

## 1. INTRODUCCIÓN

De los bloques de un sistema de control realimentado, estudiados en la U.D. anterior, quizás el más importante es el bloque de control, ya que de él va a depender, en gran medida, la rapidez en la respuesta del sistema, el error producido en la salida y también proporcionará los márgenes de estabilidad del sistema; por tanto, lo analizaremos con detalle evaluando los tipos de control más utilizados.

Un aspecto muy importante en el diseño de sistemas de control consiste en saber exactamente cómo reaccionará el sistema, desde que se da una orden hasta que el sistema nos ofrece, de forma estable, el resultado o respuesta a dicha orden. Todos los sistemas necesitan de un tiempo, más o menos corto, para estabilizar la salida y, durante ese tiempo, el sistema presenta una salida que puede ser no deseada.

Por ejemplo: imaginemos que la servodirección de un automóvil no estuviese bien diseñada y, al actuar rápidamente sobre el volante para realizar una maniobra brusca, el sistema respondiese tan lentamente que tardase un segundo en aproximarse al punto deseado, o que se aproxima rápidamente al punto deseado; pero antes de estabilizarse se produce una oscilación que dura un segundo. Es obvio que este sistema de control no sería válido desde el punto de vista comercial, puesto que durante un segundo el conductor no tendría el control del vehículo y esto podría producir muchos accidentes.

Por otra parte, uno de los problemas más importantes que tienen los sistemas de control realimentados es la inestabilidad que pueden presentar si el diseño no es el adecuado o si se salen del margen de funcionamiento para el que fueron diseñados.

Imaginemos, de nuevo, que en la servodirección comentada anteriormente se actuase rápidamente sobre el volante del automóvil hacia la derecha, de forma que la dirección girase hacia la derecha, pero sin parar hasta que hiciese tope en el lado derecho y después no respondiese a la orden de vuelta a la posición de reposo (dirección centrada), o si el brazo robot de una cadena de pintura de automóviles, al aumentar la velocidad del sistema, comenzase a oscilar de derecha a izquierda descontroladamente sin parar. Si no pudiésemos controlar la inestabilidad de estos sistemas, probablemente nadie compraría un coche con servodirección o utilizaría una cadena de pintura con estos brazos robots.

Por tanto, el estudio de la estabilidad es fundamental en el diseño de sistemas de control realimentados.

El elemento de control de un sistema realimentado es uno de los elementos más importantes del sistema de control, ya que de él van a depender en gran medida factores como la velocidad de respuesta del sistema, el error producido en la salida y el margen de estabilidad del sistema.

## 2. TIPOS DE CONTROL

El bloque de control es el encargado de analizar la señal de error proveniente del detector de error, convertirla, si fuese necesario, a otra magnitud distinta, amplificarla, y actuar sobre el proceso o planta del sistema. En muchos casos, el comparador forma también parte de la unidad o bloque de control, de forma que la unidad de control pasa a ser, en sí, el bloque más importante del sistema.

Las operaciones que realiza el bloque de control pueden resumirse en el tratamiento o procesamiento de la señal de error. Este procesamiento puede consistir en una simple amplificación de la señal de error (control proporcional) en derivar la señal de error antes de aplicarla al proceso (control derivativo), en integrar la señal de error (control integral) o en unir varios de estos procesos para conseguir el control deseado.

Por ejemplo amplificar y derivar la señal de error, control proporcional derivativo, amplificar e integrar la señal, control proporcional e integral, o realizar la amplificación, derivación y posterior integración de la señal de error, control proporcional, derivativo e integral.

La tecnología utilizada por estos tipos de control puede ser mecánica, neumática, hidráulica, electromecánica o electrónica, lo que proporciona al diseñador un sin fin de posibilidades en el diseño de la unidad de control.

### 2.1. Control proporcional

También denominado controlador tipo  $P$ . Es el más simple de todos los tipos de control y consiste simplemente en amplificar la señal de error antes de aplicarla a la planta o proceso (Figura 1). La función de transferencia de este tipo de control se reduce a una variable real, denominada  $K_p$ , que determinará el nivel de amplificación del elemento de control.

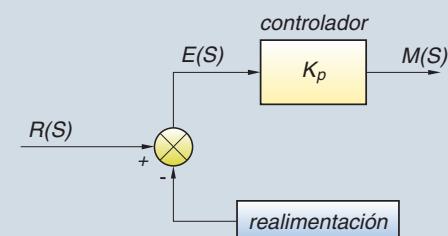


Fig. 1. Control proporcional.

Por tanto,  $m(t) = K_p e(t)$ , y pasando al dominio de Laplace, obtendremos:

$M(S) = K_p E(S)$  y, por tanto, la función de transferencia del bloque controlador proporcional es:

$$\frac{M(S)}{E(S)} = K_p$$

donde  $M(S)$  es la salida del controlador,  $E(S)$  la señal de error y  $K_p$  la ganancia del bloque de control.

En este tipo de control, si la señal de error es cero, la salida del controlador también será cero. La respuesta de los controladores proporcionales es, en teoría, instantánea, con lo cual, el tiempo no interviene en el control. Sin embargo, en la práctica, esto no es así, de forma que, si la variación de la señal de entrada es muy rápida, el controlador no puede seguir dicha variación y seguirá una trayectoria exponencial hasta alcanzar la salida deseada (Figura 2).

La respuesta en el tiempo del bloque de control proporcional, ante una señal de error del tipo escalón, es la siguiente:

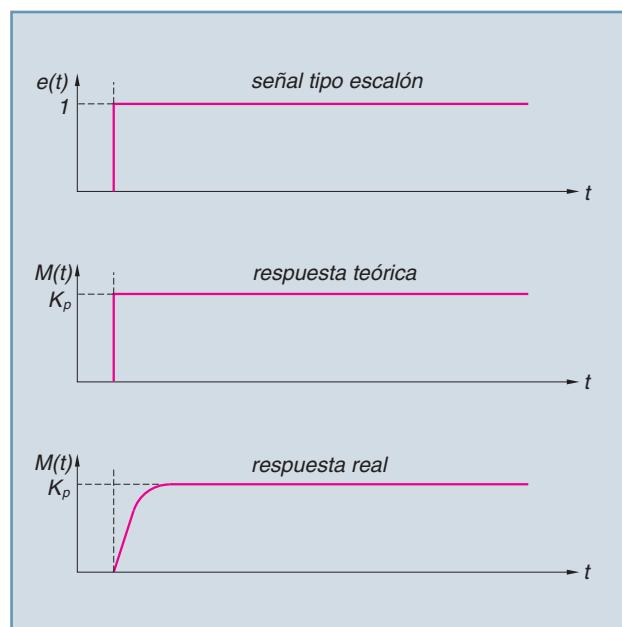


Fig. 2. Respuesta de un controlador proporcional ante una señal de error del tipo escalón.

El problema principal de este tipo de control radica en el ajuste de la ganancia del sistema, que debe ser muy preciso, ya que, de lo contrario, el sistema mantendrá siempre un error remanente. Por ejemplo, si utilizamos un controlador proporcional para controlar el posicionamiento de un brazo robot de una cadena de montaje, puede suceder que al recibir una señal de error para desplazar el brazo un centímetro en el eje X, el desplazamiento sea únicamente de nueve milímetros. De este modo, el sistema tendrá siempre un error remanente de un milímetro por cada centímetro de desplazamiento. La forma de corregir este error es mediante un mejor ajuste de la ganancia del sistema, o mediante el uso de otro controlador distinto.

## 2.2. Control integral

En el control integral ( $I$ ), la salida del bloque de control responde a la integral de la señal de error:

$$m(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

Analizando el sistema en el dominio de Laplace y teniendo en cuenta que la transformada de la función integral es:

$$\frac{1}{S} E(S)$$

obtendremos la siguiente función:

$$M(S) = K_i \frac{E(S)}{S}$$

y, por tanto, la función de transferencia del bloque de control integral es:

$$\frac{M(S)}{E(S)} = \frac{K_i}{S}$$

La respuesta en el tiempo, del bloque de control integral, ante una señal de error del tipo escalón es la representada en la figura 3:

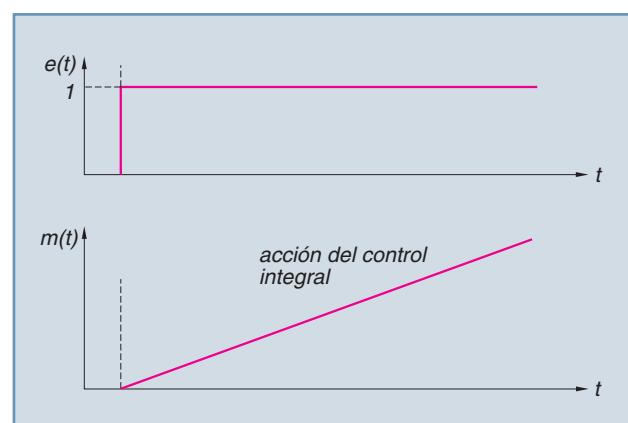


Fig. 3. Respuesta de un controlador Integral ante una señal de error del tipo escalón.

La pendiente de la rampa de acción integral es  $K_i$ , lo que implica que la velocidad de respuesta del sistema de control dependerá del valor de  $K_i$ .

El problema principal de los sistemas que utilizan un controlador integral radica en que la respuesta inicial es muy lenta y, hasta pasado un cierto tiempo, el controlador no comienza a ser efectivo. Sin embargo, los sistemas que utilizan un controlador integral eliminan totalmente el error remanente.

## 2.3. Control proporcional e integral

Para solventar el problema que presentan los controladores integrales, se recurre a combinarlo con un controlador proporcional, obteniendo un controlador proporcional e integral (PI). La salida del bloque de control PI responde a la ecuación:

$$m(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt$$

que también podemos expresar como:

$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

donde  $K_p$  y  $T_i$  son parámetros ajustables del sistema. A  $T_i$  también se le denomina tiempo integral y controla la acción

integral del sistema, mientras que  $K_p$  controla ambas acciones. Si  $T_i$  es muy grande, la pendiente de la rampa correspondiente al efecto integral será pequeña y, por tanto, el efecto de esta acción suave, y viceversa (Figura 4).

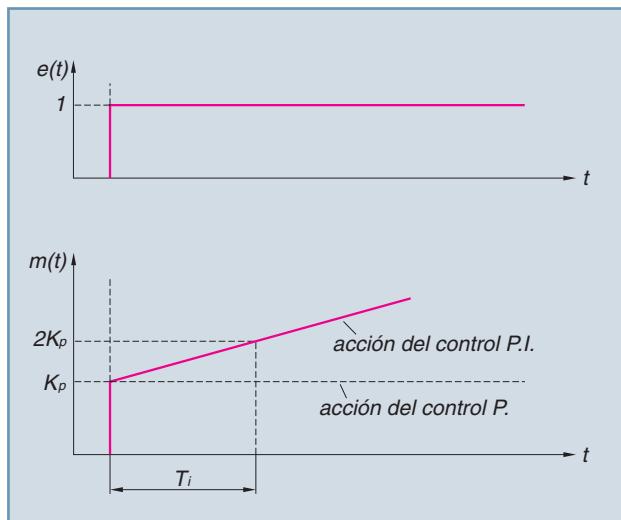


Fig. 4. Respuesta de un controlador proporcional e integral ante una señal de error del tipo escalón.

Analizando el sistema en el dominio de Laplace, obtendremos la siguiente función:

$$M(S) = K_p E(S) \left[ 1 + \frac{1}{T_i S} \right]$$

y, por tanto, la función de transferencia del bloque de control PI es:

$$\frac{M(S)}{E(S)} = K_p \left[ 1 + \frac{1}{T_i S} \right]$$

La respuesta en el tiempo, del bloque de control proporcional e integral, ante una señal de error del tipo escalón es la de la figura 4.

Como se observa en la figura, la respuesta de un controlador PI es la suma de las respuestas de un controlador proporcional y de otro integral, lo que proporciona una respuesta instantánea al producirse la correspondiente señal de error provocada por el control proporcional y un posterior control integral que se encargará de extinguir totalmente la señal de error.

Por ejemplo, si aplicamos un control proporcional e integral para controlar el posicionamiento de un brazo robot de una cadena de montaje, al recibir una señal de error para desplazar el brazo un centímetro en el eje X, se producirá un desplazamiento brusco provocado por el control proporcional que lo acercará, con mayor o menor precisión, al punto deseado y, posteriormente, el control integral continuará con el control del brazo hasta posicionarlo en el punto exacto, momento en el que desaparecerá totalmente la señal de error y, por tanto, eliminando totalmente el posible error remanente del sistema.

## 2.4. Control proporcional y derivativo

En el control proporcional y derivativo (PD), la salida del bloque de control responde a la ecuación:

$$m(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

que también podemos expresar como:

$$m(t) = K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

donde  $K_p$  y  $T_d$  son parámetros ajustables del sistema. A  $T_d$  también se le denomina tiempo derivativo o de adelanto y controla la acción derivativa del sistema, mientras que  $K_p$  controla ambas acciones (Figura 5).

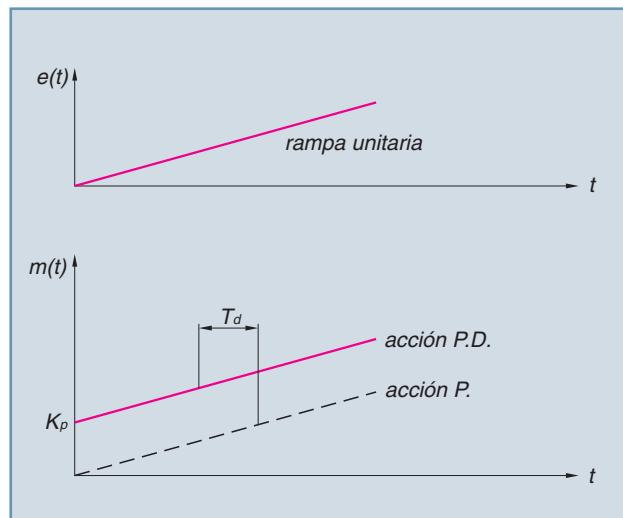


Fig. 5. Respuesta de un controlador proporcional y derivativo ante una señal de error del tipo rampa unitaria.

Analizando el sistema en el dominio de Laplace, obtendremos la siguiente función:

$$M(S) = K_p E(S)(1 + T_d S)$$

y, por tanto, la función de transferencia del bloque de control PDes:

$$\frac{M(S)}{E(S)} = K_p (1 + T_d S)$$

En este tipo de controladores, debemos tener en cuenta que la derivada de una constante es cero y, por tanto, en estos casos, el control derivativo no ejerce ningún efecto, siendo únicamente útil en los casos en los que la señal de error varía en el tiempo de forma continua. Por tanto, el análisis de este controlador ante una señal de error del tipo escalón no tiene sentido y, por ello, realizaremos la representación de la salida del controlador en función de una señal de entrada en forma de rampa, denominada rampa unitaria.

Como se aprecia en la figura 5, la respuesta del controlador se anticipa a la propia señal de error, de ahí que al tiempo  $t_d$  se le denomine tiempo de anticipación o adelanto. Este tipo de controlador se utiliza en sistemas que deben actuar muy rápidamente, puesto que la salida está en continuo cambio.

La acción derivativa por sí sola no se utiliza, puesto que, para señales lentas, el error producido en la salida en régimen permanente es muy grande y si la señal de mando deja de actuar durante un tiempo largo la salida tenderá hacia cero y no se realizará entonces ningún control. La utilidad de este tipo de controlador radica en aumentar la velocidad de respuesta de un sistema de control, ya que, como se comentó en los controladores proporcionales, aunque la velocidad de respuesta teórica de un controlador proporcional es instantánea, en la práctica no es así, pudiendo ser una rampa o una exponencial de una duración considerable.

Al incorporar a un controlador proporcional las características de un controlador derivativo, se mejora sustancialmente la velocidad de respuesta del sistema, a costa de una menor precisión en la salida (durante el intervalo de tiempo en que el control derivativo esté actuando).

Un exceso en el dimensionado del control derivativo de un controlador *PI* puede ser causa de inestabilidad en el sistema haciendo que la salida, ante variaciones bruscas, no sea válida. Por ejemplo, si durante la conducción de un automóvil, de repente, se produce alguna situación anómala (como un obstáculo imprevisto en la carretera, u otro vehículo que invade parcialmente nuestra calzada), de forma involuntaria, el cerebro envía una respuesta casi instantánea (reflejos) a las piernas y brazos, de forma que se corrija la velocidad y dirección de nuestro vehículo para sortear el obstáculo. Si el tiempo de actuación es muy corto, el cerebro tiene que actuar muy rápidamente (control derivativo) y, por tanto, la precisión en la maniobra es muy escasa, lo que “derivará” a efectuar movimientos muy bruscos de forma oscilatoria. Estos movimientos bruscos pueden ser causa de un accidente de tráfico. En este caso, el tiempo de respuesta y la experiencia en la conducción (ajuste del controlador derivativo) harán que el control derivativo producido por el cerebro del conductor sea o no efectivo.

## 2.5. Control proporcional, integral y derivativo

En el control proporcional, integral y derivativo (*PID*), la salida del bloque de control responde a la ecuación:

$$m(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

que también podemos expresar como:

$$m(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

donde  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  son parámetros ajustables del sistema.

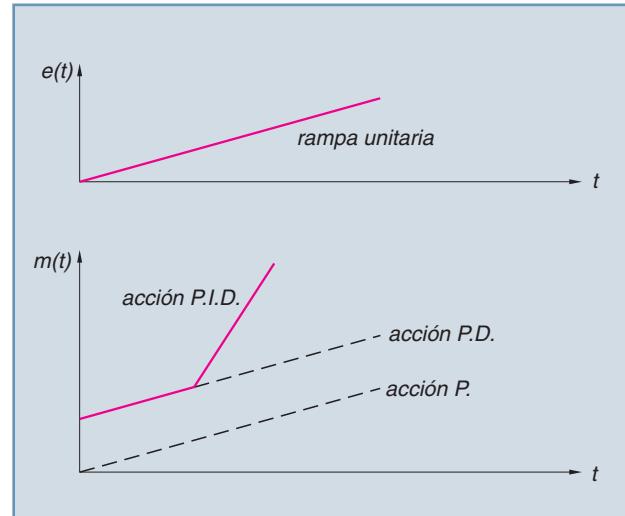
Analizando el sistema en el dominio de Laplace, obtendremos la siguiente función:

$$M(S) = K_p E(S) \left[ 1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right]$$

y, por tanto, la función de transferencia del bloque de control integral es:

$$\frac{M(S)}{E(S)} = K_p \left[ 1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right]$$

La respuesta en el tiempo, del bloque de control proporcional e integral, ante una señal de error del tipo escalón es la representada en la figura 6.



**Fig. 6.** Respuesta de un controlador proporcional, integral y derivativo ante una señal de error del tipo rampa unitaria.

En los controladores *PID* se añan las ventajas de los tres tipos de controladores básicos, de forma que, si la señal de error varía lentamente en el tiempo, predomina la acción proporcional e integral y, si la señal de error varía rápidamente, predomina la acción derivativa.

Como ejemplo de un sistema de control *PID*, podemos tomar de nuevo la conducción de un automóvil. Cuando el cerebro da una orden de cambio de dirección, en una maniobra normal, la acción de control predominante del sistema es la proporcional, que aproximará la dirección al punto deseado de forma más o menos precisa. Una vez que la dirección esté cerca del punto deseado, comenzará la acción integral que eliminará el posible error producido por el control proporcional, hasta posicionar el volante en el punto preciso. Si la maniobra es lenta, la acción derivativa no tendrá apenas efecto. Si la maniobra requiere mayor velocidad de actuación, la acción de control derivativo adquirirá mayor importancia, aumentando la velocidad de respuesta inicial del sistema y posteriormente actuará la acción proporcional y finalmente la integral. En el caso de una maniobra muy brusca, el control derivativo tomará máxima relevancia, quedando casi sin efecto la acción proporcional e integral, lo que provocará muy poca precisión en la maniobra.

## 3. RESPUESTA TRANSITORIA DE UN SISTEMA DE CONTROL REALIMENTADO

Aunque el controlador es el elemento más importante de un sistema de control y éste determina en gran medida el