



SCHEDA DELL'INSEGNAMENTO (SI) TEORIA DI GALOIS

SSD: ALGEBRA (MAT/02)

DENOMINAZIONE DEL CORSO DI STUDIO: CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA (N87)
ANNO ACCADEMICO 2022/2023

INFORMAZIONI GENERALI - DOCENTE

DOCENTE: CELENTANI MARIA ROSARIA
TELEFONO: 081-675715
EMAIL: mariarosaria.celentani@unina.it

INFORMAZIONI GENERALI - ATTIVITÀ

INSEGNAMENTO INTEGRATO: NON PERTINENTE
MODULO: NON PERTINENTE
CANALE: A-Z
ANNO DI CORSO: III
PERIODO DI SVOLGIMENTO: SEMESTRE II
CFU: 6

INSEGNAMENTI PROPEDEUTICI

Propedeuticità in ingresso: Algebra II

EVENTUALI PREREQUISITI

I contenuti dei corsi Algebra I e II

OBIETTIVI FORMATIVI

Obiettivo dell'insegnamento è quello di introdurre il problema della riconoscibilità della esistenza o meno di soluzioni, ottenute mediante operazioni razionali ed estrazione di radice, per equazioni di grado qualsiasi. In questo percorso l'insegnamento si propone di fornire le nozioni approfondite di teoria dei gruppi, teoria degli anelli e dei campi necessarie ad affrontare questo problema.

RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI (DESCRITTORI DI DUBLINO)

Conoscenza e capacità di comprensione

Conoscenza e capacità di comprensione Lo studente deve dimostrare di conoscere e saper comprendere le problematiche relative alla riconoscibilità della risolubilità per radicali di un

polinomio di grado n . Deve dimostrare di sapere elaborare argomentazioni concernenti le relazioni esistenti tra le eventuali radici di un polinomio di grado n , il suo campo di spezzamento ed il suo gruppo di Galois.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione

Capacità di applicare conoscenza e comprensione Il corso si propone di sviluppare ulteriori conoscenze critiche dei contenuti e dei metodi dell'algebra moderna, presentando la teoria di Galois e gli elementi di teoria dei gruppi e di teoria dei campi necessari a svilupparla. Lo studente deve dimostrare di essere in grado di trarre le conseguenze di un insieme di informazioni per verificare quando un polinomio è o meno risolubile per radicali. Deve inoltre essere in grado di applicare gli strumenti metodologici appresi.

PROGRAMMA-SYLLABUS

Teoria dei Gruppi: Definizione di serie di un sottogruppo, serie normali, raffinamenti. Commutatori e sottogruppo derivato di un gruppo, derivato n -esimo. Gruppi risolubili: definizione e prime proprietà. Gruppi risolubili finiti: struttura della serie derivata. Richiami sui gruppi simmetrici, semplicità del sottogruppo alterno su n oggetti con $n > 4$. Sottogruppi transitivi. Reticolo dei sottogruppi dei gruppi di ordine al più 8 e del gruppo simmetrico S_4 . Teoria dei Campi: Anello dei polinomi, derivata di un polinomio e radici multiple: caratterizzazione. Criteri d'irriducibilità. Polinomi ciclotomici. Teoremi di prolungamento, campo di spezzamento di un polinomio, radici n -esime dell'unità. Struttura dei campi finiti, gruppo moltiplicativo di un campo finito, endomorfismo di Frobenius, automorfismi di un campo finito. Estensioni normali e loro caratterizzazione. Campi algebricamente chiusi. Polinomi separabili e loro caratterizzazione, campi perfetti e loro caratterizzazione, esempio di campo non perfetto. Estensioni separabili, teorema dell'elemento primitivo. Teoria di Galois: Gruppo di Galois di un'estensione e di un polinomio. Gruppo di Galois di un polinomio separabile. Transitività del gruppo di Galois di un polinomio irriducibile. Sottocampi fissati. Monomorfismi indipendenti, grado di un campo su un sottocampo fissato da un sottogruppo di automorfismi, sottocampi coniugati. Estensioni di Galois. Il teorema Fondamentale della Teoria di Galois. Risolubilità per radicali di un polinomio. Norma di elemento e teorema di Hilbert. Teorema di caratterizzazione dei polinomi risolubili per radicali. Polinomi non risolubili per radicali: esempi. Il teorema Fondamentale dell'Algebra. Polinomi di III e IV grado; formule risolutive e caratterizzazione dei loro gruppi di Galois. Espressioni simmetriche razionali. Il polinomio generale di grado n , il teorema di Abel-Ruffini. Basi normali.

MATERIALE DIDATTICO

S. Franciosi, F. de Giovanni: Elementi di Algebra, Aracne · M. Curzio, P. Longobardi, M. Maj: lezioni di Algebra, · I. Stewart, Galois Theory, Chapman and Hall · J. Rotman, Galois Theory, Springer · Appunti del corso, Maria Rosaria Celentani

MODALITÀ DI SVOLGIMENTO DELL'INSEGNAMENTO-MODULO

Lezioni frontali. Le lezioni verranno registrate e saranno disponibili appunti relativi alle lezioni. Completerà il percorso una serie di seminari su argomenti collegati alla teoria di Galois.

VERIFICA DI APPRENDIMENTO E CRITERI DI VALUTAZIONE

a) Modalità di esame

- ☐ Scritto
- ☒ Orale
- ☒ Discussione di elaborato progettuale
- ☐ Altro

In caso di prova scritta i quesiti sono

- ☐ A risposta multipla
- ☐ A risposta libera
- ☐ Esercizi numerici

b) Modalità di valutazione

valutazione sulla prova orale esull'eventuale elaborato