdot 0 \cdot 0) = -800 - 250 = -1050.$$

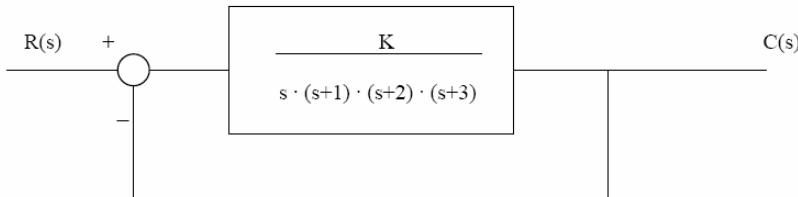
Como tres determinantes de las matrices son negativos, el sistema es inestable.

### Problemas de sistemas de control.

#### 1.- Junio 99.

Dado el sistema de control de la figura, se pide:

- 1) Determinar la ecuación característica.
- 2) ¿Qué valores debe tomar el parámetro "k" para asegurar que el sistema de control sea estable?



#### Solución.

$$\text{a)} H(S) = G(S)/(1+G(S)) = \frac{\frac{K}{s \cdot (s+1) \cdot (s+2) \cdot (s+3)}}{1 + \frac{K}{s \cdot (s+1) \cdot (s+2) \cdot (s+3)}}$$

$$H(s) = \frac{K}{s \cdot (s+1) \cdot (s+2) \cdot (s+3) + K}$$

b)  $s \cdot (s+1) \cdot (s+2) \cdot (s+3) + K = 0$

$$(s^3 + 2s^2 + s^2 + 2s) \cdot (s+3) + K = 0$$

$$s^4 + 3s^3 + 2s^3 + 6s^2 + s^3 + 3s^2 + 2s^2 + 6s + K = 0$$

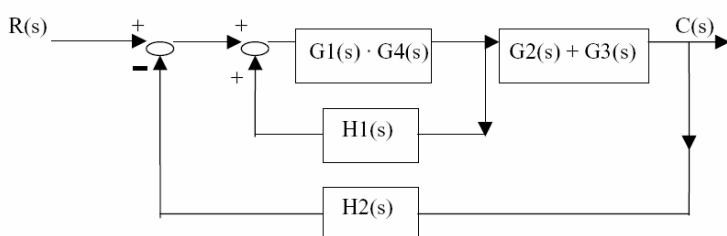
$$s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 6s + K = 0$$

Se aplica el método de Routh

$s^4$	1	11	K
$s^3$	6	6	
$s^2$	10	K	
$s^1$	60-6K/10		
$s^0$	K		
	60-6K>0	60>6K	$K<10$
	$K>0$		$\left. \right\} 0 < K < 10$

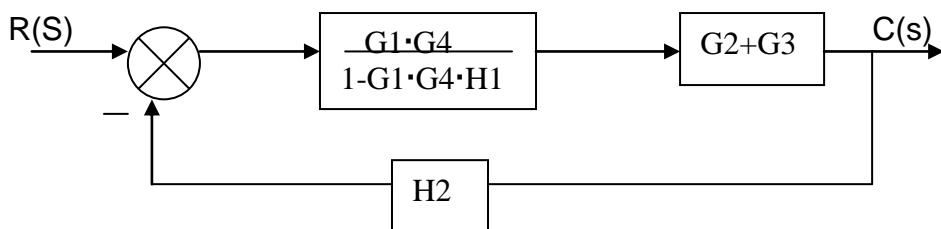
## 2.- Septiembre 99.

Reducir el diagrama de bloques que aparece en la figura obteniendo la función de transferencia  $C(s) / R(s)$ .

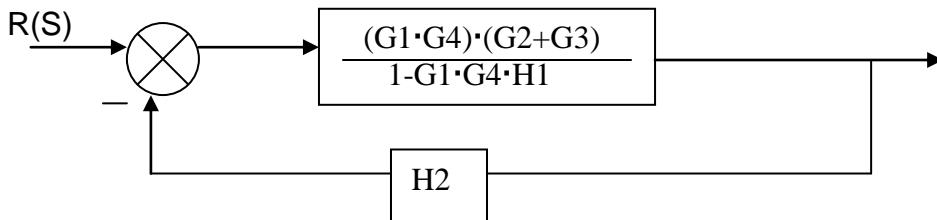


**Solución:**

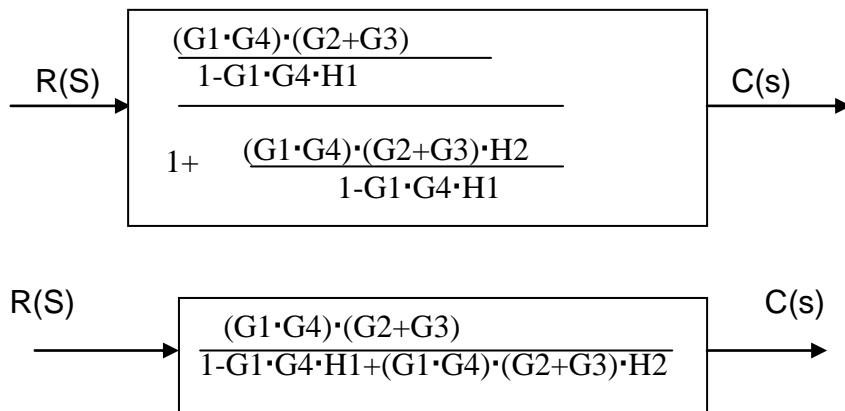
1. Se simplifica el bucle interno.



2. Se simplifican los bloques en serie.



3. Se simplifica el bucle cerrado.



### 3.- Junio 2000.

Considérese la siguiente ecuación obtenida a partir de un sistema mecánico:

$$m \cdot d^2x_0 / dt^2 = - b \cdot (dx_0 / dt - dx_i / dt) - k \cdot (x_0 - x_i)$$

donde:

“m” es la masa de un cuerpo.

“ $x_0$ ”, “ $x_i$ ” representan desplazamientos del cuerpo.

“b” y “k” son coeficientes constantes.

Se pide:

a) Obtener el diagrama de bloques a partir de la ecuación anterior.

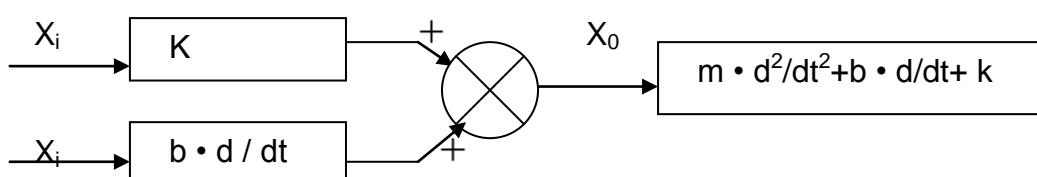
b) Obtener la función de transferencia  $X_0(s)/X_i(s)$  suponiendo condiciones iniciales nulas.

### Solución.

a) Se supone que  $x_0$  es la salida del sistema y  $x_i$  la entrada. Se colocan los términos que contienen  $x_0$  a un lado de la ecuación y los que contienen  $x_i$  al otro.

$$m \cdot d^2x_0 / dt^2 = - b \cdot (dx_0 / dt - dx_i / dt) - k \cdot (x_0 - x_i)$$

$$m \cdot d^2x_0 / dt^2 + b \cdot dx_0 / dt + k \cdot x_0 = b \cdot dx_i / dt + k \cdot x_i$$



Se suman dos bloques en paralelo multiplicados por la entrada para obtener otro bloque multiplicado por la salida.

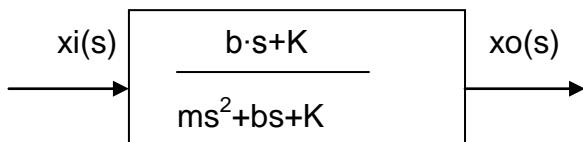
b) Se aplican las propiedades de la transformada de Laplace.

$$m \cdot d^2x_o / dt^2 = -b \cdot (dx_o / dt - dx_i / dt) - k \cdot (x_o - x_i)$$

$$m \cdot s^2 \cdot x_o(s) = -b \cdot (x_o(s) \cdot s - x_i(s) \cdot s) - K \cdot (x_o(s) - x_i(s))$$

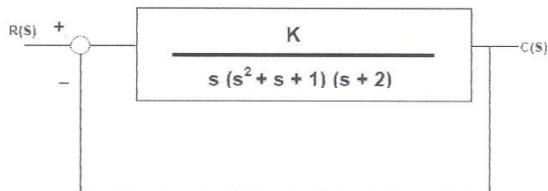
$$x_o(s) \cdot (ms^2 + bs + K) = x_i(s) \cdot (bs + K)$$

$$x_o(s) / x_i(s) = (b \cdot s + K) / (ms^2 + bs + K)$$



#### 4.- Junio 2001.

Dado el diagrama de bloques del sistema de control que se indica en la figura, determinar el rango de valores de  $K$  para que el sistema sea estable.



**Solución.**

Primero se calcula la función de transferencia para obtener la ecuación característica.

$$H(S) = G(S) / (1 + G(S)) = \frac{\frac{K}{s \cdot (s^2 + s + 1) \cdot (s + 2)}}{1 + \frac{K}{s \cdot (s^2 + s + 1) \cdot (s + 2)}} = \frac{K}{s \cdot (s^2 + s + 1) \cdot (s + 2) + K}$$

El siguiente paso es calcular la ecuación característica para aplicar Routh.

$$s \cdot (s^2 + s + 1) \cdot (s + 2) + K = 0$$

$$(s^3 + s^2 + s) \cdot (s + 2) + K = 0$$

$$s^4 + 2s^3 + s^3 + 2s^2 + s^2 + 2s + K = 0$$

$$s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$$

Se aplica el método de Routh.

$s^4$	1	3	K	
$s^3$	3	2		
$s^2$	7/3		K	
$s^1$	$\frac{14/3 - 3K}{7/3}$			
$s^0$	K			

14/3 - 3K > 0    14/3 > 3K    K < 14/9    }    0 < K < 14/9  
 K > 0

### 5.- Septiembre 2001.

Considérese un sistema de control cuya ecuación característica viene dada por:

$$s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5 = 0$$

Determinar si el sistema de control es estable o no. Razona la respuesta.

#### Solución.

Se aplica el método de Routh.

$s^4$	1	3	5	
$s^3$	2	4		
$s^2$	1	5		
$s^1$	-6			
$s^0$	5			

No es estable porque tiene dos raíces que no están situadas en la parte negativa del plano complejo de Laplace. Esto se debe a que hay dos cambios de signo en la primera columna de números.

### 6.- Septiembre 2002.

Considérese un sistema de control cuya ecuación característica viene dada por:  $Q(s)$

$$= s \cdot (s+5) \cdot (s^2 + 2s + 5) + K \cdot (s + 2)$$

Determinar los valores de "k" para que el sistema de control sea estable.

## Solución.

Primero se halla la ecuación característica.

$$Q(S) = s \cdot (s+5) \cdot (s^2 + 2s + 5) + K \cdot (s + 2) = s^4 + 2s^3 + 5s^2 + 5s^3 + 10s^2 + 25s + Ks + 2K = \\ s^4 + 7s^3 + 15s^2 + (25+K)s + 2K = 0$$

A continuación se aplica Routh a la ecuación característica.

$$s^4 + 7s^3 + 15s^2 + (25+K)s + 2K = 0$$

$s^4$	1	15	$2K$
$s^3$	7	$25+K$	
$s^2$	$(80-K)/7$	$2K$	
$s^1$	$(2000-43K-K^2)/80-K$		
$s^0$	$2K$		

$$C_1 = (105 - 25 - K)/7 = (80 - K)/7$$

$$C_2 = (7 \cdot 2K)/7 = 2K$$

$$D_1 = \frac{(80-K)/7 \cdot (25+K) - 14 \cdot K}{(80-K)/7} = \frac{(80-K)(25+K) - 98K}{80-K} = \frac{2000 - 25K + 80K - K^2 - 98K}{80-K}$$

$$D_1 = \frac{2000 - 43K - K^2}{80-K}$$

Para que el sistema sea estable los números de la primera columna han de ser mayores que 0.

**Condición 1:**

$$80 - K > 0 \longrightarrow K < 80$$

**Condición 2:**

$$-K^2 - 43K + 2000 = 0$$

$$K = (43 \pm \sqrt{(43)^2 + 4 \cdot 2000})/-2 = (43 \pm \sqrt{1849 + 8000})/-2 =$$

→ -71,12
→ 28,12

Se deduce que:  $-71,12 < K < 28,12$

### **Condición 3:**

$$2K>0 \rightarrow K>0$$

Para que se cumplan las condiciones 1, 2 y 3 a la vez se debe de verificar:

$$0 < K < 28,12$$

Cuando k está comprendido entre 0 y 28,12 el sistema es estable.

## **Cuestiones de sistemas de control.**

### **1.- Junio 99.**

Obtener el diagrama de bloques de un sistema de control formado por un ser humano que desea coger un objeto. Explica dicho diagrama de bloques y la función que realiza cada uno de los bloques de dicho diagrama. ¿Cuál es la señal de entrada y la señal de salida del diagrama de bloques obtenido?

**Respuesta:** Consultar apartado 2 “Componentes de un sistema automático de control”.

### **2.- Septiembre 99.**

Para un sistema de control con realimentación define los siguientes conceptos: “Transductor”, “captador” y “comparador”.

**Respuesta:** Consultar el apartado 2 “Componentes de un sistema automático de control”.

### **3.- Junio 2000.**

Considérese un sistema de control cuya ecuación característica en el dominio de la variable “s” es:

$$s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + k = 0$$

Determinar los valores que debe tomar la variable “k” para que el sistema sea estable.

**Respuesta:** Esta ecuación característica es la misma que la del problema 4. Es de la convocatoria de Junio de 2001.

### **4.- Septiembre 2001.**

Define: Sistema de control en lazo abierto y sistema de control en lazo cerrado. Dibuja un diagrama de bloques de cada uno de ellos. Indica las ventajas del control en lazo cerrado frente al control en lazo abierto.

**Respuesta:** Consultar apartado 3 “Sistema en lazo abierto y en lazo cerrado”.

### **5.- Junio 2002.**

Considérese un sistema de control con realimentación. Razona qué ventajas proporciona la utilización de un “Regulador Proporcional – Integral (PI)”, frente a un

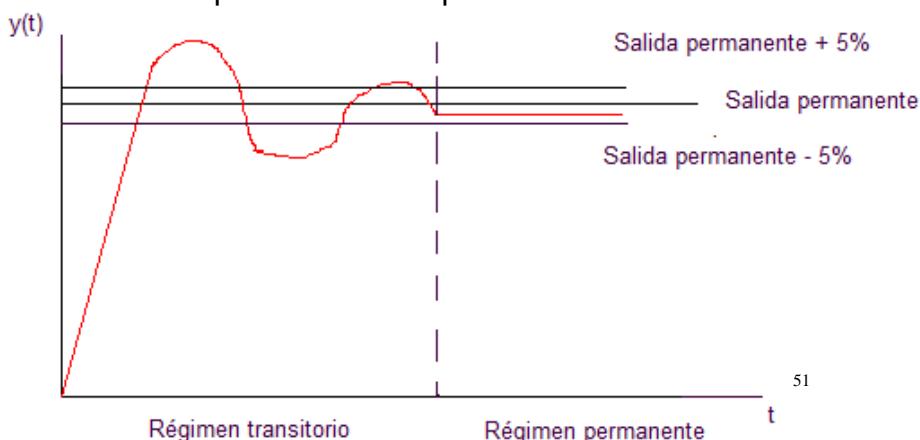
"Regulador Proporcional (P)". Dibuja las gráficas que representan la evolución temporal de la respuesta de un sistema con un regulador P y con un regulador PI.

**Respuesta:** Un sistema automático funciona primero en régimen transitorio y después en régimen permanente.

- **Régimen transitorio.** Esta fase abarca desde el momento en que se da la orden de referencia hasta que el sistema responde y alcanza un valor estable.

- **Régimen permanente.** En esta fase el sistema debe mantener la respuesta alcanzada y solucionar los problemas de perturbaciones o de otro tipo que puedan presentarse. Durante esta fase se estudia el posible error entre la señal deseada y la realmente obtenida.<sup>50</sup>

El modo de respuesta en la etapa transitoria no debe ser ni brusco, ni lento.



### - Regulador proporcional.

La función de transferencia de un regulador proporcional es una constante ( $K$ ). A la salida de un regulador proporcional se obtiene la señal de error (diferencia entre la señal de entrada y de salida) multiplicada por una constante  $K$ . Por lo tanto la salida del regulador es **proporcional** a la señal de error.

Funcionamiento del regulador proporcional.

"Tenemos un sistema que permite controlar una magnitud y fijamos un punto de referencia para esta.

Si modificamos el punto de referencia- que es como si se introdujera una entrada escalón-, el sistema responderá y tratará de alcanzar la nueva referencia.

Si utilizamos un **regulador P**, el sistema responde con mayor rapidez pero tarda más tiempo en estabilizarse como puede observarse en la gráfica.<sup>52</sup> Tiene una buena respuesta transitoria pero no anula el error en la respuesta permanente. Esto es la salida difiere de la esperada.

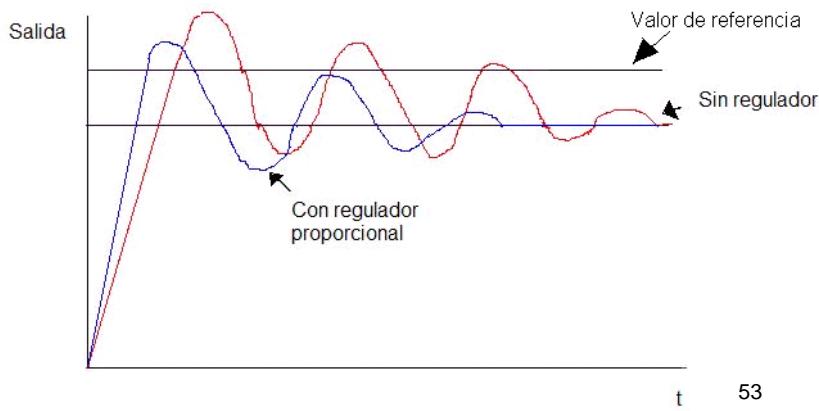
---

Esta cita y las que aparecen a continuación son más extensas de lo habitual, y se recomienda consultar la fuente de la que está extraída. Sin embargo, por motivos de practicidad y para facilitar la tarea del lector, se ha decidido incluirla en su integridad, ya que incluye información relevante para resolver cuestiones

<sup>50</sup> Ver Jesús Escorihuela Monserrate y otros (2009) pág. 206.

<sup>51</sup> Consultar José Antonio Fidalgo Sánchez y otros (2009) pág. 278.

<sup>52</sup> Ampliar Jesús Escorihuela Monserrate y otros (2009) pág. 207.



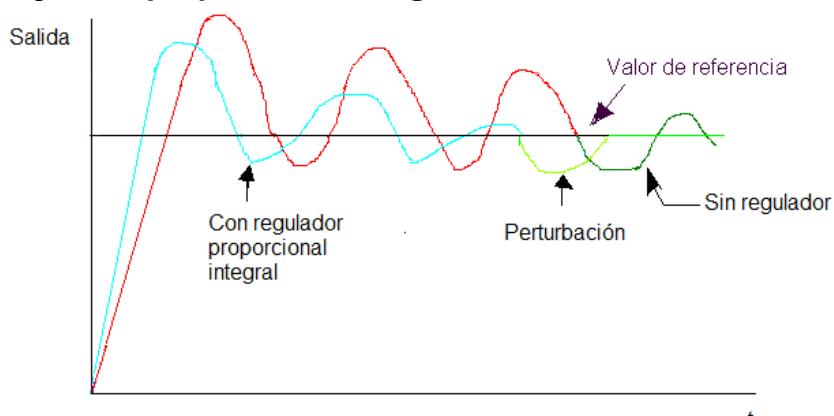
t 53

### - Regulador integral.

La función de transferencia de un regulador integral es  $K/S$ . La salida de un regulador integral es **proporcional** (la constante de proporcionalidad es  $K$ ) a la **integral** de la señal de error del sistema automático.

### Funcionamiento de un regulador integral

“La respuesta en el tiempo ante una señal de error de tipo escalón es una rampa de pendiente  $K_i$ , de modo que la velocidad de respuesta depende de dicho valor. Con este tipo de reguladores se consigue anular todo tipo de error en el régimen permanente pero el problema es el tiempo de respuesta”<sup>54</sup> (respuesta transitoria). Si este regulador se usa con uno proporcional se consigue una buena respuesta transitoria debido al regulador P proporcional y una buena respuesta permanente debido al regulador integral. Gracias a este se elimina el error en régimen permanente. En la gráfica se puede ver como el sistema llega al régimen permanente con un regulador **proporcional integral**.



t 55

### 6.- Septiembre 2003. Opción B.

Considérese un tostador de pan de los que habitualmente se utilizan en el desayuno para tostar pan. Responde a las siguientes cuestiones:

- El sistema de control del tostador de pan ¿Es un bucle abierto o cerrado? Razona la respuesta.

<sup>53</sup> Ver otras gráficas en: Jesús Escorihuela Monserrate y otros (2009), pág. 207.

<sup>54</sup> Consultar Jesús Escorihuela Monserrate y otros (2009), pág. 209.

<sup>55</sup> Ver otras gráficas en Jesús Escorihuela Monserrate y otros (2009), pág. 211.

- ¿Cuál es la entrada del sistema de control del tostador de pan?. Razona la respuesta.

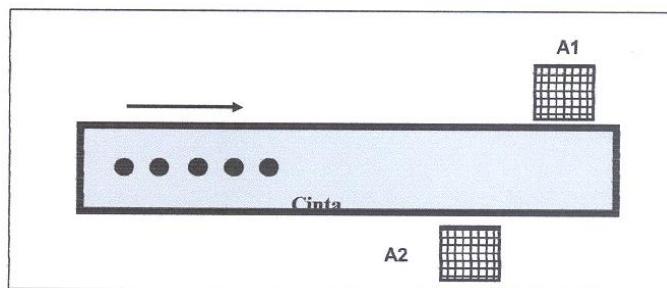
**Respuesta:** El tostador de pan es un sistema en lazo cerrado porque tiene un sensor de temperatura capaz de medir esta y apagar el tostador cuando la temperatura alcanza un determinado valor.

La **entrada** de un tostador de pan es la **temperatura deseada**. Se puede fijar mediante una **resistencia variable** conectada a un comparador. En la otra entrada del comparador se conecta un **sensor** por ejemplo una NTC o una PTC que medirá la **temperatura obtenida** en la **salida** del sistema.

### 7.- Septiembre 2004. Opción A.

En un entorno industrial se dispone de una cinta transportadora. Sobre ella se transportan botes de tomate (de forma cilíndrica) grandes y pequeños, de altura 20 cm y 10 cm, respectivamente (ver figura). Todos los botes tienen el mismo diámetro. Se desea diseñar un sistema que permita:

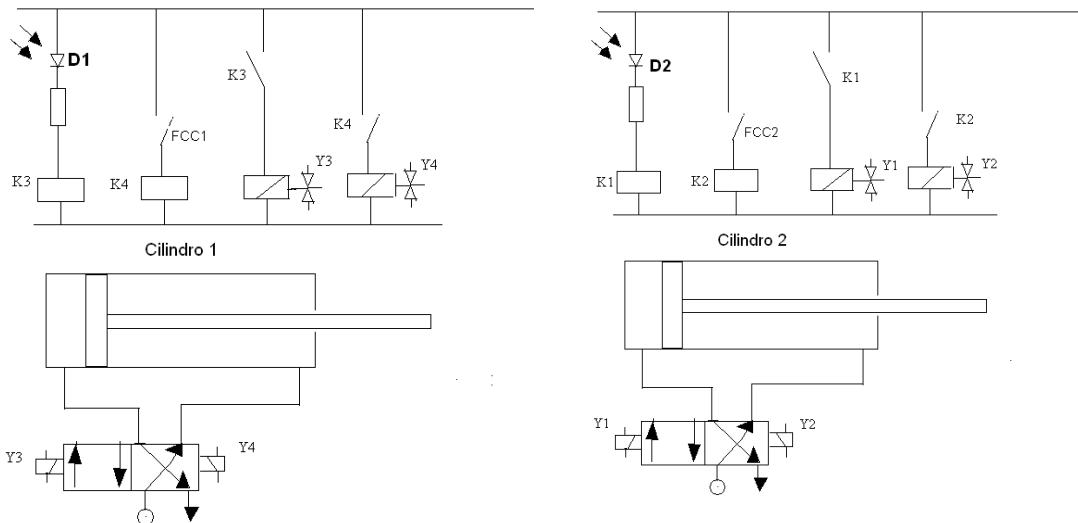
- \* Detectar qué tipo de bote (grande o pequeño) es el que lleva la cinta transportadora.
  - \* Conocido el tipo de bote, el sistema diseñado debe realizar la siguiente operación:
    - Si es un bote grande, debe ser expulsado de la cinta transportadora al almacén A1.
    - Si es un bote pequeño, debe ser expulsado de la cinta transportadora al almacén A2.
- Determina qué tipo de actuadores y sensores son necesarios para que este sistema industrial diseñado funcione correctamente. Dibuja un esquema con la ubicación de los actuadores y sensores. Explica el funcionamiento del sistema diseñado.



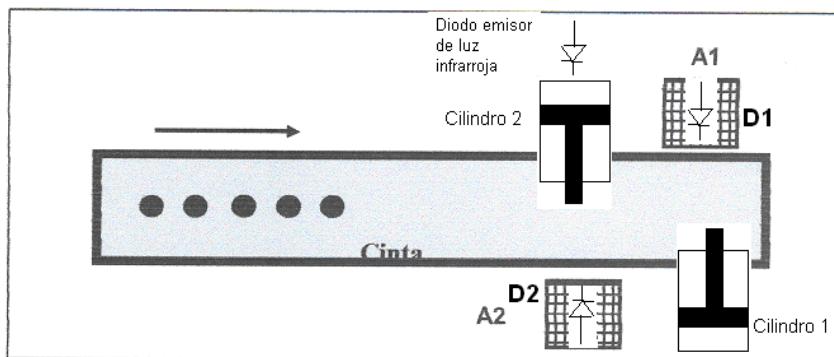
**Respuesta: Actuadores y sensores.**

1. Los **actuadores** que se necesitan son dos cilindros.
2. Los **controladores** son dos electroválvulas.
3. Los **sensores de posición** son dos finales de carrera normalmente abiertos.
4. Los **sensores eléctricos** son dos fotodiodos que conducen cuando reciben luz de un diodo emisor de luz infrarroja.

## Circuitos eléctricos y representación del circuito neumático.



## Esquema de los actuadores y sensores.



D1 y D2 son fotodiódos.

### Funcionamiento.

Hay un diodo emisor de luz infrarroja. El fotodiodo 2 conduce cuando el bote es pequeño, en este caso recibe luz del diodo emisor de luz infrarroja. En este momento circula corriente por el solenoide K1 y se activa la electroválvula del cilindro 2 por la izquierda. El vástagosale y envía el bote pequeño al almacén 2. Cuando este bote llega al final de carrera FCC2 pasa corriente por el solenoide K2 que acciona la electroválvula del cilindro 2 por la derecha. El vástagosale y no vuelve a salir hasta que el fotodiodo 2 recibe luz de nuevo.

El fotodiodo 1 conduce cuando el bote es grande y la luz emitida por el diodo emisor de luz infrarroja es reflejada en el bote hacia el fotodiodo1. En este momento circula corriente por el solenoide K3 y se activa la electroválvula del cilindro 1 por la izquierda. El vástagosale y envía el bote grande al almacén 1. Cuando este bote llega al final de carrera FCC1 pasa corriente por el solenoide K4 que acciona la electroválvula del cilindro 1 por la derecha. El vástagosale y no vuelve a salir hasta que el fotodiodo 1 recibe luz de nuevo.

#### 8.- Septiembre 2004. Opción B.

Considérese un depósito de agua de sección circular. El depósito recibe un caudal de entrada a través de una tubería ubicada en la parte superior del mismo, y se vacía a través de una tubería de salida ubicada también en la parte superior del depósito.

Indica las variables y los elementos de control necesarios para lograr el correcto funcionamiento del depósito. Se entiende por "correcto funcionamiento" el lograr que el nivel de agua del depósito se mantenga "alrededor de la altura h nivel". Dibuja un esquema de la ubicación de dichos elementos de control y explica la función que realizan, así como el funcionamiento del sistema completo.

#### 9.- Junio 2005. Opción A.

¿Qué es un termopar? ¿Para qué sirve?. Indica dos ejemplos de aplicación del mismo.

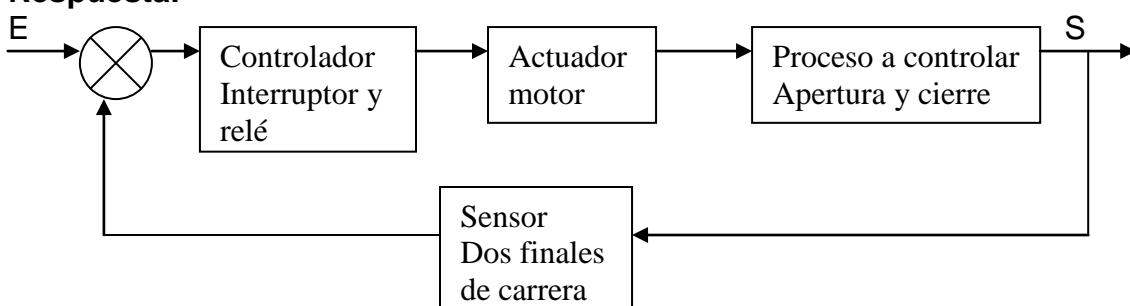
**Respuesta:** Un termopar es un sensor de temperatura por lo tanto mide esta. Está constituido por dos metales distintos soldados entre si por uno de sus extremos. Se supone que uno de los metales está a distinta temperatura que el otro por estar en contacto con el objeto del que se desea medir la temperatura. En este caso en el punto de unión de ambos metales (por el efecto Seebeck) se produce un voltaje proporcional a la diferencia de temperatura existente entre los dos metales. Este voltaje se puede medir con un voltímetro. Estos sensores pueden medir distintos rangos de temperaturas en función de los metales que los constituyan.

Son utilizados en instrumentación industrial y en los hornos de combustión abiertos a la atmósfera.

#### 10.- Septiembre 2006. Opción A.

Elabora y dibuja un esquema sencillo en el que se indiquen los elementos necesarios (sensores y actuadores), así como su ubicación, para construir un sistema de control que permita la apertura automática y el cierre automático de una puerta de garaje de vehículos. Indica qué representa cada elemento y cuál es su función.

**Respuesta:**

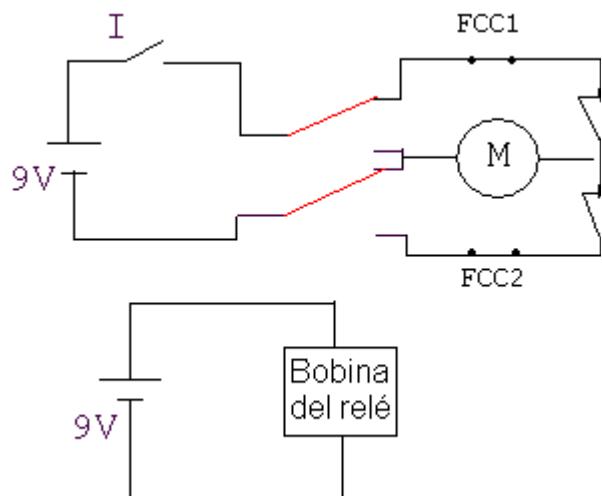


1. La **entrada** es la posición deseada de la puerta.
2. El **controlador** es el interruptor y el relé. El interruptor permite cambiar la posición de los contactos del relé. Esto hace posible variar el sentido de giro del motor para abrir o cerrar la puerta.
3. El **actuador** es el motor junto con un sistema piñón - cremallera que abre o cierra la puerta.
4. El **proceso a controlar** es la apertura y cierre de la puerta.
5. La **salida** es la posición obtenida de la puerta.

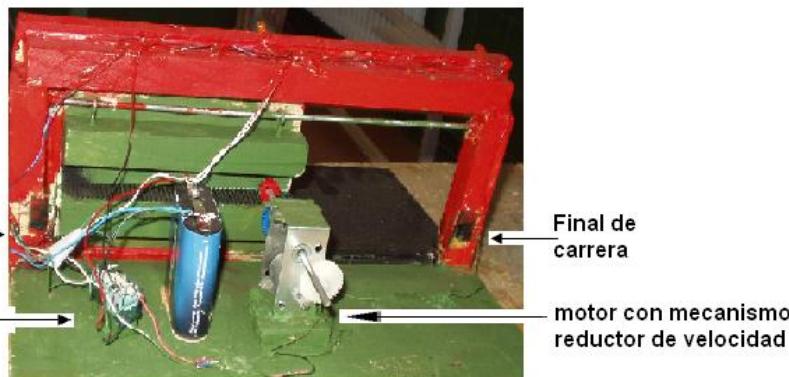
6. El **sensor** es el final de carrera que abre el circuito del motor cuando la puerta ha llegado a la posición deseada. Hay dos finales de carrera situados al final de los dos posibles recorridos de la puerta para que esta les presione y el motor se pare.

Los finales de carrera estarán conectados normalmente cerrados. Al final del recorrido se abren.

### Circuito eléctrico.



### Mecanismo.



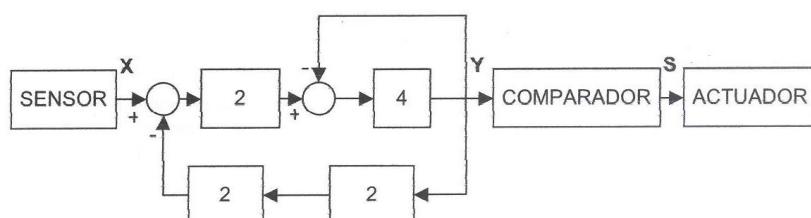
### 11- Junio 2007. Opción A.

En la figura se muestra un sistema de medida de cierta variable física y un sistema de actuación. Está compuesto por un sensor, de salida X, una red de amplificación con bucles de realimentación, un comparador y el sistema de actuación. La función de transferencia del comparador es:

$$Y < 2 \text{ S} = 0$$

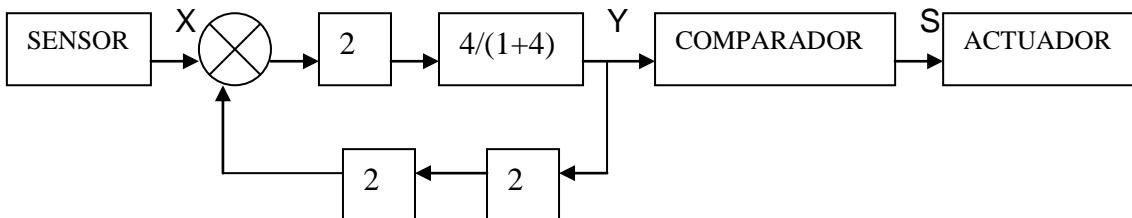
$$Y \geq 2 \text{ S} = 1$$

El actuador se activa cuando a su entrada se tiene un nivel bajo ( $S = 0$ ) Obtenga la función de transferencia  $Y = f(X)$  y el margen de valores de la variable X que activan el actuador.

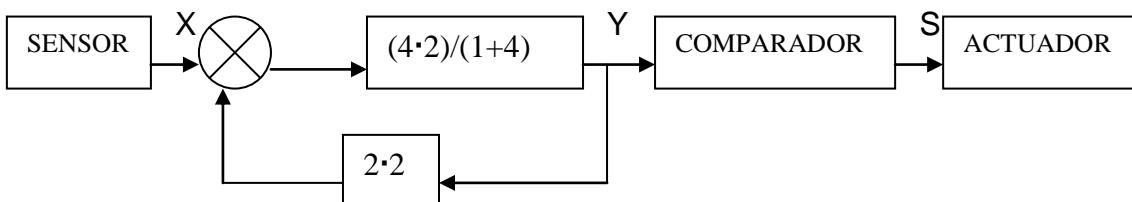


### Solución:

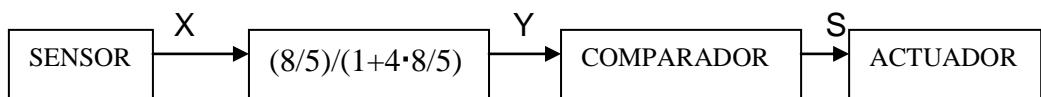
Primero hay que simplificar el diagrama de bloques. Para ello se simplifica el bucle cerrado interno.



A continuación se simplifican los bloques en serie.



Por último se simplifica el diagrama de bloques en lazo cerrado.



Operando:

$$(8/5)/(1+4 \cdot 8/5) = (8/5)/(37/5) = 8/37 = Y/X$$

La función de transferencia es  $Y/X=8/37$

$$Y = (8/37) \cdot X$$

El actuador se activa cuando  $S=0$ . Como:  $\begin{cases} Y < 2 & S = 0 \\ Y \geq 2 & S = 1 \end{cases}$

$$(8/37) \cdot X < 2 \longrightarrow X < 2 \cdot 37/8 \longrightarrow \text{Si } X < 37/4 \text{ se activa el actuador.}$$

### 12.- Septiembre 2007. Opción A.

Para la medición de ángulos en una instalación automatizada ¿Qué tipo de transductores deben utilizarse?. Describe dos tipos y pon un ejemplo de utilización de los mismos.

### 13.- Septiembre 2007. Opción A.

Define qué es la estabilidad de un sistema de control. Explica brevemente dos métodos que puedan ser utilizados para estudiar la estabilidad de un sistema de control.

**Respuesta:** Consultar el apartado 7 “Estabilidad de un sistema de control automático”.

**14.- Junio 2008. Opción A.**

Clasifica los siguientes captadores en analógicos o digitales. Razona la respuesta:

- a) final de carrera mecánico de palanca; b) sensor inductivo; c) galga extensiometrífica;
- d) disco codificado; e) reostato; f) transductor de presión piezométrico; g) par termoeléctrico; h) resistencia LDR.

**Respuesta:**

1. **Captadores digitales:** El **final de carrera de palanca** solo tiene dos estados posibles abierto y cerrado. En un **disco codificado** se obtiene la información codificada mediante 0 y 1 a lo largo del tiempo, los valores no cambian de forma continua.

2. **Captadores analógicos:** En el **sensor inductivo** la variación de la autoinducción es continua y puede tomar distintos valores pero estos no dan un salto cuantitativo en ningún instante de tiempo.

La **galga extensiometrífica**, el **reostato** y la **resistencia LDR** son analógicos porque el valor de la resistencia varía de forma continua a lo largo del tiempo.

El **transductor de presión piezométrico** funciona de la siguiente forma: se inducen cargas en un cristal que se modifican de **forma continua** según cambia la presión aplicada. Por esta razón es **analógico**

El **par termoeléctrico** basa su funcionamiento en la modificación de voltaje que se produce cuando no se mantiene constante la temperatura en el punto de soldadura de dos metales distintos. Estos voltajes varían de **forma continua** según el valor de la temperatura. También es **analógico**.

**15.- Septiembre 2008. Opción A.**

Define un sistema real que funcione con “control en lazo cerrado”. Dibuja el diagrama de bloques de dicho sistema y explica su funcionamiento. ¿Qué ventajas presenta un sistema de control en lazo cerrado frente a un sistema de control en lazo abierto?. Razona tu respuesta.

**Respuesta:** Consultar el apartado 3 “Sistema en lazo abierto y en lazo cerrado”.

**16.- Septiembre 2008. Opción A.**

Define tres tipos diferentes de transductores de posición. Explica el funcionamiento de los tres transductores.

**17.- Septiembre 2008. Opción B.**

Define un sistema real que funcione con “control en lazo cerrado”. Dibuja el diagrama de bloques de dicho sistema y explica su funcionamiento. ¿Tiene alguna ventaja un sistema de control en lazo abierto frente a un sistema de control en lazo cerrado?. Razona tu respuesta.

**Respuesta:** Consultar apartado 3 “Sistema en lazo abierto y en lazo cerrado”. Además de lo indicado en este apartado hay que señalar que un sistema en lazo abierto es más barato y rápido en la respuesta que un sistema en lazo cerrado.

**18.- Septiembre 2008. Opción B.**

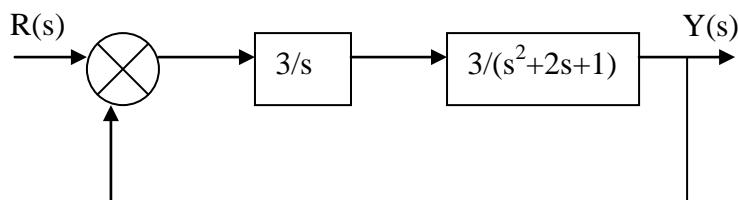
Define e indica para qué se utilizan los siguientes elementos: Termopar, Tacómetro, Encoder.

**19.- Junio 2009. Opción A.**

Define las principales características de un controlador de acción integral. Indica su función de transferencia, y dibuja el diagrama de bloques de un sistema de control de lazo (bucle) cerrado que utilice dicho controlador.

**Respuesta:** Para resolver la primera parte de la cuestión consultar la cuestión 5.

Hay que dibujar un diagrama de bloques en bucle cerrado que disponga de un regulador o controlador integral. Como no se impone ninguna otra condición el sistema puede ser el que sigue:



**20.- Septiembre 2009. Opción A.**

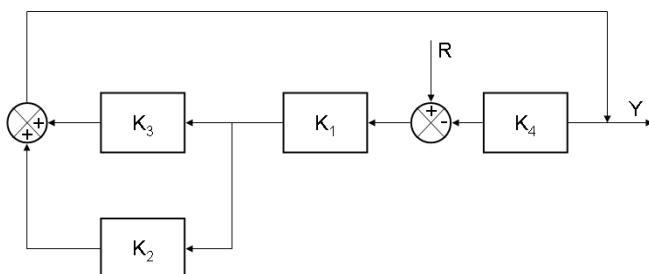
Dibuja el diagrama de bloques de un sistema de regulación en lazo (bucle) cerrado. Indica y define los componentes del mismo.

**Respuesta:** Consultar el apartado 3 “Sistema en lazo abierto y en lazo cerrado”.

**21.- Junio 2010. Prueba general. Opción B.**

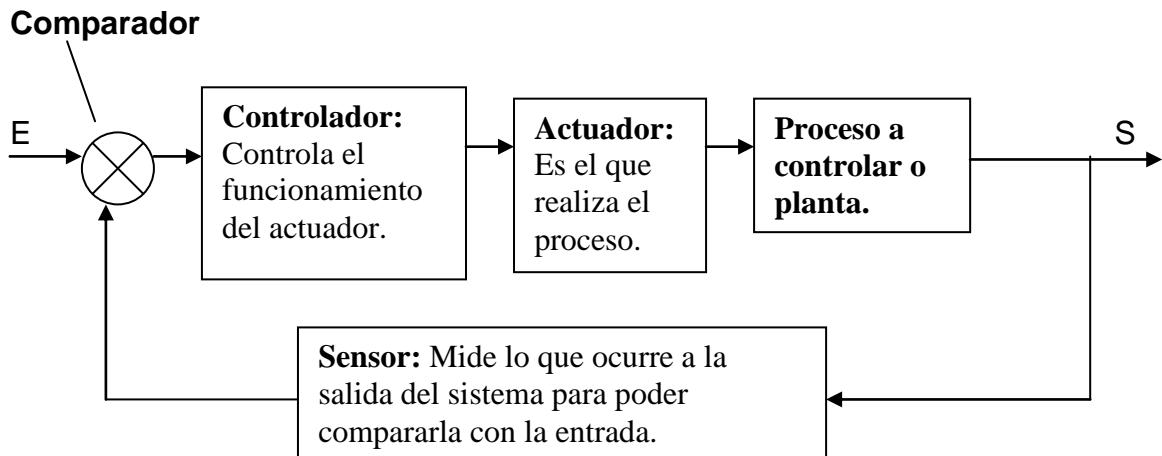
Para el diagrama de bloques mostrado en la figura, se pide:

- ¿Qué bloque, o bloques, pueden corresponder a la planta (sistema controlado), a los sensores y al controlador?
- El diagrama de bloques equivalente únicamente con dos bloques y un punto de suma o comparador.



**Respuesta:**

- Un sistema de control en lazo cerrado tiene un diagrama de bloques como el que sigue:



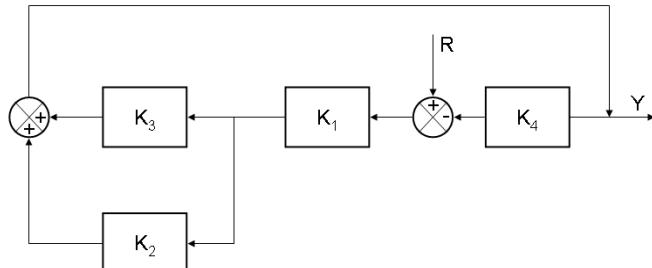
En este caso E es la entrada y S la salida del sistema.

En el **ejemplo** la salida es **Y**. La entrada del sistema es **R**. Esta entra directamente en el comparador. **Y** entra en el comparador después de pasar por **K<sub>4</sub>**. Por esta razón este es el **sensor**. La salida se obtiene del **proceso a controlar**. En este caso este corresponde a la suma de los bloques **K<sub>2</sub>** y **K<sub>3</sub>**. El bloque situado delante del proceso a controlar, **K<sub>1</sub>** corresponde al **controlador y actuador**.

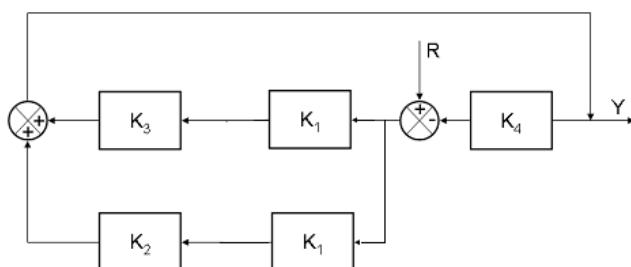
En definitiva:

- **Controlador y actuador:** **K<sub>1</sub>**
- **Planta o sistema controlado:** **K<sub>2</sub> y K<sub>3</sub>**
- **Sensor:** **K<sub>4</sub>**

b)

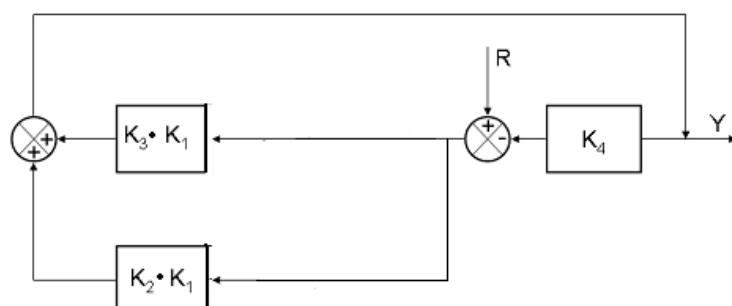


El primer paso es realizar un movimiento a la derecha de un punto de bifurcación.



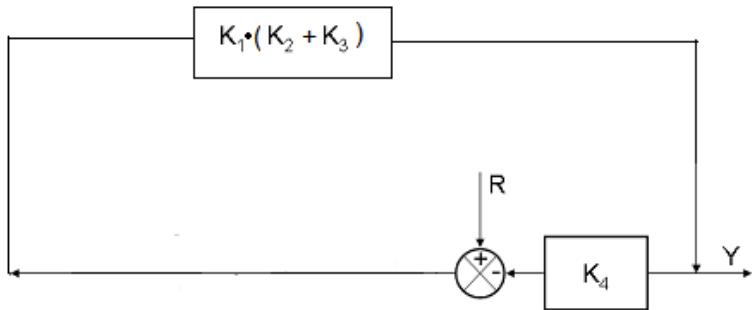
A

en



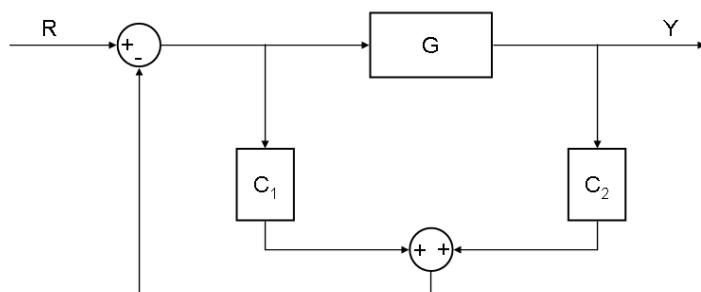
continuación se simplifican los bloques serie.

Después se simplifican dos bloques en paralelo.



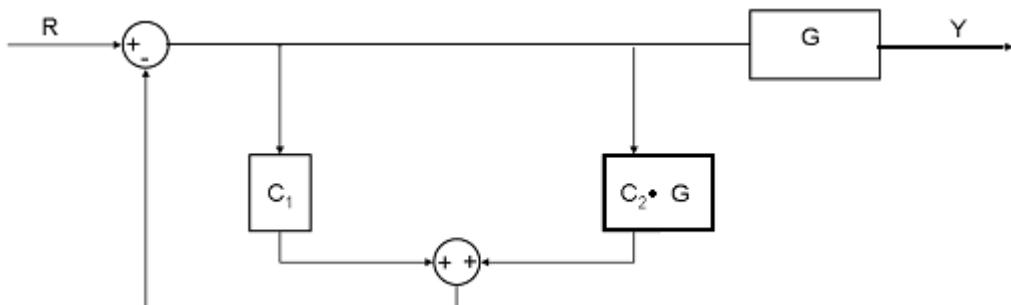
**22.- Junio 2010. Prueba general. Opción A.**

Obtenga la función de transferencia (relación entre la entrada R y la salida Y) del sistema de la figura siguiente:

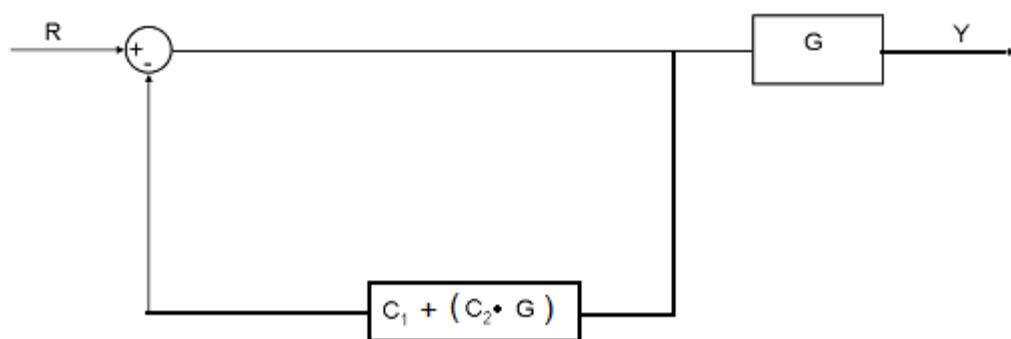


**Respuesta:**

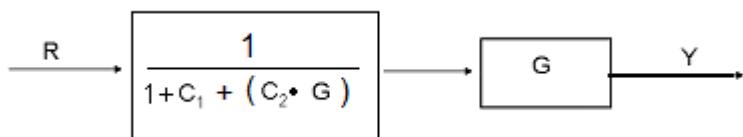
Primero se realiza un movimiento a la izquierda de un punto de bifurcación.



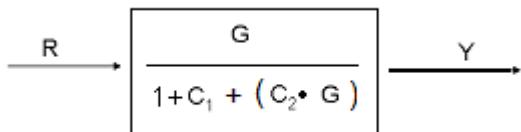
A continuación se simplifican dos bloques en paralelo.



Después se simplifica un bucle en lazo cerrado.



Por último se simplifican dos bloques en serie.



Esta es la función de transferencia:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G}{1 + C_1 + C_2 \cdot G}$$

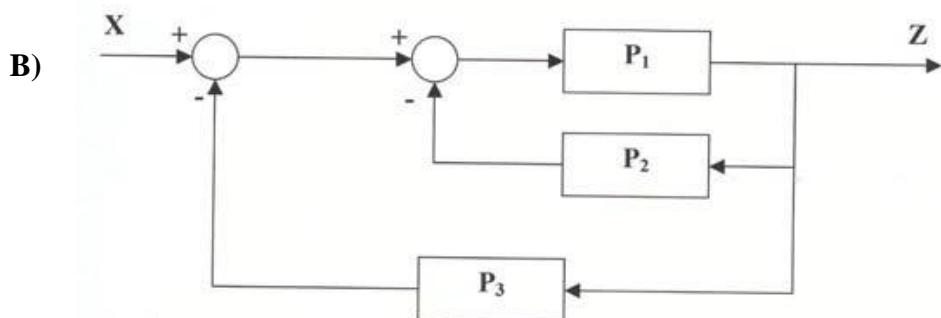
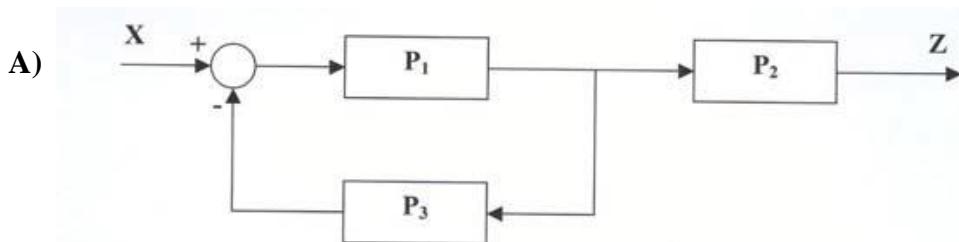
### 23.- Junio 2010. Prueba específica. Opción A.

Para los transductores que se indican a continuación, explique para qué se utilizan y su funcionamiento:

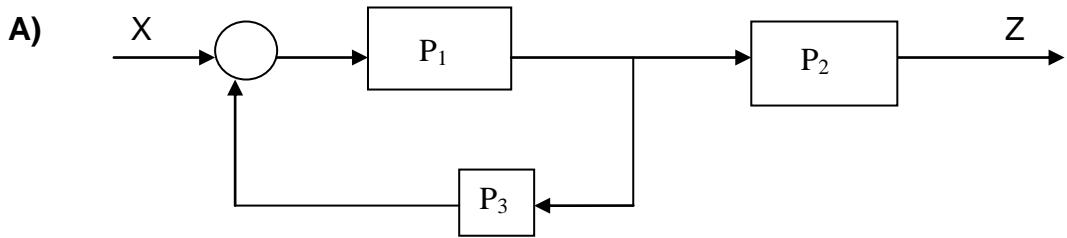
- a) Tacómetro.
- b) Termopar.

### 24.- Septiembre 2010. Prueba específica. Opción A.

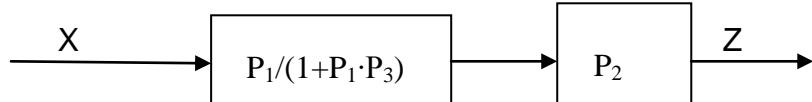
Simplifica los siguientes diagramas de bloques, y calcula la función de transferencia "Z / X" en los dos diagramas de bloques que se muestran a continuación



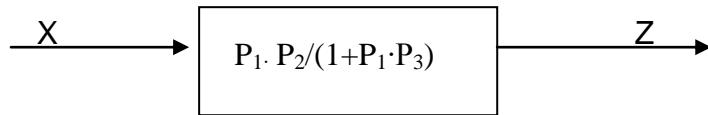
**Respuesta:**



Primero se realiza la simplificación del bucle en lazo cerrado.

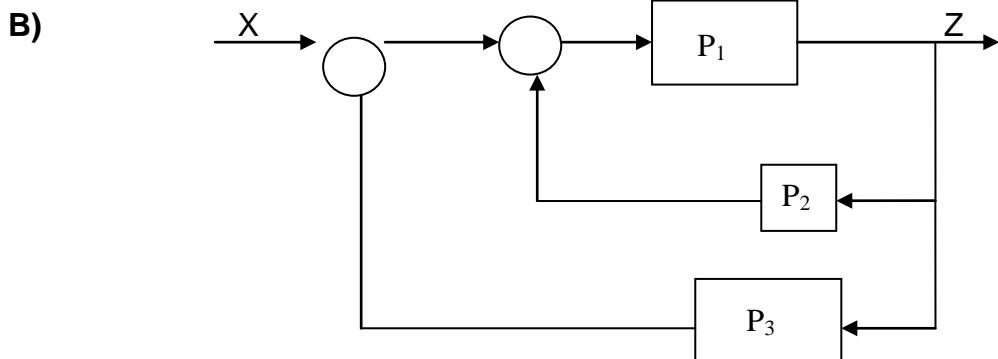


Por último se simplifican dos bloques en serie.

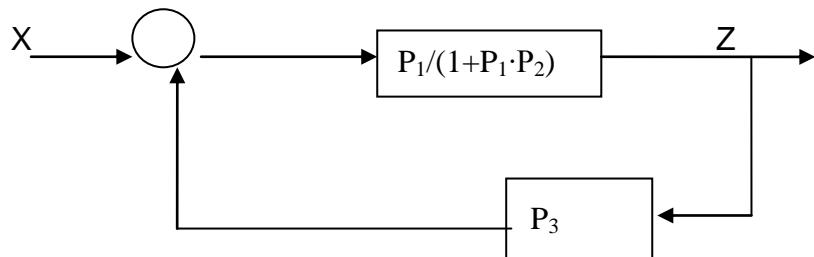


Esta es la función de transferencia:

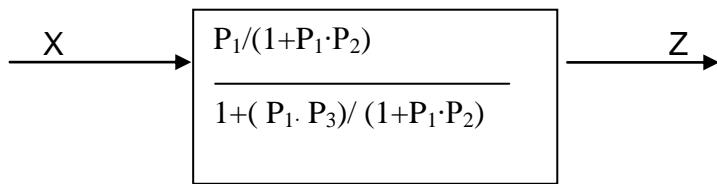
$$\frac{Z}{X} = P_1 \cdot P_2 / (1 + P_1 \cdot P_3)$$



Primero se realiza la simplificación del bucle en lazo cerrado más interno.



A continuación se realiza la simplificación del sistema en lazo cerrado



El último paso es simplificar la función de transferencia:

$$\frac{Z}{X} = \frac{P_1/(1+P_1 \cdot P_2)}{1+(P_1 \cdot P_3)/(1+P_1 \cdot P_2)} ; \quad \boxed{\frac{Z}{X} = \frac{P_1}{(1+P_1 \cdot P_2)+(P_1 \cdot P_3)}}$$

### 25.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción A.

Explique:

- a) Qué es un transductor?, ¿y un captador?.
- b) ¿Qué funciones cumplen dentro de un sistema de control?

**Respuesta:** Consultar el apartado 2 “Componentes de un sistema automático de control”.

### 26.- Junio 2011. Opción A

¿Cuál es la función del controlador en un sistema de control de lazo cerrado? Indique la función que realiza un controlador de acción proporcional y otro de acción integral.

**Respuesta:** Consultar la cuestión 5 y el apartado 2 “Componentes de un sistema automático de control”.

### 27.- Junio 2011. Opción A

Autómata programable: definición y estructura interna.

**Respuesta:** Un autómata programable es un automatismo que se puede programar o lo que es lo mismo un robot.

Estructura interna: Mirar en el apartado 3 “Sistema en lazo abierto y en lazo cerrado” la estructura de un sistema automático en lazo cerrado. Un robot tiene una estructura similar, pero el **controlador** en un robot es una **controladora** que lee las órdenes del programa del ordenador. La controladora mide los valores de los sensores y activa y desactiva los actuadores. El programa del ordenador se puede cambiar para realizar distintas tareas.

### 28. Junio 2011. Opción B

Un interruptor crepuscular, de los utilizados para encender y apagar las luces de las calles dependiendo de la luz solar, ¿es un sistema de control en lazo cerrado o en lazo abierto? ¿Y el sistema de control de temperatura de un frigorífico? Justifica las respuestas.

**Respuesta:** Un interruptor crepuscular es un sistema en lazo cerrado porque hay un sensor que mide la luz del sol y en función de esta información el sistema da más o menos luz.

Un frigorífico es un sistema en lazo cerrado. Se fija una temperatura y un sensor (termostato ó NTC) impide que en el frigorífico la temperatura aumente demasiado.

### 29. Septiembre 2011. Opción A

Explique, de forma resumida, el significado de los siguientes términos relacionados con los sistemas de control:

- a) Señal de error.
- b) PID.
- c) Variable controlada.
- d) Lazo cerrado.

**Respuesta:** a) La señal de error de un sistema de control es la diferencia entre la señal de entrada y la salida. Es una señal que se obtiene en los sistemas en lazo cerrado por comparación entre las señales de entrada y salida. Para que un sistema funcione correctamente esta señal debe tender a 0.

b) "Un PID (Proporcional Integral Derivativo) es un mecanismo de control por realimentación que calcula la desviación o error entre un valor medido y el valor que se quiere obtener, para aplicar una acción correctora que ajuste el proceso. El algoritmo de cálculo del control PID se da en tres parámetros distintos: el proporcional, el integral, y el derivativo. El valor Proporcional determina la reacción del error actual. El Integral genera una corrección proporcional a la integral del error, esto nos asegura que aplicando un esfuerzo de control suficiente, el error de seguimiento se reduce a cero. El Derivativo determina la reacción del tiempo en el que el error se produce. La suma de estas tres acciones es usada para ajustar al proceso vía un elemento de control como la posición de una válvula de control o la energía suministrada a un calentador, por ejemplo. Ajustando estas tres variables en el algoritmo de control del PID, el controlador puede proveer un control diseñado para lo que requiera el proceso a realizar."<sup>56</sup>

c) Una variable controlada es aquella sobre la que se actúa para que se mantenga en un determinado valor en unas circunstancias concretas. Por ejemplo la salida de un sistema en lazo cerrado es una variable controlada.

d) Un sistema en lazo cerrado es aquel que compara la salida con la entrada, si no coinciden se obtiene una señal de error distinta de cero. En este caso esta señal actúa sobre el controlador para modificar la salida. Por lo tanto son sistemas en los que la salida se puede modificar si no coincide con la esperada.

### 30. Septiembre 2011. Opción B

Explique el funcionamiento de un regulador PI y dibuje el diagrama de bloques de un sistema de control con realimentación unitaria que contenga un regulador PI.

**Respuesta:** Consultar las cuestiones 5 y 19.

---

<sup>56</sup> Consultar: [http://es.wikipedia.org/wiki/Proporcional\\_integral\\_derivativo](http://es.wikipedia.org/wiki/Proporcional_integral_derivativo)

# Tema 8. Circuitos digitales y control programado.

## Introducción

Los circuitos electrónicos han ido cobrando una importancia creciente en las últimas décadas, hasta el punto de ser la base tecnológica de transformaciones sociales muy significativas: se dice que vivimos en la era digital o en la sociedad del conocimiento, y la tecnología que subyace a la red de redes o a los ordenadores depende directamente de circuitos digitales. Un objeto de uso habitual como una calculadora está fabricado con circuitos electrónicos. Estos también forman parte de los dispositivos utilizados en los medios de comunicación. Y esto por no mencionar los teléfonos móviles, la radio la televisión y los satélites. En otras palabras: sin circuitos digitales no habría buenos medios de comunicación ni ordenadores y nuestra sociedad sería bien distinta. El ordenador también es un buen medio de comunicación y además es una magnífica herramienta de trabajo. La electrónica digital también forma parte de los automatismos y robots, imprescindibles en la industria. La estructura de este tema será la siguiente:

1. Sistemas de numeración. Estos son la base para entender el funcionamiento de todos los dispositivos electrónicos.
2. Símbolos y tablas de verdad de las puertas lógicas, que son los dispositivos básicos de los circuitos electrónicos.
3. Álgebra de Boole y leyes de Morgan: son las propiedades que cumplen las variables o señales con las que funcionan las puertas lógicas.
4. Formas canónicas de una función. En este apartado se definirán estas formas y se explicará cómo se simplifican, de manera que la implementación de una función requiera menos puertas lógicas. La simplificación se puede aplicar a cualquier función.

## Nociones básicas de circuitos digitales.

### 1- Sistemas de numeración.

El sistema de numeración utilizado en la vida cotidiana es el decimal. Tiene diez dígitos desde el 0 hasta el 9 y con ellos se pueden escribir todos los números.

Por ejemplo el número 37.685, escrito en sistema decimal se puede representar como sigue:

$$37685 = 3 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

En un sistema de numeración la **base** es el número de dígitos que se utilizan para expresar los números. Por ejemplo el sistema decimal tiene **base 10** porque utiliza **10 dígitos**.

Así mismo el número 13 se puede expresar como  $13 = 1 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$ , pero también se puede escribir como  $13 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ .

En este último caso en vez de utilizar potencias de 10 y las cifras del 0 al 9, se han utilizado potencias de 2 y **dos dígitos el 0 y 1**. El número 13 se ha expresado en sistema binario, cuya **base** es **2**.

A continuación se enuncia un teorema que asegura que se puede expresar cualquier número en cualquier sistema de numeración con base mayor que 1.

**Teorema:**

Sea  $b > 1$  un número natural, llamado base, Entonces todo número  $n \in N$ , puede escribirse de manera única en la base  $b$  de la siguiente forma:

$$n = a_k \cdot b^k + a_{k-1} \cdot b^{k-1} + \dots + a_1 \cdot b + a_0 \cdot b^0$$

para algún  $k \geq 0$ , con  $a_k \neq 0$  y todos los  $a_i$  cumpliendo que  $0 \leq a_i < b$ .

A continuación se van a explicar los distintos sistemas y códigos de numeración que utilizan los circuitos digitales de los dispositivos electrónicos y además se va a ver como se expresa un número en los distintos sistemas de numeración. El orden que se sigue es el siguiente:

- Sistema binario. Se aclara cómo se realiza una **suma** de dos números binarios.
- Código BCD natural.
- Código BCD Aiken.
- Código BCD exceso a tres.
- Sistema hexadecimal.

**A) Sistema binario.**

Los números que están escritos en este sistema poseen dos dígitos el 0 y el 1. Cada uno de estos recibe el nombre de bit. Por ejemplo el número 10011011 está escrito en binario y tiene 8 bits.

- **Pasar un número de sistema binario a decimal.**

Para pasar un número del sistema binario al sistema decimal los números binarios se leen de **derecha a izquierda** ya que los bits están ordenados de menor a mayor peso en ese sentido. Además los 0 se sustituyen por 0 y los 1 por 1. Estos números se multiplican por 2.

**Ejemplo:**

$$11101110 \longrightarrow 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2$$

A continuación los dígitos se elevan a la potencia que coincide con la posición que ocupan.

$$11101110 \longrightarrow 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^7$$

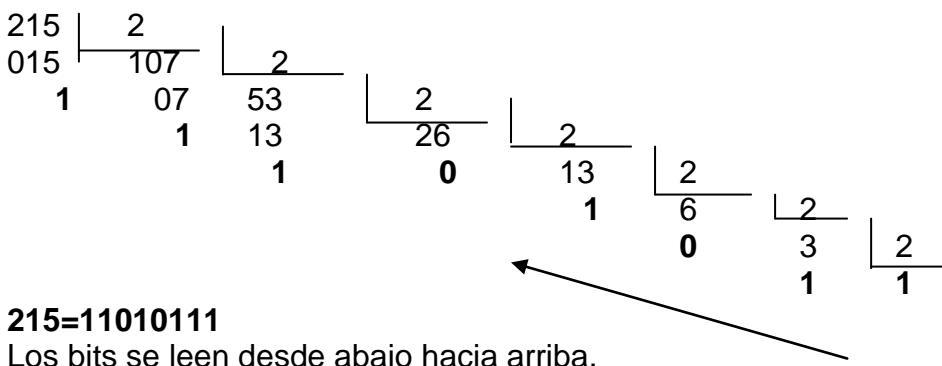
Después se realiza la suma de las potencias.

$$11101110 = 0 \cdot 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 2^5 + 2^6 + 2^7 = 0 + 2 + 4 + 8 + 0 + 32 + 64 + 128 = 238$$

- **Paso de un número entero a sistema binario.**

Para pasar un número entero del sistema decimal al binario se divide por 2 hasta que el resto de 1 o 0. El cociente resultante se vuelve a dividir por 2 hasta que el resto vuelva a dar 1 o 0. Se repite la operación sucesivamente hasta que el último cociente es 1. Por último se escribe este número y los restos ordenados desde el último obtenido hasta el primero.

**Ejemplo:** 215



- **Paso de números decimales a sistema binario.**

Primero se pasa la parte entera del número decimal al sistema binario. A continuación la parte decimal se multiplica por 2. El resultado es un nuevo número con parte entera 0 o 1. Se toma la parte decimal de éste y se vuelve a multiplicar por 2. Se obtiene un nuevo número con parte entera 0 o 1. Se repite la operación sacando tantas cifras decimales como se deseé. La parte decimal en binario se calcula tomando todas las partes enteras de los números calculados.

En el caso de obtener en una multiplicación 0,5 al volverlo a multiplicar, el resultado es 1. En este caso se tendrá un número decimal exacto en sistema binario y se habrá terminado el proceso ya que a partir de esta cifra decimal el resto de los decimales valdrá 0.

**Ejemplo:**

Pasar a binario el número 215,125.

Primero se toma la parte entera 215, que ya se ha visto que es igual a 11010111.

Ahora se va a calcular la parte decimal para ello se considera la parte decimal del número.

$$0,125 \cdot 2 = 0,25$$

$$0,25 \cdot 2 = 0,5$$

$$0,5 \cdot 2 = 1$$

En este ejemplo, se llega a obtener exactamente 1, en una de las ocasiones en las que se multiplica por 2, y por tanto el resto de los decimales es cero y se obtiene un número decimal exacto en sistema binario.

**215,125=11010111,001**

- **Suma de números binarios.**

Para realizar la suma se debe tener en cuenta la siguiente tabla:

Decimal	Binario
0	00
1	01
2	10
3	11

Se supone que se desea sumar estos dos números binarios 111001110 y 110100111. Para hacerlo se coloca uno encima del otro:

1 Sumando	1	1	1	0	0	1	1	1	0
2º Sumando	1	1	0	1	0	0	1	1	1

Se suman los dígitos por columnas, teniendo en cuenta que  $1+1=2$  que en binario es 10 porque  $1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 2$ . En este caso en la columna donde aparezca 1+1 se pone un 0 y hay que llevar 1 para la columna siguiente.

Si se suman 1+1+1, hay que pensar que es igual a 3, que en binario se expresa como 11. Por tanto se escribe un 1 en la columna correspondiente y hay que llevar 1 para la siguiente columna.

En definitiva, se sigue la siguiente tabla.

Suma de dígitos	Resultado	Acarreo
$0+0=00$	0	0
$0+1=01$	1	0
$1+1=10$	0	1
$1+1+1=11$	1	1

A continuación se realiza una suma.

Acarreo	1				1	1	1	
1 Sumando	1	1	1	0	0	1	1	1
2º Sumando	1	1	0	1	0	0	1	1
Resultado	11	0	1	1	1	0	1	1

Los circuitos digitales utilizan distintos códigos de numeración para procesar la información. A continuación se van a explicar algunos.

## B) Código BCD natural.

Es un código ponderado. Esto quiere decir que el número decimal se obtiene sumando sus dígitos con el peso que tiene cada uno.

Decimal	BCD natural				
peso	8	4	2	1	
<b>0</b>	0	0	0	0	<b>0=0</b>
<b>1</b>	0	0	0	1	<b>1=1</b>
<b>2</b>	0	0	1	0	<b>2=2</b>
<b>3</b>	0	0	1	1	<b>1+2=3</b>
<b>4</b>	0	1	0	0	<b>4=4</b>
<b>5</b>	0	1	0	1	<b>1+4=5</b>
<b>6</b>	0	1	1	0	<b>2+4=6</b>
<b>7</b>	0	1	1	1	<b>1+2+4=7</b>
<b>8</b>	1	0	0	0	<b>8=8</b>
<b>9</b>	1	0	0	1	<b>1+8=9</b>

El código BCD sólo tiene 9 combinaciones distintas de 0 y 1 y da la casualidad de que coinciden con las combinaciones de 0 y 1 obtenidas en el sistema binario para los números decimales del 0 al 9.

- **Paso del código BCD natural al sistema decimal.**

Para pasar un número **del código BCD natural al sistema decimal** hay que dividir el número en grupos de cuatro bits. Se empiezan a separar los bits desde la derecha y en el último conjunto de bits se añaden los ceros a la izquierda que sean necesarios hasta formar uno de cuatro bits. Después hay que sustituir cada agrupación por el número decimal equivalente.

**Ejemplo:** 101100110000110

0101 1001 1000 0110

5      9      8      6

101100110000110=5986

- **Paso del sistema decimal al código BCD natural.**

Para pasar un número **del sistema decimal al código BCD natural** se sustituye cada dígito del número decimal por las 4 cifras del código BCD.

**Ejemplo:** 583

5      8      3

101      1000      0011

583=10110000011

### C) Código BCD Aiken.

Es un código ponderado. Esto quiere decir que el número decimal se obtiene sumando sus dígitos con el peso que tiene cada uno.

Decimal	BCD Aiken				
Peso	2	4	2	1	
0	0	0	0	0	0=0
1	0	0	0	1	1=1
2	0	0	1	0	2=2
3	0	0	1	1	1+2=3
4	0	1	0	0	4=4
5	1	0	1	1	2+2+1=5
6	1	1	0	0	2+4=6
7	1	1	0	1	2+4+1=7
8	1	1	1	0	2+4+2=8
9	1	1	1	1	2+4+2+1=9

- **Paso del código BCD Aiken al sistema decimal.**

Para pasar un número **del código BCD Aiken al sistema decimal** hay que dividir el número en grupos de cuatro bits. Se empiezan a separar los bits desde la derecha y en el último conjunto de bits se añaden los ceros a la izquierda que sean necesarios hasta formar uno de cuatro bits. Después hay que sustituir cada agrupación por el número decimal equivalente.

**Ejemplo:** 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0

1101 1011 1100 0100

7      5      6      4

1101101111000100=7564

- **Paso del sistema decimal al código BCD Aiken.**

Para pasar un número **del sistema decimal al código BCD Aiken** se sustituye cada dígito del número decimal por las 4 cifras del código BCD Aiken.

**Ejemplo:** 583

5      8      3

1011    1110    0011

583=101111100011

#### D) Sistema BCD exceso tres

A cada dígito decimal se le asigna su equivalente en binario sumándole tres. Es un código no ponderado.

Decimal	BCD exceso tres			
0	0	0	1	1
1	0	1	0	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	0	1
7	1	0	1	0
8	1	0	1	1
9	1	1	0	0

- **Paso del código BCD exceso tres al sistema decimal.**

Para pasar un número **del código BCD exceso tres al sistema decimal** hay que dividir el número en grupos de cuatro bits. Se empiezan a separar los bits desde la derecha y en el último conjunto de bits se añaden los ceros a la izquierda que sean necesarios hasta formar uno de cuatro bits. Después hay que sustituir cada agrupación por el número decimal equivalente.

**Ejemplo:** 1100101110000100

1100 1011 1000 0100  
9 8 5 1

1100101110000100=9851

- **Paso del sistema decimal al código BCD exceso tres**

Para pasar un número **del sistema decimal al código BCD exceso tres** se sustituye cada dígito del número decimal por las 4 cifras del código BCD exceso tres.

**Ejemplo:** 583

5 8 3  
1000 1011 0110

583=100010110110

## E) Sistema hexadecimal.

Es el sistema de numeración de **base 16**.

Hex	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Dec	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

- **Paso del sistema hexadecimal al decimal.**

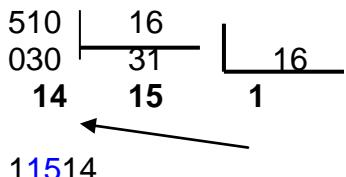
Para pasar un número codificado en el **sistema hexadecimal al sistema decimal** se procede de forma análoga que para pasar un número del sistema binario al decimal lo que ocurre es que ahora la base es 16. Cada dígito hexadecimal se sustituye por su equivalente en decimal y posteriormente se multiplican por 16 elevado a la posición que ocupa. Los números se leen de derecha a izquierda.

$$A3D = 13 \cdot 16^0 + 3 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^2 = 2.621$$

- **Paso del sistema decimal al hexadecimal.**

Para pasar un **número del sistema decimal al código hexadecimal** se divide sucesivamente por 16 siendo los restos obtenidos y el último cociente menores que 16. Se toman estos de forma análoga a como se hacía en el sistema binario y al final se sustituye cada cifra por el número hexadecimal equivalente.

**Ejemplo:** 510



$$510 = 1FE$$

## Paso del sistema hexadecimal al binario.

Se sustituye cada dígito hexadecimal por su equivalente decimal y a continuación cada cifra decimal se sustituye por su equivalente en binario.

**Ejemplo:** 6AD

6	A	D
6	10	13
0110	1010	1101

$$6AD = 11010101101$$

- **Paso del sistema binario al hexadecimal.**

Para pasar un número expresado en binario al código hexadecimal se hacen grupos de 4 bits de derecha a izquierda. Se sustituye cada grupo por su equivalente en el sistema decimal. A continuación se pasan los números del sistema decimales al sistema hexadecimal.

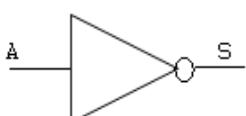
**Ejemplo:** 1110110011001

0001	1101	1001	1001
1	13	9	9
1	D	9	9
1110110011001 = 1D99			

## 2- Puertas lógicas.

Para comprender el funcionamiento de los circuitos digitales es fundamental conocer las puertas lógicas, sus símbolos y tablas de verdad.

a) **Puerta NOT.**

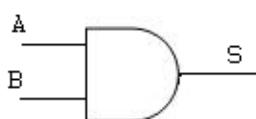


Símbolo

A	S
0	1
1	0

Tabla de la verdad

b) **Puerta AND.**



Símbolo

AB	S=A·B
00	0
01	0
10	0
11	1

Tabla de la verdad

La puerta lógica AND realiza la función lógica producto  $S=A \cdot B$ .

c) **Puerta OR.**



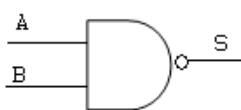
Símbolo

AB	S=A+B
00	0
01	1
10	1
11	1

Tabla de la verdad

La puerta lógica OR realiza la función lógica suma  $S=A+B$ .

**d) Puerta NAND.**



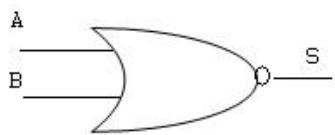
AB	S
00	1
01	1
10	1
11	0

Símbolo

Tabla de la verdad

La tabla se ha obtenido de la tabla de verdad de la puerta AND. Pero las señales de salida han invertido su valor.

**e) Puerta NOR.**



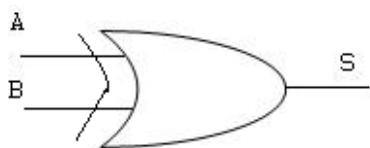
AB	S
00	1
01	0
10	0
11	0

Símbolo

Tabla de la verdad

La tabla se ha obtenido de la tabla de verdad de la puerta OR. Pero las señales de salida han invertido su valor.

**f) Puerta OR Exclusiva o XOR.**



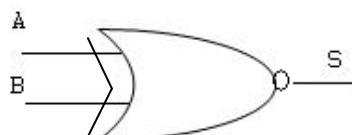
AB	S
00	0
01	1
10	1
11	0

Símbolo

Tabla de la verdad

La puerta lógica XOR realiza la función lógica  $S= A \oplus B = \bar{A} \cdot B + \bar{B} \cdot A$

**g) Puerta NOR Exclusiva.**



AB	S
00	1
01	0
10	0
11	1

Símbolo

Tabla de la verdad

La tabla se ha obtenido de la tabla de verdad de la puerta XOR. Pero las señales de salida han invertido su valor.

### 3- Álgebra de Boole.

A continuación se dan las propiedades que cumplen las variables de los circuitos digitales. Estas propiedades son interesantes para simplificar funciones lógicas.

Los circuitos digitales están formados por puertas lógicas. La salida de estos circuitos digitales es una **función** que viene expresada como sumas y productos de las entradas del circuito (señales eléctricas). Se sabe que las entradas y salidas de las puertas son variables booleanas. Esto quiere decir que solo pueden tener dos valores el 0 y el 1 y además cumplen las propiedades del álgebra de Boole.

#### Propiedades del álgebra de Boole:

**Propiedad interna:** Las operaciones entre dos variables booleanas da como resultado otra variable booleana.

##### Propiedad de idempotencia.

$$\begin{array}{l} A \cdot A = A \\ A + A = A \end{array}$$

##### Ley de involución.

$$\overline{\overline{A}} = A$$

##### Propiedad conmutativa.

$$\begin{array}{l} A \cdot B = B \cdot A \\ A + B = B + A \end{array}$$

##### Propiedad asociativa.

$$\begin{array}{l} A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) \\ A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C) \end{array}$$

##### Propiedad distributiva.

$$\begin{array}{l} A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \\ A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C) \end{array}$$

##### Elemento neutro.

$$\begin{array}{l} A \cdot 1 = A \\ A + 0 = A \end{array}$$

##### Elemento opuesto.

$$\begin{array}{l} \overline{A \cdot A} = 0 \\ A + \overline{A} = 1 \end{array}$$

### 4- Leyes de Morgan.

Las leyes de Morgan también son interesantes para simplificar funciones. Además hacen posible expresar estas en función de las puertas lógicas NAND o de las puertas NOR.

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

## 5- Formas canónicas de una función.

Una función lógica puede ser expresada como suma de productos o como productos de sumas en las que intervienen todas las variables ya sea de forma directa o negada. Para implementar la función con puertas lógicas es necesario simplificarla y este es el objetivo de este apartado. Primero se definen las formas canónicas en los apartados A y B. A continuación en cada una de ellas se explica cómo se representa el mapa de Karnaugh. En este se representan las variables de salida en función de las variables de entrada. Despues se aclara cómo se simplifica la función (forma canónica) utilizando este mapa. Posteriormente la función se podría representar mediante puertas lógicas.

### A) Primera forma canónica.

La primera forma canónica de una función es la suma de los productos en los que aparecen todas las variables negadas o sin negar. Los productos corresponden a los términos cuya salida es 1. Las variables complementadas o negadas toman el valor 0 y las que están sin complementar valen 1.

- **Ejemplo:**  $F(A,B,C,D) = (\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}) + (\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D) + (\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}) + (A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D})$ .

Cada producto es un minitérmino y se representa por  $m_i$ .

Para calcular los **minitérminos** de esta función se sustituyen las variables negadas por 0 y las que están sin negar por 1.

$$\begin{array}{l} \text{Binario/Decimal} \\ A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} \longrightarrow 1010=10 \end{array}$$

$$A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D \longrightarrow 1011=11$$

$$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D \longrightarrow 0101=5$$

$$A \cdot B \cdot C \cdot \overline{D} \longrightarrow 1110=14$$

La función también se puede expresar de la siguiente forma.

$$F(A,B,C,D) = \sum(10,11,5,14) = m_{10} + m_{11} + m_5 + m_{14}$$

Teniendo en cuenta que los **términos** que aparecen en la **primera forma** canónica toman el valor **uno** en la tabla de la verdad y que las variables negadas se sustituyen por ceros y las que aparecen en forma directa por unos, se obtiene la siguiente tabla:

Nº	A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
<b>5</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
<b>10</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>11</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
<b>14</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
15	1	1	1	1	0

### Mapa de Karnaugh.

Utilizando el mapa de Karnaugh se puede simplificar cualquier función aunque no esté escrita en la primera o segunda forma canónica. Solo hay que saber los valores que toma la salida de la función según sea el valor de las variables de entrada. Una vez simplificada la función se puede implementar con menos puertas lógicas, esta es la principal ventaja que se obtiene.

A continuación se va simplificar la función del ejemplo anterior expresada en su primera forma canónica. Para ello se tienen en cuenta los valores que toma la función en la tabla de la verdad. Al simplificarla se va a obtener una suma de productos.

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	2	1

En la primera fila del mapa están situados en rojo los valores de las variables A y B.

En la primera columna están situados en rojo los valores de las variables C y D.

Las otras celdas del mapa se rellenan con los valores que toma la función (en el mapa están en negro). A continuación se hace el **menor número de grupos** con el **mayor número de unos** posible en celdas consecutivas horizontal o verticalmente (para hacer esto se toman los valores de la función escritos en este caso en negro). Estos conjuntos pueden contener 1, 2, 4, u 8 unos. Se desprecian conjuntos con otro número cualquiera de unos.

El último paso es obtener la función simplificada. Para ello **en cada grupo** se toman las variables (escritas en verde) que no cambian de valor y se escribe el producto de

las mismas. Las variables que toman el valor 0 aparecen negadas y las variables que toman el valor 1 aparecen sin negar.

La expresión buscada es la suma de estos productos.

Por ejemplo en el grupo 3 se mantienen constantes las variables A, B negada o complementada y la C. El valor de la variable D varía al cambiar de fila. El término obtenido es:

$$A \cdot \bar{B} \cdot C$$

En el grupo 2 la variable que no se mantiene constante es la B al cambiar de columna. El término obtenido en este caso es:

$$A \cdot C \cdot \bar{D}$$

En el grupo 1 se mantienen todos los términos constantes y el producto obtenido es el siguiente:

$$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot \bar{D}$$

$$F(A,B,C,D) = (A \cdot \bar{B} \cdot C) + (A \cdot C \cdot \bar{D}) + (\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} \cdot D).$$

### Distintas agrupaciones de unos en el mapa de Karnaugh.

	$AB$	00	01	11	10
$CD$	00	1	0	0	1
	01	1	1	0	1
	11	1	0	0	1
	10	1	0	1	1

Si se toma la sección del mapa que tiene los valores de la función escritos en negro, se puede doblar imaginariamente como si fuera un toro, de esta forma se pueden agrupar los unos de la **primera y cuarta columna**. En función de los unos disponibles se pueden hacer grupos de 2, 4 u 8 unos. Estos han de estar en posiciones adyacentes, en este caso no se pueden agrupar dos unos que estén en distintas filas. En el mapa representado arriba se deben agrupar los unos de la primera y cuarta columna.

Si se toma el mismo recorte del mapa se puede decir lo mismo de la agrupación de unos en la **primera y cuarta fila**. En este caso no se pueden agrupar unos que estén en distintas columnas.

Si las cuatro esquinas de la zona citada arriba en la tabla de Karnaugh tienen unos también se pueden agrupar formando un grupo de cuatro unos.

No hay inconveniente en que los grupos de unos que se formen se solapen como en el último mapa de Karnaugh representado.

## B) Segunda forma canónica.

La segunda forma canónica se define como el producto de las sumas en las que aparecen todas las variables ya sea de forma negada o sin negar. Estas sumas corresponden a los términos cuya salida es 0. En este caso hay que tener en cuenta que las variables complementadas se sustituyen por 1 y las variables sin complementar por 0.

- **Ejemplo:**  $F(A,B,C,D) = (\overline{A} + \overline{B} + C + D) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + B + C + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + B + C + D) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C} + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D})$

1

Cada suma es un **maxitérmino** y se representa por  $M_i$ .

Para obtener los maxitérminos de esta función se sustituyen las variables negadas por 0 y las que están sin negar por 1.

$$A + \overline{B} + C + \overline{D} \longrightarrow 1010 = 10$$

$$A + \overline{B} + C + D \longrightarrow 1011 = 11$$

$$\overline{A} + B + C + D \longrightarrow 0101 = 5$$

$$A + B + C + D \longrightarrow 1110 = 14$$

$$\overline{A} + B + C + \overline{D} \longrightarrow 0111 = 7$$

$$A + B + \overline{C} + \overline{D} \longrightarrow 0110 = 6$$

$$A + B + \overline{C} + D \longrightarrow 1100 = 12$$

La función también se puede expresar de la siguiente forma.

$$F(A,B,C,D) = \prod(5,6,7,10,11,12,14)$$

2

De la segunda forma canónica se obtienen aquellos términos cuyo valor en la tabla de la verdad es 0. Hay que tener en cuenta que en los maxitérminos las variables negadas se sustituyen por 1 y las variables sin negar por ceros. Por lo tanto si se da una expresión como la 2, en la tabla de la verdad valdrán cero los complementarios de esos números.

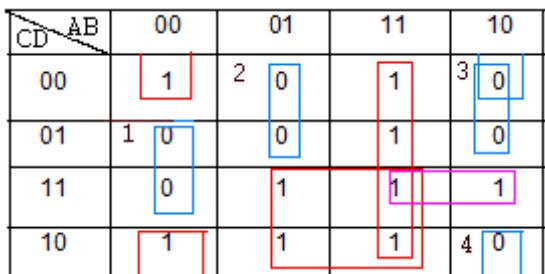
Para calcularlo se debe saber que un número y su complementario suman 15, por ejemplo el complementario de 5 es 10 y el de 6 es 9. En la función del ejemplo las salidas valen 0 cuando las entradas tienen los siguientes valores en el sistema decimal 10, 9, 8, 5, 4, 3, 1.

Teniendo en cuenta que los **términos** que aparecen en la **segunda forma canónica** toman el valor **cero** en la tabla de la verdad y que las variables negadas se sustituyen por unos y las que aparecen en forma directa por ceros, se obtiene la siguiente tabla.

Nº	A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

### Simplificación utilizando el mapa de Karnaugh.

El mapa de Karnaugh correspondiente es:



Para simplificar la función como suma de productos se procede igual que antes. En este caso también se han hecho grupos de ceros. Estos se simplifican como productos de sumas. Aunque estén incompletos se asemejan a la segunda forma canónica. Por lo tanto se cogen las variables que permanecen constantes pero las que valen 0 se ponen sin negar y las que valen 1 se escriben negadas.

Por ejemplo en el grupo 1 se obtiene el siguiente término:

$$\overline{A} + B + D$$

$$\text{Grupo 2: } \overline{A} + \overline{B} + C$$

$$\text{Grupo 3: } \overline{A} + B + C$$

$$\text{Grupo 4: } \overline{A} + B + D$$

La función simplificada tiene las siguientes expresiones:

$$F(A,B,C,D) = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot C + A \cdot C \cdot \overline{D}$$

$$F(A,B,C,D) = (\overline{A} + B + \overline{D}) \cdot (\overline{A} + \overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + B + C) \cdot (\overline{A} + B + D)$$

**Aclaración** para la resolución de **cuestiones y problemas**: En todos las cuestiones y problemas se han simplificado las funciones como suma de productos y como productos de sumas. Esto se ha hecho así para que el lector vea como se resuelve de las dos formas, pero solo es necesario resolverlo de una manera.

Realmente cuando se pide: "Realice dicho circuito utilizando el mínimo número de puertas", hay que simplificarlo utilizando solo los unos o los ceros, pero no con los dos. Se deben de elegir los unos si hay menos grupos de estos, en el caso contrario se elegirán los ceros.

# Cuestiones de circuitos digitales.

**1.- Junio 2000.**

Obtenga la tabla de verdad de un sumador total.

## Respuesta:

<b>AB</b>	<b>Acarreo</b>	<b>Suma</b>	<b>Acarreo</b>
00	0	0	0
01	0	1	0
10	0	1	0
11	0	0	1
00	1	1	0
01	1	0	1
10	1	0	1
11	1	1	1

2.- Junio 2001.

Define y explica el código “BCD natural”. Codifica el número 342 (dato en base decimal) en código BCD natural y en código binario. Dados los números 45 y 36 (en base decimal) realiza la suma de ambos números en el sistema binario.

**Respuesta:** Revisar el punto 1 “Sistemas de numeración” del tema.

A) Decimal 342

- Paso de decimal a BCD natural.

**BCD**       $342 = 1101000010$

- Paso de decimal a binario.

## Binario

$$\begin{array}{r}
 342 \\
 14 \overline{)171} \\
 14 \quad \underline{31} \\
 2 \quad 11 \\
 02 \quad 11 \\
 0 \quad 1
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 85 \\
 42 \overline{)21} \\
 42 \quad \underline{21} \\
 0 \quad 21 \\
 0 \quad 21 \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 10 \\
 5 \overline{)2} \\
 5 \quad \underline{2} \\
 1 \quad 2 \\
 0 \quad 2 \\
 0 \quad 1
 \end{array}$$

$342=101010110$

B)

- Paso de decimal a binario.

45

$$\begin{array}{r}
 45 \\
 05 \\
 1 \quad 02 \quad 11 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 22 \\
 2 \quad 5 \\
 2 \quad 2 \\
 1 \quad 2 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

$45=101101$

36

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 16 \\
 0 \quad 0 \quad 9 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \quad 1 \\
 \hline
 18 \\
 2 \quad 4 \\
 2 \quad 0 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

$36=100100$

- Suma de números binarios.

Ahora se realiza la suma de ambos números.

$$\begin{array}{r}
 + \quad 101101 \\
 \quad 100100 \\
 \hline
 1010001
 \end{array}$$

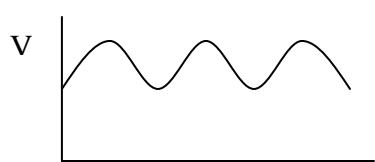
### 3.- Septiembre 2002.

¿Qué es una señal analógica? ¿Qué es una señal digital?. Define ambas, indica las diferencias entre los dos tipos de señales, y dibuja y explica una representación gráfica de cada una de ellas.

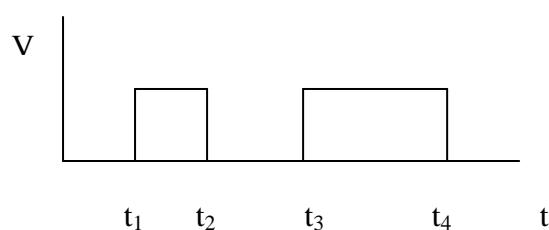
**Respuesta:** Una señal analógica es continua a lo largo del tiempo.

Una señal digital es discontinua a lo largo del tiempo y en determinados instantes de tiempo toma dos valores distintos.

Representación gráfica.



Señal analógica



Señal digital

#### 4.- Junio 2003. Opción A.

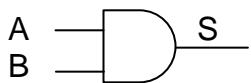
Define las principales características de un circuito lógico combinacional y de un circuito lógico secuencial. Indica las principales diferencias entre ambos. Razona la respuesta.

**Respuesta:** Un **circuito lógico combinacional** es aquel en el que las salidas sólo dependen de las entradas actuales.

Un **circuito lógico secuencial** es aquel en el que las salidas dependen de las entradas actuales y de las que hayan tenido lugar en el pasado.

**Ejemplo** de circuito combinacional.

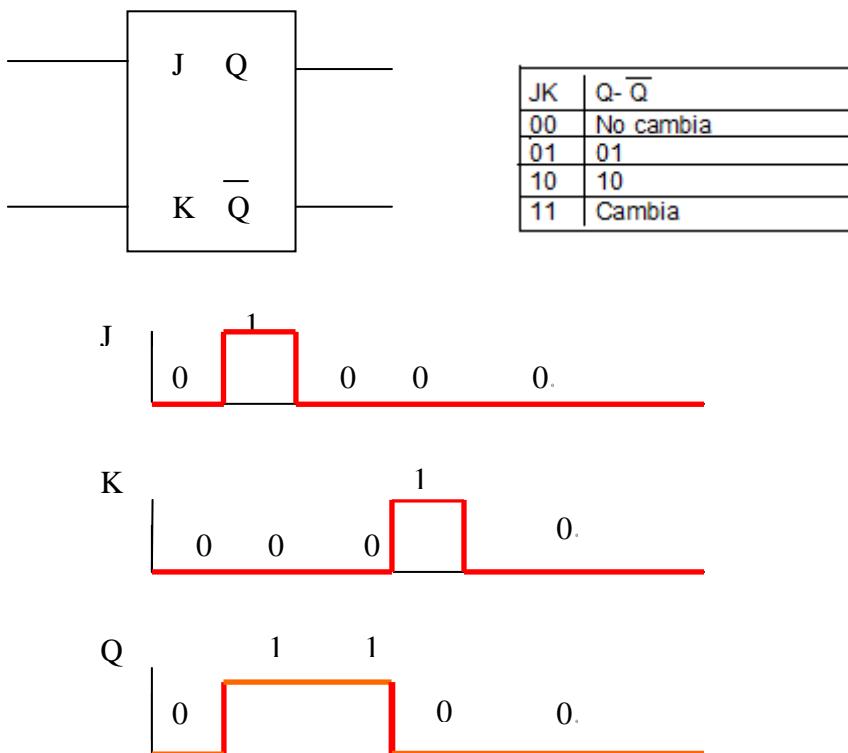
#### Puerta AND



AB	S
00	0
01	0
10	0
11	1

**Ejemplo** de un circuito lógico secuencial.

#### Biestable J-K



En este ejemplo, dependiendo de las entradas que hayan tenido lugar en el pasado la salida Q puede valer 0 o 1 cuando las entradas J y K valen 0. La salida también puede tomar los valores 0 y 1 cuando  $J=K=1$ .

### 5.- Septiembre 2003. Opción A.

Dado el número 793 (expresado en el sistema decimal), codifícalo en:

- Código binario natural.
- Código hexadecimal.
- Código BCD natural.

**Solución:**

**793**

- **Código binario**

$$\begin{array}{r} 793 \\ 19 \quad | \quad 2 \\ 13 \quad 19 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 16 \quad 018 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad 0 \quad 19 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 09 \quad 49 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 04 \quad 24 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad 0 \quad 12 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad 3 \quad 6 \quad | \quad 2 \\ 1 \quad 1 \end{array}$$

793=1100011001

- **Código hexadecimal**

$$\begin{array}{r} 793 \\ 153 \quad | \quad 16 \\ 9 \quad 1 \quad | \quad 16 \\ 3 \end{array}$$

793= 319

- **Código BCD natural.**

793=011110010011

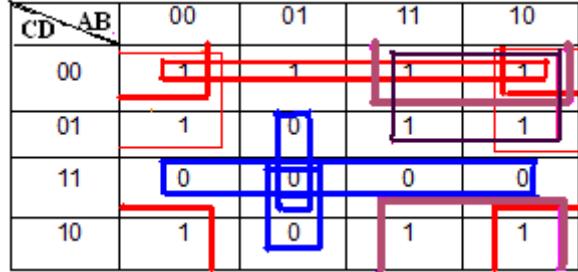
### 6.- Junio 2005. Opción A.

Considérese la siguiente función lógica expresada como productos de sumas (segunda forma canónica)  $S(A,B,C,D) = \prod(0, 4, 8, 9, 10, 12)$ . Obtener la tabla de Karnaugh y la función lógica mínima.

**Solución:**

La función vale 0 en los complementarios de 0, 4, 8, 9, 10 y 12. Los complementarios de estos son: 15, 11, 7, 6, 5 y 3.

Nº	A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0



$$F(A,B,C,D) = \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{B} \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{D}$$

$$F(A,B,C,D) = (\overline{C} + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{D}) \cdot (A + \overline{B} + \overline{C})$$

## **7.- Septiembre 2005. Opción A.**

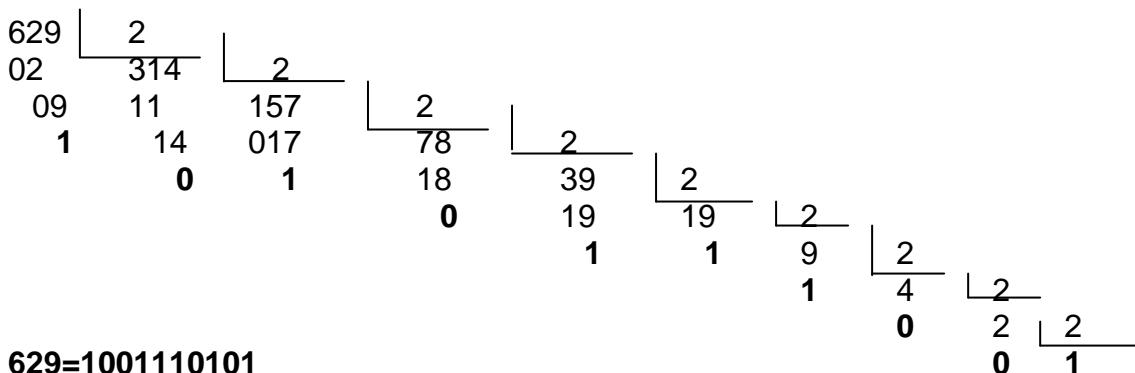
Dados los números 629,750 y 305,625 (expresados en el sistema decimal), se pide:

- Codificar ambos números en el sistema binario.
  - Realizar la suma de ambos números en el sistema binario.

## Solución:

- **Paso de decimal a binario.**

A) 629,750



**629=1001110101**

$$0,750 \cdot 2 = 1,5$$

$$0,5 \cdot 2 = 1$$

**629,750 = 1001110101,11**

**B) 305,625**

$$\begin{array}{r}
 305 \quad | \quad 2 \\
 10 \quad | \quad 152 \quad | \quad 2 \\
 05 \quad | \quad 12 \quad 76 \quad | \quad 2 \\
 \quad 1 \quad \quad 0 \quad 16 \quad | \quad 0 \\
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad 18 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad 19 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad 9 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad 1 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad 4 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 2 \quad 2 \quad | \quad 2 \\
 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

**305=100110001**

$$0,625 \cdot 2 = 1,25$$

$$0,25 \cdot 2 = 0,5$$

$$0,5 \cdot 2 = 1$$

**305,625=100110001,101**

- **Suma de números binarios.**

Ahora se realiza la suma de ambos números.

$$\begin{array}{r}
 + \quad 1001110101,11 \\
 \quad \quad 100110001,101 \\
 \hline
 1110100111,011
 \end{array}$$

**8.- Junio 2006. Opción A.**

Decodificador: Definición y tipos. Indicar un ejemplo de aplicación de un decodificador.

**9.- Junio 2006. Opción B.**

Simplifica todo lo posible las siguientes funciones lógicas:

**Solución:**

a)  $S = C \cdot B \cdot A + C \cdot \overline{B} \cdot A + \overline{C} \cdot B \cdot A$

b)  $S = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$

a)  $S = C \cdot B \cdot A + C \cdot \overline{B} \cdot A + \overline{C} \cdot B \cdot A$

ABC	S
000	0
001	0
010	0
011	0
100	0
101	1
110	1
111	1

C\AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	1	1

$$F(A,B,C) = A \cdot B + A \cdot C$$

$$F(A,B,C) = A \cdot (B+C)$$

$$\text{b)} S = A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} = A \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$$

Cuando  $A=B=C=1$ ;  $A \cdot B \cdot C=1$

Cuando  $A=C=1$  y  $B=0$ ;  $A \cdot \bar{B} \cdot C=1$

Solo cuando  $A=B=1$ ;  $\bar{A} \cdot \bar{B}=0$ , entonces la función vale cero a excepción de  $A=B=C=1$ . En el resto de los casos la función vale 1.

ABC	S
000	1
001	1
010	1
011	1
100	1
101	1
110	0
111	1

AB C	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$F(A,B,C) = \overline{A} + B + C$$

$$F(A,B,C,D) = A + B + C$$

### 10.- Septiembre 2006. Opción A.

Considérese la siguiente función lógica expresada como productos de sumas (segunda forma canónica)  $S(A,B,C,D) = \prod(1, 5, 7, 9, 12, 14, 15)$ . Obtener la tabla de Karnaugh y la función lógica mínima.

**Solución:**

Nº	A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

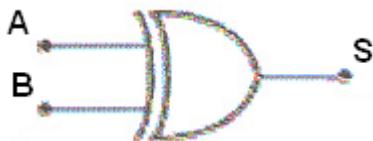
CD AB	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	1	1	1
11	0	1	1	1
10	1	0	0	0

$$F(A,B,C,D) = A \cdot D + B \cdot D + B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D}$$

$$F(A,B,C,D) = (\bar{A} + \bar{C} + D) \cdot (A + B + \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (B + C + D)$$

### 11.- Junio 2007. Opción A.

Indicar la denominación de la puerta lógica simbolizada, su tabla de verdad y la función lógica correspondiente.



**Solución:**

AB	S
00	0
01	1
10	1
11	0

La puerta es OR exclusiva o XOR. Realiza la función lógica  $A \oplus B = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$

### 12.- Septiembre 2007. Opción B.

Considérese la siguiente función lógica expresada como suma de productos (primera forma canónica)  $S(a,b,c,d) = \sum(0, 1, 4, 5, 9, 10, 11, 14, 15)$ . Obtener la tabla de Karnaugh y la función lógica mínima.

**Solución:**

Nº	A	B	C	D	Salida
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

AB		00	01	11	10
CD		00	01	11	10
00	00	1	1	0	0
	01	1	1	0	1
11	00	0	0	1	1
	10	0	0	1	1

$$F(A,B,C,D) = \overline{A} \cdot \overline{C} + A \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot D +$$

$$F(A,B,C,D) = (A + C) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) + C \cdot (\overline{A} + C + D)$$

### 13.- Junio 2008. Opción A.

Dada la siguiente función lógica, simplifícalo e impleméntala mediante puertas lógicas.

$$F = (\overline{d} + \overline{c} + b + \overline{a}) \cdot (\overline{d} + \overline{c} + b + a) \cdot (d + c + \overline{b} + \overline{a}) \cdot (\overline{d} + c + b + \overline{a}) \cdot (\overline{d} + c + b + a) \cdot \\ (\overline{d} + c + b + a) \cdot (d + c + \overline{b} + a)$$

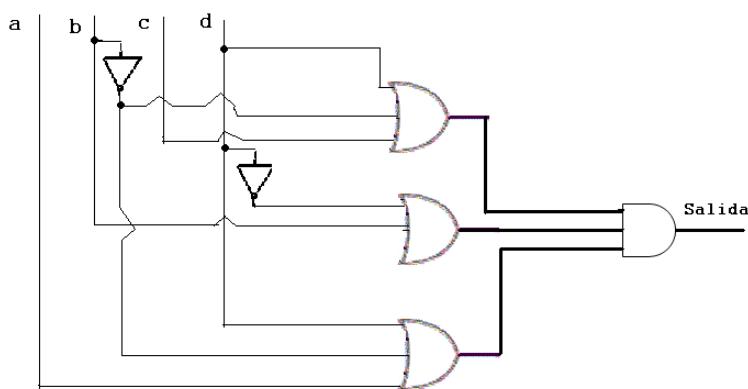
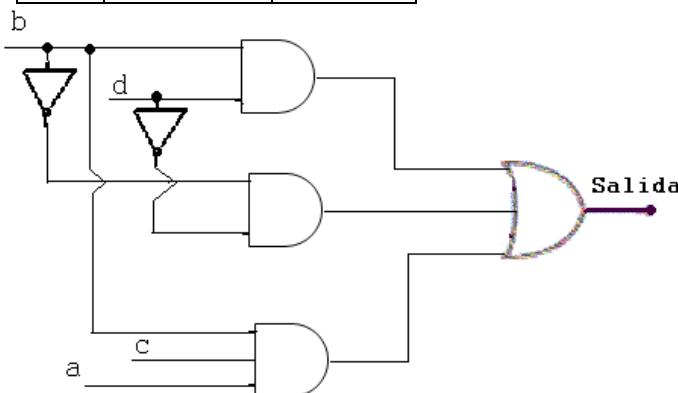
**Solución:**

Nº	a b c d	Salida
0	0 0 0 0	1
1	0 0 0 1	0
2	0 0 1 0	1
3	0 0 1 1	0
4	0 1 0 0	0
5	0 1 0 1	1
6	0 1 1 0	0
7	0 1 1 1	1
8	1 0 0 0	1
9	1 0 0 1	0
10	1 0 1 0	1
11	1 0 1 1	0
12	1 1 0 0	0
13	1 1 0 1	1
14	1 1 1 0	1
15	1 1 1 1	1

cd \ ab	00	01	11	10
	00	1	0	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	1	1

$$F(a,b,c,d) = b \cdot d + \overline{b} \cdot \overline{d} + a \cdot b \cdot c$$

$$F(a,b,c,d) = (b + \overline{d}) \cdot (a + \overline{b} + d) \cdot (\overline{b} + c + d)$$



#### 14.- Junio 2008. Opción B.

Implementa SOLO con puertas lógicas NAND la siguiente función lógica.

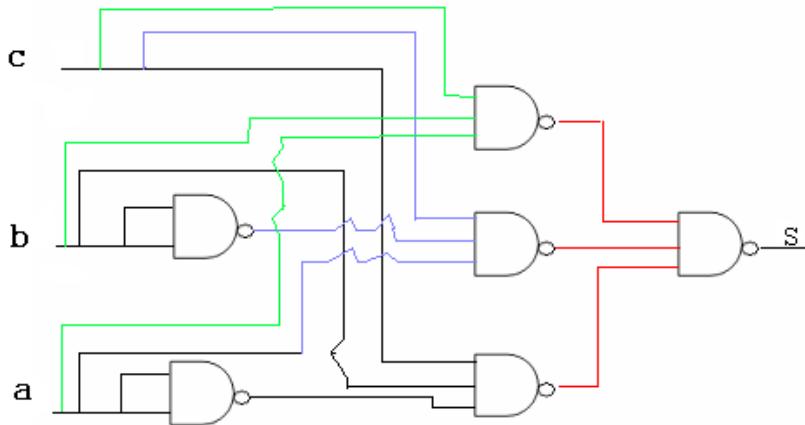
$$F(a,b,c) = (\overline{a} \cdot b \cdot c) + (a \cdot \overline{b} \cdot c) + (a \cdot b \cdot \overline{c})$$

**Solución:**

$$F(a, \overline{b}, c) = (\overline{a} \cdot b \cdot c) + (a \cdot \overline{b} \cdot c) + (a \cdot b \cdot \overline{c}) = \overline{(\overline{a} \cdot b \cdot c)} + (a \cdot \overline{b} \cdot c) + (a \cdot b \cdot \overline{c}) =$$

Aplicando las leyes de Morgan:

$$= (\overline{a} \cdot b \cdot c) \cdot (a \cdot \overline{b} \cdot c) \cdot (a \cdot b \cdot \overline{c})$$



### 15.- Junio 2009. Opción A.

Dado el número 107,645 en el sistema decimal, convierte dicho número al sistema binario. Dado el número 86BF en el sistema hexadecimal, convierte dicho número al sistema binario. Dado el número binario 1011111,110001, convierte dicho número al sistema hexadecimal.

**Solución:**

- **Paso de decimal a binario.**

**107,645**

$$\begin{array}{r}
 107 \quad | \quad 2 \\
 07 \quad | \quad 53 \quad | \quad 2 \\
 \quad 1 \quad \quad 13 \quad \quad 26 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad 1 \quad \quad 06 \quad | \quad 13 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad 6 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad 3 \quad | \quad 2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad \quad \quad 1
 \end{array}$$

**107=1101011**

$$0,645 \cdot 2 = 1,29$$

$$0,29 \cdot 2 = 0,58$$

$$0,58 \cdot 2 = 1,16$$

**107,645=1101011,101**

- **Paso de hexadecimal a binario.**

**86BF**

(Hexadecimal)

**1000 0110 1011 1111**

(Binario)

- **Paso de binario a hexadecimal.**

**1011111,110001**

(Binario)

**0101 1111 , 1100 0100**

**5F,C4**

(Hexadecimal)

#### **16.- Junio 2009. Opción B y junio 2010. Prueba específica. Opción A.**

Define las leyes (o teoremas) de Morgan, y demuéstralas utilizando la tabla de verdad.

**Solución:**

$$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A} \cdot \overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\overline{A} + \overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0

#### **17.- Septiembre 2009. Opción A.**

Realiza la tabla de verdad de la siguiente función lógica:

$$F(a,b,c) = (\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c) + (a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c}) + (a \cdot b \cdot c)$$

**Solución:**

abc	S
000	0
001	1
010	0
011	0
100	1
101	0
110	0
111	1

### 18.- Septiembre 2009. Opción B.

Calcula la tabla de verdad de la función lógica:

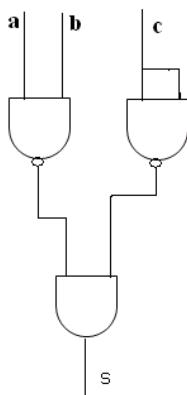
$$F(a,b,c) = \overline{a \cdot b + c} = \overline{a \cdot b} \cdot \overline{c} = S$$

- Representa dicha función utilizando puertas lógicas.

#### Solución:

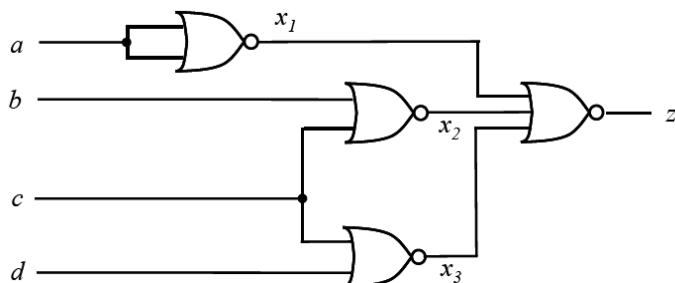
Para  $S=1$  se debe cumplir la siguiente condición:  $c=0$  porque  $\overline{c}=1$ . Además se tiene que cumplir a la vez que:  $A=B=0$  o  $A \neq B$ ; ya que en este caso  $\overline{A \cdot B}=1$ , entonces la función vale uno. En el resto de los casos la función vale 0.

abc	S
000	1
001	0
010	1
011	0
100	1
101	0
110	0
111	0



### 19.- Junio 2010. Prueba general. Opción A.

Obtenga expresiones de las señales lógicas  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  y  $z$  en función de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  mostradas en la figura, y simplifique al máximo la función  $z$ , indicando las reglas aplicadas.



#### Solución:

$$X_1 = \overline{a}$$

$$X_2 = \overline{b+c}$$

$$X_3 = \overline{c+d}$$

$$Z = F(a,b,c,d) = \overline{\overline{a} + (\overline{b+c}) + (\overline{c+d})} = \overline{\overline{a}} \cdot \overline{(\overline{b+c})} \cdot \overline{(\overline{c+d})}$$

Se ha aplicado la ley de Morgan  $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

$$Z = a \cdot (b+c) \cdot (c+d)$$

Se ha aplicado la propiedad de involución.  $\overline{\overline{A}} = A$

$$Z = a \cdot (c + (b \cdot d))$$

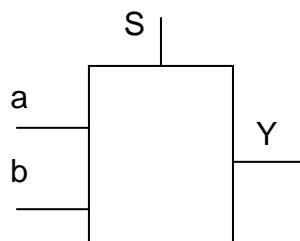
Se ha aplicado la propiedad distributiva.  $(A+B) \cdot (A+C) = A + (B \cdot C)$

### 20.- Junio 2010. Prueba específica. Opción A.

Un circuito digital tiene dos entradas binarias "a" y "b" para los datos, una entrada de selección "s" y una salida "y". Si "s"= 0, la salida "y" toma el mismo valor que "a" si "b"=1. Si "s"=1, entonces "y" toma el mismo valor que "b" si "a"= 0. Se pide:

- Realizar la tabla de verdad.
- Simplificar por Karnaugh la función lógica.
- Realizar un esquema del circuito con puertas lógicas.

**Solución:**



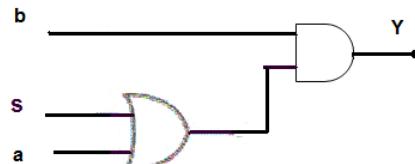
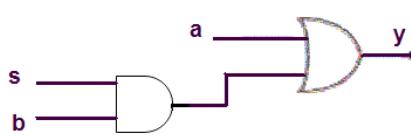
Cuando en la tabla de la verdad las salidas valen x, quiere decir que no importa que la salida valga 0 ó 1.

a	b	s	y
0	0	0	x
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	x
1	0	1	x
1	1	0	1
1	1	1	x

ab	00	01	11	10
s	0	0	1	x
0	x	0	1	x
1	0	1	x	x

$$F = a + (b \cdot s)$$

$$F = b \cdot (a+s)$$



### 21.- Septiembre 2010. Prueba específica. Opción B.

Codifica el número decimal 342'75 en código BCD natural, BCD Aiken y BCD exceso tres. Convierte el número hexadecimal 34AF'D8 al sistema binario. Convierte los números decimales 0'36 y 132'63 al sistema binario.

**Solución:**

**1) Decimal: 342,75**

- BCD natural: 1101000010,01110101
- BCD Aiken: 1101000010,11011011
- BCD exceso tres: 11001110101,10101

**2) Hexadecimal: 34AF,D8**

- Binario: 11010010101111,11011000

**3) Decimal 0,36**

- **Paso de decimal a binario.**

$$0,36 \cdot 2 = 0,72$$

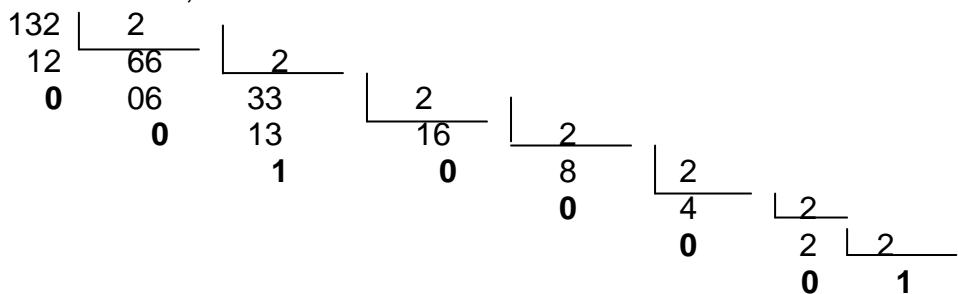
$$0,72 \cdot 2 = 1,44$$

$$0,44 \cdot 2 = 0,88$$

Binario: 0,010

- **Paso de decimal a binario.**

Decimal 132,63



$$0,63 \cdot 2 = 1,26$$

$$0,26 \cdot 2 = 0,52$$

$$0,52 \cdot 2 = 1,04$$

Binario: 10000100,101

**22.- Septiembre 2010.Prueba general. Opción A.**

Explique qué ventajas prácticas se pueden obtener de la simplificación de funciones lógicas.

**Respuesta:** Las funciones lógicas simplificadas se pueden implementar con menos puertas lógicas

### 23.- Septiembre 2010. Prueba específica. Opción B.

Calcula la función lógica  $S = f(a, b, c, d)$  correspondiente a la siguiente tabla de la verdad:

d	c	b	a	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0

**Solución:**

Para las combinaciones de las variables de entrada que no aparecen en la tabla la salida vale x. Esto quiere decir que no importa que la salida valga 0 ó 1

a) Se realiza la tabla de Karnaugh.

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	0	x	x
11	x	x	x	x
10	0	0	1	1

$$S = b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + a$$

$$S = \overline{d} \cdot (a+b) \cdot (a+c)$$

### 24.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción B.

El funcionamiento de un motor eléctrico "M" es controlado por tres interruptores: "a", "b" y "c". Solamente se pone en funcionamiento si están activados simultáneamente dos de los interruptores o los tres:

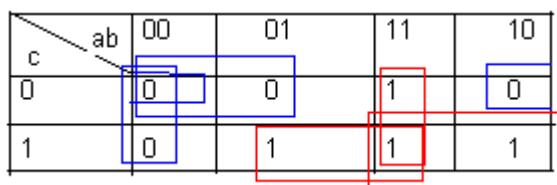
- Obtenga la tabla de verdad del sistema.
- Obtenga la función en su forma más simplificada.
- Realice la función simplificada mediante un circuito con puertas lógicas.

**Solución:**

a)

a	b	c	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

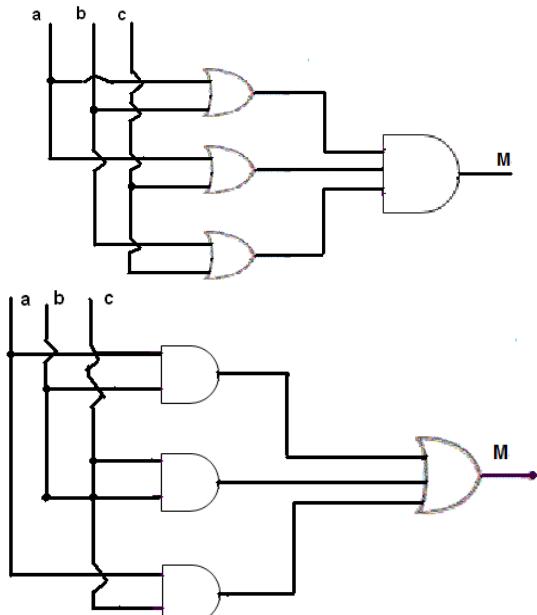
b)



$$M = (a+b) \cdot (a+c) \cdot (b+c)$$

$$M = (b \cdot c) + (a \cdot c) + (a \cdot b)$$

c)



### 25.- Septiembre 2011. Opción B.

Una función lógica depende de cuatro variables (a, b, c y d) y toma el valor lógico 1 si el número de variables con el mismo valor es par. Enunciar dicha función y simplificarla por el método de Karnaugh.

Nº	a	b	c	d	Salida
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	1	0	1
11	1	0	1	0
10	0	1	0	1

$$F(a,b,c,d) = \overline{(a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d)} + \overline{(a \cdot b \cdot c \cdot d)} + \overline{(a \cdot \overline{b} \cdot c \cdot d)} + \\ (\overline{a} \cdot b \cdot c \cdot \overline{d}) + (a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d}) + (a \cdot b \cdot c \cdot d) + (a \cdot \overline{b} \cdot c \cdot d) + \\ (a \cdot \overline{b} \cdot c \cdot \overline{d})$$

$$F(a,b,c,d) = (a+b+c+\overline{d}) \cdot (a+b+\overline{c}+d) \cdot (a+\overline{b}+c+d) \cdot \\ (a+\overline{b}+\overline{c}+\overline{d}) \cdot (\overline{a}+\overline{b}+c+\overline{d}) \cdot (\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}+d) \cdot (\overline{a}+b+c+d) \cdot \\ (\overline{a}+b+\overline{c}+d)$$

## Problemas de electrónica.

### 1.- Junio 2010. Prueba específica. Opción B.

En una fábrica hay tres máquinas de gran consumo eléctrico, M1, M2 y M3, gobernadas por los interruptores m1, m2 y m3, respectivamente. Para evitar sobrecargas se ha instalado un dispositivo que sólo permite conectar simultáneamente dos de ellas. En caso de ser necesario el funcionamiento simultáneo de las tres, sólo se permitirá la conexión de la máquina M3 si se autoriza mediante un interruptor "a". Se pide:

- Obtenga la tabla de verdad.
- Simplifíquela por Karnaugh.
- Realice dicho circuito utilizando el mínimo número de puertas.

#### Solución:

- a) Para realizar la tabla de la verdad se escriben las salidas en función de las entradas.

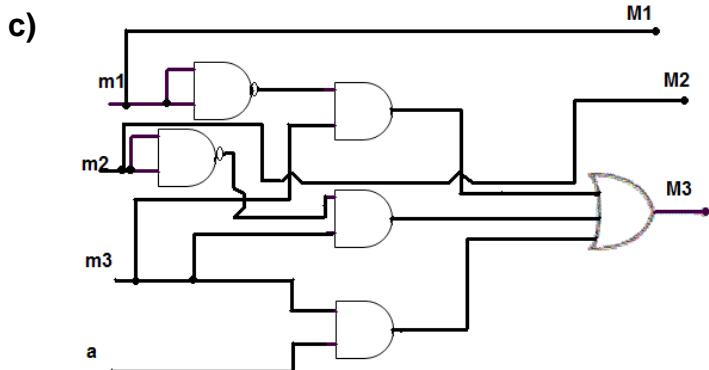
$m_1$	$m_2$	$m_3$	$a$	$M_1$	$M_2$	$M_3$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1

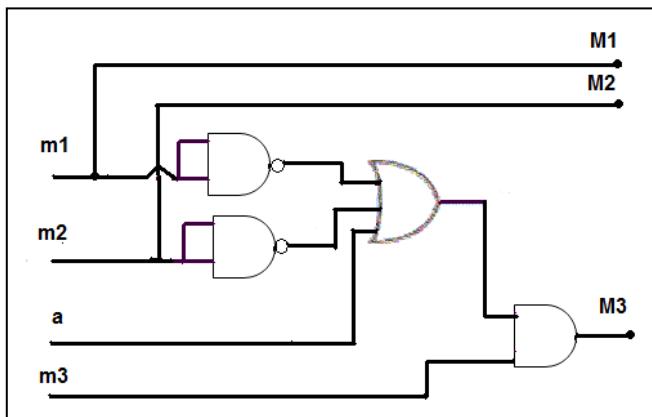
b) Se realiza la tabla de Karnaugh solo con la salida  $M_3$  porque  $m_1=M_1$  y  $m_2=M_2$ .

$m_1 \cdot m_2$	00	01	11	10
$m_3 \cdot a$	0	0	0	0
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	0	1

$$M_3 = (m_3 \cdot a) + (\bar{m}_1 \cdot m_3) + (\bar{m}_2 \cdot m_3)$$

$$M_3 = (m_3) \cdot (\bar{m}_1 + \bar{m}_2 + a)$$





Realmente es este segundo circuito el que tiene menos puertas lógicas. No es necesario representar el primer circuito.

## 2.- Septiembre 2010. Prueba general. Opción B.

Se dispone de dos interruptores para el accionamiento de un motor (a y b). El motor se pondrá en marcha siempre que uno o los dos interruptores estén accionados. Además, existe un interruptor (c) de emergencia que, al accionarse, detiene el motor.

a) Realice la tabla de verdad del sistema.

b) Obtenga la función lógica simplificada por Karnaugh.

c) Diseñe un circuito electrónico con puertas lógicas para la función obtenida en el apartado

**Solución:**

a)

a	b	c	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

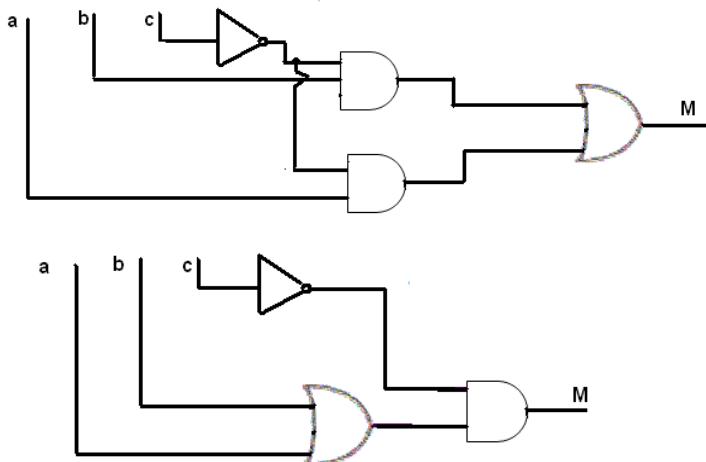
b)

c \ ab	00	01	11	10
	0	1	1	1
1	0	0	0	0

$$M = (b \cdot \bar{c}) + (a \cdot \bar{c})$$

$$M = \bar{c} \cdot (a+b)$$

c)



### 3.- Junio 2011. Opción B

Un sistema digital para la subida y bajada de un toldo atiende a los siguientes requerimientos:

- Si la luminosidad del sol (s), detectada por una célula solar, sobrepasa un valor predeterminado, el toldo debe bajar (D).
- En caso contrario, se pueden usar dos pulsadores (m y d) que, activándolos por separado, permitirán la subida o la bajada del mismo, respectivamente. Si se accionan simultáneamente el toldo descenderá (D).
- Si la velocidad del viento (v), medida con un anemómetro, sobrepasa un valor predeterminado, el toldo debe subir (M). Este funcionamiento de seguridad es prioritario sobre los otros.

Determine:

- a) La tabla de verdad para las dos salidas, subida (M) y bajada (D), del toldo.
- b) La función de salida para la subida del toldo (M) simplificada por Kanaugh y su circuito lógico correspondiente, con puertas NAND.
- c) La función de salida para la bajada del toldo (D) simplificada por Kanaugh y su circuito lógico correspondiente, con puertas NOR

s	m	d	v	D	M
0	0	0	0	X	X
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1

Cuando en la tabla de la verdad las salidas valen x, quiere decir que no importa que la salida valga 0 ó 1.

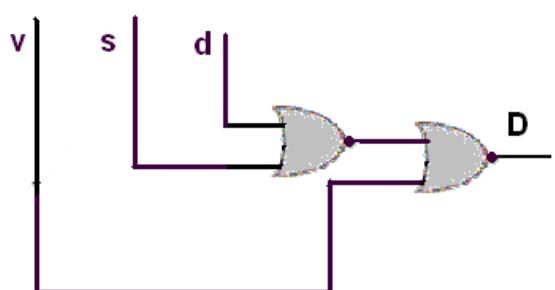
### 1) Obtención de D.

s m \ d v	00	01	11	10
00	X	0	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$$D = (s+d)\bar{v}$$

$$D = (d \cdot \bar{v}) + (s \cdot \bar{v}) = (s+d) \cdot \bar{v}$$

$$D = \overline{(s+d) \cdot \bar{v}} = \overline{(s+d)} + \bar{v} = \overline{s} + \overline{d} + \bar{v} = (s+d) + v$$



2) Obtención de M.

$s \ m$	00	01	11	10
$d \ v$	X	1	0	0
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	0	0	0	0

$$M = \overline{d} + v \cdot \overline{s} + v = v + \overline{s} \cdot \overline{d}$$

$$M = v + \overline{s} \cdot \overline{d}$$

$$\overline{\overline{v}} \cdot \overline{\overline{s}} \cdot \overline{\overline{d}} = v \cdot \overline{s} \cdot \overline{d}$$

