



UNIVERSITÀ DI PERUGIA
Dipartimento di Matematica e Informatica



RELAZIONE PROGETTO SIMULAZIONE

Simulazione di un ufficio postale

Professore

Prof.re Sergio Tasso

Studenti

Chiara Luchini

Anno Accademico 2021-2022

Indice

1	Introduzione	4
1.1	Testo progetto	4
1.2	Strumenti utilizzati	4
1.2.1	Arena Simulation Software	4
2	Studio teorico e analisi del modello	6
2.1	Diagramma del modello	6
2.2	Stima e campionamento del sistema reale	6
2.2.1	Parametri generali del sistema	7
2.3	Scelta delle distribuzioni teoriche	8
2.4	Analisi matematica dei modelli	8
3	Simulazione su Arena	11
3.1	Metodo delle prove ripetute	12
3.1.1	Calcolo confidenzialità al 90%	12
3.2	Analisi del report di Arena Simulation	13
4	Possibili soluzioni	17
4.1	Prima soluzione	17
4.2	Seconda soluzione	19
4.2.1	Diagramma del modello con priorità	19
4.2.2	Confronto dati modello PASP con originale	19
4.3	Implementazione prima soluzione su modello PASP	22
4.4	Conclusioni	23

Elenco delle figure

1	Diagramma del modello.	6
2	Grafico arrivi del lunedì mattina.	7
3	Tabella riassuntiva del Test Goodness of Fit.	8
4	Immagine modello Arena.	11
5	Impostazioni metodo delle prove ripetute.	12
6	Intervallo con livello al 95%.	13
7	Tempo medio di attesa in coda.	14
8	Numero medio di persone in coda.	14
9	Istogramma tempo medio di attesa.	15
10	Istogramma numero medio di persone in coda.	15
11	Istogramma tasso di utilizzazione.	16
12	Istogramma confronto tempi di attesa prima soluzione.	17
13	Istogramma confronto persone in coda prima soluzione.	18
14	Diagramma del modello con priorità.	19
15	Immagine del modello con priorità su Arena.	20
16	Confronto tempi di attesa originale/PASP.	20
17	Confronto numero persone in attesa originale/PASP.	21
18	Confronto tempi medi attesa originale/PASP sol/Prima sol.	22
19	Confronto numero persone in attesa originale/PASP sol/Prima sol.	22
20	Confronto tempi modello originale con soluzioni	23

1 Introduzione

In questa relazione verrà riportato lo studio effettuato su una simulazione di un ufficio postale reale. In particolare verranno definiti e analizzati i dati iniziali del problema estratti da osservazioni reali, per poi applicarli al modello creato su Arena Simulation Software. Infine verranno illustrate alcune possibili soluzioni per la risoluzione del problema proposto.

1.1 Testo progetto

Il direttore di un ufficio postale ha problemi per determinare il numero di impiegati da avere allo sportello con il pubblico il lunedì mattina, uno dei periodi di maggiore affluenza. Poiché la gente si lagna spesso delle attese lei colga la sfida di aiutare il direttore mettendo in pratica la sua preparazione sulla teoria delle code. Decida quindi – a causa della complessità di decisione e di diniego, dell'abilità di aggiungere o togliere impiegati (che incrementano o decrementano il μ di canale) e altre complessità – di simulare il modello di sistema. Sviluppi il modello di simulazione e lo implementi nel linguaggio che desidera. Tenti di stimare, a partire da reali osservazioni su alcuni lunedì mattina, i modelli di arrivo e di servizio, così come la disciplina delle code. Usi parte delle osservazioni per sviluppare le distribuzioni empiriche e convalidi poi il simulatore usando le rimanenti osservazioni (al 90% del livello di confidenza). Quindi cerchi di determinare le soluzioni per i problemi del direttore.

1.2 Strumenti utilizzati

Gli strumenti utilizzati per questo progetto sono i seguenti:

- Arena Simulation Software, per la simulazione del sistema ;
- Excel.

1.2.1 Arena Simulation Software

Arena è un software di automazione e simulazione di eventi discreti sviluppato da Systems Modeling e acquisito da Rockwell Automation nel 2000. Utilizza il processore SIMAN e il linguaggio di simulazione, a partire dal 2020, è nella versione 16. In Arena, l'utente costruisce un modello di esperimento posizionando moduli che rappresentano processi o logica. Le linee di connessione vengono utilizzate per unire questi moduli e per specificare il flusso di entità. Sebbene i moduli abbiano azioni specifiche relative

a entità, flusso e tempistica, la rappresentazione precisa di ciascun modulo ed entità relativa agli oggetti della vita reale è soggetta al modellatore. I dati statistici, come il tempo di ciclo ei livelli WIP (work in process), possono essere registrati e prodotti come report.

2 Studio teorico e analisi del modello

In questa Sezione riporterò i risultati delle analisi effettuate sul modello partendo innanzitutto con una spiegazione del sistema di riferimento.

Il sistema che andremo ad analizzare può essere rappresentato tramite un modello ad eventi discreti di tipo aperto, con spazio degli stati discreto. Nello specifico un cliente può effettuare le seguenti operazioni:

- Usufruire del bancomat collocato all'esterno dell'edificio;
- Ritirare o consegnare dei pacchi presso lo sportello apposito;
- Effettuare l'identificazione per il rilascio dello SPID;
- Altre operazioni presso sportelli standard.

2.1 Diagramma del modello

Il sistema in questione è riportato in Figura 1, dove possiamo vedere l'organizzazione dei vari servizi offerti con le relative percentuali di ingresso e uscita per ogni nodo.

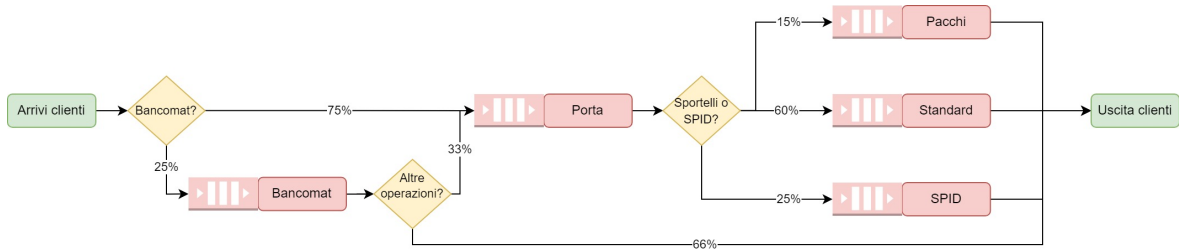


Figura 1: Diagramma del modello.

2.2 Stima e campionamento del sistema reale

Per analizzare in maniera corretta dei vari parametri caratteristici dell'ufficio postale preso in esame, ho monitorato l'afflusso di persone tra le 8:00 e le 15, in particolar modo nei primi giorni della settimana poiché in tale periodo si ha il maggior afflusso di clienti. Alla luce delle osservazioni effettuate ho riscontrato che i giorni di maggior afflusso sono il lunedì e il martedì, per la simulazione verranno considerati solo i dati del lunedì mattina. Di seguito riporto il grafico che riassume gli arrivi all'ufficio postale e tra le 8:30 e le 14:30 suddivisi in intervalli di tempo di un'ora.

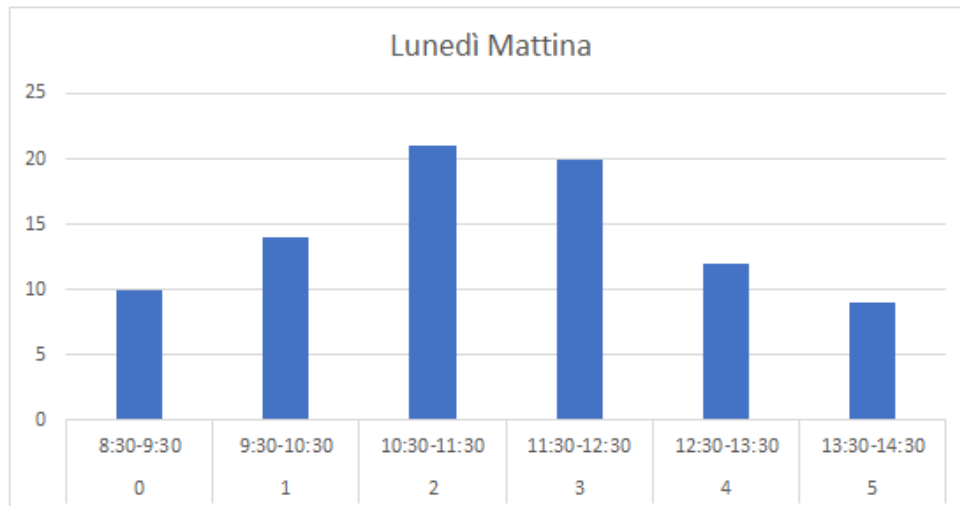


Figura 2: Grafico arrivi del lunedì mattina.

Dalla Figura 2 possiamo osservare che l'andamento degli arrivi è il seguente:

- Dalle 9:30 alle 12:30 gli arrivi tendono a crescere;
- Dalle 10:30 alle 11:30 si ha il picco massimo di 21 persone;
- Dalle 12:30 alle 14:30 si ha una diminuzione.

2.2.1 Parametri generali del sistema

Il numero di persone che arrivano all'ufficio postale il lunedì mattina è di circa 86 persone, ciò vuol dire che si ha un numero medio di arrivi al minuto di **0,238** (14,3 all'ora). Nella seguente Tabella riporto i valori dei tempi medi di servizio delle varie operazioni.

Tempi di Servizio		
Processo	Tempi di servizio medio	Serventi
Bancomat	10	1
Porta	0,45	1
Sportello pacchi	15	1
Sportelli standard	20	3
Sportello spid	10	1

2.3 Scelta delle distribuzioni teoriche

Dopo un'analisi dei dati raccolti durante le osservazioni ho constatato una somiglianza fra media e varianza, perciò ho supposto che essi seguissero una distribuzione di Poisson. Successivamente ho provato a convalidare quest'ultima attraverso il metodo del Goodness of Fit in quanto si hanno più di 30 osservazioni. Di seguito riporto l'immagine dei risultati ottenuti.

Test Goodness of Fit: arrivi ufficio postale lunedì mattina							
Categorie	Orari Mattina	Numero Persone		f(i)	p(i)	Fi	X^2
0	8:30-9:30	10		0,11627907	0,098707	8,48884	0,269013
1	9:30-10:30	14		0,1627907	0,228566	19,6567	1,6278615
2	10:30-11:30	21		0,24418605	0,264634	22,7585	0,1358746
3	11:30-12:30	20		0,23255814	0,204261	17,5665	0,3371187
4	12:30-13:30	12		0,13953488	0,118247	10,1692	0,3295993
5	13:30-14:30	9		0,10465116	0,054762	4,70956	3,9086249
		86		1	0,969178		6,608092

Figura 3: Tabella riassuntiva del Test Goodness of Fit.

Come possiamo vedere in Figura 3 il valore ottenuto di X^2 è **6,60** il quale è contenuto nell'intervallo 0,90 e 0,10 quindi la distribuzione Poissoniana è convalidata.

2.4 Analisi matematica dei modelli

In questa sottosezione riporto alcuni dati calcolati in base tempi di servizi e agli arrivi riscontrati dalle osservazioni effettuate. Per ogni processo è riportata una tabella riassuntiva in modo da confrontarla poi con i risultati ottenuti dalla simulazione su Arena Simulation.

Bancomat M/M/1	Indice	Valore
Tempo medio di arrivi	λ	0,0595
Tempi medio di servizio	T_s	10
Tempo medio di interarrivo	μ	0,10
Intensità del traffico di sistema	ρ	0,595
Numero medio di utenti nel sistema	N	1,469
Numero medio di utenti in coda	W	0,874
Tempo medio di risposta	R	24,691
Tempo medio atteso in coda	T_w	14,691
Utilizzazione	U	0,595

Porta M/M/1	Indice	Valore
Tempo medio di arrivi	λ	0,1981
Tempi medio di servizio	T_s	0,45
Tempo medio di interarrivo	μ	2,22
Intensità del traffico di sistema	ρ	0,089
Numero medio di utenti nel sistema	N	0,097
Numero medio di utenti in coda	W	0,0087
Tempo medio di risposta	R	0,494
Tempo medio atteso in coda	T_w	0,044
Utilizzazione	U	0,0891

Sportello pacchi M/M/1	Indice	Valore
Tempo medio di arrivi	λ	0,029
Tempi medio di servizio	T_s	15
Tempo medio di interarrivo	μ	0,066
Intensità del traffico di sistema	ρ	0,435
Numero medio di utenti nel sistema	N	0,769
Numero medio di utenti in coda	W	0,334
Tempo medio di risposta	R	26,548
Tempo medio atteso in coda	T_w	11,548
Utilizzazione	U	0,435

Sportello SPID M/M/1	Indice	Valore
Tempo medio di arrivi	λ	0,0495
Tempi medio di servizio	T_s	10
Tempo medio di interarrivo	μ	0,10
Intensità del traffico di sistema	ρ	0,495
Numero medio di utenti nel sistema	N	0,980
Numero medio di utenti in coda	W	0,485
Tempo medio di risposta	R	19,801
Tempo medio atteso in coda	T_w	9,801
Utilizzazione	U	0,495

Sportello Standard M/M/3	Indice	Valore
Tempo medio di arrivi	λ	0,1188
Tempi medio di servizio	T_s	20
Tempo medio di interarrivo	μ	0,05
Intensità del traffico di sistema	ρ	0,792
Numero medio di utenti nel sistema	N	4,788
Numero medio di utenti in coda	W	3,9967
Tempo medio di risposta	R	40,3094
Tempo medio atteso in coda	T_w	20,309
Utilizzazione	U	0,79199
Probabilità di coda	$Prob_{coda}$	0,02743

3 Simulazione su Arena

Come accennato in precedenza per fare la simulazione è stato usato Arena Simulation. Di seguito riporto le varie caratteristiche delle componenti del modello visibile in Figura 4.

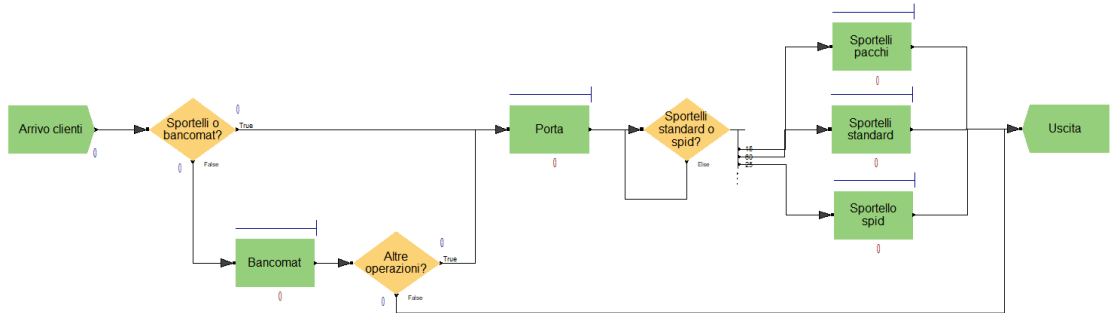


Figura 4: Immagine modello Arena.

Per la costruzione di questo modello abbiamo utilizzato i seguenti tipi di nodi:

- **Create** permette di generare gli arrivi al sistema:
 1. **Arrivo Clienti:** Tempo di interarrivo = EXPO(4,201)
- **Decide** suddivide il traffico in più vie d'uscita:
 1. **Sportelli o Bancomat?**, tipo 2-way by Chance :
 - TRUE (Sportelli)= 75%
 - FALSE (Bancomat)= 15%
 2. **Altre operazioni?** dopo bancomat, tipo 2-way by Chance :
 - TRUE (Sportelli)= 33%
 - FALSE (Uscita)= 66%
 3. **Sportelli standard, Pacchi o SPID?**, tipo n-way by Chance :
 - Sportelli standard= 60%
 - SPID= 25%
 - Sportello Pacchi = 15 %
- **Process** simula il processo in questione:
 1. **Bancomat** : $T_s = \text{EXPO}(10)$, Serventi = 1

2. **Porta** : $T_s = \text{EXPO}(0,45)$, Serventi=1
3. **Sportello pacchi**: $T_s = \text{EXPO}(15)$, Serventi=1
4. **Sportello standard**: $T_s = \text{EXPO}(20)$, Serventi=3
5. **Sportello SPID**: $T_s = \text{EXPO}(10)$, Serventi=1

- **Dispose** simula l'uscita dei clienti:

1. **Uscita**

3.1 Metodo delle prove ripetute

I parametri di replica forniscono informazioni sulle repliche all'interno di un progetto di simulazione. Ciò include il numero di repliche di simulazione da eseguire, la durata della replica, la data e l'ora di inizio della simulazione, l'eventuale tempo di riscaldamento, le unità di tempo e il tipo di inizializzazione da eseguire tra le repliche. Il nostro obiettivo è raggiungere il 90% della confidenzialità del sistema. Nel programma di simulazione ho impostato il valore su 100 prove, dove ogni prova è composta da 6 giorni, cioè le 6 mattine da lunedì al sabato, e ogni giorno dalle 6 ore della mattina.

Replication Parameters

Number of Replications:

Start Date and Time:

Warm-up Period: Minutes

Replication Length: Days

Hours Per Day:

Terminating Condition:

Base Time Units: Minutes

Figura 5: Impostazioni metodo delle prove ripetute.

3.1.1 Calcolo confidenzialità al 90%

Arena Simulation lavora utilizzando un livello di confidenzialità al 95%, essendo che è stato richiesto esplicitamente di avere un livello al 90% andiamo a calcolarlo tramite la formula inversa di

$$\bar{x} \pm \mu_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Il parametro considerato in questo caso è il tempo medio totale che un utente trascorre all'interno del sistema, che dalle osservazioni effettuate risulta essere all'incirca di 34,15 min. Nel modello l'intervallo di confidenzialità al 95% è $[32,9870 - 1,56, 32,9870 + 1,56]$ come si può vedere in Figura 6.

Total Time	Average	Half Width	Minimum Average	Maximum Average	Minimum Value	Maximum Value
Cienti	32.9870	1,56	23.3301	77.0534	0.00448749	346.21

Figura 6: Intervallo con livello al 95%.

Per trovare l'intervallo al 90% calcoliamo prima s che è uguale a

$$s = \frac{1}{1,96} \cdot \sqrt{100} \cdot 1,56 = 7,959$$

$$\text{confidenzialità} = 1,645 \cdot \frac{7,959}{\sqrt{100}} = 1,309$$

Quindi l'intervallo al 90% di confidenzialità è pari a $[32,9870 - 1,309, 32,9870 + 1,309]$ ciò ci permette di **convalidare** il modello poiché il valore 34,15 calcolato dalle osservazioni rientra nell'intervallo al 90%.

3.2 Analisi del report di Arena Simulation

Il software Arena mostra nei suoi report una colonna per il valore medio e una, denominata "Half Width" (Analisi Statistica dei campioni), per il valore che ne determina l'intervallo di confidenzialità al 95%. In quest'ultima categoria possiamo avere 3 tipi di valore:

- **Insufficient:** la formula utilizzata per calcolare la Half Width richiede che i campioni siano distribuiti normalmente. Questa ipotesi può essere violata se è presente un numero ridotto (inferiore a 320) di campioni. In tal caso, Arena restituirà il messaggio "Insufficiente" per l'Half Width di quella variabile, indicando che non ci sono dati sufficienti per calcolare con precisione la Half Width.
- **Correlated:** la formula utilizzata per calcolare l'half width richiede inoltre che i campioni siano distribuiti indipendentemente. Se risulta esserci una correlazione tra un'osservazione e l'altra che comporta un calcolo errato dell'intervallo di confidenza, Arena ce lo notificherà attraverso "Correlated".

- **Valore numerico:** Se invece all'interno della colonna compare un valore numerico, significa che nel 95% delle prove ripetute la media del campione viene riportata come all'interno dell'intervallo $\pm[halfwidth]$ della media del campione.

Nelle successive immagini possiamo vedere i valori dei tempi medi di attesa e del numero medio di persone in coda calcolati da Arena Simulatio con i parametri di replicazioni della Figura 5.

Waiting Time	Average	Half Width
Bancomat.Queue	13.8207	1,43
Porta.Queue	0.04536040	0,00
Sportelli pacchi.Queue	11.5666	1,41
Sportelli standard.Queue	18.3399	2,73
Sportello Spid.Queue	9.9007	1,29

Figura 7: Tempo medio di attesa in coda.

Number Waiting	Average	Half Width
Bancomat.Queue	0.8558	0,10
Porta.Queue	0.00906457	0,00
Sportelli pacchi.Queue	0.3593	0,05
Sportelli standard.Queue	2.2479	0,35
Sportello Spid.Queue	0.5113	0,07

Figura 8: Numero medio di persone in coda.

In media durante la simulazione sono arrivate circa 84 persone con un tempo medio di attesa pari a 16,25 minuti, tempo medio di servizio uguale a 16,799 e tempo totale medio di permanenza nel sistema pari a 32,98.

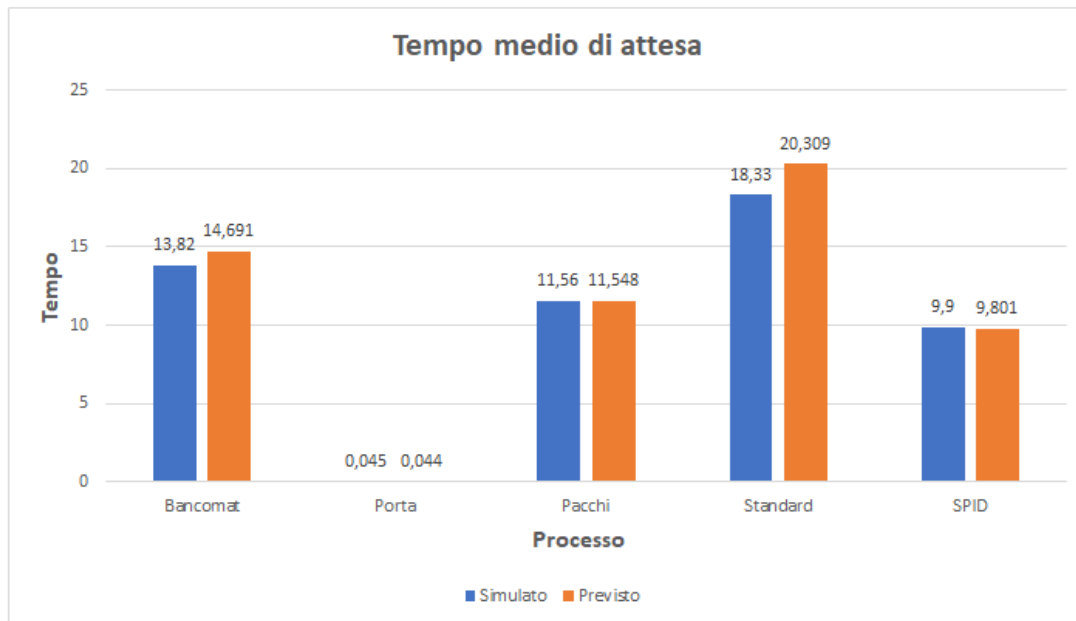


Figura 9: Istogramma tempo medio di attesa.

Come possiamo notare in Figura 9 il nodo che risulta avere un tempo medio di attesa maggiore è il processo dei sportelli standard, i quali hanno anche un numero medio di persone in coda maggiore rispetto agli altri, vedi 10.

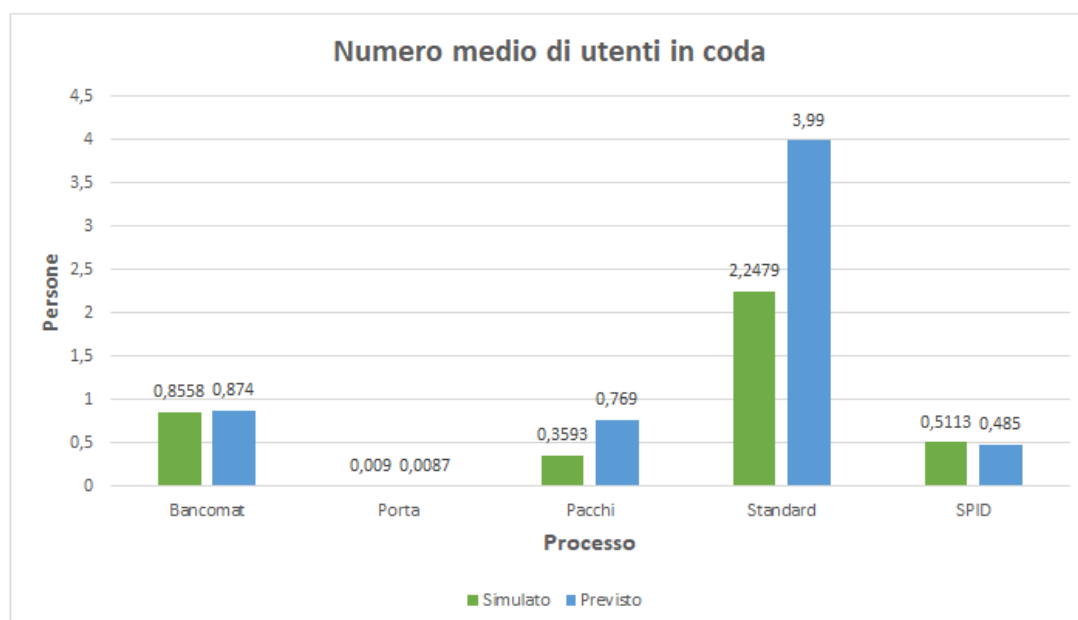


Figura 10: Istogramma numero medio di persone in coda.

Inoltre possiamo anche considerare il tasso di utilizzazione il quale conferma che gli sportelli standard sono quelli più utilizzati dai clienti seguiti poi dal bancomat.

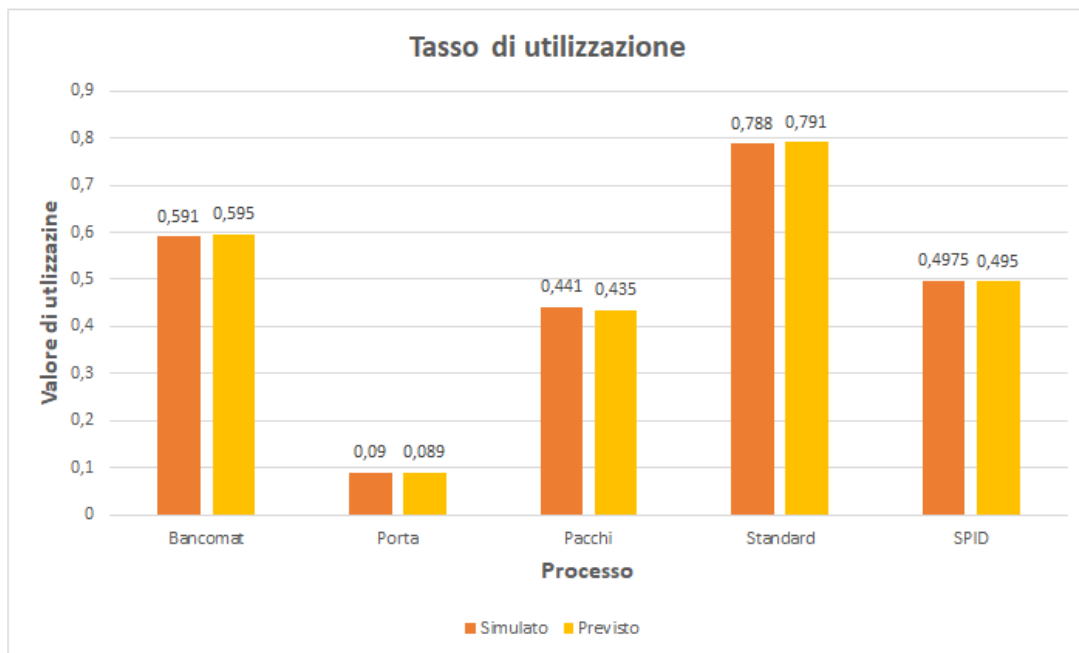


Figura 11: Istogramma tasso di utilizzazione.

4 Possibili soluzioni

Considerando i risultati ottenuti dalle simulazioni effettuate, in particolare i tempi medi di attesa e il tasso di utilizzazione, i punti critici del sistema studiato riguardano principalmente il bancomat e gli sportelli standard. Di seguito riporto alcune possibili soluzioni applicabili al sistema in questione.

4.1 Prima soluzione

Una possibile risoluzione per questo problema potrebbe essere l'inserimento di un ulteriore impiegato per gli sportelli standard e di aumentare il numero di bancomat in modo da avere almeno due risorse. Scegliendo questa opzione il modello ritorna con i seguenti risultati sui tempi di attesa medi

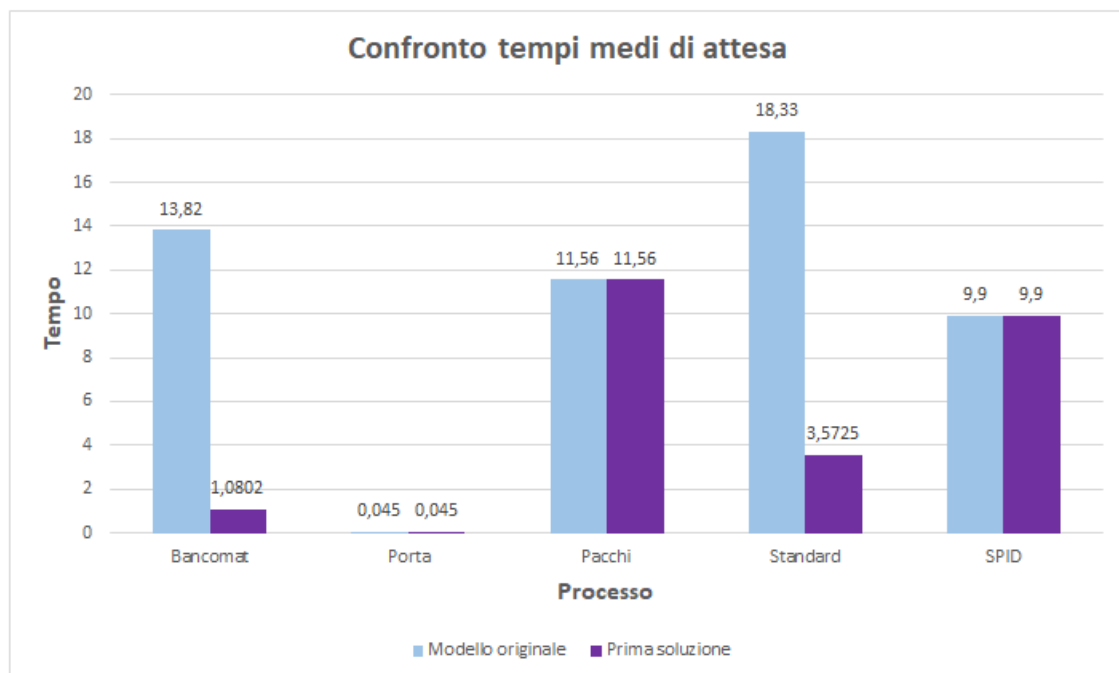


Figura 12: Istogramma confronto tempi di attesa prima soluzione.

Con i cambiamenti effettuati aggiungendo una risorsa sia al bancomat che agli sportelli standard (2 risorse bancomat, 4 impiegati sportelli standard) i tempi di attesa medi si riducono drasticamente passando da

- 13,82 min \rightarrow 1,0802 min per il bancomat
- 18,33 min \rightarrow 3,5725 min per gli sportelli standard

Anche il numero di utenti in coda si riduce notevolmente, come si può vedere in Figura 13, passando da

- 0,855 persone \rightarrow 0,0658 persone per il bancomat
- 2,2479 persone \rightarrow 0,4352 persone per gli sportelli standard

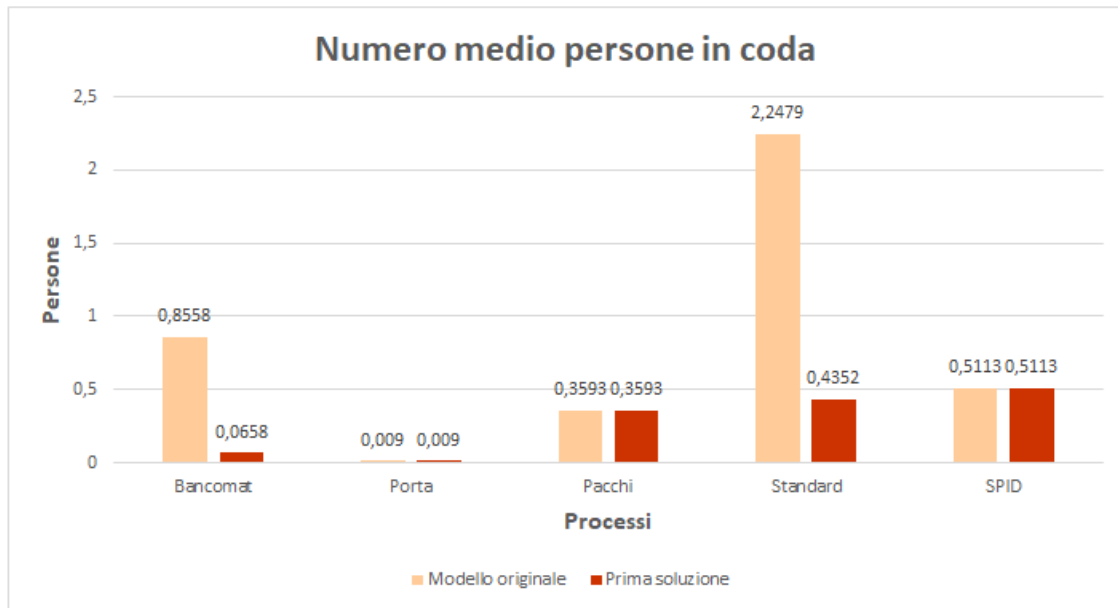


Figura 13: Istogramma confronto persone in coda prima soluzione.

In questo caso il tempo totale speso da un cliente all'interno del sistema è pari a 22,47, con un tempo di attesa medio di 5,68 e un tempo di servizio di 16,78.

Nell'eventualità non fosse possibile aumentare il numero di impiegati per uno specifico sportello, consiglio di spostare l'impiegato dello sportello dei pacchi, dato il suo basso tasso di utilizzazione (vedi Figura 11) rispetto agli altri processi, agli sportelli standard. In questo modo si ha una scelta più economica in termini di costi, inoltre tale soluzione con uno sportello "multifunzionale" renderebbe il sistema più robusto poiché nel caso in cui l'impiegato dei pacchi non fosse presente il nuovo sportello permetterebbe comunque lo svolgimento del suddetto servizio.

4.2 Seconda soluzione

Un'altra possibile opzione riguarda principalmente il metodo di rilascio dei biglietti, essendo che molti uffici postali permettono all'utente di prenotare online il biglietto e presentarsi direttamente allo sportello all'orario prestabilito senza tempi di attesa lunghi. Perciò, ho provato a implementare un modello con le seguenti caratteristiche:

1. i clienti vengono suddivisi in clienti standard o con prenotazione online, i secondi hanno una priorità maggiore rispetto ai primi;
2. alcuni processi (sportelli standard, sportello pacchi, sportello SPID) sono strutturati in modo tale da avere una coda FIFO che segue una disciplina a priorità astratta senza prelazione (PASP). Essa va in base a un attributo "Priorità" il quale identifica la priorità di un cliente rispetto a un altro in modo da servirlo prima.

4.2.1 Diagramma del modello con priorità

In questo secondo caso possiamo vedere come i clienti vengano suddivisi in clienti standard e con prenotazione online. In ogni caso ho usato gli stessi parametri del modello originale con anche lo stesso numero di arrivi, l'unica differenza sta nella suddivisione dei clienti e nelle discipline utilizzate per i processi "Sportello pacchi", "Sportelli standard" e "Sportello SPID".

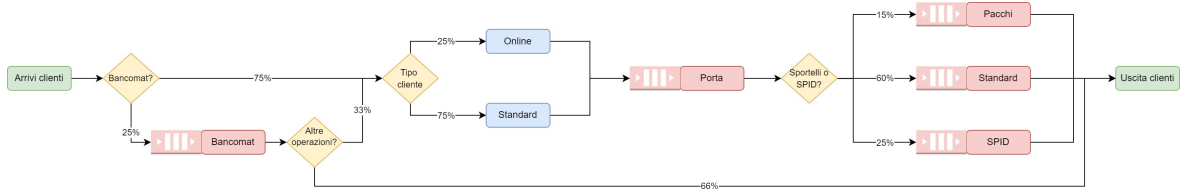


Figura 14: Diagramma del modello con priorità.

Essendo che la possibilità di prenotazione online del biglietto è poco nota al pubblico si ha una bassa percentuale di clienti (25%) che usufruiscono di questo servizio.

4.2.2 Confronto dati modello PASP con originale

Innanzitutto ho provato a vedere se utilizzando questo servizio i tempi di attesa e il numero di clienti in coda migliorasse o peggiorasse, il numero di risorse e i parametri sono gli stessi del modello 4.

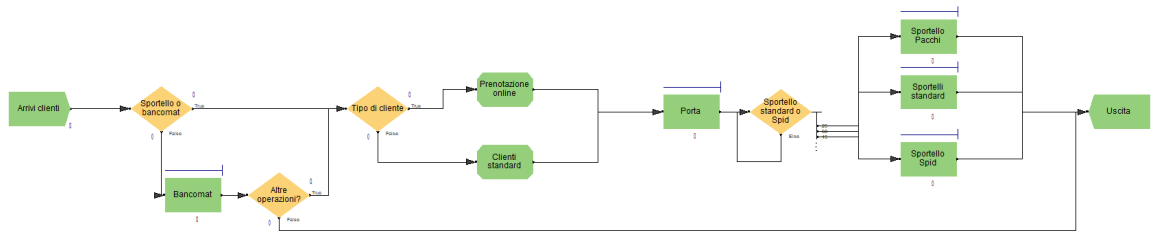


Figura 15: Immagine del modello con priorità su Arena.

Analizzando i dati simulati da Arena con il modello PASP notiamo un leggero miglioramento rispetto a quello originale pur mantenendo gli stessi parametri, vedi 16 e 17. Il tempo medio totale che un utente passa all'interno del modello PASP è pari a 30,3913, con un tempo medio di attesa uguale a 14,411 mentre il tempo di servizio medio è di 15,98.

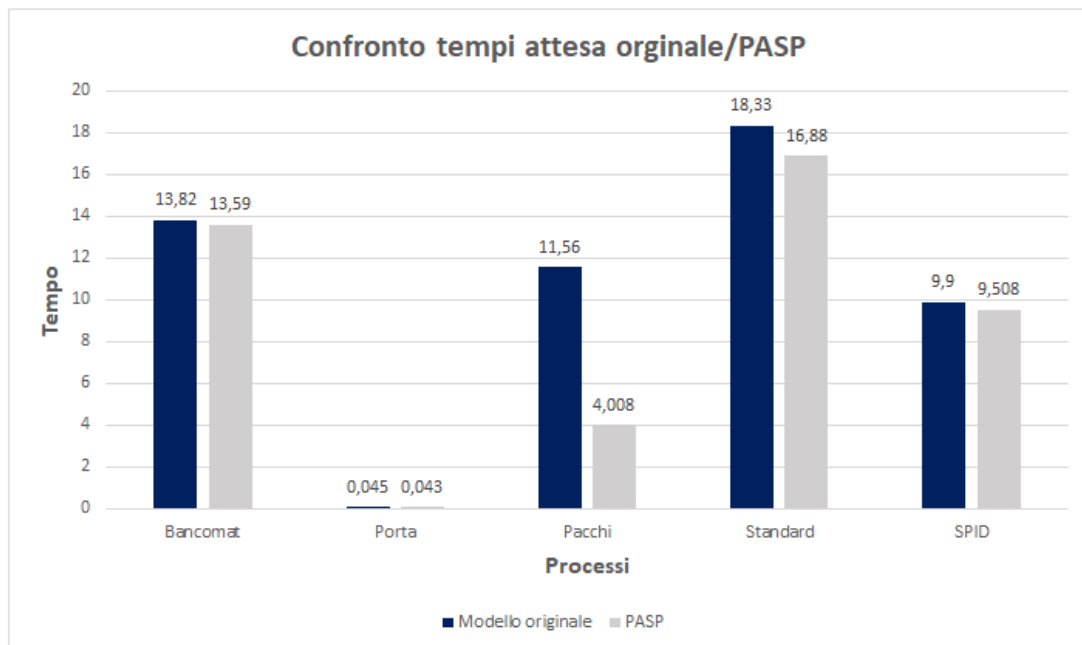


Figura 16: Confronto tempi di attesa originale/PASP.

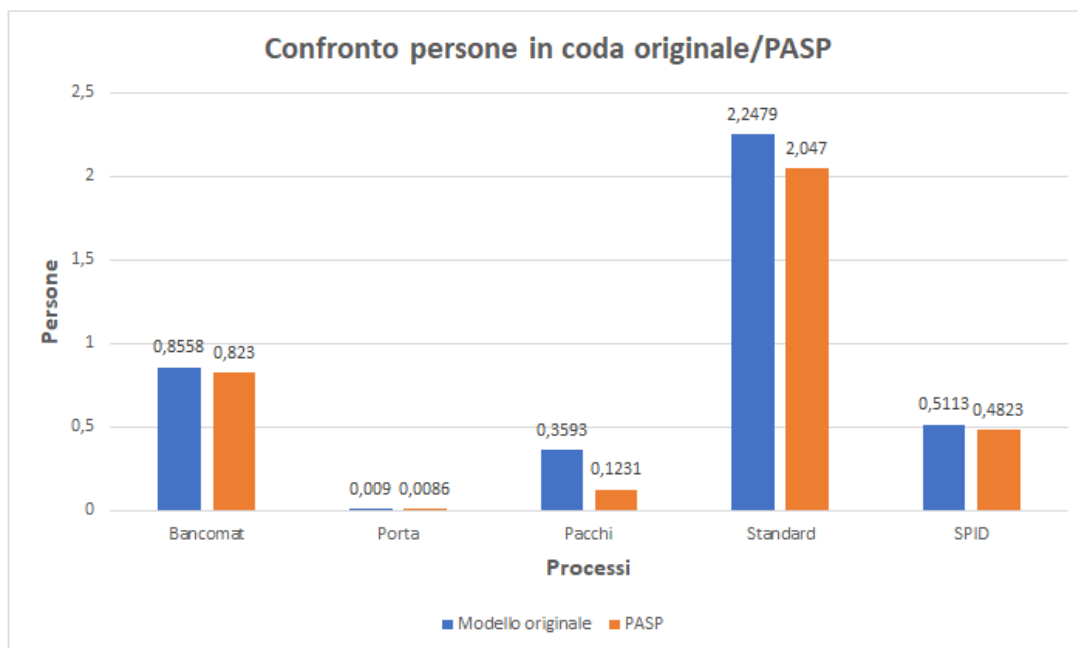


Figura 17: Confronto numero persone in attesa originale/PASP.

4.3 Implementazione prima soluzione su modello PASP

Proviamo allora ad aumentare il numero di impiegati e di bancomat anche in questo modello, come abbiamo fatto nella prima soluzione 4.1, portandoli rispettivamente a 4 per gli sportelli standard e a 2 per i bancomat.

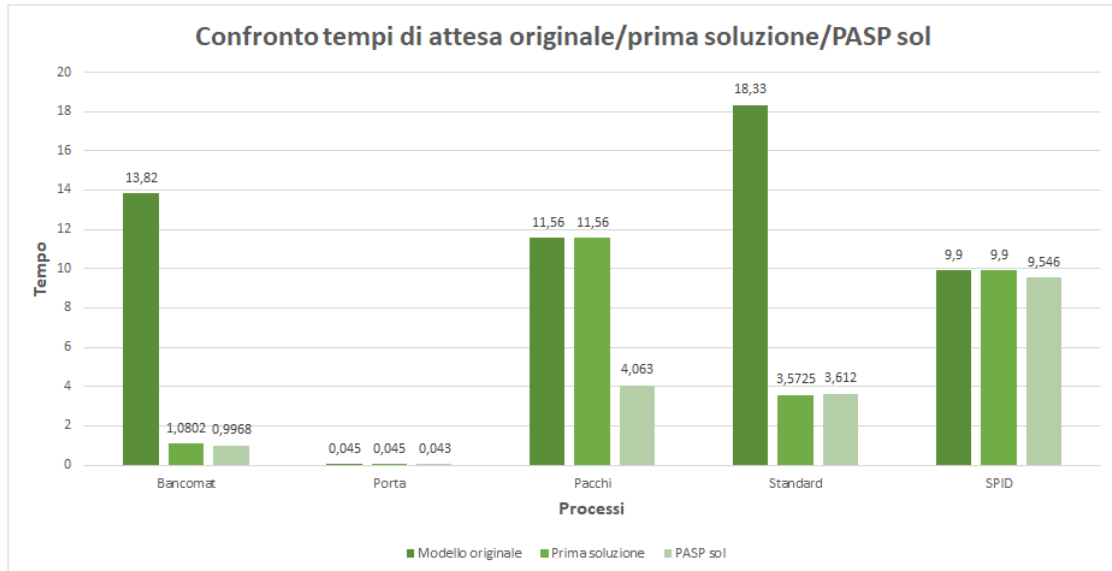


Figura 18: Confronto tempi medi attesa originale/PASP sol/Prima sol.

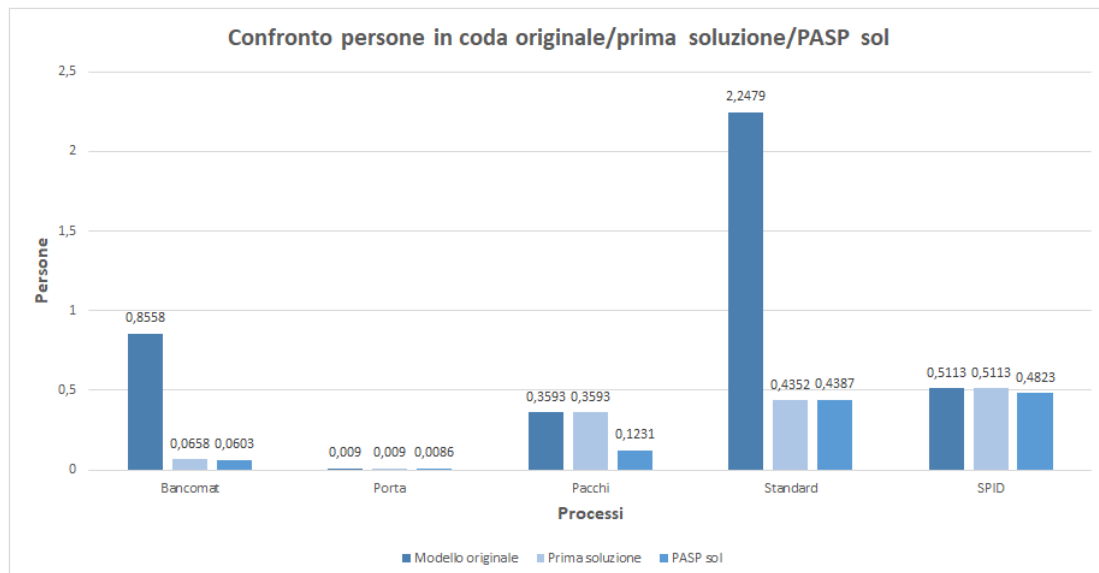


Figura 19: Confronto numero persone in attesa originale/PASP sol/Prima sol.

In generale il tempo medio totale che un utente passa all'interno del modello PASP con le risorse aumentate è pari a 20,8162, con un tempo medio di attesa uguale a 4,6288 mentre il tempo di servizio medio è di 16,187.

4.4 Conclusioni

In conclusione possiamo notare che entrambe le soluzioni proposte diminuiscano effettivamente i tempi di attesa e il numero delle persone in coda dei processi in questione, fra le due sembra che la soluzione con priorità risulti avere un miglioramento generale anche su altri processi non considerati. Ad esempio nello sportello pacchi il tempo di attesa medio va da 11,56 a 4,063 e il numero di utenti in coda diminuisce da 0,35 a 0,12. Quindi la migliore soluzione sembra essere la combinazione della prima soluzione, con l'aumento del numero di risorse per alcuni processi, e l'utilizzo del servizio di prenotazione online del biglietto.

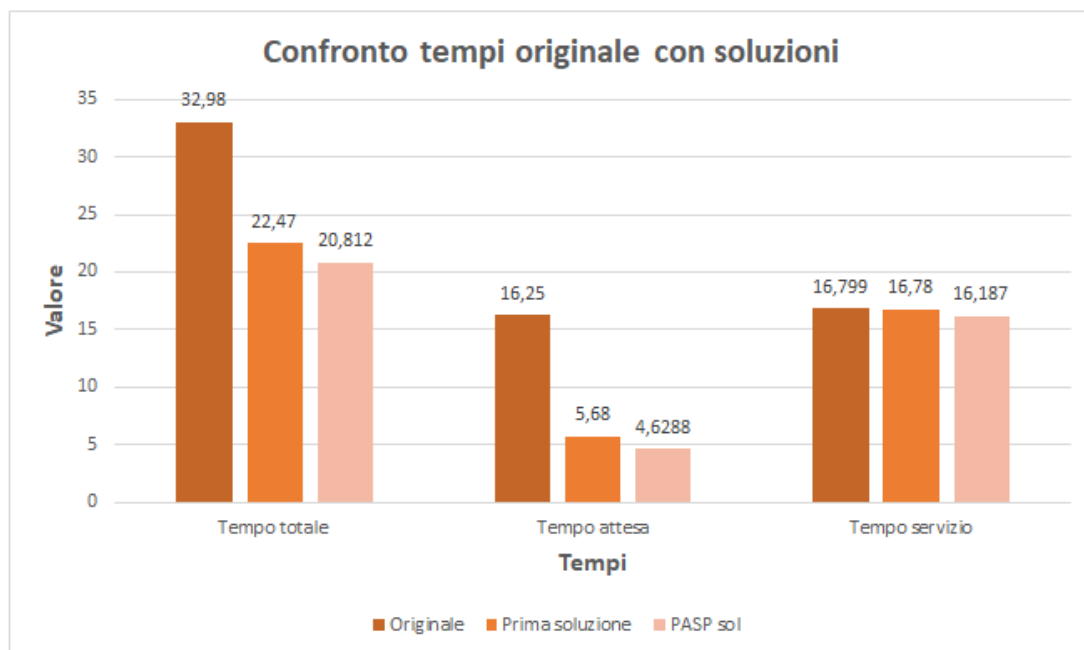


Figura 20: Confronto tempi modello originale con soluzioni .

Inoltre il tempo totale di permanenza nel sistema e il tempo medio di attesa totale diminuisce notevolmente nelle soluzioni proposte, in particolar modo in quella con la disciplina a priorità. Detto ciò concludo dicendo che il progetto ha raggiunto il suo obiettivo, analizzando il sistema reale, rappresentandolo in un modello e infine

trovando una soluzione al problema riscontrato proponendo una modifica efficiente per migliorare l'esperienza del cliente.