

# **ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

## **FACULTAD DE CIENCIAS**

**ANÁLISIS CLÚSTER PARA SERIES DE TIEMPO ESTACIONALES Y  
MODELIZACIÓN DE CAUDALES DE RÍOS DEL BRASIL.**

**TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERÍA MATEMÁTICA**

**PROYECTO DE INVESTIGACIÓN**

**CRISTIAN DAVID PACHACAMA SIMBAÑA**  
**cristian.pachacama01@epn.edu.ec**

**Directora: UQUILLAS ANDRADE ADRIANA, PH.D.**  
**adriana.uquillas@epn.edu.ec**

**FEBRERO 2021**

## **DECLARACIÓN**

Yo, CRISTIAN DAVID PACHACAMA SIMBAÑA, declaro bajo juramento que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentado para ningún grado o calificación profesional; y que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

A través de la presente declaración cedo mis derechos de propiedad intelectual, correspondientes a este trabajo, a la Escuela Politécnica Nacional, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la normatividad institucional vigente.

---

Cristian David Pachacama Simbaña

## **CERTIFICACIÓN**

Certifico que el presente trabajo fue desarrollado por CRISTIAN DAVID PA-CHACAMA SIMBAÑA, bajo mi supervisión.

---

Uquillas Andrade Adriana, Ph.D.  
Directora del Proyecto

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi familia, ya que su cariño y apoyo me llevaron a donde ahora estoy. A mis grandes amigos Lissette, Edison, Andrea, Madelin y Tatiana por tan memorables momentos.

A mi tutora Adriana por ser una guía y apoyarme desde el primer momento a alcanzar esta meta, gracias por depositar su confianza en mi. A los profesores Erwin Jimenez, Luis Horna, y de manera especial a Juan Carlos Trujillo quienes hicieron nacer en mi la pasión por la Matemática, pasión que espero inspirar a más generaciones de estudiantes.

Finalmente, a grandes matemáticos de la historia como George Cantor, Simeón Poisson , Abraham Wald, y Karl Pearson, cuyo trabajo me inspiró a profundizar en el conocimiento de esta bella ciencia.

## **DEDICATORIA**

*A mis padres Magdalena y Lucio, por su incondicional amor, sus sabios consejos y su paciencia, siempre lo tendré presente. A Isabel por su apoyo incondicional, y por aparecer en el momento exacto en mi vida para llenarla de felicidad. A Miguel, Rubi, Pablo y Luis por brindarme su sincera amistad.*

# Índice general

|  |            |
|--|------------|
| <b>Resumen</b>   | <b>xv</b>  |
| <b>Abstract</b>  | <b>xvi</b> |
| <b>Notaciones</b>                                      | <b>1</b>   |
| <b>1. Introducción</b>                                 | <b>2</b>   |
| 1.1. Descripción de los Datos . . . . .                | 6          |
| <b>2. Marco Teórico</b>                                | <b>9</b>   |
| 2.1. Series de Tiempo . . . . .                        | 9          |
| 2.2. Descomposición STL - Loess . . . . .              | 11         |
| 2.2.1. Loess-Regresión Local . . . . .                 | 12         |
| 2.2.2. Bucle Interno . . . . .                         | 14         |
| 2.2.3. Bucle externo . . . . .                         | 15         |
| 2.2.4. Elección de Parámetros . . . . .                | 16         |
| 2.3. Tratamiento de Valores perdidos . . . . .         | 17         |
| 2.4. Análisis de Conglomerados (Clúster) . . . . .     | 20         |
| 2.4.1. Métricas y Funciones de Disimilitud . . . . .   | 20         |
| 2.4.2. Métricas para Series de Tiempo . . . . .        | 21         |
| 2.4.3. Escalonamiento Multidimensional (MDS) . . . . . | 23         |
| 2.4.4. Algoritmos de Agrupamiento . . . . .            | 25         |
| 2.4.5. Validación . . . . .                            | 29         |
| 2.5. Modelamiento de Series de Tiempo . . . . .        | 30         |

|   |            |
|---|------------|
| 2.5.1. Metodología Box y Jenkins . . . . .              | 30         |
| 2.5.2. Función de transferencia . . . . .               | 32         |
| 2.5.3. Modelo SARIMAX . . . . .                         | 34         |
| <b>3. Metodología</b>                                   | <b>39</b>  |
| 3.1. Aplicación del Análisis Clúster . . . . .          | 40         |
| 3.1.1. Representación de $D$ . . . . .                  | 41         |
| 3.1.2. Elección del Algoritmo de Agrupamiento . . . . . | 41         |
| 3.1.3. Elección de número de clústers . . . . .         | 43         |
| 3.1.4. Características de Clústers formados . . . . .   | 43         |
| 3.2. Modelamiento de Series de tiempo . . . . .         | 47         |
| 3.2.1. Modelo SARIMA del Clúster . . . . .              | 49         |
| 3.2.2. Modelo SARIMAX del Clúster . . . . .             | 59         |
| <b>4. Aplicación Web</b>                                | <b>89</b>  |
| 4.1. Módulo: Clustering . . . . .                       | 89         |
| 4.2. Módulo: SARIMAX . . . . .                          | 90         |
| <b>5. Resultados</b>                                    | <b>94</b>  |
| <b>6. Conclusiones y Recomendaciones</b>                | <b>98</b>  |
| <b>A. Aplicación Web</b>                                | <b>100</b> |
| A.1. Paquetes (global.R) . . . . .                      | 101        |
| A.2. Interfaz de Usuario (ui.R) . . . . .               | 103        |
| A.3. Ejecución de Tareas (server.R) . . . . .           | 116        |
| <b>B. Análisis Clúster</b>                              | <b>119</b> |
| B.1. Matriz de Distancias . . . . .                     | 119        |
| <b>C. Modelamiento de Series Temporales</b>             | <b>148</b> |
| C.1. Modelo SARIMA del clúster . . . . .                | 148        |
| C.1.1. Modelo del clúster 1 . . . . .                   | 148        |

|   |            |
|---|------------|
| C.1.2. Modelo del clúster 2 . . . . .     | 150        |
| C.1.3. Modelo del clúster 3 . . . . .     | 155        |
| C.1.4. Modelo del clúster 4 . . . . .     | 155        |
| C.2. Modelo SARIMAX del clúster . . . . . | 166        |
| C.2.1. Modelo del clúster 1 . . . . .     | 166        |
| C.2.2. Modelo del clúster 2 . . . . .     | 169        |
| C.2.3. Modelo del clúster 3 . . . . .     | 173        |
| C.2.4. Modelo del clúster 4 . . . . .     | 179        |
| Referencias . . . . .                     | 185        |
| <b>Bibliografía</b>                       | <b>188</b> |

# Índice de figuras

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Estaciones de Medición de Caudales . . . . .                            | 7  |
| 1.2. Estaciones de Medición de Variables Climáticas . . . . .                | 8  |
| 2.1. Descomposición STL-Loess de Serie . . . . .                             | 18 |
| 2.2. Serie Corregida . . . . .   | 20 |
| 3.1. MDS - Representación en $R^2$ de $D$ . . . . .                          | 41 |
| 3.2. Clústers generados con PAM . . . . .                                    | 42 |
| 3.3. Clústers generados con CLARA . . . . .                                  | 42 |
| 3.4. Número Óptimo de Clusters . . . . .                                     | 43 |
| 3.5. Representación de Clústers en $\mathbb{R}^2$ . . . . .                  | 44 |
| 3.6. Representación Geográfica de Clústers . . . . .                         | 45 |
| 3.7. Acercamiento a Clúster (representación Geográfica) . . . . .            | 45 |
| 3.8. Series de Tiempo del Clúster 1 . . . . .                                | 46 |
| 3.9. Series de Tiempo del Clúster 2 . . . . .                                | 46 |
| 3.10. Series de Tiempo del Clúster 3 . . . . .                               | 47 |
| 3.11. Series de Tiempo del Clúster 4 . . . . .                               | 47 |
| 3.12. Serie de Tiempo Climática . . . . .                                    | 49 |
| 3.13. Serie de Tiempo Climática Corregida . . . . .                          | 49 |
| 3.14. Caudal - Clúster 1 . . . . .   | 50 |
| 3.15. Función de Autocorrelación Caudal - Clúster 1 . . . . .                | 51 |
| 3.16. D(Caudal,12) - Clúster 1 . . . . .                                     | 52 |
| 3.17. Función de Autocorrelación D(Caudal,12) - Clúster 1 . . . . .          | 52 |
| 3.18. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(5,0,0)(0,1,0) . . . . . | 54 |

|  |    |
|--|----|
| 3.19. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(4,0,0)(0,1,0) . . . . .       | 55 |
| 3.20. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(4,0,0)(1,1,0) . . . . .       | 57 |
| 3.21. Caudal - Estación Machadinho . . . . .                                       | 59 |
| 3.22. Series Climáticas - Estación Campos Novos . . . . .                          | 60 |
| 3.23. Autocorrelación - Caudal . . . . .   | 61 |
| 3.24. Autocorrelación Precipitación . . . . .                                      | 62 |
| 3.25. Autocorrelación Temperatura Máxima . . . . .                                 | 63 |
| 3.26. Autocorrelación Temperatura Mínima . . . . .                                 | 63 |
| 3.27. Autocorrelación Humedad Relativa . . . . .                                   | 64 |
| 3.28. Series Blanqueadas . . . . .   | 65 |
| 3.29. Correlaciones Cruzadas - Variables Exógenas . . . . .                        | 66 |
| 3.30. Correlaciones Cruzadas - Caudal vs. Variables Exógenas . . . . .             | 67 |
| 3.31. Residuos SARMA(1,0)(2,1) - Precipitación . . . . .                           | 69 |
| 3.32. Residuos SARMA(4,0)(0,2) - Temperatura Máxima . . . . .                      | 71 |
| 3.33. Residuos SARMA(2,2)(2,1) - Temperatura Mínima . . . . .                      | 72 |
| 3.34. Residuos SARMA(2,0)(3,0) - Humedad Relativa . . . . .                        | 74 |
| 3.35. Coeficientes $v_j$ estimados - Precipitación . . . . .                       | 76 |
| 3.36. Coeficientes $v_j$ estimados - Temperatura Máxima . . . . .                  | 77 |
| 3.37. Coeficientes $v_j$ estimados - Temperatura Mínima . . . . .                  | 78 |
| 3.38. Coeficientes $v_j$ estimados - Humedad Relativa . . . . .                    | 79 |
| 3.39. Autocorrelación $n_t$ . . . . .  | 80 |
| 3.40. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) ARMA(1,0) . . . . .                  | 81 |
| 3.41. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX (1,0,0)(2,1,0) <sub>12</sub> | 87 |
| 3.42. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX (1,0,0)(2,1,0) <sub>12</sub> | 88 |
| <br>   |    |
| 4.1. Módulo Clustering . . . . .   | 90 |
| 4.2. Módulo SARIMAX . . . . .  | 91 |
| 4.3. Módulo SARIMAX . . . . .  | 91 |
| 4.4. Módulo SARIMAX . . . . .  | 92 |
| 4.5. Módulo SARIMAX . . . . .  | 92 |

|   |     |
|---|-----|
| 4.6. Módulo SARIMAX . . . . .   | 93  |
| 4.7. Módulo SARIMAX . . . . .   | 93  |
| 5.1. Predicción de Modelos SARIMA y SARIMAX . . . . .                                 | 97  |
| A.1. Estructura de la Aplicación Web . . . . .  | 100 |
| C.1. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(4,0,0)(1,1,0) . . .               | 150 |
| C.2. Predicción SARIMA de Caudales del clúster 1 . . . . .                            | 152 |
| C.3. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(4,0,3)(1,1,0) . . .               | 153 |
| C.4. Predicción SARIMA de Caudales del clúster 2 . . . . .                            | 159 |
| C.5. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(2,0,1)(1,1,0) . . .               | 160 |
| C.6. Predicción SARIMA de Caudales del clúster 3 . . . . .                            | 161 |
| C.7. Predicción SARIMA de Caudales del clúster 3 . . . . .                            | 162 |
| C.8. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(3,0,2)(1,1,0) . . .               | 163 |
| C.9. Predicción de Caudales del clúster 4 . . . . .                                   | 165 |
| C.10. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX(1, 0, 0)(2, 1, 0) <sub>12</sub> | 167 |
| C.11. Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 1 . . . . .                          | 170 |
| C.12. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX(1, 0, 0)(2, 1, 0) <sub>12</sub> | 171 |
| C.13. Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 2 . . . . .                          | 174 |
| C.14. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX(1, 0, 0)(1, 1, 0) <sub>12</sub> | 175 |
| C.15. Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 3 . . . . .                          | 180 |
| C.16. Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 3 . . . . .                          | 181 |
| C.17. Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX(0, 0, 3)(1, 1, 1) <sub>12</sub> | 182 |
| C.18. Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 4 . . . . .                          | 184 |

# Índice de tablas

|   |     |
|---|-----|
| 3.1. Modelo SARIMA(5,0,0)(0,1,0) <sub>12</sub> . . . . .              | 53  |
| 3.2. Modelo SARIMA(4,0,0)(0,1,0) <sub>12</sub> . . . . .              | 55  |
| 3.3. Modelo SARIMA(4,0,0)(1,1,0) <sub>12</sub> . . . . .              | 56  |
| 3.4. Modelo SARMA(1,0)(2,1) - Precipitación . . . . .                 | 69  |
| 3.5. Modelo SARMA(4,0)(0,2) - Temperatura Máxima . . . . .            | 70  |
| 3.6. Modelo SARMA(2,2)(2,1) - Temperatura Mínima . . . . .            | 72  |
| 3.7. Modelo SARMA(2,0)(3,0) - Humedad Relativa . . . . .              | 73  |
| 3.8. Modelo ARMA(1,0) - Perturbación . . . . .                        | 81  |
| 3.9. Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0) . . . . .                           | 83  |
| 3.10. Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0) . . . . .                          | 84  |
| 3.11. Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0) . . . . .                          | 85  |
| 5.1. Modelo SARIMA(4,0,0)(1,1,0) <sub>12</sub> - Clúster 1 . . . . .  | 95  |
| 5.2. Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0) <sub>12</sub> - Clúster 1 . . . . . | 96  |
| B.1. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 120 |
| B.2. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 121 |
| B.3. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 122 |
| B.4. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 123 |
| B.5. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 124 |
| B.6. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 125 |
| B.7. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 126 |
| B.8. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 127 |
| B.9. Matriz de Distancias . . . . .                                   | 128 |

|   |     |
|---|-----|
| B.10. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 129 |
| B.11. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 130 |
| B.12. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 131 |
| B.13. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 132 |
| B.14. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 133 |
| B.15. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 134 |
| B.16. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 135 |
| B.17. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 136 |
| B.18. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 137 |
| B.19. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 138 |
| B.20. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 139 |
| B.21. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 140 |
| B.22. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 141 |
| B.23. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 142 |
| B.24. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 143 |
| B.25. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 144 |
| B.26. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 145 |
| B.27. Matriz de Distancias . . . . .                                  | 146 |
| B.28. Nombre de Estaciones (Caudales) . . . . .                       | 147 |
| <br>  |     |
| C.1. Modelo SARIMA(4,0,0)(1,1,0) <sub>12</sub> . . . . .              | 148 |
| C.2. Modelo SARIMA(4,0,0)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 1 . . . . .  | 149 |
| C.3. Modelo SARIMA(4,0,3)(1,1,0) <sub>12</sub> . . . . .              | 151 |
| C.4. Modelo SARIMA(4,0,3)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 2 . . . . .  | 154 |
| C.5. Modelo SARIMA(2,0,1)(1,1,0) <sub>12</sub> . . . . .              | 155 |
| C.6. Modelo SARIMA(2,0,1)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 3 . . . . .  | 156 |
| C.7. Modelo SARIMA(2,0,1)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 3 . . . . .  | 157 |
| C.8. Modelo SARIMA(2,0,1)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 3 . . . . .  | 158 |
| C.9. Modelo SARIMA(3,0,2)(1,1,0) <sub>12</sub> . . . . .              | 158 |
| C.10. Modelo SARIMA(3,0,2)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 4 . . . . . | 164 |

|  |     |
|--|-----|
| C.11. Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0) <sub>12</sub> . . . . .             | 166 |
| C.12. Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0) <sub>12</sub> - clúster 1 . . . . . | 168 |
| C.13. Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0) <sub>12</sub> . . . . .             | 169 |
| C.14. Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0) <sub>12</sub> - clúster 2 . . . . . | 172 |
| C.15. Modelo SARIMAX(1,0,0)(1,1,0) <sub>12</sub> . . . . .             | 173 |
| C.16. Modelo SARIMAX(1,0,0)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 3 . . . . . | 176 |
| C.17. Modelo SARIMAX(1,0,0)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 3 . . . . . | 177 |
| C.18. Modelo SARIMAX(1,0,0)(1,1,0) <sub>12</sub> - clúster 3 . . . . . | 178 |
| C.19. Modelo SARIMAX(0,0,3)(1,1,1) <sub>12</sub> . . . . .             | 179 |
| C.20. Modelo SARIMAX(0,0,3)(1,1,1) <sub>12</sub> - clúster 4 . . . . . | 183 |

# Resumen

En el presente trabajo se aborda la aplicación del Análisis Clúster para Series de Tiempo orientado al modelamiento de caudales de los principales ríos de Brasil, que se midieron en 179 estaciones repartidas en los mismos, esto a partir de variables climáticas y la combinación de técnicas de modelamiento como SARIMA, SARIMAX y Análisis de Conglomerados (*Clúster*).

Específicamente lo que se hace es crear un número pequeño de clústers (de 2 a 4 clústers) a partir de las 179 estaciones, donde cada grupo contendrá a estaciones en la que sus caudales posean un comportamiento temporal lo más similar posible, luego para cada uno de estos clústers, se proponen dos modelos, el primero es un modelo SARIMA construido para la media funcional de las series de cada clúster, y el segundo, un modelo SARIMAX construido para la serie de tiempo más centralmente ubicada (*medoide*) dentro de cada clúster y considerando como variables exógenas a series climáticas medidas en la estación geográficamente más cercana.

Mostraremos después las ventajas y la eficiencia de modelar una enorme cantidad de series de tiempo con el uso de estas técnicas, esto debido a que el modelo que explica cada clúster puede ser extendido (usando los mismos retardos y variables explicativas) a cada una de las series de tiempo que lo componen. Realizamos estudios comparativos entre ambos modelos, obteniendo resultados cercanos en cuanto a criterios de información y poder predictivo. A pesar de ello el modelo SARIMAX muestra una ventaja en todos los criterios, con lo que mostramos que es posible reducir el problema de modelar 179 series de tiempo, a modelar las series de tiempo de unos cuantos clústers.

**Palabras clave:** Análisis Clúster para Series de Tiempo, STL-Loess, SARIMAX.

# Abstract

This paper deals with the application of the Cluster Analysis for Time Series oriented to the modeling of stream flows of the main rivers of Brazil, which were measured in 179 stations distributed in them, this from climatic variables and the combination of techniques of modeling as SARIMA, SARIMAX and Cluster Analysis.

Specifically, what is done is to create a small number of clusters (from 2 to 4 clusters) from the 179 stations, where each group will contain stations in which their flows have a temporal behavior similar possible, then for each of these clusters, two models are proposed, the first is a SARIMA model built for the functional mean of the series of each cluster, and the second, a SARIMAX model built for the time series most centrally located (*medoid*) inside each cluster and considering as exogenous variables climatic series measured in the nearest geographical station.

We will show later the advantages and the efficiency of modeling a huge amount of time series with the use of these techniques, this because the model that explains each cluster can be extended (using the same delays and explanatory variables) to each one of the time series that compose it. We carry out comparative studies between both models, obtaining close results in terms of information criteria and predictive power. Despite this, the SARIMAX model shows an advantage in all the criteria, thus we show that it is possible to reduce the problem of modeling 179 time series, to modeling the time series of a few clusters.

**Keywords:** Cluster Analysis for Time Series, STL-Loess, SARIMAX.

# Notaciones

|                        |   |
|------------------------|---|
| $\mathbb{R}$           | Conjunto de número reales.                                  |
| $\mathbb{C}$           | Conjunto de número complejos.                               |
| $\mathbb{N}$           | Conjunto de número naturales.                               |
| $\mathbb{Z}$           | Conjunto de número enteros.                                 |
| $\mathbb{R}^k$         | Conjunto de vectores reales de dimensión $k$ .              |
| $\mathbb{C}^k$         | Conjunto de vectores complejos de dimensión $k$ .           |
| $M_{m \times n}$       | Conjunto de Matrices Reales de $m$ filas y $n$ columnas.    |
| $\mathbb{1}_A$         | Función Indicatriz del conjunto $A$                         |
| $\langle ., . \rangle$ | Producto escalar cotidiano sobre $\mathbb{R}^k$             |
| $\  . \ $              | Norma cotidiana sobre $\mathbb{R}^k$                        |
| $[.]_{impar}$          | Función entero impar.                                       |
| $v.a.$                 | Variable aleatoria.   |
| $i.i.d$                | Representa: independientes e idénticamente distribuidas.    |
| $E(.)$                 | Esperanza matemática de una variable aleatoria.             |
| $V(.)$                 | Varianza de una variable aleatoria.                         |
| $Cov(.,.)$             | Covarianza de dos variables aleatorias.                     |
| $N(\mu, \sigma^2)$     | Distribución Normal con media $\mu$ y varianza $\sigma^2$ . |
| $r.b.$                 | Varianza de una variable aleatoria.                         |

# Capítulo 1

## Introducción

Brasil tiene uno de los sistemas hidrológicos más complejos, diversos y extensos del mundo. A diferencia de la gran mayoría de los países desarrollados, Brasil tiene en los ríos su principal fuente de generación de electricidad, ocupando el tercer lugar dentro de los más grandes productores hidroeléctricos del mundo. Debido a la importancia del sector hidroeléctrico, buscar formas de facilitar y mejorar el modelamiento de datos asociados a este sector es un problema prioritario. Problema provocado por la dificultad que supone lidiar con la enorme cantidad de datos (accesibles desde la web de instituciones como ANA, ONS, NOAA, CPTEC, etc.) asociados a mediciones de Caudales de los ríos que componen este sistema, que cuenta con alrededor de 179 estaciones de medición repartidas en todo Brasil. Dichos datos se presentan en forma de Series de Tiempo que posee tres características que dificultan su análisis, la primera es que estas series de tiempo poseen observaciones mensuales de los caudales en un periodo de tiempo de alrededor de 17 años, es decir, son series relativamente extensas. La segunda característica es que estas series de tiempo son estacionales, característica que es vital considerar antes de proponer un modelo para estas. Finalmente, las series de tiempo asociadas a variables climáticas, mismas que se incorporarán al modelo que explique el comportamiento de los caudales, son series con valores perdidos, por lo que es necesario encontrar un método adecuado de imputación de estos valores, previo a incorporarlas a cualquier modelo.

Hay que destacar que el modelamiento de caudales juega un rol trascendental en la creación de políticas que adopta el sector energético de Brasil, que como se mencionó anteriormente está alimentado en su mayoría por el sector hidroeléctrico en donde el análisis que aquí se plantea permitiría profundizar en la planificación de las operaciones de plantas hidroeléctricas que depende directamente del comporta-

miento temporal de los ríos que las alimentan, esta planificación podría evitar por ejemplo eventos de déficit energético provocados por una deficiencia estructural de la disponibilidad de energía, que a la larga tiene impacto económico y social mayor que los cortes de energía.

En ese contexto, se vuelve plausible la posibilidad de disminuir la dimensión del problema del modelamiento de todas estas series a través de la identificación de grupos o zonas representativas (no necesariamente geográficas) que resuman el comportamiento temporal que poseen los caudales de los ríos. Esto en términos de modelamiento se traduce en pasar del problema de modelar el nivel de caudal en cada una de las 179 estaciones, al problema de modelar únicamente una serie por cada grupo.

Ya que el problema se basa en identificar grupos de ríos cuyos caudales se comportan de manera similar en el tiempo, se propone la utilización del Análisis Clúster, que es una técnica de aprendizaje no supervisada que tiene como objetivo dividir un conjunto de objetos en grupos homogéneos (clústers). La partición se realiza de tal manera que los objetos en el mismo clúster son más similares entre sí que los objetos en diferentes grupos según un criterio definido.

En muchas aplicaciones reales, el análisis de clúster debe realizarse con datos asociados a series de tiempo. De hecho, los problemas de agrupamiento de series de tiempo surgen de manera natural en una amplia variedad de campos, incluyendo economía, finanzas, medicina, ecología, estudios ambientales, ingeniería y muchos otros. Con frecuencia, la agrupación de series de tiempo desempeña un papel central en el problema estudiado. Estos argumentos motivan el creciente interés en la literatura sobre la agrupación de series de tiempo, especialmente en las últimas dos décadas, donde se ha proporcionado una gran cantidad de contribuciones sobre este tema. En Liao (2005) se puede encontrar un excelente estudio sobre la agrupación de series de tiempo, aunque posteriormente se han realizado nuevas contribuciones significativas. Particularmente importante en la última década ha sido la explosión de documentos sobre el tema, provenientes tanto de comunidades de minería de datos como de reconocimiento de patrones. Fu (2011) proporciona una visión general completa y exhaustiva de las últimas orientaciones de minería de datos de series de tiempo, incluida una gama de problemas clave como representación, indexación y segmentación de series de tiempo, medidas de disimilitud, procedimientos de agrupamiento y herramientas de visualización.

Una pregunta crucial en el Análisis Clúster es establecer lo que se quiere decir

con objetos “similares”, es decir, determinar una medida de similitud (o disimilitud) adecuada entre dos objetos. En el contexto específico de los datos asociados a series de tiempo, el concepto de disimilitud es particularmente complejo debido al carácter dinámico de las series de tiempo. Las diferencias generalmente consideradas en la agrupación convencional no podrían funcionar adecuadamente con los datos dependientes del tiempo porque ignoran la relación de interdependencia entre los valores. De esta manera, diferentes enfoques para definir una función de disimilitud entre series de tiempo han sido propuestos en la literatura, pero esta investigación se centrará en aquellas medidas asociadas a la autocorrelación (simple, e inversa), correlación cruzada y periodograma de las series propuestos en Struzik y Siebes (1999), Galeano y Peña (2000), Caiado, Crato, y Peña (2006), Chouakria y Nagabushan (2007) . Estos enfoques basados en características tienen como objetivo representar la estructura dinámica de cada serie mediante un vector de características de menor dimensión, lo que permite una reducción de dimensionalidad (las series temporales son esencialmente datos de alta dimensionalidad) y un ahorro significativo en el tiempo de cálculo, además de que ayudan a alcanzar el objetivo central por el que se utilizará el Análisis Clúster que es el de la modelización de series de tiempo.

Una vez que se determina adecuadamente la medida de disimilitud, se obtiene una matriz de disimilitud inicial (que contiene la disimilitud entre todas las parejas de series), y luego se usa un algoritmo de agrupamiento adecuado para formar los clústers (grupos) con las series. De hecho, la mayoría de los enfoques de agrupamiento de series de tiempo revisados por Liao (2005) son variaciones de algoritmos de particionamiento, por ejemplo: K-Means, K-Medoids, PAM desarrollado por Kaufman y Rousseeuw (1986), o de Clúster jerárquico, que sirven en una gama de disimilitudes específicamente diseñadas para tratar con series de tiempo y algunas de sus características. En particular se analizará el algoritmo de particionamiento CLARA desarrollado por Kaufman y Rousseeuw (1990) con el principal objetivo de analizar grandes conjuntos de datos.

Una etapa adicional dentro del análisis clúster consiste en determinar la cantidad de clústers que es más apropiada para los datos. Idealmente, los clústers resultantes no solo deberían tener buenas propiedades estadísticas (compactas, bien separadas, conectadas y estables), sino también resultados relevantes. Se han propuesto una variedad de medidas y métodos para validar los resultados de un análisis clúster y determinar tanto el número de clústers, así como identificar qué algoritmo de agrupamiento ofrece el mejor rendimiento, algunas de estas ellas pueden encontrarse en

Fraley y Raftery (1998), Duda, Hart, Stork, y cols. (2001), Kerr y Churchill (2001), Salvador y Chan (2004). Esta validación puede basarse únicamente en las propiedades internas de los datos o en alguna referencia externa.

Pues bien, en este punto se tiene un indicador temporal (serie de tiempo) por clúster, que resume el comportamiento del caudal de los ríos en las estaciones que lo componen, a partir de este, se desea obtener un modelo para el clúster, para ello se propone modelar este indicador usando la metodología Box, Jenkins, y Reinsel (1970) que se conoce por su rigurosidad para la identificación, estimación y diagnóstico de modelos dinámicos para analizar series temporales, que además es una de las metodologías más usadas hasta la actualidad. En este caso particular se propone el uso de modelos SARIMA (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) que son una extensión de los modelos ARIMA desarrollados ampliamente en Box, Jenkins, Reinsel, y Ljung (2015), que además de ajustar el componente cíclico de la serie, pueden modelar su componente estacional propio de una serie de tiempo asociada al caudal de un río, cuyo comportamiento depende evidentemente de condiciones climáticas. Cabe mencionar que estos modelos se caracterizan por ser fáciles de estimar e interpretar ya que no requieren de otras variables ni de estructuras complejas.

Otro modelo para el clúster, es intuitivamente aquel modelo de la serie de tiempo más centralmente localizada en el clúster, es decir, la serie que sea más “cercana o próxima” (en términos de la métrica determinada anteriormente) a todas las series del clúster. Considerando además el hecho de que poseemos información respecto del clima a nivel local, medido en estaciones cercanas a donde se midió el flujo, se propone usar los modelos SARIMAX (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average with exogenous variables), que son una extensión de los modelos SARIMA antes mencionados, que cuentan con la ventaja de incluir variables exógenas que podrían mejorar el poder explicativo y predictivo del modelo. Por lo que se usan como variables exógenas de este modelo a las variables de clima de la estación más cercana (geográficamente). Novales (1993) posee una metodología detallada para esta clase de modelos, enfocándose en la estimación de la función de transferencia (asociada a las variables exógenas).

Luego, obtenidos un modelo SARIMA y SARIMAX por clúster, se propone reciclar la información de estos modelos para usarla en el modelamiento de todas las series de caudales (179 en todo Brasil). Como se verá en la sección 2.4.2, para la formación de los clústers que contienen estas series se considera una métrica que permita comparar las funciones de autocorrelación de dichas series, estas funcio-

nes son uno de las principales herramientas en la especificación de un modelo en retardos (aunque no en escala) como lo son los modelo SARIMA y SARIMAX. Partiendo de esto, se propone modelar las 179 series de tiempo usando ambos modelos, SARIMA y SARIMAX, fijando a priori los parámetros  $p, d, q, P, D, Q, s$  (no necesariamente tomando los mismos coeficientes estimados para los polinomios AR y MA) hallados en la etapa anterior. Para el caso del modelo SARIMAX se consideran como variables exógenas a las series de tiempo asociadas a datos de clima tomados en la estación geográficamente más cercana, y se mantienen las funciones de transferencia del modelo del clúster.

Finalmente, se comparan los modelos SARIMA y SARIMAX, de cada una de las 179 series, a fin de evaluar cuál de los dos produce mejores resultados en términos generales, considerando criterios como la cantidad de información (AIC, BIC, Hannan-Quinn), y el poder predictivo (MAPE, RMSE).

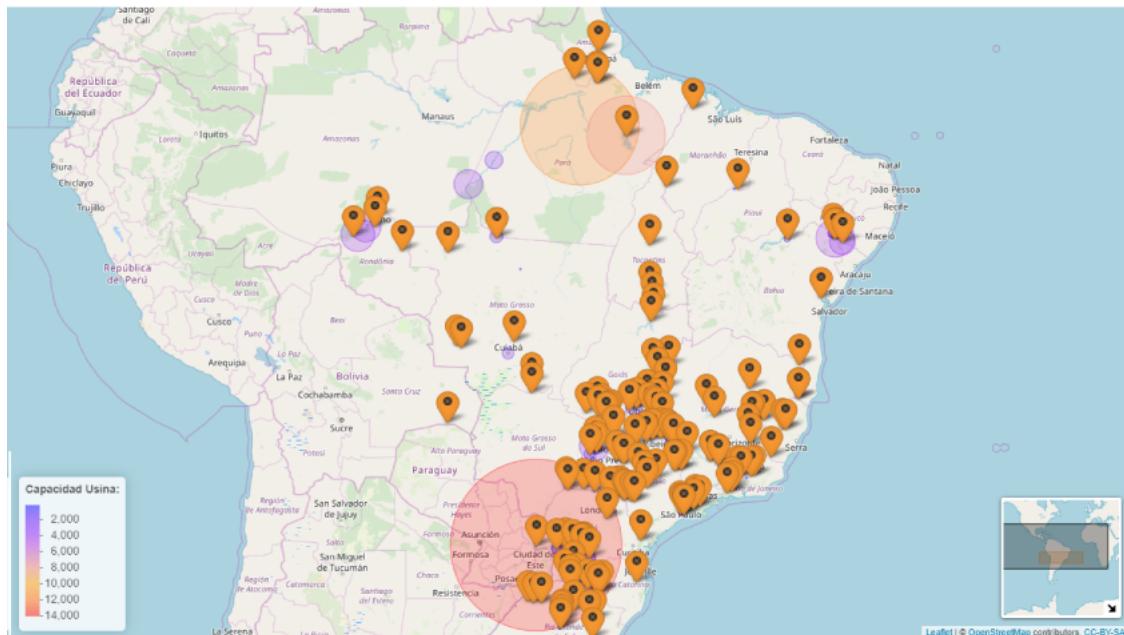
## 1.1. Descripción de los Datos

Para esta investigación, se recopilaron datos de dos fuentes primarias:

1. Primero, datos correspondientes a Caudales, de frecuencia mensual, disponibles desde enero de 1930 a diciembre de 2015. Estás series fueron obtenidas de la página web del Operador Nacional do Sistema Eléctrico (ONS) mismas que corresponden a series de tiempo de 179 estaciones georreferenciadas. El link de descarga de esta base de datos es:

[http://www.ons.org.br/download/operacao/hidrologia/Vaz%C3%B5es\\_Di%C3%A1rias\\_1931\\_2015.xls](http://www.ons.org.br/download/operacao/hidrologia/Vaz%C3%B5es_Di%C3%A1rias_1931_2015.xls)

Se muestra en la figura 1.1 la disposición de las estaciones de medición de caudales.



**Figura 1.1:** Estaciones de Medición de Caudales

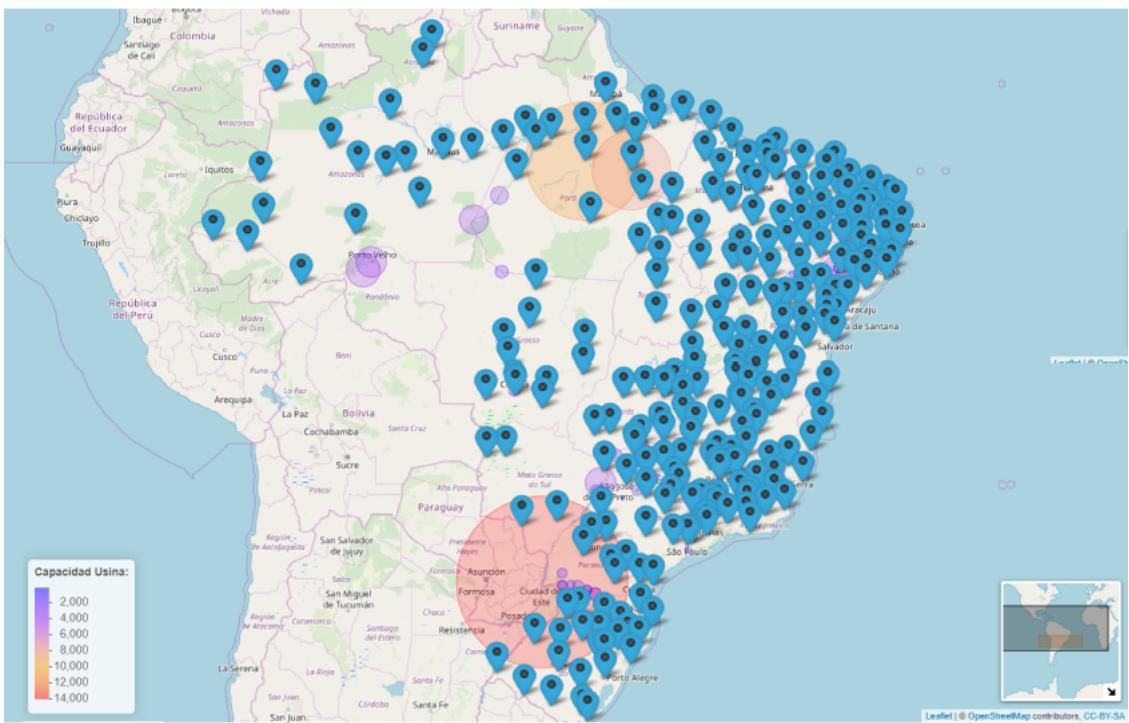
2. Por otro lado, se tienen variables relacionadas al Clima, de frecuencia mensual, disponibles desde enero de 2000, hasta enero de 2017. Obtenidas del Instituto Nacional de Meteorología (INMET). Se cuenta con observaciones de 4 variables siguientes en 265 estaciones georreferenciadas.

- Precipitación
- Temperatura Máxima
- Temperatura Mínima
- Humedad Relativa Media

El link de descarga de estos datos es:

<http://www.inmet.gov.br/portal/index.php?r=bdmep/bdmep>

Se muestra en la figura 1.2 la disposición de las estaciones de medición de variables climáticas.



**Figura 1.2:** Estaciones de Medición de Variables Climáticas

**Observación.** Para el modelamiento de las series de caudales se considera el periodo enero de 2000 a diciembre de 2015, ya que en este periodo se poseen datos tanto de caudales como de condiciones climáticas, mismas que se incluirán en un modelo SARIMAX como variables regresoras.

Cabe mencionar además que existen otras fuentes de datos, como Climate Explorer, en donde se puede encontrar información mensual (inclusive diaria) de índices globales de clima. Sin embargo, estas variables al no estar georreferenciadas, no se las incluye en el modelo planteado en capítulos posteriores.

# Capítulo 2

## Marco Teórico

En el presente capítulo, se definen las nociones y conceptos teóricos necesarios para comprender la metodología utilizada en la construcción de los modelos que proponemos para analizar los caudales de los ríos. Se empieza describiendo algunas estructuras de datos y sus respectivos objetos matemáticos asociados. Luego se muestra una propuesta para la limpieza de datos asociados a series de tiempo basada en una técnica de descomposición conocida como STL-Loess. Luego se muestran definiciones que permitirán llevar acabo de manera adecuada el Análisis Clúster, es decir, la elección de la función de disimilitud y algoritmos de agrupamiento. Al final se muestra la metodología Box y Jenkins que se utilizará en la identificación y estimación de los modelos SARIMA y SARIMAX.

### 2.1. Series de Tiempo

Para el análisis de una variedad de fenómenos económicos o físicos se dispone, en general, de una cierta cantidad de observaciones, tomadas en momentos equidistantes. A una serie de observaciones de este tipo se le llama serie cronológica o temporal (Capa Santos, 2016). A continuación se detallan algunas definiciones y propiedades que permitirán formalizar estas nociones y profundizar en el análisis de este tipo de fenómenos.

**DEFINICIÓN 2.1.** *Un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias  $(Y_t, t \in T)$  parametrizada por un conjunto  $T$  llamado espacio de tiempos, en donde las variables toman valores en un conjunto  $S$  llamado espacio de estados.*

Usualmente se considera  $T = \mathbb{R}$  o algún subconjunto de este, como  $\mathbb{N}$  o  $\mathbb{Z}$ . De

igual manera  $S = \mathbb{R}$ , aunque puede ser  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{R}^k$  o inclusive  $\mathbb{C}^k$ .

**DEFINICIÓN 2.2.** Una serie de tiempo es un proceso estocástico con espacio de tiempos  $\mathbb{Z}$  y espacio de estados  $\mathbb{R}$ .

**DEFINICIÓN 2.3.** Un proceso  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$  se dice fuertemente estacionario si:

$$\text{Distribución}(Y_{t_1+l}, Y_{t_2+l}, \dots, Y_{t_k+l}) = \text{Distribución}(Y_{t_1}, Y_{t_2}, \dots, Y_{t_k})$$

para  $k = 1, 2, \dots$  y  $t_1, t_2, \dots, t_k \in \mathbb{Z}$

**DEFINICIÓN 2.4.** Un proceso real  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$  se dice de segundo orden si

$$E(Y_t^2) < \infty$$

para todo  $t \in \mathbb{Z}$ .

**DEFINICIÓN 2.5.** Un proceso  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$  de segundo orden se dice estacionario si:

1.  $E(Y_t) = c$
2.  $\text{Cov}(Y_{s+l}, Y_{t+l}) = \text{Cov}(Y_s, Y_t)$  para todo  $s, t, l \in \mathbb{Z}$

**DEFINICIÓN 2.6.** Dado un proceso estacionario  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$ , se define la función de autocovarianza de este proceso, como sigue:

$$\gamma(k) := \text{Cov}(Y_t, Y_{t-k})$$

Para todo  $k, t \in \mathbb{Z}$

Se puede demostrar que la función de autocovarianza cumple las siguientes propiedades:

- $V(Y_t) = \gamma(0)$
- $\gamma(k) = \gamma(-k)$
- $|\gamma(k)| \leq \gamma(0)$

**DEFINICIÓN 2.7.** La función de autocorrelación de un proceso estacionario  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$ , se define por:

$$\rho(k) := \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$$

**DEFINICIÓN 2.8.** La función de correlación cruzada de orden  $k$  entre los procesos estacionarios  $(X_t, t \in \mathbb{Z})$  y  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$ , se define como:

$$\rho_{xy}(k) := \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sqrt{\gamma_x(0)\gamma_y(0)}}$$

Donde  $\gamma_{xy}(k) := Cov(X_t, Y_{t-k})$ , y no depende de  $t$ .

**DEFINICIÓN 2.9.** Sea  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$  un proceso real de segundo orden, se conoce como ruido blanco (débil) si cumple las siguientes condiciones:

$$E(Y_t) = 0$$

$$V(Y_t) = \sigma^2 \geq 0$$

$$Cov(Y_t, Y_s) = 0, \text{ para } s \neq t, \forall t, s \in \mathbb{Z}$$

**DEFINICIÓN 2.10.** Llamaremos operador de retardo  $B$  (Backward), a aquel operador que asocia a un proceso  $(X_t, t \in \mathbb{Z})$  el proceso  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$  donde:

$$Y_t = BX_t = X_{t-1}$$

Se puede demostrar que este operador es lineal e invertible, y su inverso  $B^{-1} = F$  (Forward), también conocido como operador de avance, se define por:

$$FX_t = X_{t+1}$$

Además, para todo  $n \in \mathbb{N}$  se satisface:

$$B^n X_t = X_{t-n}$$

$$F^n X_t = X_{t+n}$$

## 2.2. Descomposición STL - Loess

STL es un procedimiento desarrollado por Cleveland, Cleveland, McRae, y Terpenning (1990), que permite descomponer una serie de tiempo en sus componentes estacional, tendencia y Residuo. STL tiene un diseño simple que consiste en una secuencia de aplicaciones del Loess Smoother; la simplicidad permite el análisis de las propiedades del procedimiento y permite un cálculo rápido, incluso para series de tiempo muy largas y con marcadas tendencias, así como estacionalidad. Otras ca-

racterísticas de STL son la capacidad de fijar el nivel de “suavizado” estacional (es decir, que tan suave es la curva asociada) y de tendencias que varían, de manera casi continua, desde una cantidad muy pequeña de suavizado hasta una cantidad muy grande; estimaciones robustas de la tendencia y los componentes estacionales que no están distorsionados por un comportamiento aberrante en los datos; especificación del período de componente estacional a cualquier múltiplo entero del intervalo de muestreo de tiempo mayor que uno; y la capacidad de descomponer series de tiempo con valores perdidos.

## Definiciones

### 2.2.1. Loess-Regresión Local

Sean  $x_i$  y  $y_i$  (para  $i = 1, 2, \dots, n$ ) observaciones de una variable independiente y dependiente respectivamente. La curva de regresión “Loess”,  $\hat{g}(x)$ , es un suavizado de  $y$  dado  $x$  que puede calcularse para cualquier valor de dominio de la variable independiente. Así Loess está definida sobre cualquier valor no solamente sobre  $x_i$ . Como se verá más adelante, esta es una importante característica que permitirá lidiar con los valores perdidos y eliminar el componente estacional de manera sencilla. En realidad Loess puede ser usada para suavizar  $y$  en función de cualquier número de variables independientes, pero para STL, solo es necesario considerar una variable independiente.

Primero se calcula  $\hat{g}(x)$  de la siguiente manera. Se escoge un entero positivo  $q$ . Supongamos  $q \leq n$ . Los  $q$  valores de  $x_i$  que son más cercanos a  $x$  se seleccionan, cada uno está dado por el *Peso del Vecindario* basado en su distancia desde  $x$ . Sea  $\lambda_q(x)$  la distancia del  $q$ -ésimo  $x_i$  más lejano de  $x$ . Sea  $W$  la función de peso tricúbica definida por:

$$W(u) = \begin{cases} (1 - u^3)^3 & \text{para } 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{para } u \geq 1 \end{cases}$$

El peso del vecindario para cualquier  $x_i$  es

$$v_i(x) = W\left(\frac{|x_i - x|}{\lambda_q(x)}\right)$$

Así un  $x_i$  cercano a  $x$  tiene el peso más grande; los pesos decrecen a medida que  $x_i$  se aleja de  $x$ , mientras que se aproxima a cero en el  $q$ -ésimo punto más lejano. El próximo paso es ajustar un polinomio de grado  $d$  a los datos con peso  $v_i(x)$  en

$(x_i, y_i)$ . El valor del polinomio ajustado localmente evaluado en  $x$  es  $\hat{g}(x)$ . En este caso solo se analiza el caso en que  $d = 1$  y  $2$ , es decir, ajustando localmente un polinomio lineal o cuadrático.

Ahora suponiendo que  $q > n$ .  $\lambda_n(x)$  es la distancia de  $x$  al  $x_i$  más lejano. Para  $q > n$  se define  $\lambda_q(x)$  por

$$\lambda_q(x) = \lambda_n(x) \frac{q}{n}$$

Luego de manera análoga a lo anterior, se definen los pesos de los vecindarios usando este valor de  $\lambda_q(x)$ .

Para usar Loess,  $d$  y  $q$  deben ser previamente elegidos. Las elecciones en el contexto de STL se discutirán a detalle más adelante. A medida que  $q$  crece,  $\hat{g}(x)$  se hace más suave. Cuando  $q$  tiende a infinito,  $v_i(x)$  tiende a 1 y  $\hat{g}(x)$  tiende al polinomio de mínimos cuadrados ordinarios de grado  $d$ .

Suponiendo que cada observación  $(x_i, y_i)$  tiene un peso  $\rho_i$  que expresa la confianza de la observación relativa a las otras. Por ejemplo, si  $y_i$  tiene varianza  $\sigma^2 k_i$  donde  $k_i$  es conocido, luego  $\rho_i$  puede ser  $1/k_i$ . Así, se pueden incorporar estos pesos en el suavizamiento Loess en forma sencilla usando  $\rho_i v_i(x)$  como los pesos en el ajuste de mínimos cuadrados. Esto provee un mecanismo mediante el cual se puede construir robustez en STL.

### El diseño general.

STL consiste de dos procedimientos recursivos: un bucle interno anidado dentro de un bucle externo. En cada uno de los pasos del bucle interno, las componentes de tendencia y estacionalidad son actualizadas una vez; cada recorrido completo del bucle interno consiste de  $n_{(i)}$  iteraciones. Cada paso del bucle externo consiste del bucle interno seguido por el cálculo de pesos de robustez; estos pesos son usados en la siguiente corrida del bucle interno para reducir la influencia del comportamiento transitorio y aberrante en las componentes de tendencia y estacionalidad. Un paso inicial del bucle externo se realiza con todos los pesos de robustez iguales a 1, y luego  $n_{(0)}$  pasos del bucle externo se llevan a cabo. Las elecciones de  $n_{(i)}$  y  $n_{(0)}$  se discutirán más adelante.

Suponiendo que el número de observaciones en cada periodo, o ciclo, de la componente estacional es  $n_{(p)}$ . Por ejemplo, si la serie es mensual con un año de periodicidad, entonces  $n_{(p)} = 12$ . Es necesario poder referirnos a la subserie de valores en cada posición del ciclo estacional. Por ejemplo, para una serie mensual con

$n_{(p)} = 12$ , la primera subserie contiene los valores de Enero, la segunda tiene los valores de Febrero, y así sucesivamente. Se referirán a cada una de estas  $n_{(p)}$  subseries como *subserie-ciclo*.

### 2.2.2. Bucle Interno

Cada paso del bucle interno consiste de un suavizado estacional que actualiza la componente estacional, seguida por suavizado de tendencia que actualiza la componente de tendencia. Suponiendo  $S_v^{(k)}$  y  $T_v^{(k)}$  para  $v = 1, 2, \dots, N$  son las componentes estacional y de tendencia al final del  $k$ -ésimo paso; estas dos componentes se definen para todos los tiempos  $v = 1, 2, \dots, N$ , inclusive donde  $Y_v$  es un valor perdido. Las actualizaciones del  $(k+1)$  paso,  $S_v^{(k+1)}$  y  $T_v^{(k+1)}$ , son calculadas de la siguiente manera:

#### Paso 1.

*Quitar Tendencia.* - Se calcula la serie  $Y_v - T_v^{(k)}$  que no tiene tendencia. Si  $Y_v$  tiene un valor perdido en un punto particular del tiempo, entonces la serie sin tendencia tiene también un valor perdido en esa posición.

#### Paso 2.

*Suavizar Subseries Ciclo.* - Cada subserie-ciclo de la serie sin tendencia es suavizado mediante Loess considerando  $q = n_{(s)}$  y  $d = 1$ . Los valores suavizados se calculan en todas las posiciones de tiempo de las subseries-ciclo, incluyendo aquellos con valores perdidos, y en las posiciones justo antes de la primera posición de la subserie y justo después del último. Por ejemplo, suponga que la serie es mensual,  $n_{(p)} = 12$ . La colección de los valores suavizados para todas las subseries-ciclo son series estacionales provisionales,  $C_v^{(k+1)}$ , consiste de  $N + 2n_{(p)}$  valores que van desde  $v = -n_{(p)} + 1$  hasta  $N + n_{(p)}$ .

#### Paso 3.

*Paso-bajo Filtro de Suavizado de Subseries Ciclo.* - Un filtro paso-bajo es aplicado a  $C_v^{(k+1)}$ . El filtro consiste de una media móvil de longitud  $n_{(p)}$ , seguido por otra media móvil de longitud  $n_{(p)}$ , seguida de una media móvil de longitud 3, seguida de un suavizado Loess con  $d = 1$  y  $q = n_{(l)}$ . La salida.  $L_v^{(k+1)}$ , está definida en las

posiciones  $v = 1$  hasta  $N$  porque las tres medias móviles no pueden extenderse hasta el final. El suavizado estacional 2.2.2 fue extendido  $n_{(p)}$  posiciones en cada final en anticipación de esta pérdida.

#### **Paso 4.**

*Quitar tendencia de las Subseries Ciclo suavizadas.*- El componente estacional desde el  $(k + 1)$  -ésimo bucle es  $S_v^{(k+1)} = C_v^{(k+1)} - L_v^{(k+1)}$  para  $v = 1, 2, \dots, N$ . Se resta  $L_v^{(k+1)}$  para evitar que perturbaciones de baja frecuencia entre en la componente estacional.

#### **Paso 5.**

*Desestacionalización.*- Se calcula la serie desestacionalizada  $Y_v - S_v^{(k+1)}$ . Si  $Y_v$  es un dato perdido en una posición particular de tiempo, entonces también lo será en la serie desestacionalizada.

#### **Paso 6.**

*Suavizado en Tendencia.*- La serie desestacionalizada es suavizada mediante Loess con los parámetros  $q = n_{(t)}$  y  $d = 1$ . Los valores suavizados se calculan para todas las posiciones de tiempo ( $v = 1, 2, \dots, N$ ), inclusive donde existen valores perdidos. La componente de tendencia del  $(k + 1)$  -ésimo bucle,  $R_v^{(k+1)}$  para  $v = 1, 2, \dots, N$ , es el conjunto de valores suavizados.

Así la porción suavizada estacional del bucle interno corresponde a los pasos 2,3,y 4, mientras que la porción de suavizado en tendencia corresponde al Paso 6

Para llevar a cabo el Paso 1 en el paso inicial a través del bucle interno es necesario definir valores iniciales,  $T_v^{(0)}$ , para la componente de tendencia. Usando  $T_v^{(0)} = 0$  funciona bastante bien. La tendencia se vuelve parte de la Subserie-Ciclo suavizada,  $C_v^{(1)}$ , pero se elimina en gran medida durante el Paso 4.

### **2.2.3. Bucle externo**

Se supone que se ha realizado una ejecución inicial del bucle interno para obtener estimaciones,  $T_v$  y  $S_v$ , de la componentes de tendencia y estacionalidad. Luego el residuo es

$$R_v = Y_v - T_v - S_v$$

(Nótese que el residuo, a diferencia de  $T_v$  y  $S_v$ , no está definido donde  $Y_v$  tiene valores perdidos.) Se define un peso a cada posición de tiempo en la que  $Y_v$  es observado. Estos *pesos de robustez* reflejan lo extremo que es  $R_v$ . Un valor atípico en los datos que resultan en un  $|R_v|$  muy grande tendrá un peso pequeño o próximo a cero. Sea

$$h = 6 \text{ mediana}(|R_v|)$$

Luego los pesos de robustez en el tiempo  $v$  son:

$$\rho_v = B\left(\frac{|R_v|}{h}\right)$$

Donde  $B$  es la función biquadrática de pesos:

$$B(u) = \begin{cases} (1-u^2)^2 & \text{para } 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{para } u \geq 1 \end{cases}$$

Ahora el bucle interno se repite, pero en las series suavizadas de los Paso 2 y Paso 6, el peso del vecindario para el valor en el tiempo  $v$  se multiplica por el peso de robustez,  $\rho_v$ . Esto es solo un uso de los pesos de confiabilidad discutidos en la Loess. Estas iteraciones de robustez del bucle externo se llevan a cabo un total de  $n_{(0)}$  veces. Cada vez que se ingresa al bucle interno después de la pasada inicial no se fija  $T_v^{(0)}$  como se hizo en la pasada inicial, sino se usa el componente de tendencia del Paso 6 del bucle interno anterior.

#### 2.2.4. Elección de Parámetros

Como se nota en la sección anterior, STL necesita de la especificación de los 6 parámetros siguientes:

- $n_{(p)}$  = Número de observaciones en cada ciclo de la componente estacional,
- $n_{(i)}$  = Número de iteraciones a través del bucle interno,
- $n_{(o)}$  = Número de iteraciones robustas del bucle externo,
- $n_{(l)}$  = Parámetro de suavizado para el filtro del paso inferior,
- $n_{(t)}$  = Parámetro de suavizado para la componente de tendencia,

- $n_{(s)}$  = Parámetro de suavizado para la componente estacional.

El parámetro  $n_{(p)}$  indica la periodicidad de la serie, por ejemplo para datos diarios de con periodicidad anual se toma  $n_{(p)} = 365$ , mientras que si los datos son mensuales como en nuestro caso se tomará  $n_{(p)} = 12$ . Para escoger los demás parámetros Cleveland y cols. (1990) recomiendan elegirlos de la siguiente manera:

1.  $n_{(l)} = [n_{(p)}]_{impar}$ , es decir, el menor entero impar mayor que  $n_{(p)}$ .
2.  $n_{(s)}$ , debe ser un impar mayor o igual que 7.
3.  $n_{(t)} = [1,5n_{(p)} / (1 - 1,5/n_{(s)})]_{impar}$
4. Si no es necesario que las iteraciones sean robustas usar  $n_{(i)} = 2$  y  $n_{(o)} = 0$ . Pero si se desea robustez se debe tomar  $n_{(i)} = 1$ , y  $n_{(o)} = 5$ , aunque para asegurar la convergencia del método se puede tomar  $n_{(o)} = 10$ .

## 2.3. Tratamiento de Valores perdidos

El tratamiento de valores perdidos en una base de datos es un procedimiento fundamental en cualquier estudio estadístico, debido a que puede provocar en cierta medida un impacto sobre los resultados obtenidos del estudio.

En esta sección se ilustra una propuesta para el tratamiento de valores perdidos en series de tiempo estacionales. Para ello se considera una serie de tiempo  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$ , de la que se conocen las observaciones

$$y_1, y_2, \dots, y_{j-1}, y_j, y_k, y_{k+1}, \dots, y_n$$

donde  $1 < j < k < n$ , es decir, no se conocen los valores de  $y_t$  para  $t = j+1, j+2, \dots, k-1$ . Se considera este caso, en el que existe un periodo, compuesto de instantes consecutivos, en el que no se conoce el valor de  $y_t$ , pero se ve que a partir de este es posible extender el método para tratar a series de tiempo con varios periodos o inclusive instantes no consecutivos de tiempo.

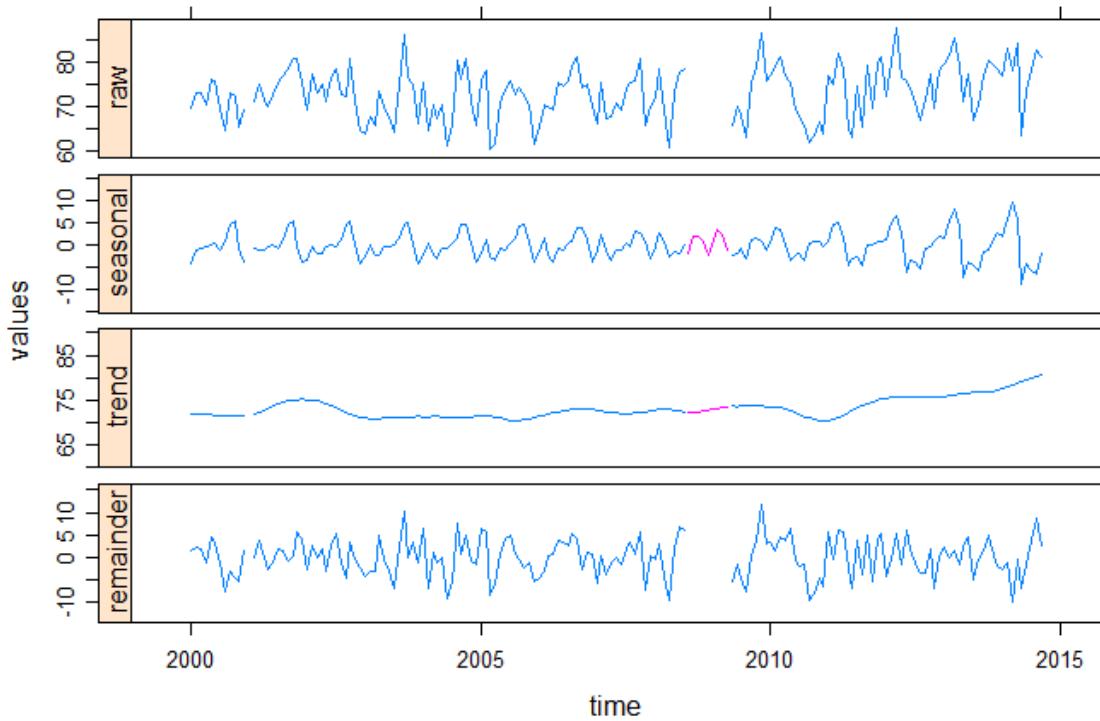
Como se ve en la sección anterior, la descomposición STL-Loess permite descomponer aditivamente una serie de tiempo en sus componentes de tendencia y estacionalidad inclusive en aquellos valores de  $t$  para los que no se conoce  $y_t$ . Entonces se aplica la descomposición STL-Loess a  $Y_t$ , así se obtiene su tendencia  $T_t$  y estacionalidad  $S_t$  en todo instante de tiempo  $t = 1, 2, \dots, n$ . Además, se obtiene un

residuo  $U_t$  en aquellos instantes de tiempo  $t$  en los cuales se conoce  $Y_t$ , es decir para  $t = 1, 2, \dots, j, k, \dots, n$ .

$$Y_t = T_t + S_t + R_t \quad (2.1)$$

Se ilustra lo antes mencionado en la figura 2.1, que corresponde a la descomposición STL-Loess de una serie de datos mensuales de precipitación (lluvias) medidos en cierta zona de Brasil, esta serie tiene estacionalidad anual (12 meses); nótese que es necesario fijar los parámetros de la descomposición adecuadamente ya que están asociados al número de retardos considerados al estimar tanto la componente estacional como la tendencia. El gráfico muestra en la primera fila la serie climática, en segundo lugar muestra su componente estacional, en tercera fila se encuentra su componente de tendencia, y finalmente el residuo. Como se puede notar las componentes de tendencia y estacionalidad están definidas en todo el dominio de tiempo.

**Figura 2.1:** Descomposición STL-Loess de Serie



Es decir, bastaría conocer los valores de  $R_t$  en todo instante  $t$  e inmediatamente se conocería los valores de  $Y_t$  de inmediato a partir de la ecuación (2.1).

Así, se propone simular los valores perdidos de  $R_t$ . Una forma simple de simular dichos valores, es usando la función de distribución empírica de los Residuos, y el

método simulación de la “Transformada Inversa”. Esto debido a que los residuos tienden a comportarse como un proceso estacionario, razón por la cual su distribución es invariante en el tiempo (conservando su media y varianza constantes), suponiendo que se especificaron bien los parámetros de la descomposición STL.

Pues bien, se propone el siguiente algoritmo de simulación de valores perdidos de  $Y_t$ .

### Algoritmo

1. Primero se calcula la descomposición STL de  $Y_t$ . Así se obtiene:

- $T_t$ , y  $S_t$  para  $t = 1, 2, \dots, n$
- $R_t$  para  $t = 1, 2, \dots, j-1, j, k, k+1, \dots, n$

2. Luego se calcula la función de distribución empírica  $\hat{F}_0(u)$  de los residuos conocidos  $R_t$ .

$$\hat{F}_0(u) := \frac{1}{n} \sum_{i \in J} \mathbb{1}_{(R_i \leq u)}$$

Donde  $J = \{1, 2, \dots, j-1, j, k, k+1, \dots, n\}$

3. Usando el método de la Transformada Inversa (Ross, 2006). Para  $t$  desde  $j+1$  hasta  $k-1$  (instantes en los que se tiene valores perdidos), hacer lo siguiente:

- Simular  $u \sim U[0, 1]$

- Calcular

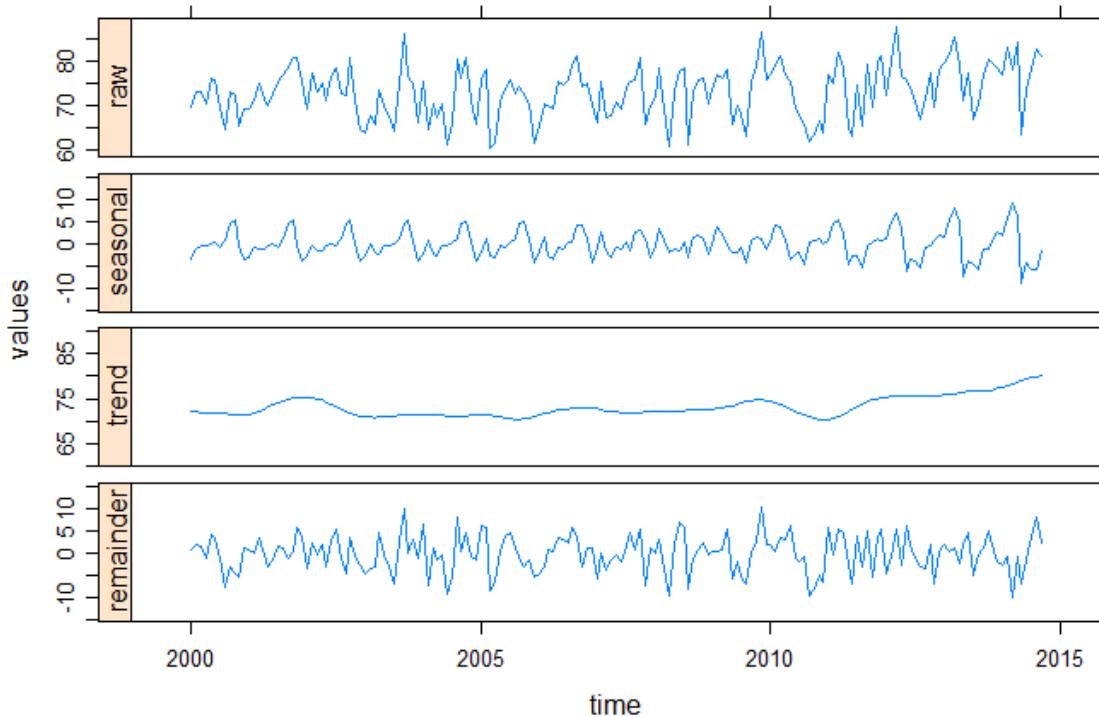
$$r = \hat{F}_0^{-1}(u) := \inf\{t \in \mathbb{R} : u \leq \hat{F}_0(t)\}$$

- Definir  $R_t := r$

- Calcular  $Y_t := T_t + S_t + R_t$

Volviendo al ejemplo antes mostrado 2.1, luego de aplicar el algoritmo de simulación de valores perdidos se obtiene la serie completa  $Y_t$  como se puede observar en la figura 2.2.

**Figura 2.2: Serie Corregida**



## 2.4. Análisis de Conglomerados (Clúster)

El análisis de Conglomerados o Clúster es una rama de métodos que tienen el objetivo de agrupar un conjunto de objetos de tal manera que los objetos de cada grupo sean los más “similares” posible, mientras que objetos de distintos grupos sean “distintos”. Una etapa fundamental de este análisis corresponde a la especificación de una medida de similitud (o disimilitud) que permita cuantificar que tan similares o distintos son los objetos analizados.

### 2.4.1. Métricas y Funciones de Disimilitud

Desde un punto de vista general el término proximidad indica el concepto de cercanía en espacio, tiempo o cualquier otro contexto. Desde un punto de vista matemático, ese término hace referencia al concepto de disimilitud o similitud entre dos elementos. Sea  $O$  un conjunto finito o infinito de elementos (individuos, estímulos, sujetos u objetos sobre los que se quiere definir una proximidad).

Dados  $O_i, O_j \in O$  y  $\delta$  es una función real de  $O \times O \rightarrow \mathbb{R}$ , con  $\delta_{ij} := \delta(O_i, O_j)$ . Se dirá que  $\delta$  es una disimilitud o función de disimilitud si verifica las siguientes

condiciones:

- $\delta_{ij} = \delta_{ji}, \forall i, j$
- $\delta_{ii} \leq \delta_{ij}, \forall i, j$
- $\delta_{ii} = c, \forall i$

La primera condición podría eliminarse, aunque resulta necesaria si se desea comparar con una distancia. No obstante, esa condición suele violarse cuando la disimilitud proviene de juicios emitidos por sujetos, ya que éstos no siempre califican igual al par  $(O_i, O_j)$  que al par  $(O_j, O_i)$ . Las condiciones segunda y tercera suelen establecerse igualmente para  $\delta_0 = 0$ , aunque también es conocido que cuando a un individuo le son presentados dos objetos idénticos, éste tiende a asignarles algún valor de disimilitud no nulo y generalmente positivo, y además no siempre se define  $c \geq 0$  ya que, si por ejemplo las disimilitud provienen de una transformación, éstas podrían ser negativas.

Existen diferentes medidas para el cálculo de disimilitud entre un par de variables o individuos. Si se considera una matriz de datos  $X = (x_{tj})_{n \times p}$ , obtenida de  $n$  objetos sobre  $p$  variables, algunos ejemplos de medidas son:

- *Distancia euclídea ponderada*

$$\delta_{ts} = \left( \sum_{j=1}^p w_i(x_{tj} - x_{sj}) \right)^{1/2}$$

- *Métrica de Minkowski*

$$\delta_{ts} = \left( \sum_{j=1}^p |x_{tj} - x_{sj}|^\lambda \right)^{1/\lambda}, \quad \lambda \geq 1$$

- *Separación angular*

$$\delta_{ts} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^p x_{tj} x_{sj}}{(\sum_j x_{tj}^2 \sum_j x_{sj}^2)^{1/2}}$$

#### 2.4.2. Métricas para Series de Tiempo

El problema de medir similitudes o diferencias entre datos asociados a series de tiempo ha sido estudiado ampliamente por autores como Johnson y Wichern (2004),

además de Galeano y Peña (2000) propusieron comparar las funciones de autocorrelación de las series, Diggle y Fisher (1991) con enfoques no paramétricos comparó el espectro de las series, Piccolo (1990) dió una métrica basada en modelos ARIMA, Diggle y Al Wasel (1997) desarrolló métodos basados en análisis espectral, y Maharaj (2000) comparó dos series estacionarias basándose en sus parámetros autorregresivos . A continuación se detallan dos de las métricas que se utilizan en nuestro análisis.

- Galeano y Peña (2000) propone una métrica que se basa en la estimación de la función de autocorrelación de las series. Sean  $(X_t, t \in \mathbb{Z}), (Y_t, t \in \mathbb{Z})$  dos series de tiempo, y  $\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y$  sus vectores de coeficientes de autocorrelación estimados hasta el retardo  $k$  (que se supondrá, es el mayor retardo significativo). Así, se define la distancia como sigue:

$$d_{ACF}(X_t, Y_t) = \sqrt{(\hat{\rho}_x - \hat{\rho}_y)' \Omega (\hat{\rho}_x - \hat{\rho}_y)}$$

Donde  $\Omega$  es una matriz de pesos, simétrica y semidefinida positiva (usualmente  $\Omega = I_k$ ), que se puede utilizar para dar ponderaciones a los coeficientes que decrecen según el retardo. Esta métrica está relacionada con el enfoque paramétrico, ya que los parámetros de la aproximación autorregresiva de las series se calculan a partir de los coeficientes de autocorrelación de las mismas.

- Corduas y Piccolo (2008) definen a partir de trabajos previos como Piccolo (1990), una métrica para series de tiempo que se pueden representar como un proceso de media cero invertible  $ARIMA(p, d, q)$ . Es decir:

$$\varphi_p(B) \Delta^d X_t = \theta_q(B) \varepsilon_t$$

Al ser invertibles las series pueden escribirse en su forma Autoregresiva AR( $\infty$ ) mediante el operador en retardos

$$\pi_x(B) = \frac{\theta_q(B)}{\varphi_p(B)} = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_{xj} B^j$$

bajo esas condiciones, se define la métrica siguiente:

$$d_{PIC}(X_t, Y_t) = \sqrt{\sum_{j=1}^{\infty} (\pi_{xj} - \pi_{yj})^2}$$

Que es la distancia euclídea entre los coeficientes de las representaciones  $AR(\infty)$  de las dos series. Esta distancia  $d_{PIC}$  es una medida bien definida debido a la convergencia absoluta de las series  $\pi_x(B)$  y  $\pi_y(B)$  de los procesos que pertenecen a una clase admisible ARIMA, y satisface las propiedades de una métrica. Además, tiene una interpretación interesante en términos de la función de pronóstico de un proceso lineal, que simplemente está determinado por los valores pasados de la serie y los coeficientes de  $\pi(B)$ . Por lo tanto, la distancia entre dos procesos ARIMA, con órdenes dadas, es cero si, con el mismo conjunto de valores iniciales, los modelos correspondientes producen los mismos pronósticos. Cabe mencionar que la distancia  $d_{PIC}$  no toma en cuenta la varianza del ruido blanco asociado, esta se considera únicamente un factor de escala que depende de la unidad de medida y que no afecta a la estructura temporal del proceso. Además, hallar la distancia supone conocer a priori la representación ARIMA de las series.

#### 2.4.3. Escalonamiento Multidimensional (MDS)

El escalamiento multidimensional, conocido como MDS por sus siglas en inglés, engloba un conjunto de técnicas multivariantes desarrolladas en el ámbito del comportamiento, que persiguen el estudio de la estructura subyacente de un conjunto de objetos, es decir, que pretende representar un conjunto de objetos en un espacio de baja dimensionalidad. La palabra objeto es muy genérica y se refiere, en realidad, a cualquier entidad que se deseé comparar, en este caso particular se considera a una series de tiempo. Los modelos y métodos de construcción de escalas multidimensionales fueron desarrollados en la mitad del siglo XX, entre los que cabe citar los trabajos de Stevens (1946), Coombs (1950), Torgerson (1958), Kruskal (1964), y Guttman (1968), que constituyen los antecedentes de los modelos y métodos más modernos de escalamiento multidimensional que pueden considerarse como generalizaciones de los primeros.

En términos generales, el Escalamiento Multidimensional permite representar en un espacio geométrico las proximidades entre pares de objetos a través de distancias (o disimilitudes) en función de un determinado número de dimensiones. Así, el MDS cumple su objetivo en dos etapas. En primer lugar, determina las dimensiones subyacentes más relevantes (normalmente entre 2 y 4). En segundo lugar, construye una representación geométrica de los datos a través de las distancias entre los mismos en las dimensiones relevantes. De esta forma, el MDS asume un paralelismo

entre el concepto psicológico de similitud y el concepto geométrico de distancia.

A continuación se muestra el plantamiento de esta técnica en un contexto general, no se profundiza en ella ya que se usará únicamente para representar sobre un plano bidimensional a las series de tiempo asociadas a estaciones de medición de caudales, a partir de su matriz de disimilitudes. Se puede encontrar esta técnica, sus variantes y extensiones detalladas en trabajos como los de Borg y Groenen (2003) y Cox y Cox (2000).

## Modelo General MDS

De modo general, se puede decir que el MDS toma como entrada una matriz de proximidades  $\mathcal{D} \in M_{n \times n}$  (disimilitudes entre objetos), donde  $n$  es el número de objetos. Cada elemento  $\delta_{ij}$  de  $\mathcal{D}$  representa la disimilitud entre un objeto  $O_i$  y el objeto  $O_j$ .

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \cdots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \cdots & \delta_{nn} \end{pmatrix}$$

A partir de esta matriz de proximidades, el MDS proporciona como resultado una matriz  $X \in M_{n \times m}$ , representación  $m$ -dimensional de los  $n$  objetos. Cada valor  $X_{ik}$  representa la coordenada  $k$  del objeto  $i$ , para  $i = 1, 2, \dots, n$ .

$$X = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1m} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nm} \end{pmatrix}$$

La matriz  $X$  se busca de tal manera que su matriz de distancias  $D(X) = (d_{ij})_{n \times n}$ , considerando la métrica euclídea sobre  $\mathbb{R}^m$ , se aproxime lo más posible a la matriz de proximidades  $\mathcal{D}$ .

$$d_{ij} := \left[ \sum_{k=1}^m (X_{ik} - X_{jk})^2 \right]^{1/2}, \text{ para } i, j = 1, 2, \dots, m$$

Existen distintos enfoques desde los cuales se puede hallar  $X$ , uno de ellos con-

siste de hallar valores y vectores propios de una matriz asociada a  $D(X)$ . Se resume el método para hallar  $X$  en el siguiente algoritmo:

1. Calcular la matriz  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ , donde  $a_{ij} = -\frac{1}{2}\delta_{ij}^2$
2. Calcular la matriz  $B = (b_{ij})_{n \times n}$ , donde:

$$b_{ij} = a_{ij} - a_{i*} - a_{*j} + a_{**}$$

$$a_{i*} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

$$a_{*j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{ij}$$

$$a_{**} = \frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a_{ij}$$

3. Hallar los valores propios de  $B$ ,  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$  y sus respectivos vectores propios  $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$  normalizados de tal manera que  $v_k' v_k = \lambda_k$  para  $k = 1, \dots, n-1$ . Si  $B$  no es semidefinida positiva (posee algún valor propio negativo), se puede ignorar los valores negativos e ir al siguiente paso, o bien, definir adecuadamente una constante  $c$ , reemplazar los valores de la matriz de proximidades por  $\delta'_{ij} := \delta_{ij} + c(1 - \delta_{ij})$  de tal manera que esta nueva matriz sea semidefinida positiva y volver al paso 1.
4. Elegir el número de dimensiones  $m$  en las que se desea representar los objetos. Para ello puede considerar, como criterio de elección, el porcentaje que aportan las  $m$  mayores valores propios.
5. Las coordenadas de el objeto  $O_i$  vienen dadas por  $X_i = (v_{1i}, v_{2i}, \dots, v_{mi})$  para  $i = 1, \dots, n$ , y  $v_{ki}$  es la coordenada  $i$ -ésima del  $k$ -ésimo vector propio.

#### 2.4.4. Algoritmos de Agrupamiento

Una vez que se determina la medida de disimilitud, se obtiene una matriz de disimilitud inicial (que contiene la disimilitud entre parejas de series), y luego se usa un algoritmo de agrupamiento convencional para formar los clústers (grupos) con las series. De hecho, la mayoría de los enfoques de agrupamiento de series de tiempo desarrollados por autores como Liao (2005) son variaciones de procedimientos generales como por ejemplo: K-Means, K-Medoids, PAM, CLARA Kaufman y

Rousseeuw (1986) o de Clúster jerárquico, que utilizan una gama de disimilitudes específicamente diseñadas para tratar con series de tiempo y algunas de sus características. A continuación se detallan dos de los algoritmos que se usarán en nuestro análisis.

### **Particionamiento alrededor de Medoides (PAM)**

El algoritmo PAM propuesto por Rousseeuw y Kaufman (1990), tiene por objetivo hallar  $k$  grupos (clústers) a partir de  $n$  de objetos , esto mediante la identificación de objetos representativos que están lo más centralmente localizados dentro de cada grupo, estos objetos se conocen como "medoides". El algoritmo consiste de dos fases, en una primera fase, se obtiene un agrupamiento inicial mediante la selección sucesiva de objetos representativos hasta que se hayan encontrado  $k$  objetos. El primer objeto es aquel para el cual la suma de las diferencias con todos los demás objetos es lo más pequeña posible. Este objeto es el más centralmente ubicado en el conjunto de objetos. Posteriormente, en cada paso se selecciona otro objeto, este objeto es aquel que disminuye la función objetivo tanto como sea posible.

#### **Algoritmo**

1. Seleccionar  $k$  objetos arbitrariamente
2. Calcular  $T(i, h)$  para todos los pares de objetos, tales que  $O_i$  está seleccionado y  $O_h$  no. Para el cálculo de  $T(i, h)$  se considera lo siguiente:
  - a) Supóngase que  $O_j$  pertenece al grupo representado por el medoide  $O_i$ . Luego suponiendo que  $O_j$  es más parecido a  $O_k$  que  $O_h$ . Así, si se reemplaza  $O_i$  por  $O_h$  como medoide del grupo, entonces  $O_j$  pertenecería al grupo representado por  $O_k$ . Por lo tanto el costo de intercambio de medoides respecto de  $O_j$  es :

$$C_j(i, h) = d(O_j, O_k) - d(O_j, O_i)$$

Nótese que  $C_j(i, h) \geq 0$

- b) Supóngase que  $O_j$  pertenece al grupo representado por el medoide  $O_i$ . Pero esta vez  $O_j$  es menos parecido a  $O_k$  que  $O_h$ . Así, el costo de reemplazar  $O_i$  por  $O_h$  viene dado por:

$$C_j(i, h) = d(O_j, O_h) - d(O_j, O_i)$$

En este caso  $C_j(i, h)$  puede ser positivo o negativo.

- c) Supóngase que  $O_j$  pertenece a un grupo distinto al representado por el medoide  $O_i$ . Sea  $O_k$  el medoide de ese grupo. Luego suponiendo que  $O_j$  es más similar a  $O_k$  que a  $O_h$ , entonces:

$$C_j(i, h) = 0$$

- d) Supóngase que  $O_j$  pertenece al grupo representado por el medoide  $O_i$ . Entonces reemplazar  $O_i$  con  $O_h$  provocaría que  $O_j$  pase del grupo representado por  $O_h$  al grupo representado por  $O_k$ . Así, el costo viene dado por:

$$C_j(i, h) = d(O_j, O_h) - d(O_j, O_k)$$

Nótese que  $C_j(i, h) < 0$

- e) Finalmente el costo total de reemplazar  $O_i$  por  $O_h$  está dado por:

$$T(i, h) = \sum_i C_j(i, h)$$

3. Seleccionar el par  $O_i, O_h$  que minimice  $T(i, h)$ . Si el mínimo  $T(i, h)$  es negativo, reemplazar  $O_i$  con  $O_h$  y vuelva al paso 2.
4. Caso contrario, para cada objeto no seleccionado, hallar el medoide más parecido.

**Observación.** Resultados experimentales obtenidos en Rousseeuw y Kaufman (1990) muestran que PAM funciona adecuadamente con conjuntos de datos pequeños (100 objetos), pero no es eficiente para grandes conjuntos de datos, lo que se puede evidenciar al analizar la complejidad del algoritmo PAM, donde se puede observar que cada iteración del algoritmo tiene un orden de complejidad de  $O(k(n - k)^2)$ .

## CLARA

CLARA (Clustering Large Applications) es un método desarrollado por Rousseeuw y Kaufman con la finalidad de agrupar un gran número de objetos. El algoritmo CLARA consiste básicamente en aplicar PAM sobre una muestra aleatoria de objetos, en lugar de aplicarlo directamente a todos los objetos. Este algoritmo está motivado partiendo del supuesto de que los medoides de una muestra de objetos tomada aleatoriamente, aproximaría a los medoides de todos los objetos. Para mejorar esta aproximación CLARA toma  $L$  muestras y devuelve la mejor agrupación. En este caso, la calidad de agrupamiento se mide como la distancia promedio entre todos los objetos y sus medoides (no solo los de la muestra).

### Algoritmo

1. Realizar  $L$  veces lo siguiente:
2. Tomar una muestra aleatoria de  $m$  de los  $n$  objetos, y ejecutar el algoritmo PAM para hallar los  $k$  medoides de esta muestra.
3. Para cada objeto  $O_j$  en la data completa (no solo en la muestra), determinar cuál de los  $k$  medoides es el más similar a  $O_j$ .
4. Calcular la disimilitud promedio del grupo obtenido en el paso anterior. Si este valor es menor al mínimo anterior, se actualiza el valor mínimo y se guarda los  $k$  medoides del paso 2 como los mejores medoides obtenidos hasta el momento.

Corridas experimentales realizadas en Rousseeuw y Kaufman (1990) muestran que tomar  $L = 5$  muestras de tamaño  $m = 40 + 2k$  da buenos resultados.

**Observación.** Se puede corroborar que el orden de complejidad del algoritmo CLARA es  $O(k(40 + k)^2 + k(n - k))$ , esto explica porque CLARA es más eficiente que PAM para valores grandes de  $n$ .

**Nota.** La implementación en el lenguaje de programación R, tanto del algoritmo PAM como CLARA, se encuentran en el paquete *cluster* desarrollado por Maechler, Rousseeuw, Struyf, Hubert, y Hornik (2019). Mientras que los gráficos asociados al análisis clúster con estos dos algoritmos se encuentran en el paquete *factoextra* desarrollado por Kassambara y Mundt (2017)

## 2.4.5. Validación

Una etapa adicional dentro del análisis clúster consiste en determinar la cantidad de clústers que es más apropiada para los datos. Idealmente, los clústers resultantes no solo deberían tener buenas propiedades estadísticas (compactas, bien separadas, conectadas y estables), sino también resultados relevantes. Se han propuesto una variedad de medidas y métodos para validar los resultados de un análisis clúster y determinar tanto el número de clústers, así como identificar qué algoritmo de agrupamiento ofrece el mejor rendimiento, algunas de estas ellas pueden encontrarse en Fraley y Raftery (1998), Duda y cols. (2001), Salvador y Chan salvador2004determining, y Kerr y Churchill (2001).

A continuación, se muestra un estadístico llamado GAP, desarrollado por Tibshirani, Walther, y Hastie (2001), mismo que considera la dispersión en y entre clústers, que por su versatilidad y fácil estimación puede usarse en la elección del número de clústers para cualquier algoritmo de agrupamiento.

### Estadístico GAP

Supóngase que a partir de  $n$  objetos se crean  $k$  clústers  $C_1, \dots, C_k$ , cada clúster  $C_r$  posee  $n_r$  objetos, y se define:

$$D_r = \sum_{O_i, O_j \in C_r} \delta_{ij}$$

La suma de las distancias dos a dos de todos los objetos del clúster  $r$ . Luego, considerando:

$$W_k = \sum_{r=1}^k \frac{1}{2n_r} D_r$$

Así  $W_k$  es la suma de cuadrados dentro del clúster, alrededor de los centro del Clúster. Luego, se estandariza  $\log(W_k)$  comparándolo con su esperanza bajo una distribución nula de referencia de los datos.

$$\text{Gap}_n(k) = E_n^*(\log(W_k)) - \log(W_k)$$

Donde  $E_n^*$  denota la esperanza bajo un tamaño de muestra  $n$  de la distribución de referencia. El valor estimado  $\hat{k}$  será aquel valor que maximice  $\text{Gap}_n(k)$ .

## 2.5. Modelamiento de Series de Tiempo

El análisis de los datos experimentales asociados a series temporales conduce a nuevos problemas en el modelamiento estadístico y la inferencia. La evidente correlación existente entre observaciones adyacentes en el tiempo puede restringir severamente la aplicabilidad de muchos de los métodos estadísticos convencionales, que dependen de la suposición de que las observaciones son independientes e idénticamente distribuidas (Shumway y Stoffer, 2017). En esta sección se ofrece un enfoque sistemático que permitirá resolver desde la matemática y estadística los problemas antes descritos, con el objetivo de modelar series de tiempo, en particular las asociadas a caudales, que pueden presentar peculiaridades como la estacionalidad, que dificultan su análisis.

### 2.5.1. Metodología Box y Jenkins

Llamada así en honor a sus creadores Box y cols., es hasta la actualidad la metodología más utilizada para identificar, estimar, verificar y predecir a partir de un modelo ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average).

**DEFINICIÓN 2.11.** *Un proceso  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$  de segundo orden se llama ARIMA( $p, d, q$ ) si puede representarse mediante la ecuación:*

$$\phi(B)\Delta^d Y_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad (2.2)$$

Donde,  $\phi(z)$  y  $\theta(z)$  son polinomios de grado  $p$  y  $q$  respectivamente, y que tienen raíces fuera del círculo unitario complejo.

En ese caso se dirá también que  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$  responde a un modelo ARIMA( $p, d, q$ ). Nótese además que en la ecuación 2.2 se pueden identificar las siguientes componentes:

- $B$  es el operador de retardos,
- $\phi(B)$  es el polinomio AR (Autoregresivo) de orden  $p$ ,
- $\theta(B)$  es el polinomio MA (Media Móvil) de orden  $q$ ,
- $\Delta^d := (1 - B)^d$  es el operador de diferenciación de orden  $d$ ,
- $(\varepsilon_t)$  es un ruido blanco de varianza  $\sigma^2$ .

A partir de trabajos como los de Chatfield; Capa Santos, se resume la metodología Box y Jenkins, para el modelamiento de esta clase de procesos, en las siguientes etapas:

1. *Identificación a Priori.* Consiste de examinar los datos para ver que miembro (o miembros) de la clase de procesos ARIMA( $p,d,q$ ) es el más adecuado, esto a partir de las observaciones de la serie de tiempo con las que se cuentan. Es decir, en esta etapa se buscan los posibles valores para la tripleta  $(p,d,q)$ , en general, no se obtiene una sola tripleta de valores, cabe mencionar que en esta etapa juegan un rol fundamental las funciones de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial, pues permiten determinar posibles valores de la tripleta.
2. *Estimación.* En este punto se estiman los parámetros de los modelos escogidos, es decir, se estiman los coeficientes de los polinomios asociados a la parte autoregresiva (polinomios de orden  $p$ ) y los de la parte media móvil (polinomios de orden  $q$ ) del proceso.
3. *Validación.* Consiste de verificar las hipótesis realizadas en los modelos estimados en las dos etapas previas. Es decir, realizar pruebas estadísticas para la significancia de los coeficientes estimados, además, analizar los residuos y verificar que se comporta como ruido blanco. Cabe mencionar que luego de esta etapa se podrían rechazar varios modelos, e inclusive todos, en tal caso es necesario plantearse más modelos (nótese que basta elegir una tripleta  $p,d,q$  adecuadamente) hasta encontrar al menos uno que pase esta etapa.
4. *Identificación a Posteriori.* En esta etapa se elige el "mejor" modelo, para ello se consideran dos criterios principalmente, el primero es considerar el modelo de mayor poder predictivo, el otro es tomar el de mayor cantidad de "información".
5. *Predicción.* Una vez escogido el mejor modelo se procede a realizar la predicción de los valores de la serie para un tiempo futuro (posterior) al periodo de tiempo considerado en la estimación del modelo.

**Nota.** Recuerde que las series que se pretenden modelar en este estudio son series asociadas a caudales de ríos, que se conoce tienen un comportamiento estacional, es decir, los datos de caudal correspondientes a un mismo mes de diferentes años tienen tendencia a situarse de manera similar respecto a la media anual. Esto hace

pensar en incluir en el modelo ARIMA retardos que son múltiplos de 12, sin embargo, su cálculo se convertiría en una tarea muy pesada y sujeta a varios errores. Para evitar este aumento drástico de parámetros, Box y cols. propusieron una extensión de los modelos ARIMA que consideren la componente estacional de la serie, conocidos como modelos SARIMA.

**DEFINICIÓN 2.12.** Se dirá que un proceso  $(Y_t)$  de segundo orden, responde a un modelo SARIMA( $p, d, q$ )( $P, D, Q$ ) $_s$  si puede representarse mediante la ecuación:

$$\phi(B)\Delta^d\Phi(B^s)\Delta_s^D Y_t = \theta(B)\Theta(B^s)\varepsilon_t \quad (2.3)$$

Donde,  $\phi(z), \theta(z), \Phi(z)$  y  $\Theta(z)$  son polinomios con raíces fuera del círculo unitario complejo.

Cabe mencionar que se puede usar la metodología Box y Jenkins también en los procesos SARIMA, considerando que en las etapas de identificación es necesario escoger en lugar tripletas, arreglos de 7 parámetros  $(p, d, q, s, P, D, Q)$ . Los 4 parámetros extras corresponden a los órdenes de los polinomios asociados a la parte estacional del modelo:

- $\Phi$  es un polinomio de grado  $P$ ,
- $\Theta$  es un polinomio de grado  $Q$ ,
- $\Delta_s^D := (1 - B^s)^D$  es el operador de diferenciación estacional de orden  $D$ , y  $s$  es el periodo de la estacionalidad. Por ejemplo,  $s = 12$  para datos mensuales de estacionalidad anual.

### 2.5.2. Función de transferencia

Un modelo que relacione una serie temporal  $(Y_t)$  (conocida como *output*) con otra serie (o series)  $(X_t)$  (conocida como *input*) a modo de variable explicativa (exógena), se conoce como *función de transferencia*. Es decir, si se puede escribir  $Y_t$  de la forma:

$$Y_t = f(X_t)$$

Por ejemplo, el caso más sencillo puede ser, considerar a la regresión simple, es decir:

$$Y_t = c + v_0 X_t + N_t$$

Sin embargo, una relación de este tipo podría ocasionar una serie de problemas como:

- Acción de la serie  $Y_t$  (output) sobre las series input, en lugar de que las series input afecten a la serie output.
- Se omitido los términos retardos de la variable (o variables) inputs.
- Residuos autocorrelacionados.
- Patrones de autocorrelación comunes compartidos por  $Y_t$  y  $X_t$  que pueden producir *correlación espuria*.

Pues bien, relaciones como las antes planteadas conllevan a una serie de problemas, pero con unas adecuaciones pueden sobrellevarse, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} Y_t &= v(B)X_t \\ &= (v_0 + v_1B + v_2B^2 + \dots)B^b X_t + N_t \\ &= \frac{\omega_0 - \omega_1B - \dots - \omega_nB^n}{1 - \delta_1 - \dots - \delta_mB^m} B^b X_t + N_t \\ &= \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b X_t + N_t \end{aligned} \tag{2.4}$$

Esta corresponde a la representación genérica del modelo de función de transferencia con un input. Donde,  $(Y_t)$  y  $(X_t)$  se suponen estacionarios,  $(N_t)$  se conoce como *perturbación*, y  $v(B)$  como *función de respuesta al impulso*, ya que sus coeficientes describen el efecto sobre el output ( $Y_t$ ) que provocaría un impulso en el input ( $X_t$ ). Este tipo de relación posee varias ventajas, como son:

- Permite una representación *parsimoniosa*, es decir, con un número reducido de coeficientes.
- Posee una estrategia sencilla para la especificación del modelo dinámico, que captura adecuadamente la relación input sobre output.

- Se cuenta con instrumentos para corroborar que se utilizan inputs y outputs que poseen características análogas de estacionariedad, por lo que los residuos del modelo son estacionarios.

Existe una variedad de alternativas para las funciones de transferencia, otras opciones como considerar una relación no lineal entre el output y el input, o considerar procesos a tiempo continuo, entre otras. Varias de ellas se detallan en (Box y cols., 2015, Capítulo 5), mientras que las distintas variantes , por ejemplo considerando que el input y output no son estacionarios, se analizan a detalle en (Pankratz, 1991).

### 2.5.3. Modelo SARIMAX

El modelo SARIMAX (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average with exogenous variables), es una extensión del modelo SARIMA, que además de considerar la parte estacional de las series de tiempo, integra variables exógenas para aumentar su capacidad explicativa y predictiva.

**DEFINICIÓN 2.13.** *Un proceso  $(Y_t, t \in \mathbb{Z})$  de segundo orden, responde a un modelo SARIMAX( $p, d, q$ )( $P, D, Q$ )<sub>s</sub>( $b, m, n$ ), si puede representarse mediante la ecuación:*

$$Y_t = v(B)X_t + N_t \quad (2.5)$$

$$\Delta_s^D \Delta^d N_t := \frac{\theta(B)\Theta(B^s)}{\phi(B)\Phi(B^s)} \varepsilon_t$$

Donde,  $\phi(z)$ ,  $\theta(z)$ ,  $\Phi(z)$  y  $\Theta(z)$  son polinomios con raíces fuera del círculo unitario complejo. Además se tiene:

$$v(B) := \frac{\omega(B)}{\delta(B)} B^b$$

Donde  $\omega(z)$  es un polinomio de grado  $n$ ,  $\delta(z)$  un polinomio de grado  $m$ .

Y además:

- $X_t$  es la variable exógena (regresora),
- $v(B)$  es la función de respuesta al impulso, asociada a  $X_t$
- El coeficiente  $b$  se conoce como *tiempo muerto*.

## Metodología Box y Jenkins para el modelo SARIMAX

Para la identificación del modelo SARIMAX se hace una extensión de la metodología Box y Jenkins para modelos ARIMA antes expuesta, añadiendo una etapa dedicada a la identificación de la función de transferencia, la aplicación y ejemplos de esta metodología se encuentra detallada en Novales (1993). Se resume el proceso en las siguientes etapas:

1. Filtrar tanto  $(Y_t)$  como  $(X_t)$ , para  $k = 1, 2, \dots, K$  para que todas sean estacionarias. Es decir, identificar los parámetros de diferenciación  $d$  y  $D$ , luego calcular las series:

$$y_t = \Delta^d \Delta_s^D Y_t$$

$$x_t = \Delta^{d'} \Delta_s^{D'} X_t$$

Este proceso se conoce como *preblanqueo*. La ventaja de este proceso es que ahora se puede plantear la relación entre procesos estacionarios siguiente:

$$y_t = v(B)x_t + n_t \quad (2.6)$$

2. Como  $x_t$  es estacionario, hallar un modelo SARMA adecuado para esta serie, es decir:

$$\frac{\phi_x(B)\Phi_x(B)}{\theta_x(B)\Theta_x(B)}x_t = \alpha_t$$

Donde  $\alpha_t$  es un r.b. de varianza  $\sigma_\alpha^2$

3. Aplicar el modelo hallado en el anterior paso a  $y_t$ , es decir:

$$\beta_t = \frac{\phi_x(B)\Phi_x(B)}{\theta_x(B)\Theta_x(B)}y_t$$

Nótese que de la relación anterior, es posible que  $\beta_t$  no sea un r.b. Luego, es claro que:

$$\beta_t = \frac{\phi_x(B)\Phi_x(B)}{\theta_x(B)\Theta_x(B)}v(B)x_t + \frac{\phi_x(B)\Phi_x(B)}{\theta_x(B)\Theta_x(B)}n_t$$

$$\implies \beta_t = v(B)\alpha_t + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

Si se multiplica a esta última relación  $\alpha_{t-j}$ , suponiendo que  $\varepsilon_t$  es un ruido blanco, y sacando la esperanza a ambos lados, se obtiene:

$$\gamma_{\alpha\beta}(j) = v_j \sigma_\alpha^2$$

$$\implies v_j = \rho_{\alpha\beta}(j) \frac{\sigma_\beta}{\sigma_\alpha}$$

Donde  $v_j$  son los coeficientes de  $v(B)$  como se ve en 2.4. Es decir, existe una relación directa entre  $v_j$  y la función de correlación cruzada de las series  $\alpha_t$  y  $\beta_t$ , por lo que se puede tener una aproximación, no muy buena, pero que permitirá conocer los órdenes de los polinomios  $\delta(B)$  y  $\omega(B)$  que componen  $v(B)$ . Para ello, hay que considerar lo siguiente:

$$(1 - \delta_1 B - \dots - \delta_m B^m)(v_0 + v_1 B + v_2 B^2 \dots) = (\omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_n B^n) B^b$$

$$\begin{aligned} v_j &= 0 && \text{para } j < b \\ v_j &= \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \dots + \delta_m v_{j-m} + \omega_0 && \text{para } j = b \\ v_j &= \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \dots + \delta_m v_{j-m} - \omega_{j-b} && \text{para } b < j \leq b+n \\ v_j &= \delta_1 v_{j-1} + \delta_2 v_{j-2} + \dots + \delta_m v_{j-m} && \text{para } j > b+n \end{aligned} \quad (2.8)$$

De las ecuaciones anteriores se concluye lo siguiente:

- a) Los  $b$  primeros coeficientes de  $v(B)$  son nulos y corresponden al tiempo muerto.
  - b) Los coeficientes desde  $v_b$  hasta  $v_{b+n}$  no siguen ningun patrón en particular.
  - c) Los coeficientes de  $v_{b+n+1}$  en adelante siguen una ecuación en diferencias de orden  $m$ , con  $m$  valores iniciales  $v_j$  para  $b+n \leq j \leq b+n-m+1$
4. Identificada la función de transferencia, es necesario encontrar la estructura SARMA que falta identificar del modelo SARIMAX, para ello se consideran

dos factores. El primero de ellos, es considerar que para llegar a la relación 2.7, partiendo del supuesto de que:

$$\frac{\phi_x(B)\Phi_x(B)}{\theta_x(B)\Theta_x(B)}n_t = \varepsilon_t \quad (2.9)$$

Que como se ve, tiene relación directa con  $N_t$  debido a la ecuación 2.5. Por lo tanto, en la identificación de la estructura SARMA se debe considerar la estructura ya hallada en el paso 2, es decir, incluir en el modelo final, las partes autoregresivas y medias móviles (inclusive estacionales) de 2.9.

Por otra parte, un segundo factor a considerar es que la perturbación es desconocida a priori, por lo que se debe plantear un modelo para la perturbación aproximada  $n_t^*$ , que se define como:

$$n_t^* = y_t - v^*(B)x_t$$

Donde:

$$v^*(B) := \frac{\phi_x(B)\Phi_x(B)}{\theta_x(B)\Theta_x(B)}$$

Por lo tanto la relación anterior se reescribe como:

$$n_t^* = y_t - \alpha_t$$

Es decir, se calcula  $n_t^*$ , y luego se busca un modelo SARMA, para esta serie, es decir, con polinomios estacionales, pero sin diferencias.

Luego la estructura para el modelo final consistirá de las estructuras SARMA de  $n_t^*$  como la hallada en el paso 3, es decir, los polinomios de retardos de la ecuación 2.9.

5. Identificados tanto la función de transferencia asociada a  $x_t$ , como el modelo SARMA de  $n_t$ , el siguiente paso es validar el modelo y de ser necesario corregirlo. Para que el modelo sea aceptado, los residuos  $\varepsilon_t$  deberían comportarse como un ruido blanco, es decir, su función de autocorrelación debe ser estadísticamente nula. De igual manera la función de correlación cruzada entre  $\varepsilon_t$  y  $\alpha_t$  (o equivalentemente con  $x_t$ ), no debe ser significativamente distinta de cero. Para lo cual, hay que considerar que los intervalos de confianza para la correlación cruzada en general vienen dados por:

$$IC(\rho_{\varepsilon\alpha}(j)) \approx \pm 1,96 \sqrt{\frac{1 + \sum_{h=1}^k \hat{\rho}_\varepsilon(h)\hat{\rho}_\alpha(h)}{T-j}}$$

Donde  $T$  es el número de observaciones con las que se estimaron las funciones de autocorrelación.

De igual manera las correcciones se realizan en función de lo observado en las funciones de autocorrelación de los residuos, esto para corregir la estructura SARMA del modelo. Por otro lado, para corregir la función de respuesta al impulso  $v(B)$  se analiza la correlación cruzada entre los residuos  $\varepsilon_t$  y los  $x_t$ , que se puede probar, mide la discrepancia entre el modelo real versus el modelo planteado.

**Observación.** Un caso más general del modelo SARIMAX antes expuesto, es considerar más de una variable exógena, autores como Pankratz (1991) abordan ampliamente el problema de identificación de esta clase de modelos, que resulta análoga a la metodología aquí expuesta. También desarrolla un análisis detallado de las funciones de respuesta al impulso, los patrones que siguen los coeficientes  $v_j$  gráficamente, según el orden de los polinomios que los componen.

# Capítulo 3

## Metodología

En este capítulo se describe a detalle la metodología utilizada en la construcción de los modelos que aquí se han propuesto para analizar los caudales de los ríos correspondientes a las 179 estaciones de medición. Se resumen las etapas de este análisis a continuación:

1. Realizar Análisis de Conglomerados (Clúster).
  - a) Elegir la Métrica (disimilitud). Se consideran dos métricas, y se escoge la más adecuada.
  - b) Elegir algoritmo de agrupamiento. En nuestro caso el algoritmo CLARA, basado en el algoritmo PAM.
  - c) Elegir el número de clústers.
2. Obtener un modelo que represente el comportamiento de cada clúster.
  - a) Una opción consiste en agregar la información de las series de tiempo que componen el clúster considerando la media funcional, considerando las series como trayectorias de un mismo proceso, esta nueva serie resume el comportamiento de todos los miembros del clúster. Hecho esto, se modela la media funcional que representa el clúster mediante un modelo SARIMA. Así, se obtiene un modelo por cada clúster.
  - b) La segunda opción consiste de identificar a la serie de tiempo más *central* del clúster, es decir, se halla la serie más cercana, en términos de la métrica elegida, a todas las series del clúster. Identificada esta serie, se

procede a modelarla mediante un modelo SARIMAX, que incluye variables exógenas, para ello se consideran las series temporales asociadas a datos de clima (precipitación, temperatura máxima y mínima y humedad relativa) de la estación de medición más cercana. Por lo tanto de este paso se obtiene también un modelo por clúster.

- c) Ahora se puede comparar este par de modelos y optar por aquel que produzca mejores resultados en, términos generales, considerando criterios como la cantidad de Información, y el poder predictivo.
3. Una vez elegido el modelo para cada clúster, se procede a modelar cada una de las 179 series de caudales. Para ello, se recicla información del modelo del clúster. Por ejemplo, si el modelo de un clúster es SARIMA  $(p_0, d_0, q_0)$   $(P_0, D_0, Q_0)_{s_0}$ , entonces, para modelar una serie perteneciente a dicho clúster, se hace precisamente mediante un modelo SARIMA fijando los mismos parámetros  $p_0, d_0, q_0, P_0, D_0, Q_0, s_0$ , y posteriormente estimando los coeficientes de los polinomios en retardos asociados a este modelo.

Es decir, al aplicar esta metodología es necesario analizar una serie de tiempo por cada clúster, en lugar de analizar 179. A continuación se muestran los resultados obtenidos en cada etapa.

**Nota.-** Toda esta metodología se automatizó, mediante la creación de una aplicación web, disponible al público, basada completamente en el lenguaje de programación R (versión 3.5). Puede ver a detalle el desarrollo del código para esta investigación en el apéndice 4. Todos los resultados mostrados a partir de este punto se pueden obtener en dicha aplicación.

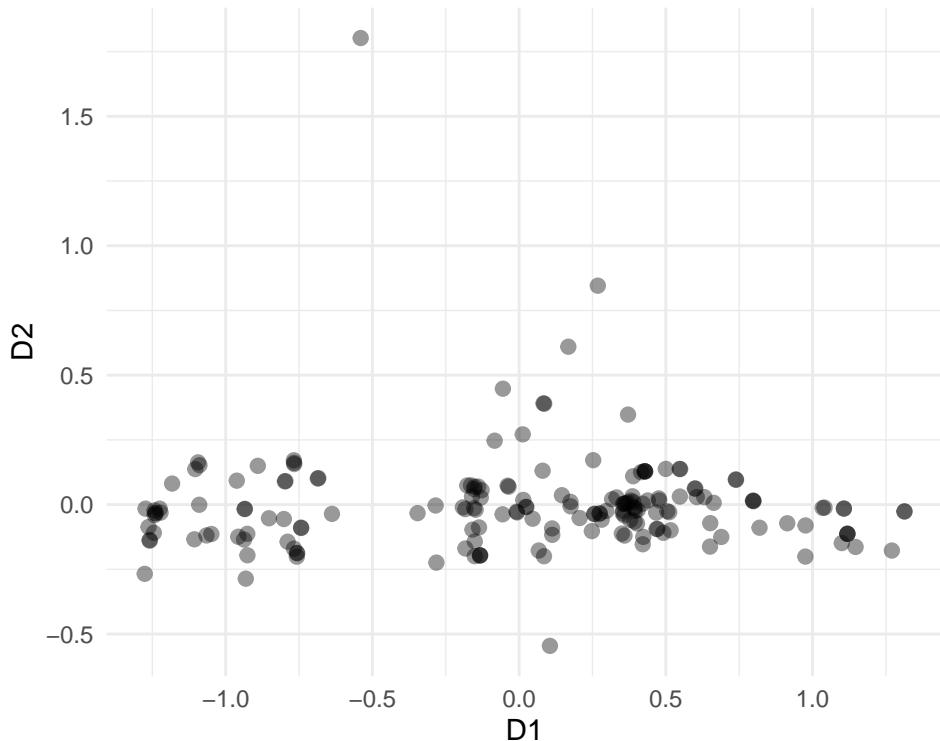
### 3.1. Aplicación del Análisis Clúster

Pues bien, como ya se mencionó en el capítulo anterior, se tienen varias métricas definidas para series de tiempo, de las que se consideran particularmente dos, ( $d_{ACF}$  y  $d_{PIC}$ ) relacionadas directamente al modelamiento en retardos de las series de tiempo, sin embargo como ya se comentó  $d_{PIC}$  tiene la desventaja de que es necesario conocer a priori la estructura ARIMA de las series para poder calcularla, por

esa razón se eligió la métrica  $d_{ACF}$ , que únicamente se basa en los coeficientes de autocorrelación estimados, los que son sencillos de calcular. A partir de esta métrica, se calcula la matriz de distancias  $D$ , tabla B.1.

### 3.1.1. Representación de $D$

A partir de la matriz, y usando la técnica de Escalonamiento Multidimensional (MDS), se obtiene una representación en 2 dimensiones de cada serie de tiempo (asociada a una estación de medición de caudales). Es decir, se obtienen 179 puntos en  $\mathbb{R}^2$  cuya matriz de distancias es lo más parecida posible a  $D$ , se muestra dicha representación en la figura 3.1.1

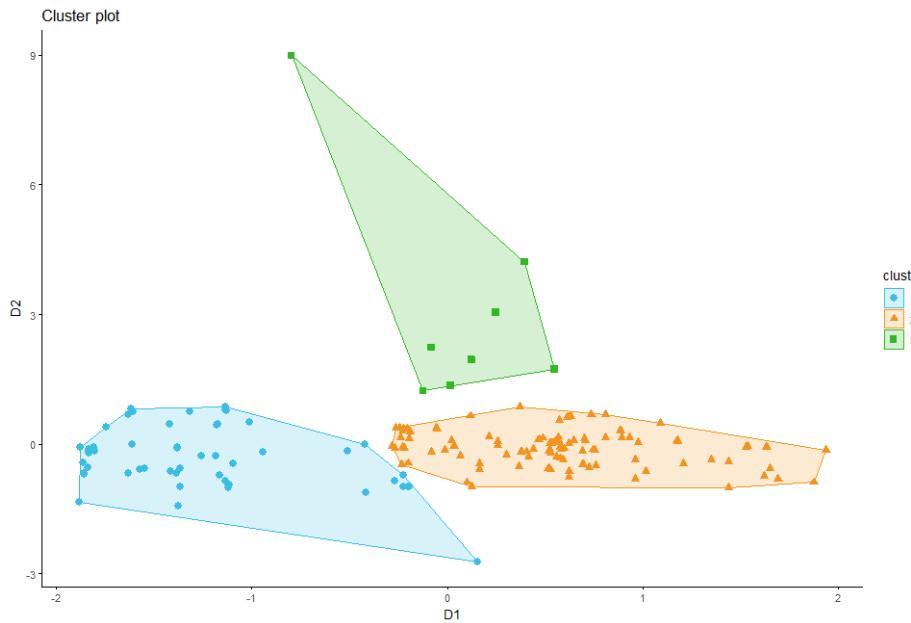


**Figura 3.1:** MDS - Representación en  $R^2$  de  $D$

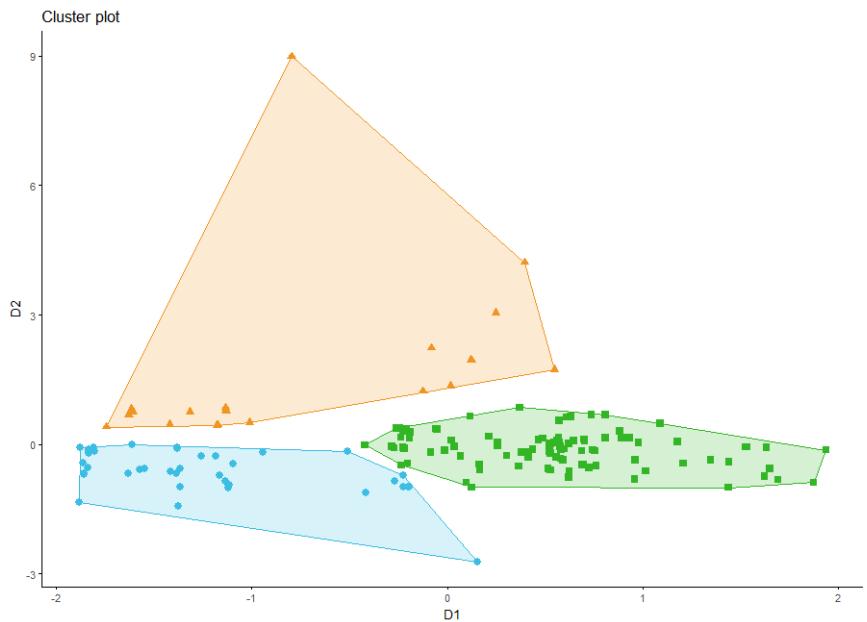
### 3.1.2. Elección del Algoritmo de Agrupamiento

A partir de la matriz de distancias  $D$ , y aplicando tanto el algoritmo de agrupamiento CLARA como PAM, por ejemplo para formar  $K = 3$  grupos, se obtienen agrupaciones parecidas, tal como se puede ver en la figura 3.2 , 3.3. Las ligeras semejanzas en los grupos formados obedece a que el algoritmo CLARA, usa el algoritmo

PAM pero con remuestreo. Sin embargo, la diferencia radica en la velocidad de ejecución de ambos algoritmos, como ya lo se mencionaron en el capítulo anterior, el algoritmo CLARA es mucho más eficiente en la formación de grupos (considerando el tiempo de ejecución).



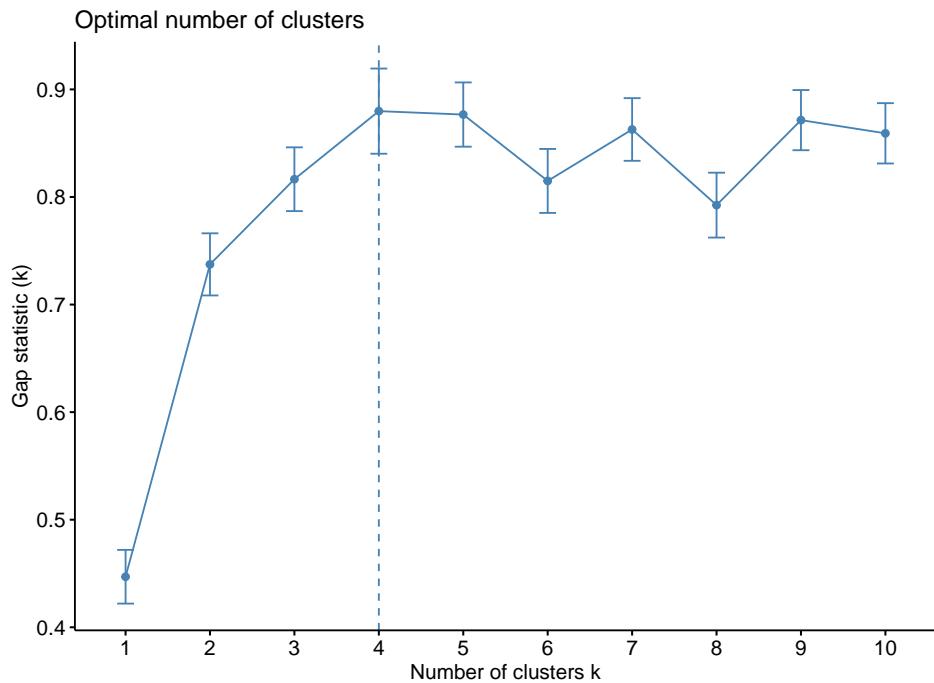
**Figura 3.2:** Clústers generados con PAM



**Figura 3.3:** Clústers generados con CLARA

### 3.1.3. Elección de número de clústers

En esta sección, se hace uso del estadístico GAP, antes descrito, que permitirá hallar el número más adecuado de grupos, que hay que formar. Se resumen los resultados de este estadístico, para distintos número de clústers formados con el algoritmo CLARA, en la figura 3.4.



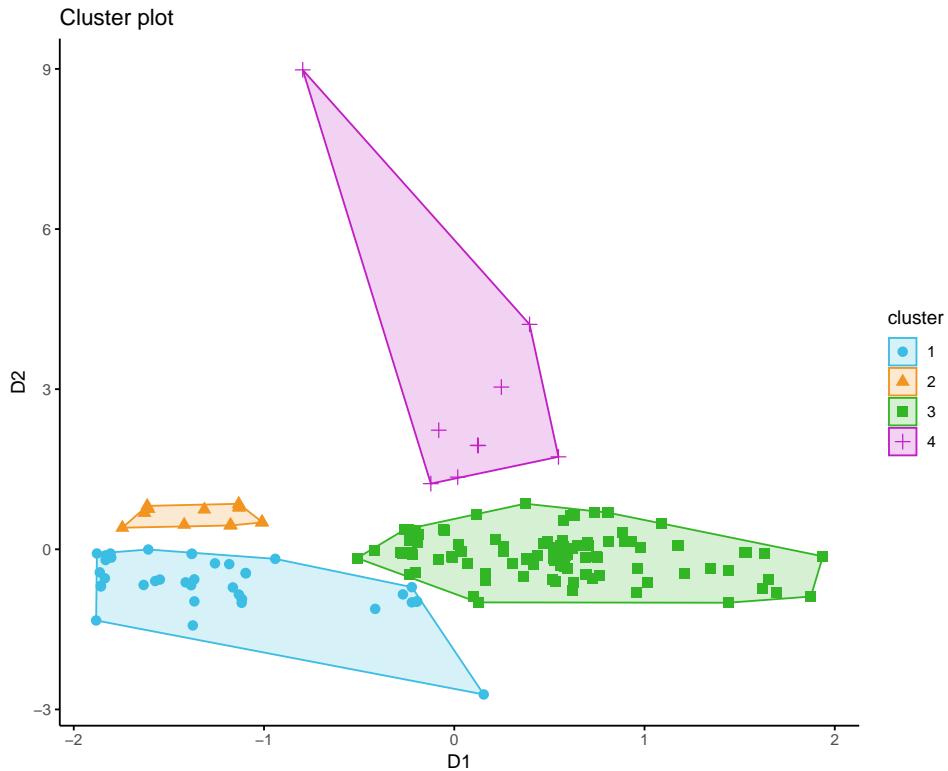
**Figura 3.4:** Número Óptimo de Clusters

Como se puede observar, el número óptimo de clústers en los que se debe agrupar las series de tiempo es  $K = 4$ .

### 3.1.4. Características de Clústers formados

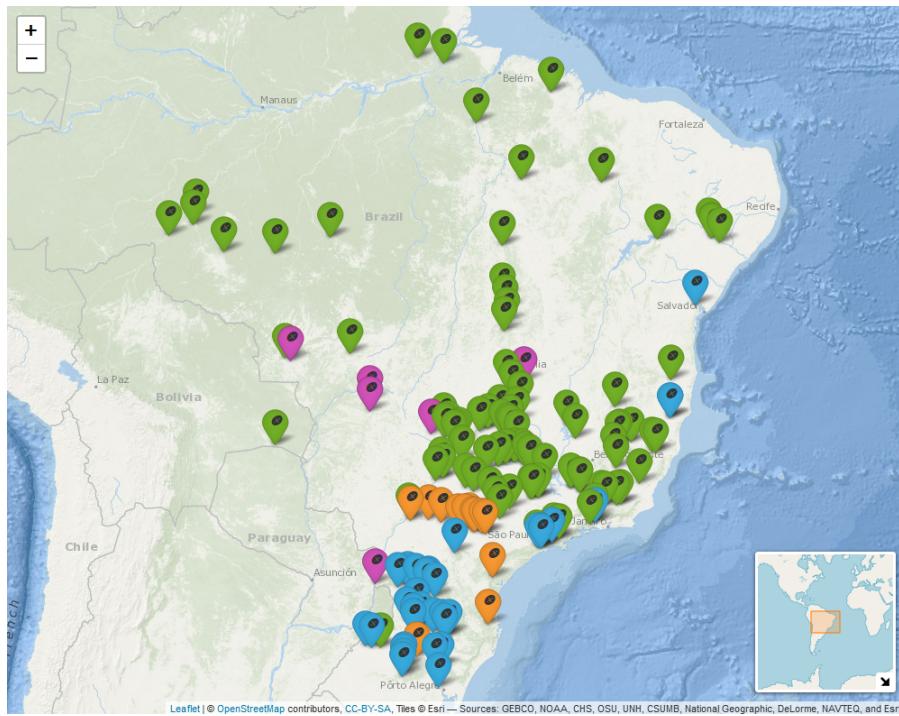
Elegido el número de clústers adecuado, se ejecuta el algoritmo CLARA con  $K = 4$  número de clústers, y se obtienen los distintos grupos a los que corresponde cada serie. A continuación, se analizarán distintas representaciones de los clústers.

1. *Representación en  $\mathbb{R}^2$ .* Como se puede apreciar en la figura 3.5, las envolventes convexas de los puntos de cada clúster forman grupos bien definidos de puntos (estaciones), que a pesar de estar bastante cercanos, ninguno de ellos se sobreponen a los otros.

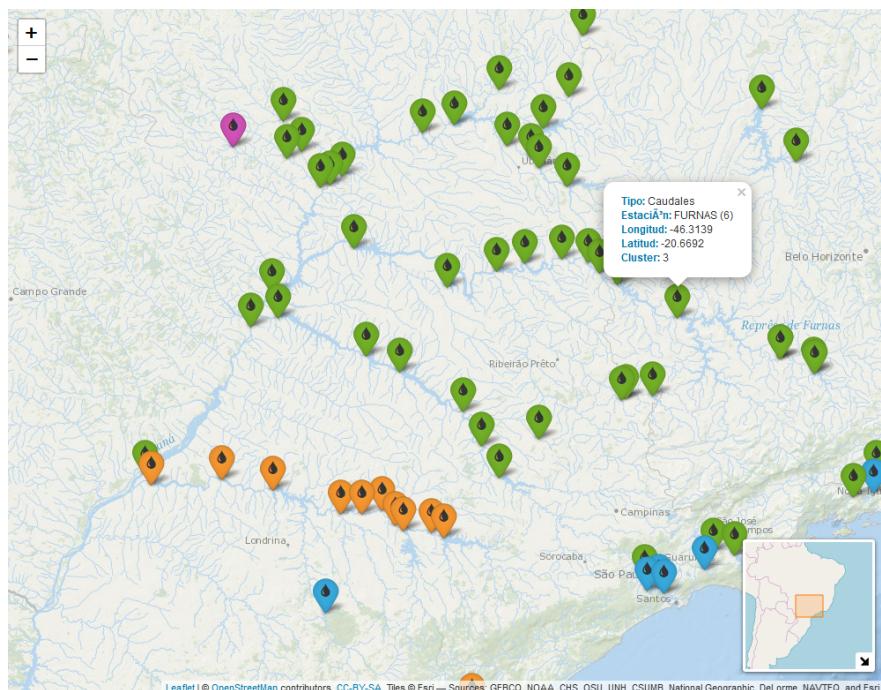


**Figura 3.5:** Representación de Clústers en  $\mathbb{R}^2$

2. *Representación geográfica.* Como se puede apreciar en la figura 3.6, se observa que a diferencia de la representación de las estaciones en  $\mathbb{R}^2$ , no se tienen regiones bien definidas, hay clústers que poseen estaciones (de otros clústers) dentro de la región que delimitan sus elementos, por lo que parecerían mezclarse. Cabe la pena destacar que, viendo con mayor detalle, las serie de un mismo clúster tienden a disponerse sobre la ribera de un mismo río, como se ve por ejemplo en la figura 3.7, esto se explicaría por la elección de la métrica con la que se construyeron los clústers, ya que considera la estructura temporal del caudal (medido en las estaciones) y deja de lado la escala. Así si en dos estaciones los caudales crecen (o decrecen) en espacios de tiempo parecidos, y si considerar a que escala, entonces su distancia  $d_{ACF}$  será pequeña.



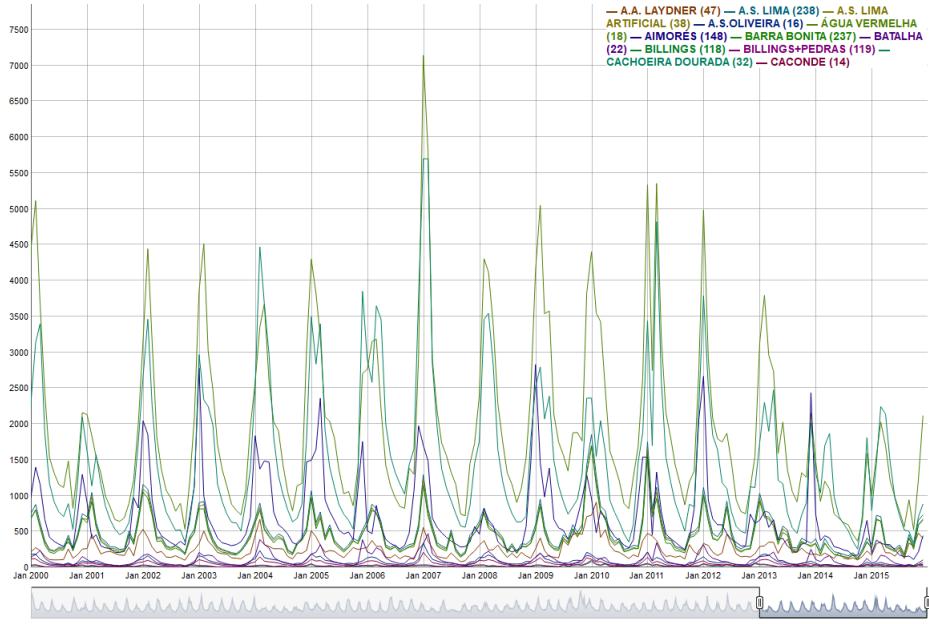
**Figura 3.6:** Representación Geográfica de Clústers



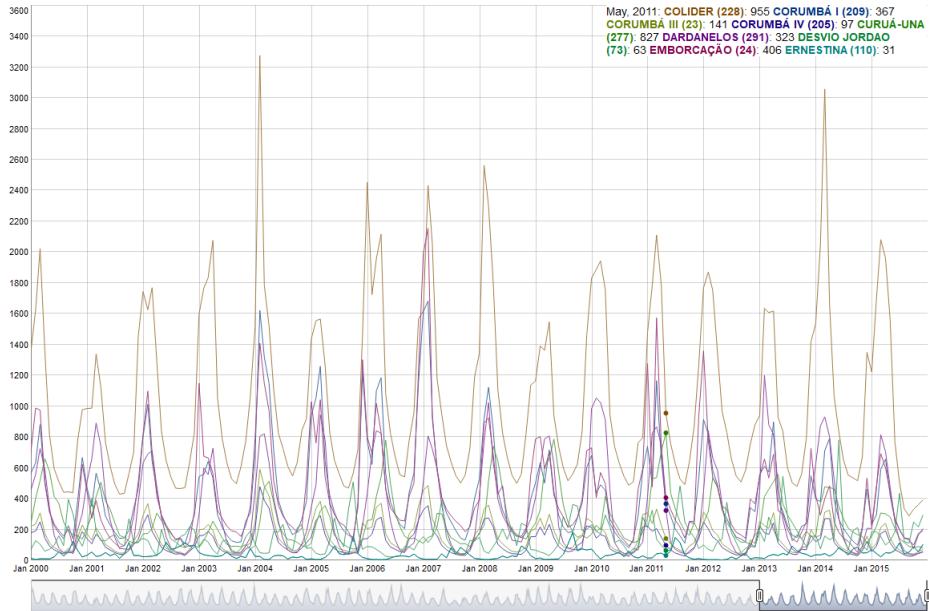
**Figura 3.7:** Acercamiento a Clúster (representación Geográfica)

3. *Gráfico de las Series de Tiempo.* Como se puede observar en la figura 3.8, y como era de esperarse, las series de tiempo del Clúster 1, tiene un comportamiento parecido en todo el periodo considerado, variando solo en escala. Lo propio

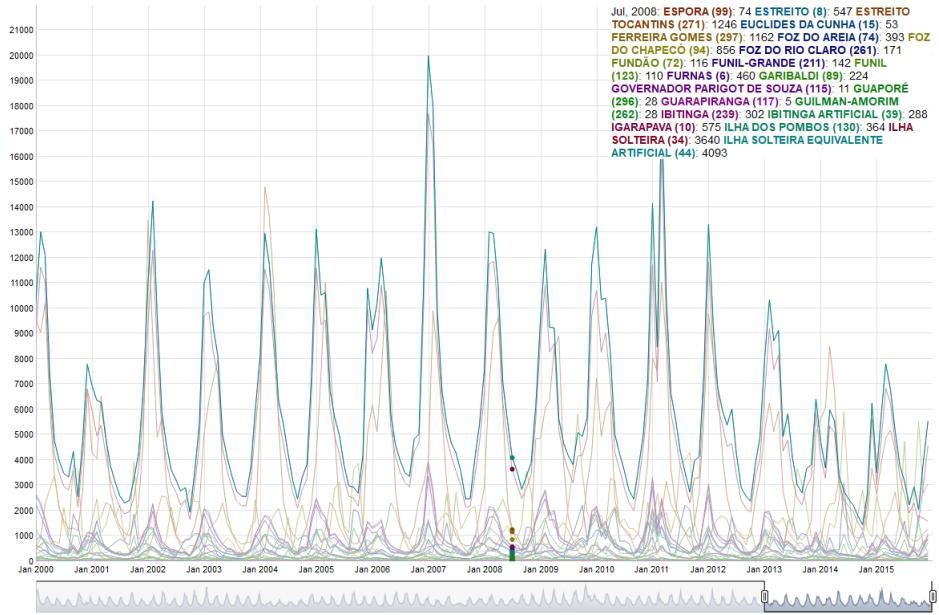
sucede en el Clúster 2 y 4, como se pude observar en las figuras 3.9, 3.11. Mientras que el Clúster 3 se observan series que parecen tener un comportamiento temporal menos parecido que el visto en los otros clústers, aunque tras una observación más minuciosa se observa que en realidad las series son parecidas considerando unos retardos.



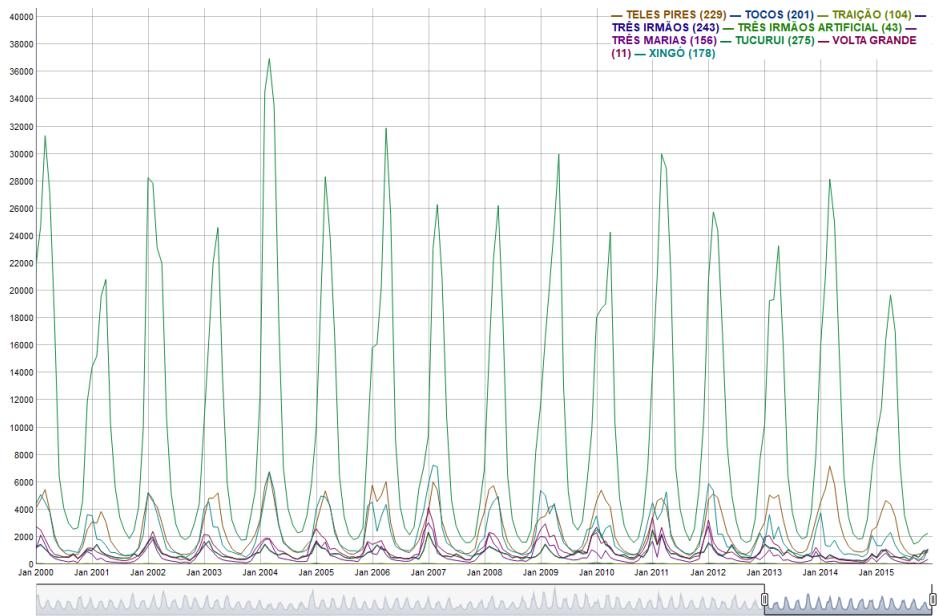
**Figura 3.8:** Series de Tiempo del Clúster 1



**Figura 3.9:** Series de Tiempo del Clúster 2



**Figura 3.10:** Series de Tiempo del Clúster 3



**Figura 3.11:** Series de Tiempo del Clúster 4

### 3.2. Modelamiento de Series de tiempo

En esta sección, se plantearán dos modelos para cada clúster. Por una parte, se plantea un modelo SARIMA aplicado a un representante del clúster, una primera idea era considerar la como serie representativa a la primera componente principal obtenida del ACP funcional del clúster, si embargo como se pudo constatar en la sección

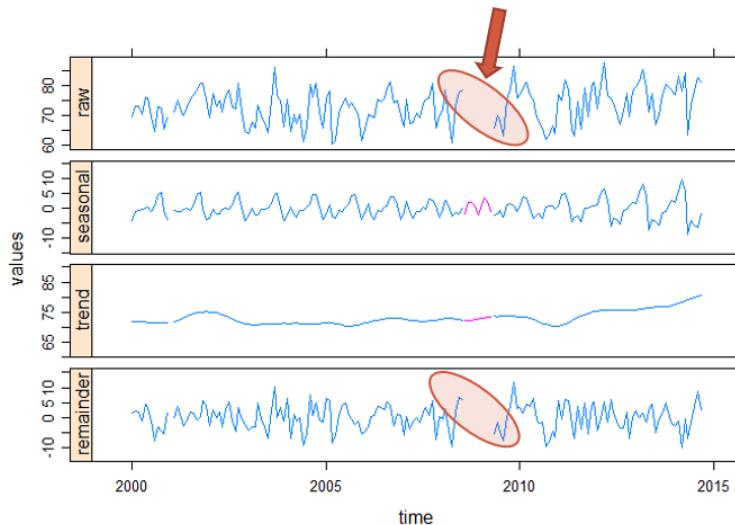
anterior, dicha serie no recoge el comportamiento estacional de los caudales, por esta razón se optó por elegir a la media funcional de las series (vistas como trayectorias de un mismo proceso estocástico), que como se vio tiene un comportamiento bastante similar, aunque suavizado, al de todas las series del clúster.

El segundo modelo que se plantea es un modelo SARIMAX aplicado a la serie *medoide* del clúster, es decir, aquella serie más centralmente ubicada (en términos de la métrica  $d_{ACF}$ ), estas series se obtienen durante la ejecución del algoritmo de agrupamiento CLARA (y también PAM). Considerando en este caso como variables regresoras a las series climáticas, de la estación geográficamente más cercana a la estación de medición de caudales.

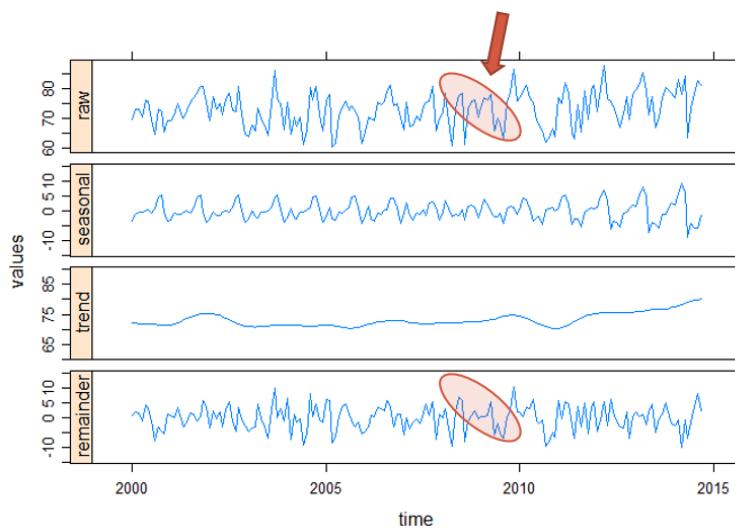
A continuación, se muestra un paso previo, la limpieza de los datos que se presentan, necesaria para un correcto modelamiento de series temporales.

**Limpieza de Datos de Clima** Un punto importante previo al modelamiento, es la limpieza de los datos. En este caso se cuenta con una alta presencia de valores perdidos especialmente en las series asociadas a variables Climáticas. Por lo que se decidió retirar todas aquellas series que contengan más del 10 % de valores perdidos. Mientras que para las restantes, se aplica el algoritmo de limpieza a los valores perdidos de las series climáticas (2.3).

Pues bien, aplicando el algoritmo de limpieza a las 4 variables climáticas (Precipitación, temperatura máxima, temperatura mínima, y humedad relativa), se obtuvieron valores simulados que concuerdan con los valores conocidos, considerando que las series, luego de este proceso de limpieza, no alteraron su estructura general, tal como se puede ver en la figura 3.13.



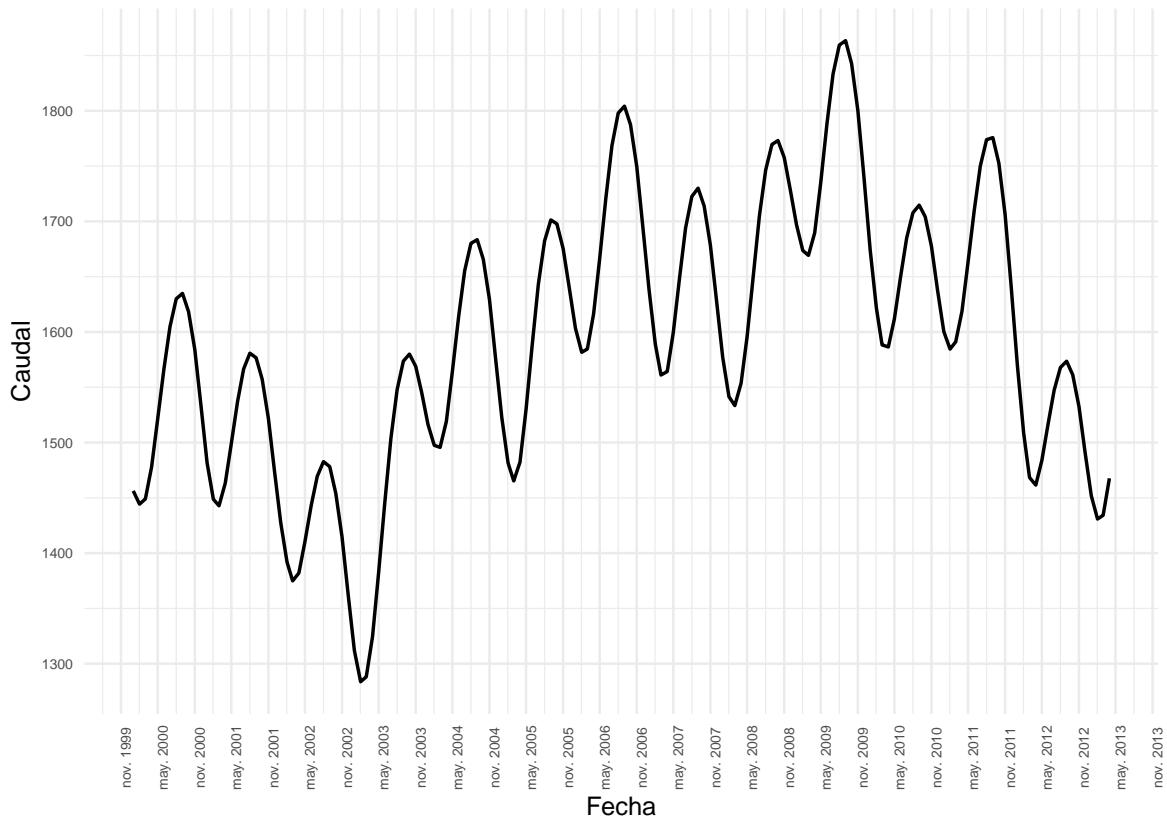
**Figura 3.12:** Serie de Tiempo Climática



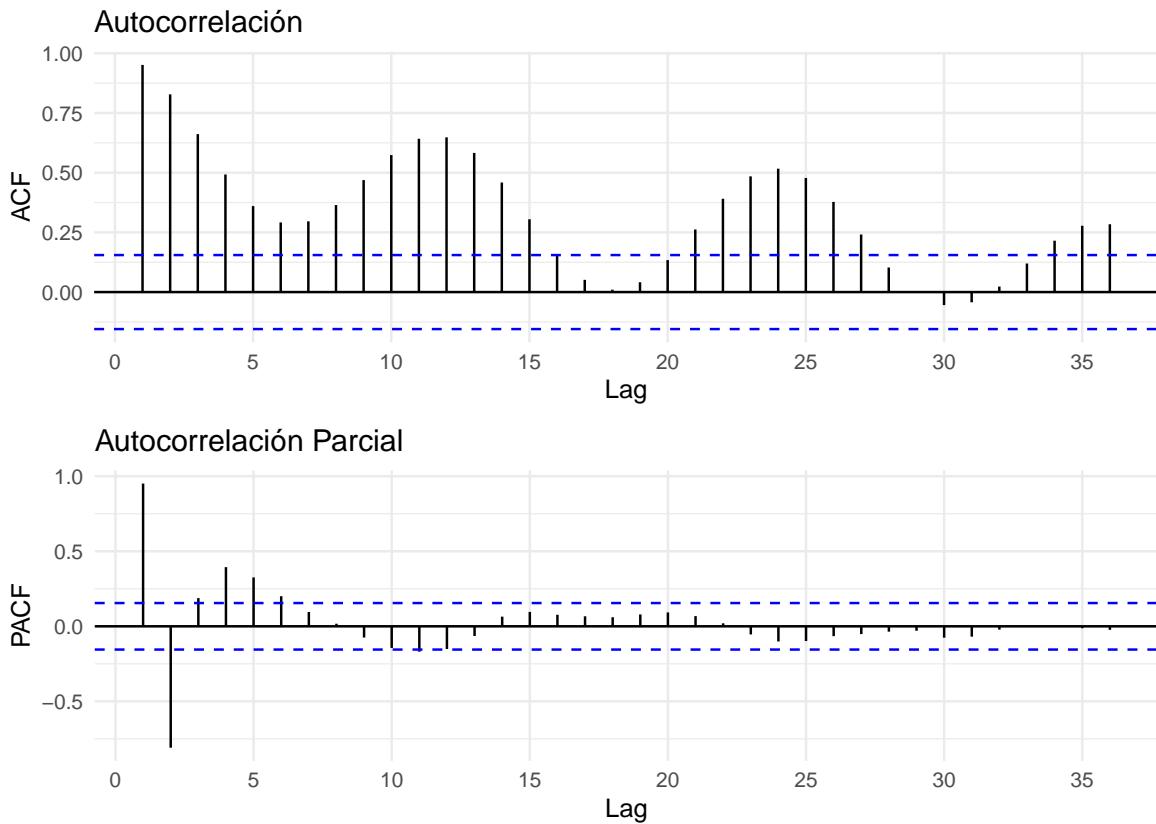
**Figura 3.13:** Serie de Tiempo Climática Corregida

### 3.2.1. Modelo SARIMA del Clúster

Como se mencionó anteriormente, se modelará una serie representante del clúster, en este caso la media funcional de las series de caudales que lo componen (ver figura 3.14), para ello se sigue la metodología Box y Jenkins, por lo que se analizará en primer lugar la función de Autocorrelación y Autocorrelación Parcial de la serie, como se puede ver en la figura 3.15, se tienen picos fuera de las bandas de confianza, que se repiten periódicamente (cada 12 retardos).



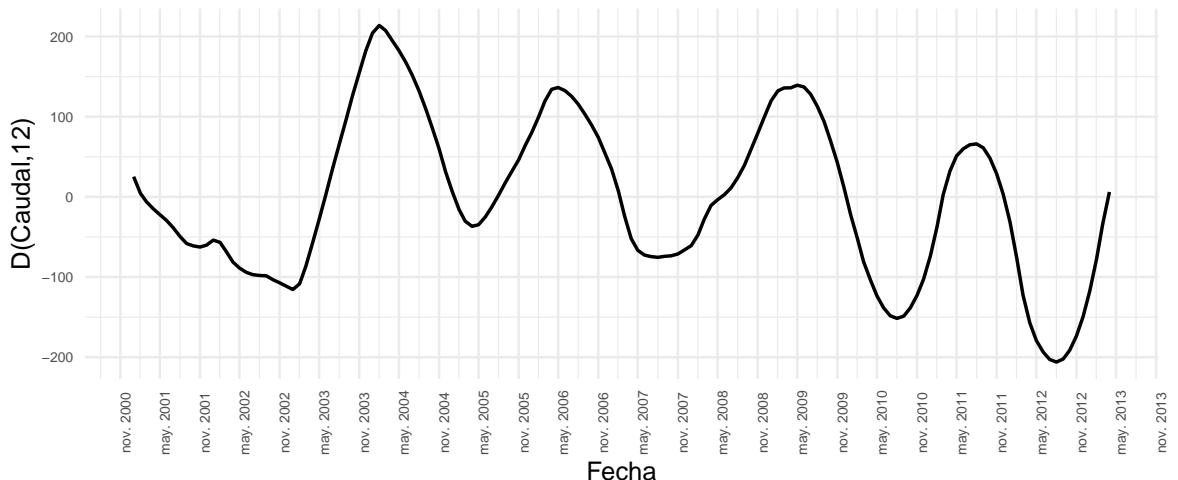
**Figura 3.14:** Caudal - Clúster 1



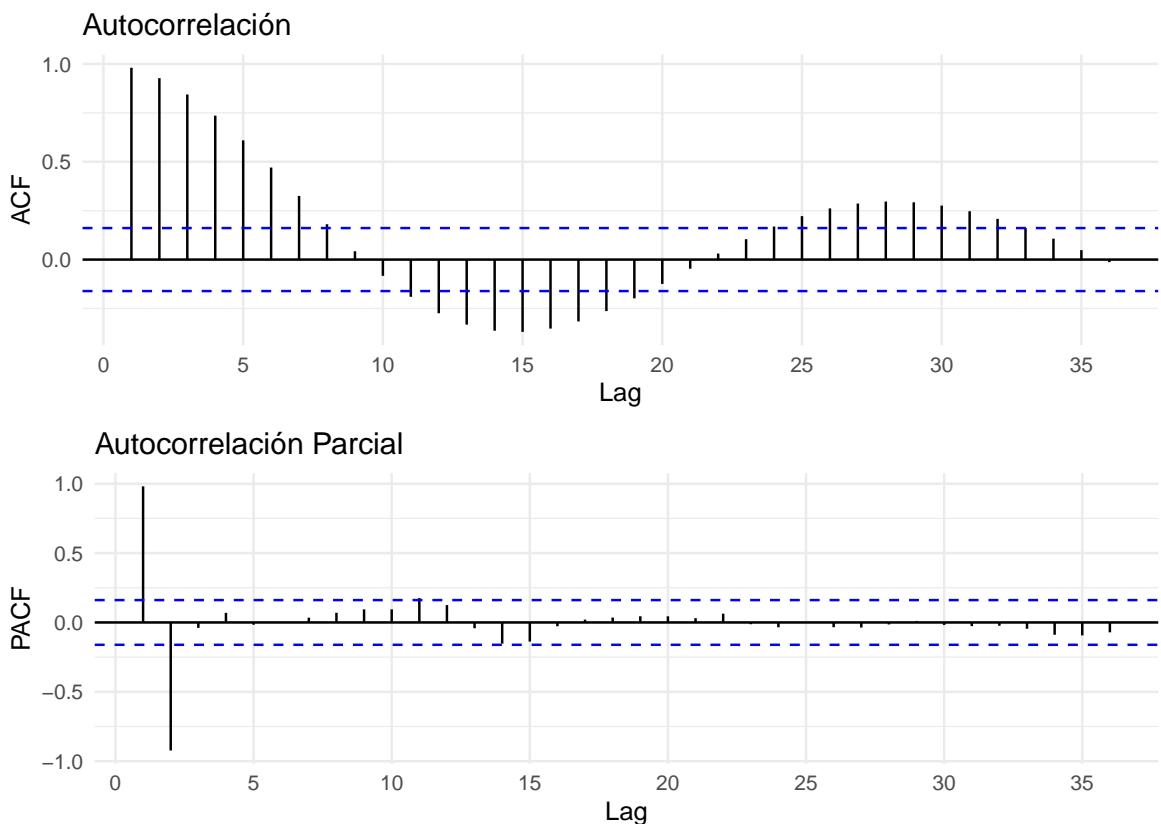
**Figura 3.15:** Función de Autocorrelación Caudal - Clúster 1

Es evidente que esta serie no es estacionaria, y que es necesaria una diferenciación de tipo estacional (ver figura 3.16). Después de diferenciar estacionalmente, se tiene una función de autocorrelación que no decrece rápidamente y que en varios retardos se encuentra fuera de las bandas de confianza (ver figura 3.17). Aunque se puede aplicar el test de Dickey Fuller para ver si es necesaria una diferenciación (no estacional) adicional.

```
##  
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: vazd1  
## Dickey-Fuller = -3.8929, Lag order = 5, p-value = 0.01643  
## alternative hypothesis: stationary
```



**Figura 3.16:** D(Caudal,12) - Clúster 1



**Figura 3.17:** Función de Autocorrelación D(Caudal,12) - Clúster 1

Como se puede ver en 3.2.1, el test de Dickey Fuller arroja un P-valor = 0,016 < 0,05, por lo que se concluye que el proceso ya es estacionario. Pues bien, en este punto se conocen los parámetros  $d = 0$  y  $D = 1$  del modelo SARIMA, resta identificar los órdenes  $p, P, q$  y  $Q$  de los polinomios Autoregresivos y Medias Móviles. Para ello, nótese que la función de autocorrelación parcial posee picos fuera de las ban-

**Tabla 3.1:** Modelo SARIMA(5,0,0)(0,1,0)<sub>12</sub>

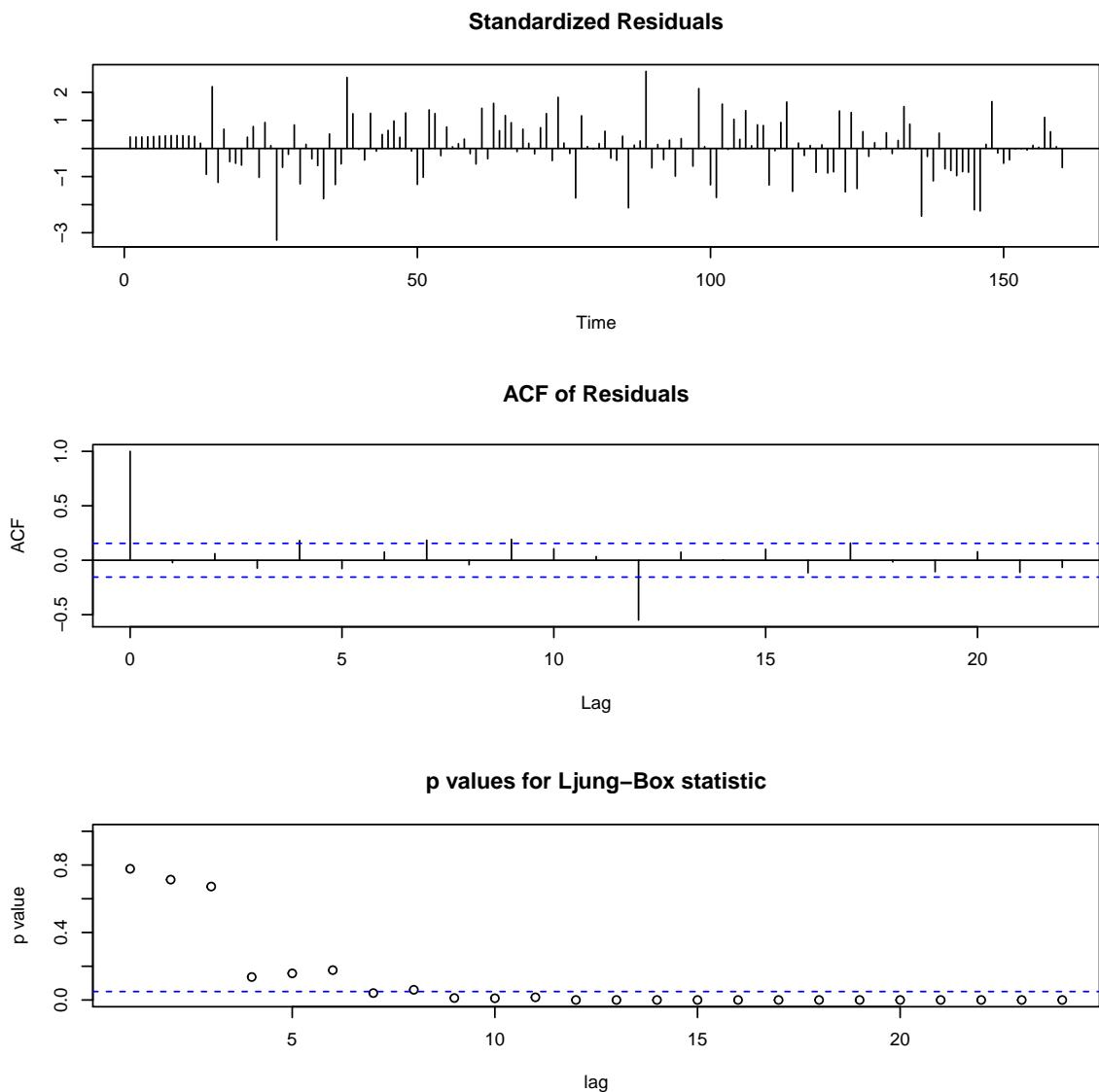
| Coef | Estimate | Std.Error | z-value  | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|----------|----------|--------|
| ar1  | 2.6400   | 0.0839    | 31.4736  | 0.0000   | ***    |
| ar2  | -2.6453  | 0.2363    | -11.1939 | 0.0000   | ***    |
| ar3  | 1.2955   | 0.3064    | 4.2280   | 0.0000   | ***    |
| ar4  | -0.3321  | 0.2367    | -1.4028  | 0.1607   |        |
| ar5  | 0.0215   | 0.0846    | 0.2548   | 0.7989   |        |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 12.49$ , loglikelihood = -402.23, AIC = 816.45,  
BIC = 834.43, Hannan-Quinn = 824.72

das hasta el retardo 5, por lo que la parte autoregresiva del modelo podría incluir 5 retardos, por lo tanto, se empieza planteando un modelo SARIMA(5,0,0)(0,1,0)<sub>12</sub>.

Como se puede ver en la tabla 3.1, los coeficientes asociados a los dos mayores retardos del polinomio AR son no significativos, por lo que es posible que sea necesario quitarlos del modelo. Por otra parte analizando los residuos del modelo, se puede observar por una parte que la función de Autocorrelación se encuentra dentro de las bandas de confianza, excepto en el retardo 12, por otro lado analizando los P-valores del Test Portmanteau (ver figura 3.18), en la versión de Ljung-Box, se observa que estos son menores a 0.05 a partir del retardo 7, por lo que se concluye que los residuos son significativos. Por lo tanto, no se rechaza la independencia de los residuos de este modelo, así que es necesario modificarlo.



**Figura 3.18:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(5,0,0)(0,1,0)

Considerando ahora un orden menor del polinomio autoregresivo, debido a que los coeficiente asociados a los mayores retardos resultaron no ser significativos. Tras probar con el modelo SARIMA(4,0,0)(0,1,0)<sub>12</sub>, se puede ver que todos sus coeficientes son significativos (3.2).

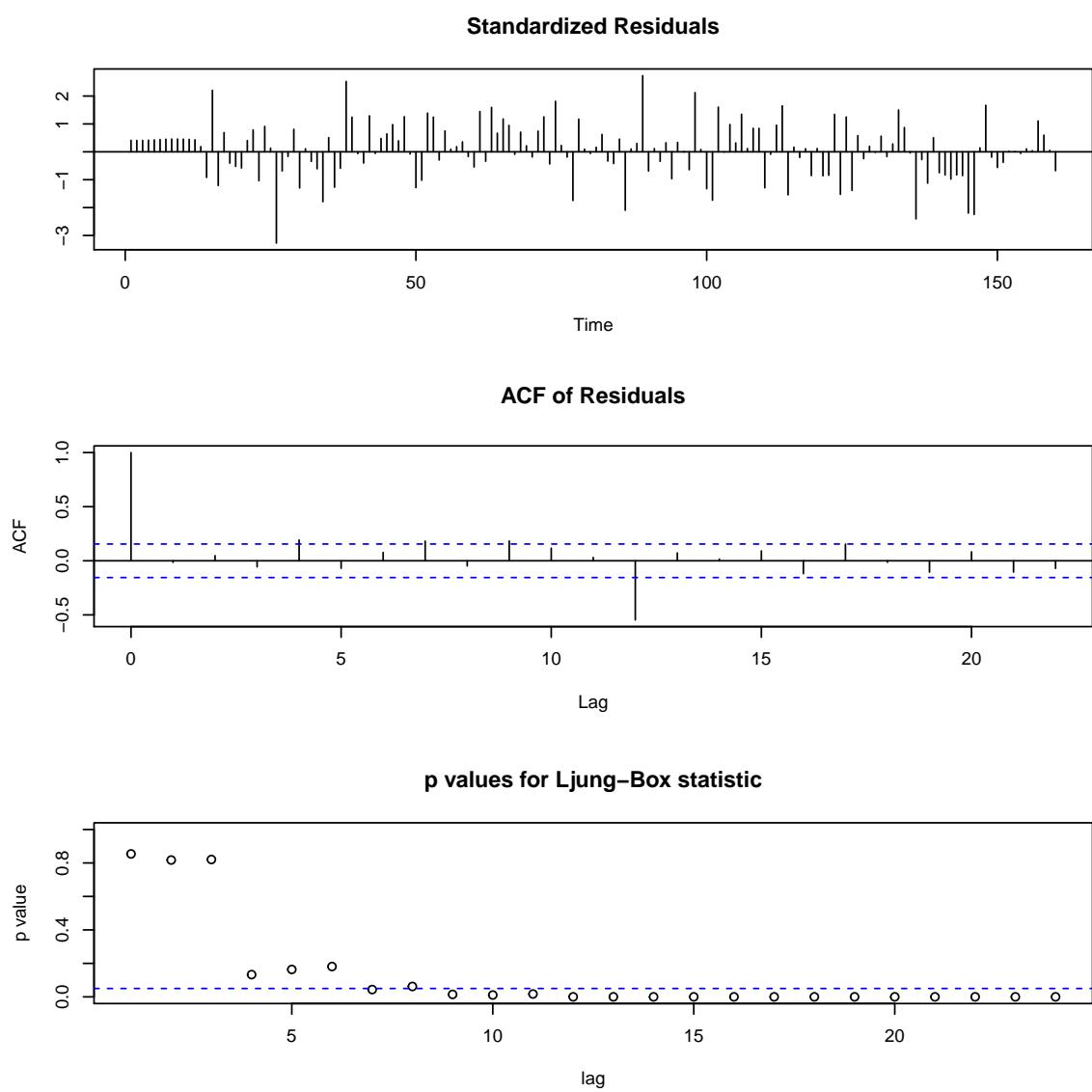
En cuanto a los residuos de este modelo se puede ver en la figura 3.19 que la función de autocorrelación tiene un pico fuera de las bandas únicamente en el retardo 12, por lo que es posible que sea necesario incorporar un retardo del polinomio media móvil (MA) o autoregresivo (AR) estacional. Además, se puede observar que los p-valores del estadístico de Ljung-Box aun son menores que 0.05 después del séptimo retardo.

**Tabla 3.2:** Modelo SARIMA(4,0,0)(0,1,0)<sub>12</sub>

| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 2.6340   | 0.0805    | 32.709  | 0e+00    | ***    |
| ar2  | -2.6185  | 0.2117    | -12.367 | 0e+00    | ***    |
| ar3  | 1.2392   | 0.2124    | 5.835   | 0e+00    | ***    |
| ar4  | -0.2754  | 0.0814    | -3.383  | 7e-04    | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 12.49$ , loglikelihood = -402.26, AIC = 814.52,  
BIC = 829.5, Hannan-Quinn = 821.41



**Figura 3.19:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(4,0,0)(0,1,0)

Pues bien, agregando ahora al modelo el primer retardo del polinomio autore-

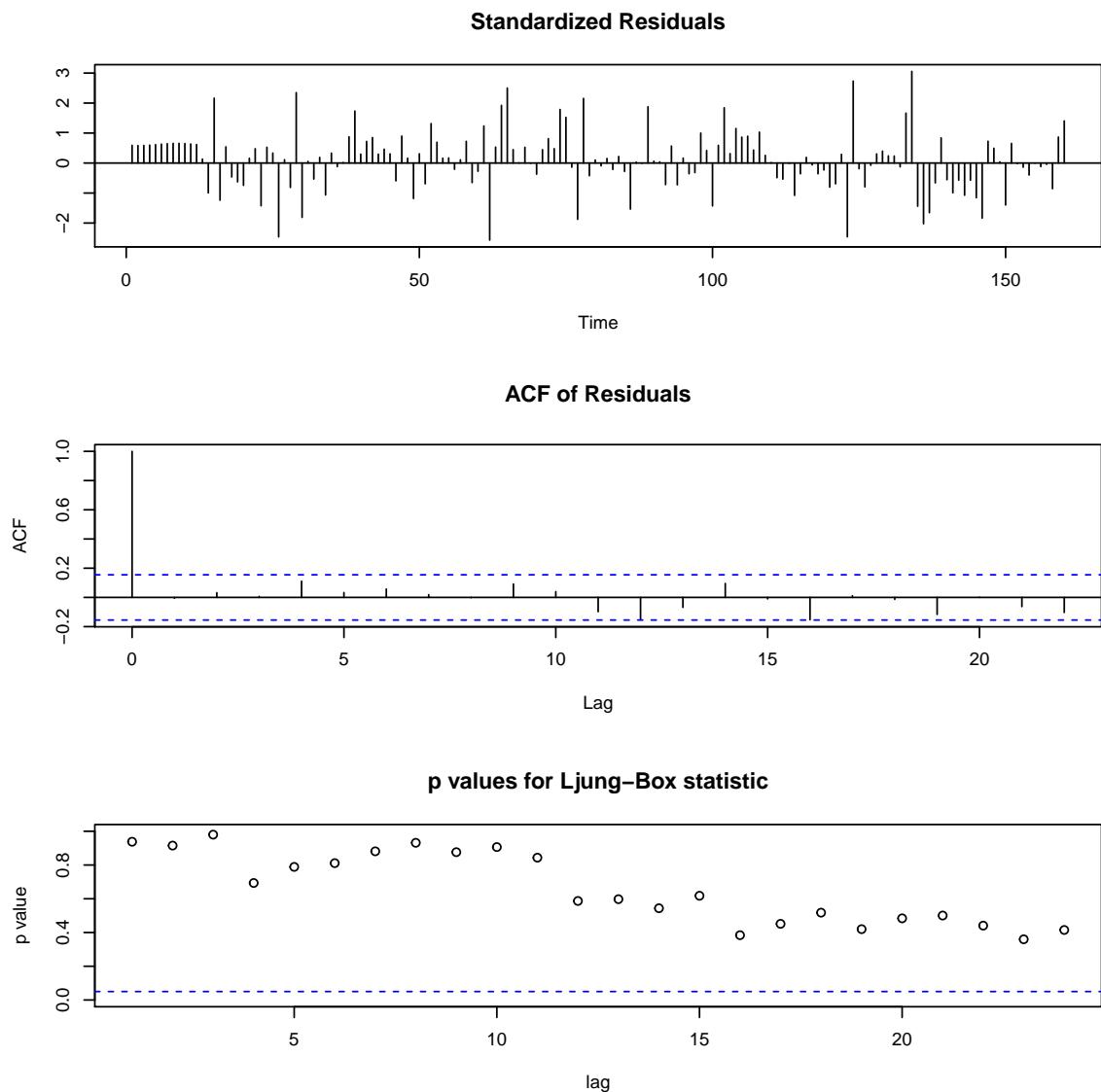
**Tabla 3.3:** Modelo SARIMA(4,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub>

| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 2.6590   | 0.0806    | 32.970  | 0.0000   | ***    |
| ar2  | -2.6100  | 0.2147    | -12.155 | 0.0000   | ***    |
| ar3  | 1.1814   | 0.2148    | 5.499   | 0.0000   | ***    |
| ar4  | -0.2390  | 0.0810    | -2.950  | 0.0032   | **     |
| sar1 | -0.7377  | 0.0534    | -13.813 | 0.0000   | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 6.07$ , loglikelihood = -353.63, AIC = 719.26,  
BIC = 737.24, Hannan-Quinn = 727.53

gresivo estacional, con lo que se plantearía un modelo SARIMA(4,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub>. Tal como se puede ver en la tabla 3.3, se obtiene un modelo con todos los coeficientes significativos, y con residuos independientes, tal como se puede ver en la figura 3.20.



**Figura 3.20:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(4,0,0)(1,1,0)

Tras analizar estos tres modelos, y considerando los criterios de información como los dados por los estadísticos AIC, BIC, y Hannan Quinn, se elige como mejor modelo al SARIMA(4,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub>, ya que minimiza todos estos criterios, obteniendo  $AIC = 719,2606$ ,  $BIC = 737,2439$ , Hannan Quinn= 727,5325. Además posee residuos que se comportan como ruido blanco, según las pruebas, de varianza menor. Finalmente se puede representar este modelo mediante la siguiente ecuación:

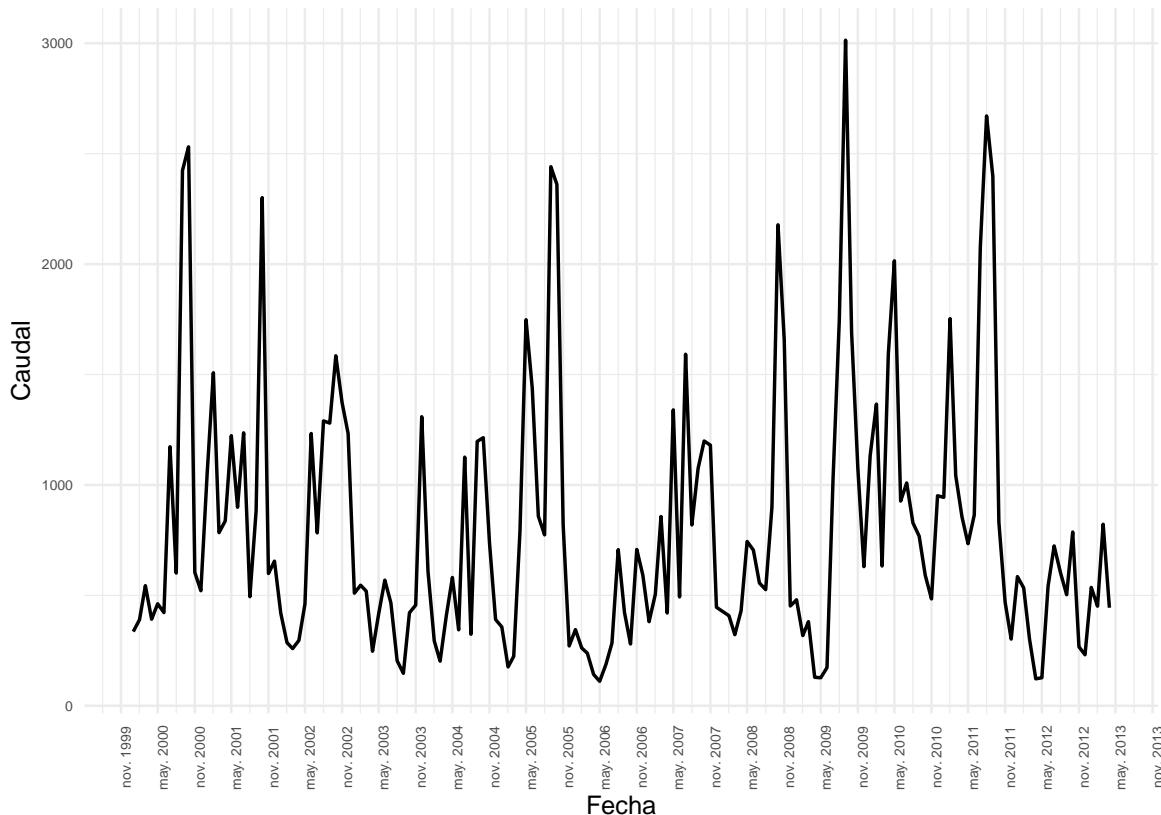
$$(1 - 2,659B + 2,610B^2 - 1,181B^3 + 0,239B^4)(1 + 0,738B^{12})\Delta_{12}Y_t = \varepsilon_t \quad (3.1)$$

**Observación.** Los modelos hallados para cada uno de los cuatro clúster, siguiendo el mismo método descrito en esta sección, se encuentra en el apéndice C.1. Así mismo puede encontrar los coeficientes estimados, significancia de los mismos, y estadísticos de la bondad de ajuste, de los modelos de cada uno de las series asociadas a las estaciones que componen cada clúster. Se comentará más adelante, los resultados obtenidos en términos generales comparándolos con los modelos obtenidos usando los modelos SARIMAX que se presentan a continuación.

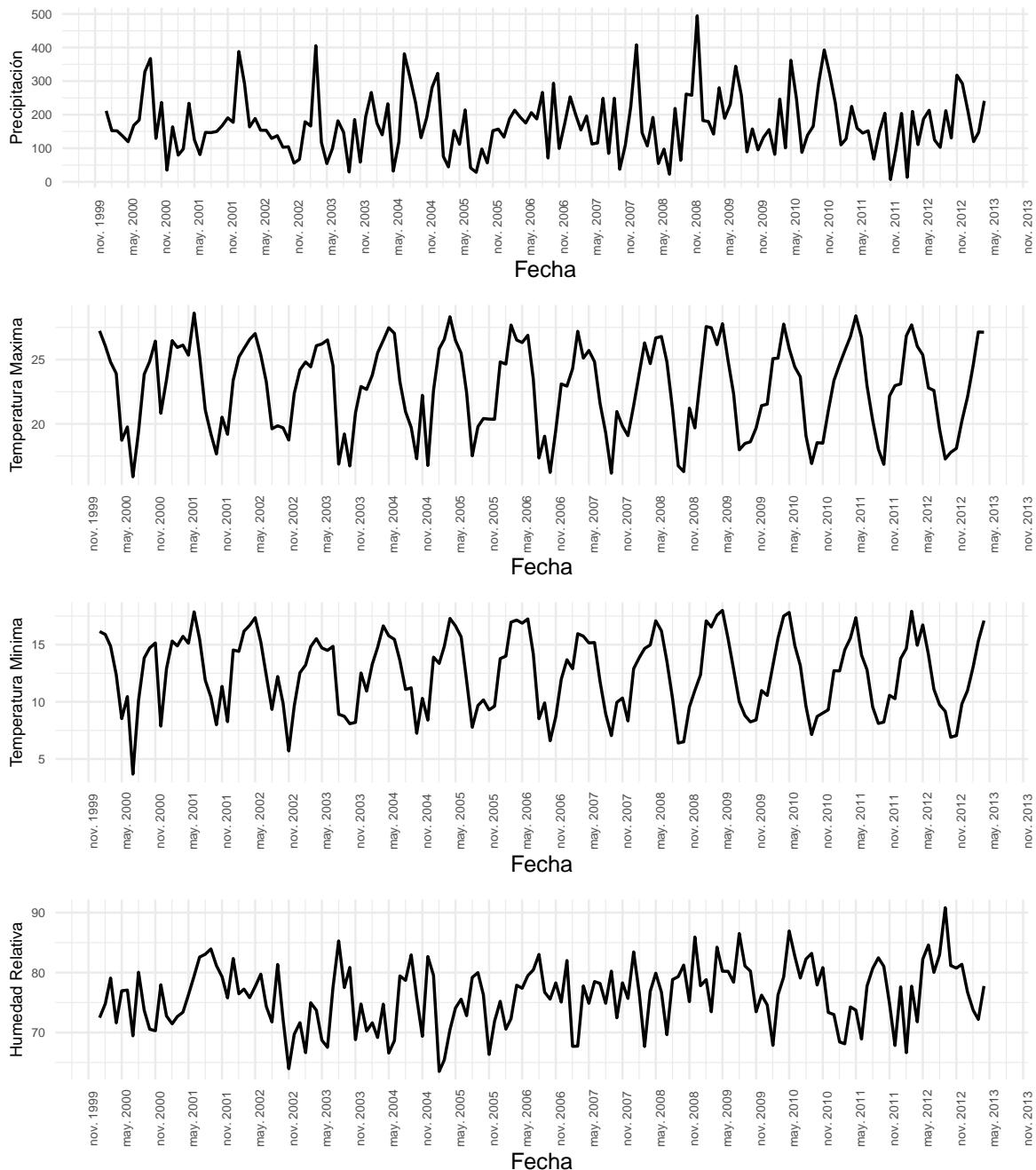
### 3.2.2. Modelo SARIMAX del Clúster

En esta sección se buscará un segundo modelo que represente el Caudal para el clúster 1, para ello se considerará la serie *medoide* del clúster, se halla una por cada clúster durante la ejecución del algoritmo CLARA, y se usará como representante del comportamiento del caudal de este clúster. Se aplicará un modelo SARIMAX usando como variables regresoras a la Precipitación, Temperatura Máxima, Temperatura Mínima, y Humedad Relativa medidas en la estación más cercana (geográficamente) a donde se midió el caudal asociado al medoide (ver figuras 1.1, 1.2).

En este caso, el medoide correspondiente al clúster 1 es el de la estación MACHADINHO (217) (ver figura 3.21), mientras que la estación de clima más cercana, asociada a esta, es CAMPOS NOVOS(83887) (ver figura 3.22). Siguiendo la metodología propuesta por Box y Jenkins, cuya aplicación se encuentra a detalle en Novales (1993), se obtiene lo siguiente.



**Figura 3.21:** Caudal - Estación Machadinho

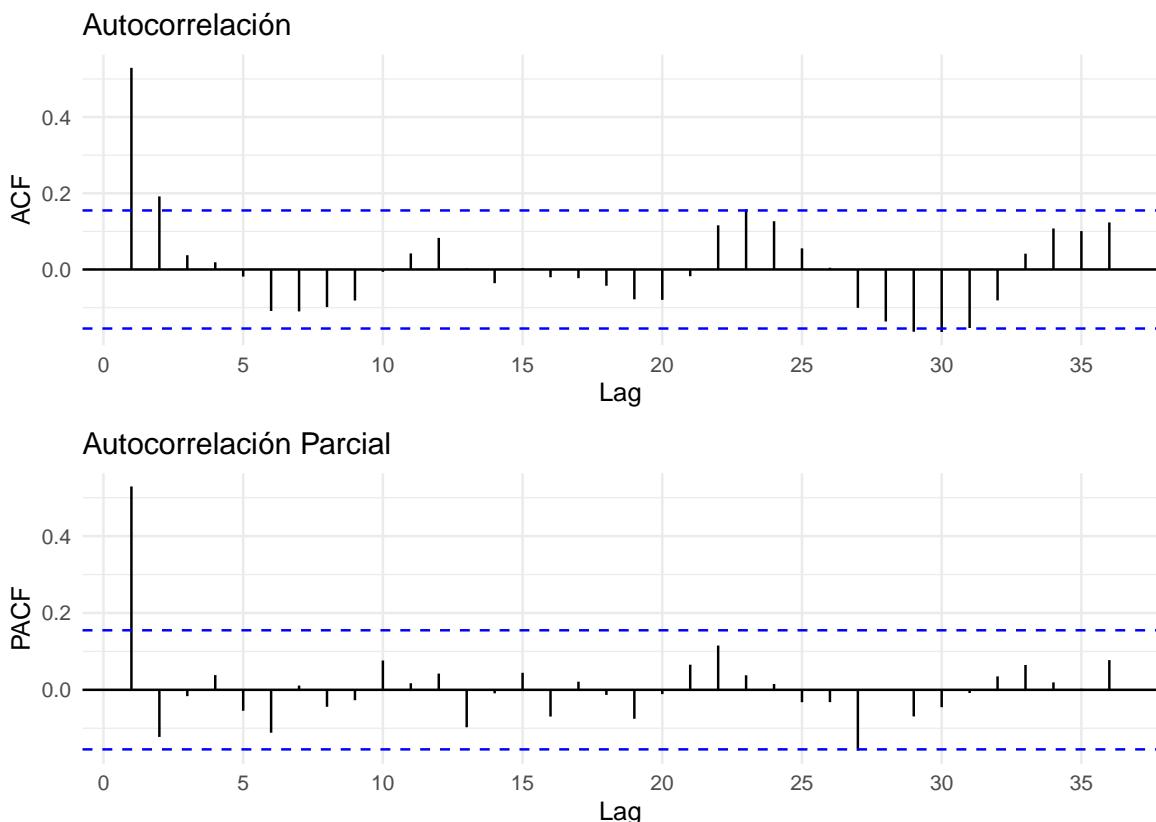


**Figura 3.22:** Series Climáticas - Estación Campos Novos

### Preblanqueo de Series

En primer lugar se necesita *preblanquear* las series, tanto la serie de caudal, como las cuatro series asociadas a clima. Para ello se puede analizar sus funciones de autocorrelación y realizar el test de Dickey Fuller, a fin de identificar si es necesario diferenciar las series.

- Para preblanquear la serie de caudales del la estación MACHADINHO (217) se analiza la función de autocorrelación (ver figura 3.23), que si bien es cierto presenta picos de periodicidad 12, estos no se encuentran fuera de las bandas de confianza, es decir, existe la posibilidad de que el proceso sea estacionario, para corroborarlo se puede ejecutar el test de Dickey Fuller (ver 3.2.2), donde se obtiene un P-valor= 0,01, es decir, se rechaza la existencia de raíces unitarias a favor de la hipótesis alternativa de que la serie es estacionaria, por lo tanto no es necesario diferenciar esta serie.

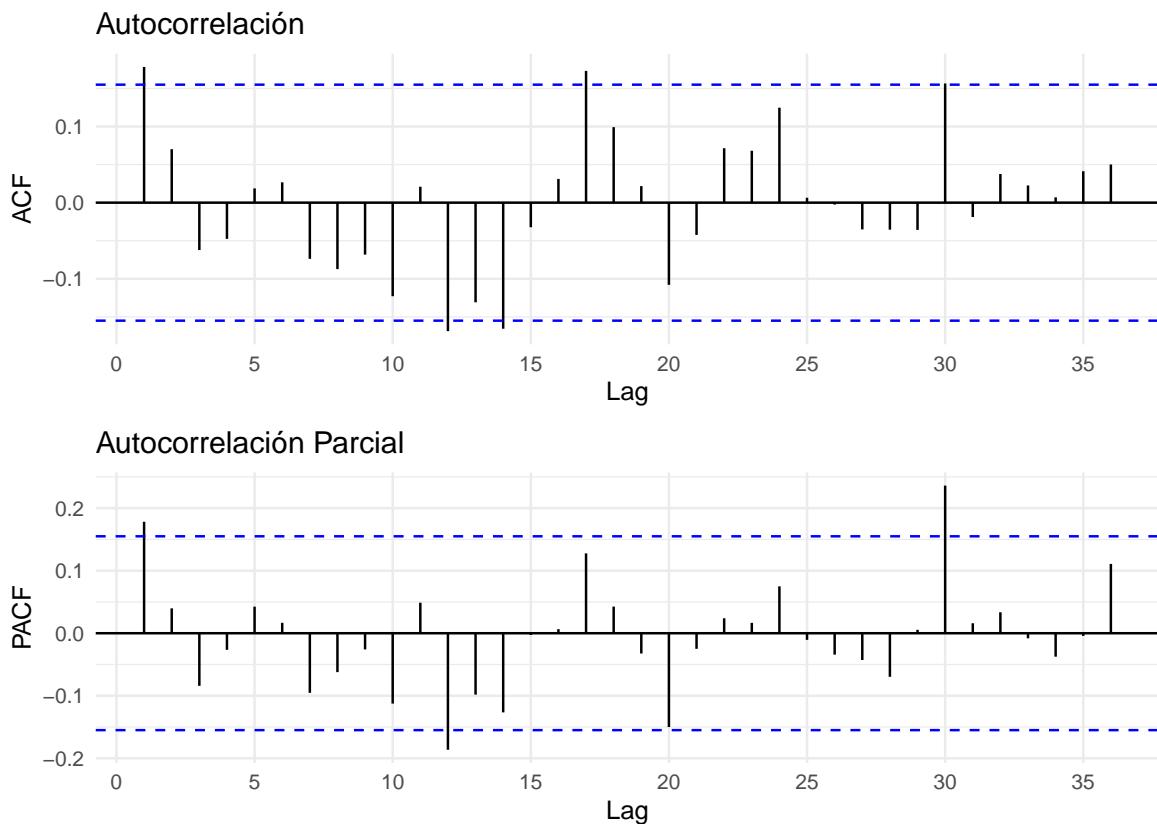


**Figura 3.23:** Autocorrelación - Caudal

```
##  
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: VazTrain  
## Dickey-Fuller = -5.2, Lag order = 5, p-value = 0.01  
## alternative hypothesis: stationary
```

- De igual manera para el caso de la serie asociada a Precipitación, se observa una función de autocorrelación dentro de las bandas de confianza (ver figura

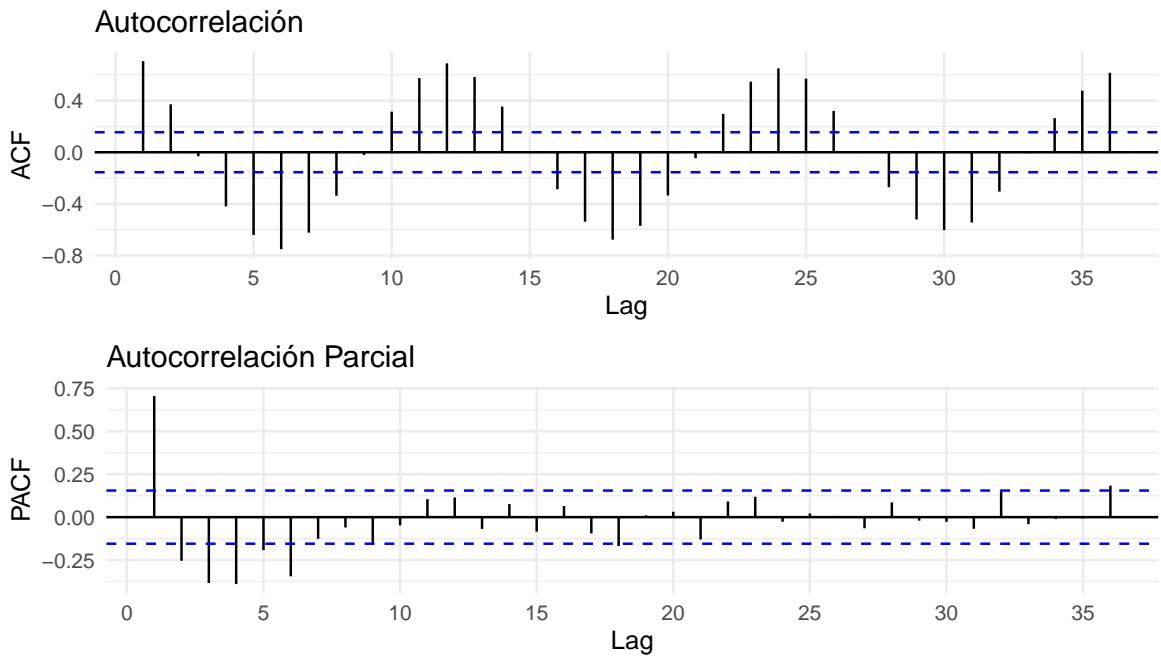
3.24), con picos fuera de las bandas en los retardos 15 y 30, por lo que da cierto indicio de que esta serie es estacionaria, lo que puede corroborar aplicando el test de Dickey Fuller (3.2.2), en el que se obtiene un P-valor= 0,01, es decir, la serie asociada a Precipitación es también estacionaria.



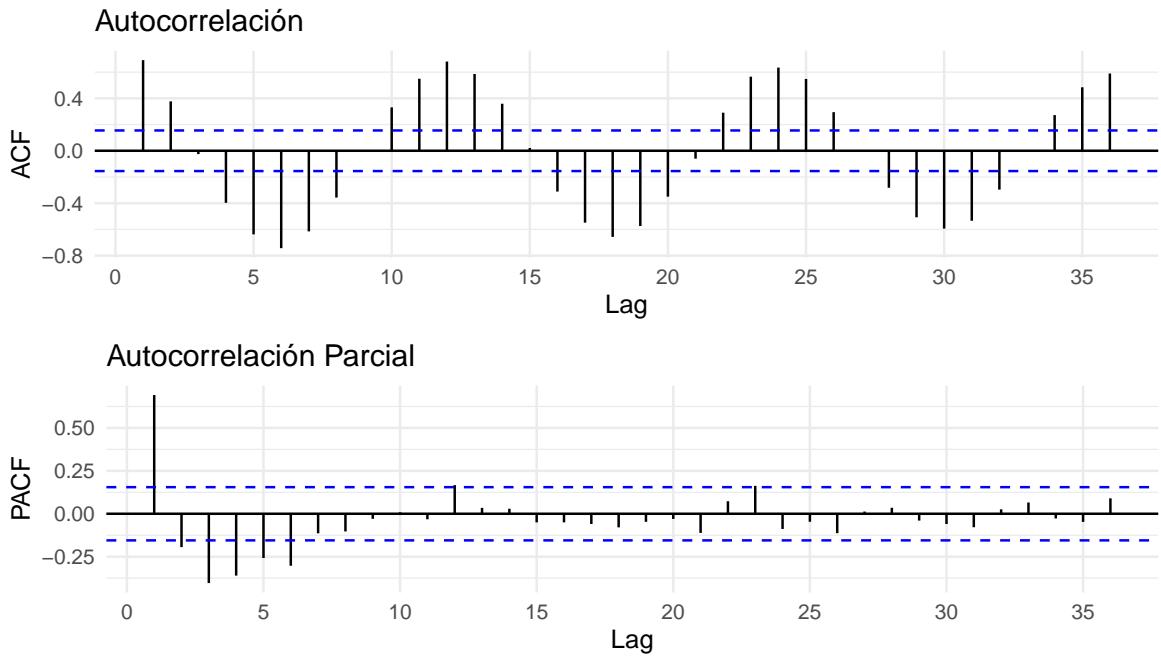
**Figura 3.24:** Autocorrelación Precipitación

```
##  
## Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: Xtrain[, 1]  
## Dickey-Fuller = -4.7, Lag order = 5, p-value = 0.01  
## alternative hypothesis: stationary
```

- Para el caso de la serie asociada a Temperatura Máxima y Mínima, se observa un comportamiento similar de sus funciones de autocorrelación (ver figura 3.25, 3.26), ambas con picos periódicos fuera de las bandas de confianza, lo que podría indicar la necesidad de diferenciar estas series estacionalmente.



**Figura 3.25:** Autocorrelación Temperatura Máxima

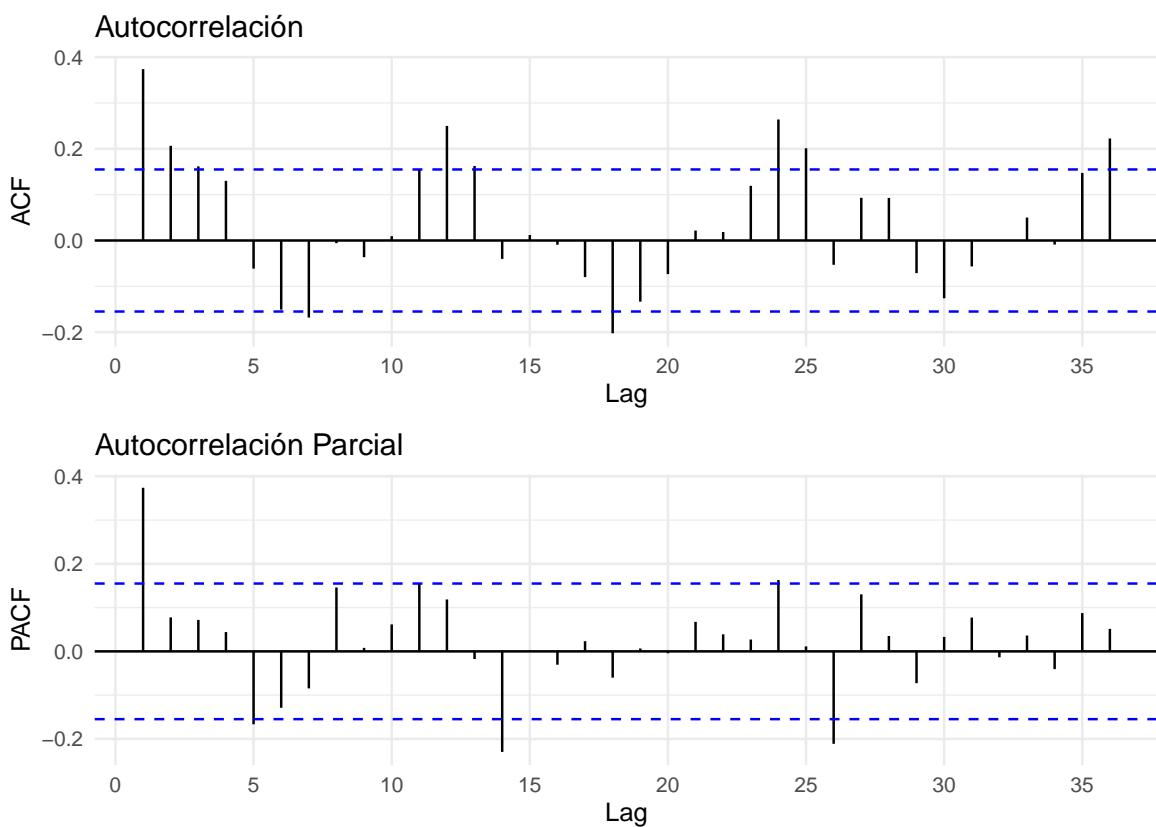


**Figura 3.26:** Autocorrelación Temperatura Mínima

- Finalmente, analizando la serie asociada a Humedad Relativa (ver figura 3.27), se observa que la función de autocorrelación presenta picos relativamente pequeños periódicos cada 12 retardos, que apenas salen de las bandas, por lo que es posible que la serie sea estacionaria, para corroborarlo se realiza el test de

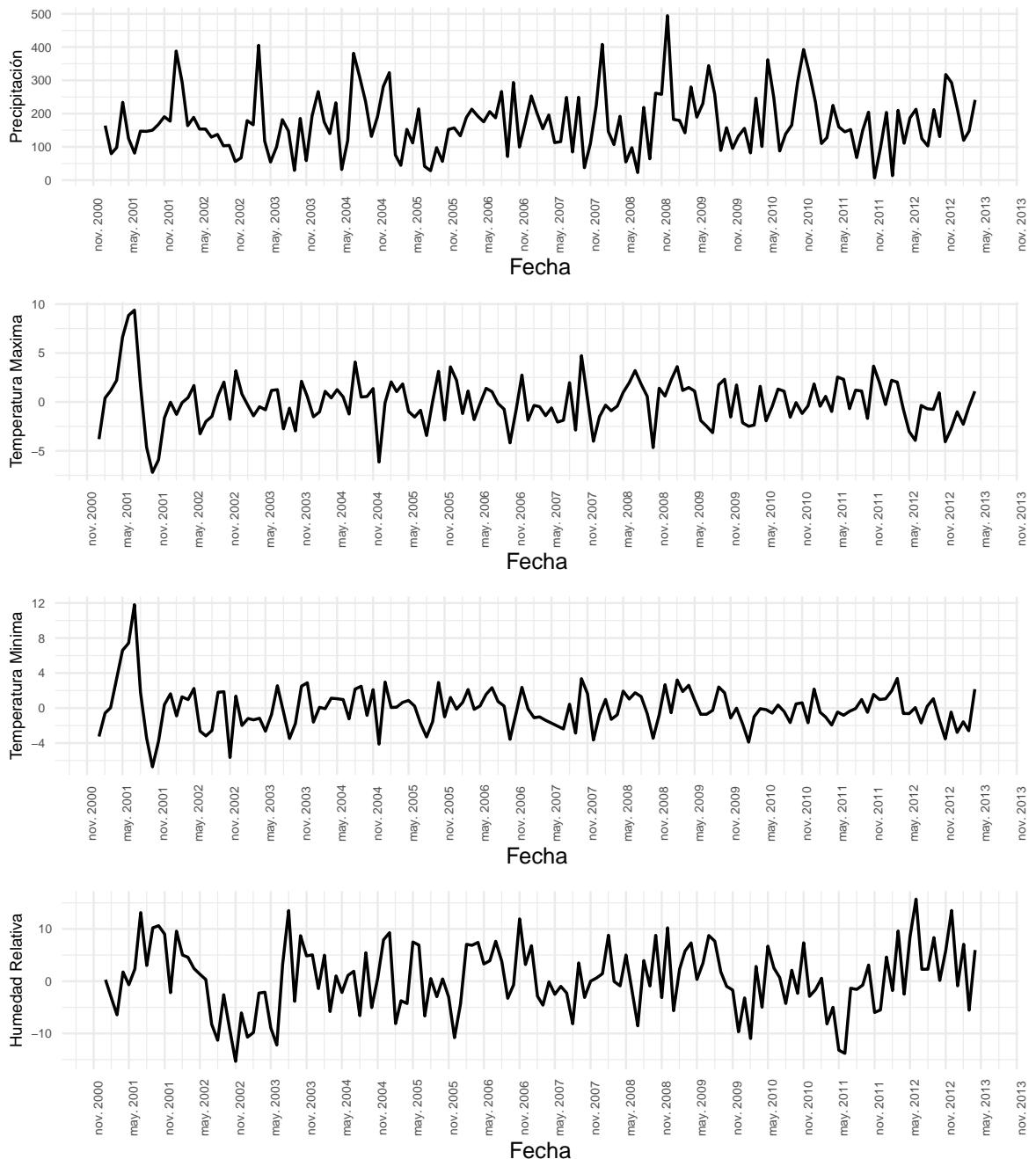
Dickey Fuller, donde se obtiene un P-valor= 0,01, es decir, se concluye que la serie es estacionaria, y por lo tanto no es necesario diferenciar esta serie.

```
##  
##  Augmented Dickey-Fuller Test  
##  
## data: Xtrain[, 4]  
## Dickey-Fuller = -5.8, Lag order = 5, p-value = 0.01  
## alternative hypothesis: stationary
```

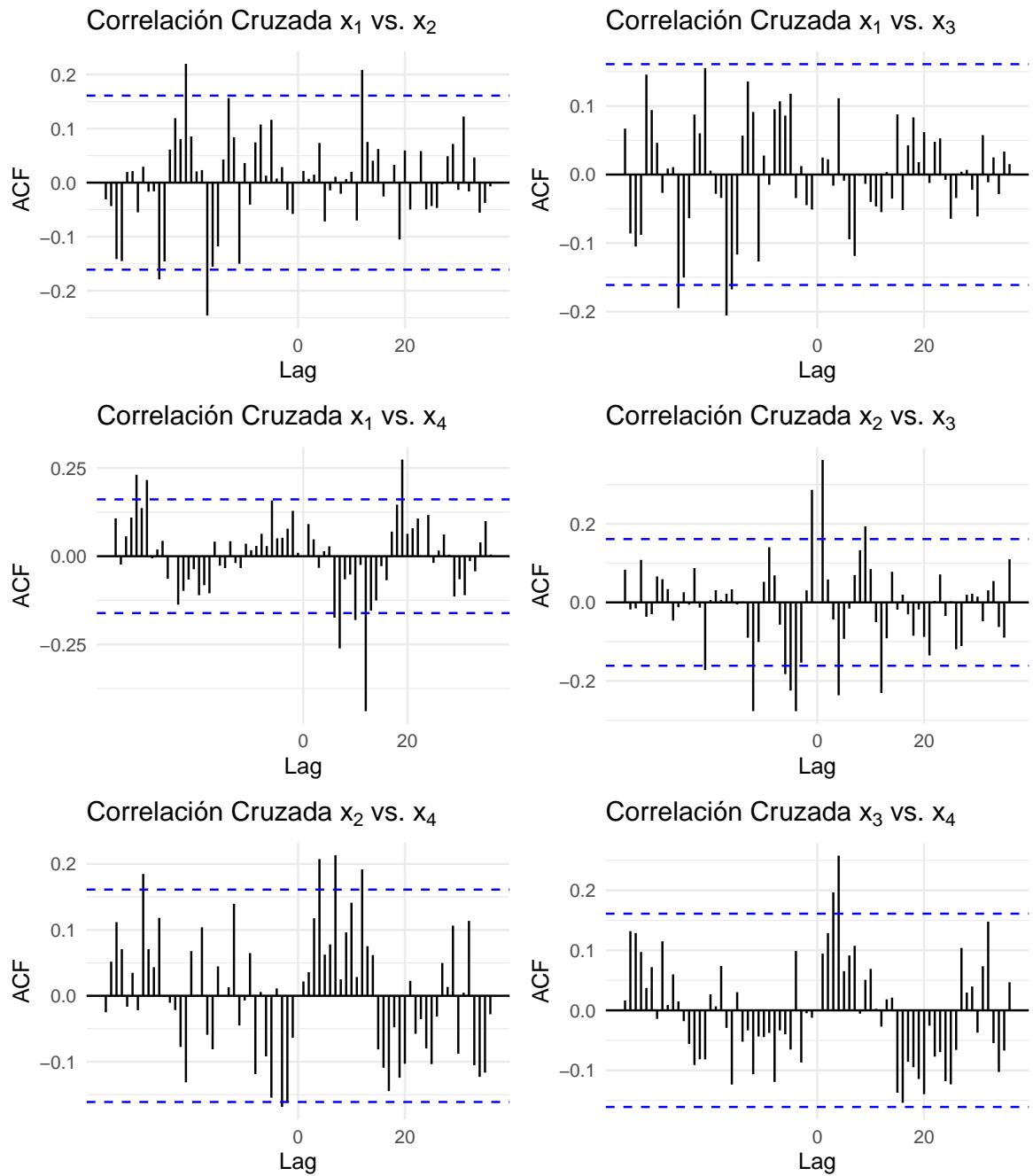


**Figura 3.27:** Autocorrelación Humedad Relativa

Como se puede observar en la figura 3.28, se ha obtenido series estacionarias mediante el proceso de preblanqueo de las series tanto de caudales como climáticas. Por lo que se puede pasar al siguiente paso de la metodología Box y Jenkins para el modelo SARIMAX.

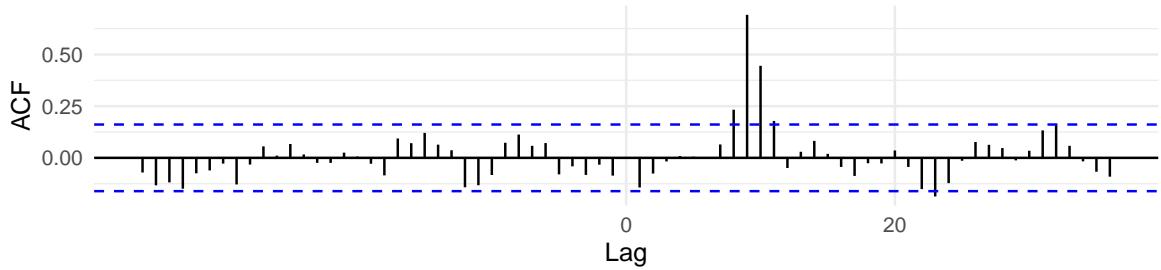


**Figura 3.28:** Series Blanqueadas

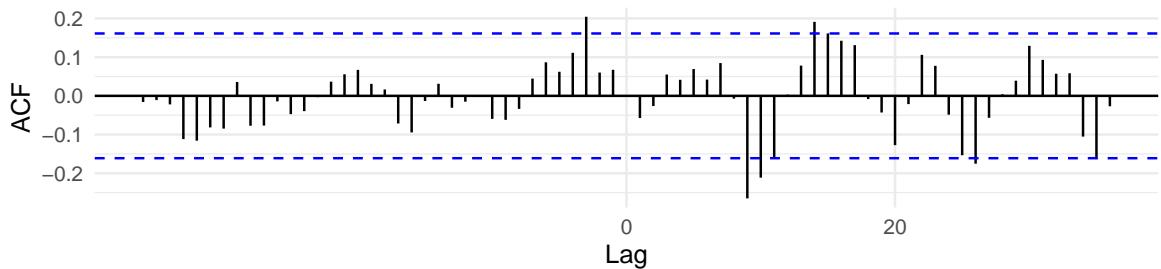


**Figura 3.29:** Correlaciones Cruzadas - Variables Exógenas

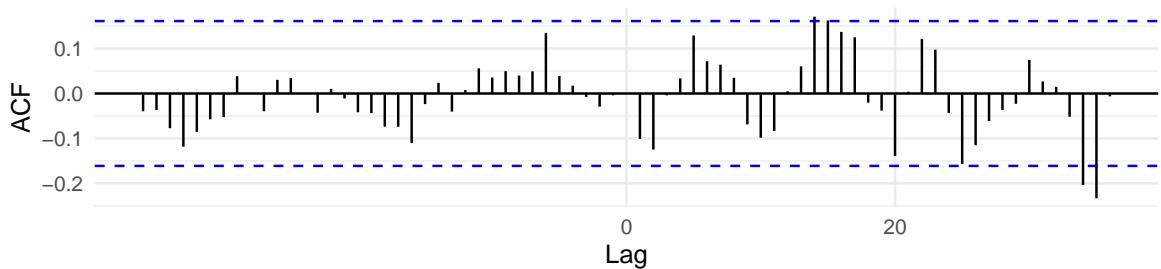
Correlación Cruzada  $x_1$  vs.  $y$



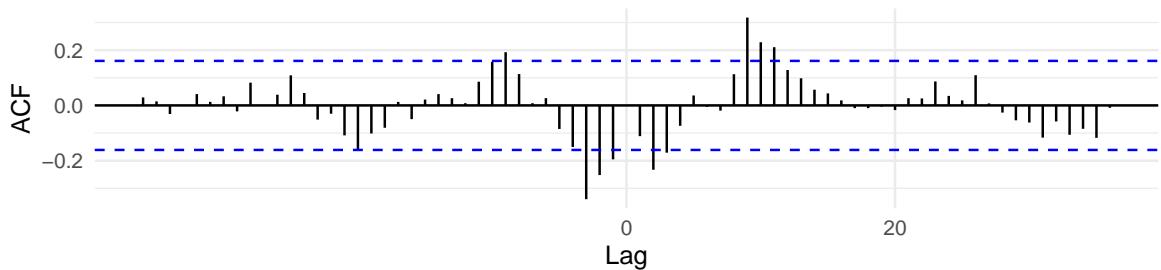
Correlación Cruzada  $x_2$  vs.  $y$



Correlación Cruzada  $x_3$  vs.  $y$



Correlación Cruzada  $x_4$  vs.  $y$



**Figura 3.30:** Correlaciones Cruzadas - Caudal vs. Variables Exógenas

## Identificación de Funciones de Respuesta al Impulso

Siguiendo la metodología de identificación de este modelo, se pasa a la etapa de identificación de las funciones de respuesta al impulso asociadas a las variables climáticas. Considerando lo siguiente:

- $v^{(1)}(B)$  : Función de respuesta al impulso asociada a la Precipitación  $x_t^{(1)}$ .
- $v^{(2)}(B)$  : Función de respuesta al impulso asociada a la Temperatura Máxima  $x_t^{(2)}$ .
- $v^{(3)}(B)$  : Función de respuesta al impulso asociada a la Temperatura Mínima  $x_t^{(3)}$ .
- $v^{(4)}(B)$  : Función de respuesta al impulso asociada a la Humedad Relativa  $x_t^{(4)}$ .

Como se mostró en el capítulo anterior, esta etapa consiste de hallar modelos SARMA para cada variable exógena, es decir al final de esta etapa se obtienen modelos del tipo:

$$\frac{\phi_x^{(k)}(B)\Phi_x^{(k)}(B)}{\theta_x^{(k)}(B)\Theta_x^{(k)}(B)}x_t^{(k)} = \alpha_t^{(k)}$$

donde  $\alpha_t^{(k)}$  es un r.b. de varianza  $\sigma_k^2$ , para  $k = 1, 2, 3, 4$ .

A continuación se muestran los 4 modelos SARMA obtenidos, sus coeficientes, significancia, bondad de ajuste y validación de residuos.

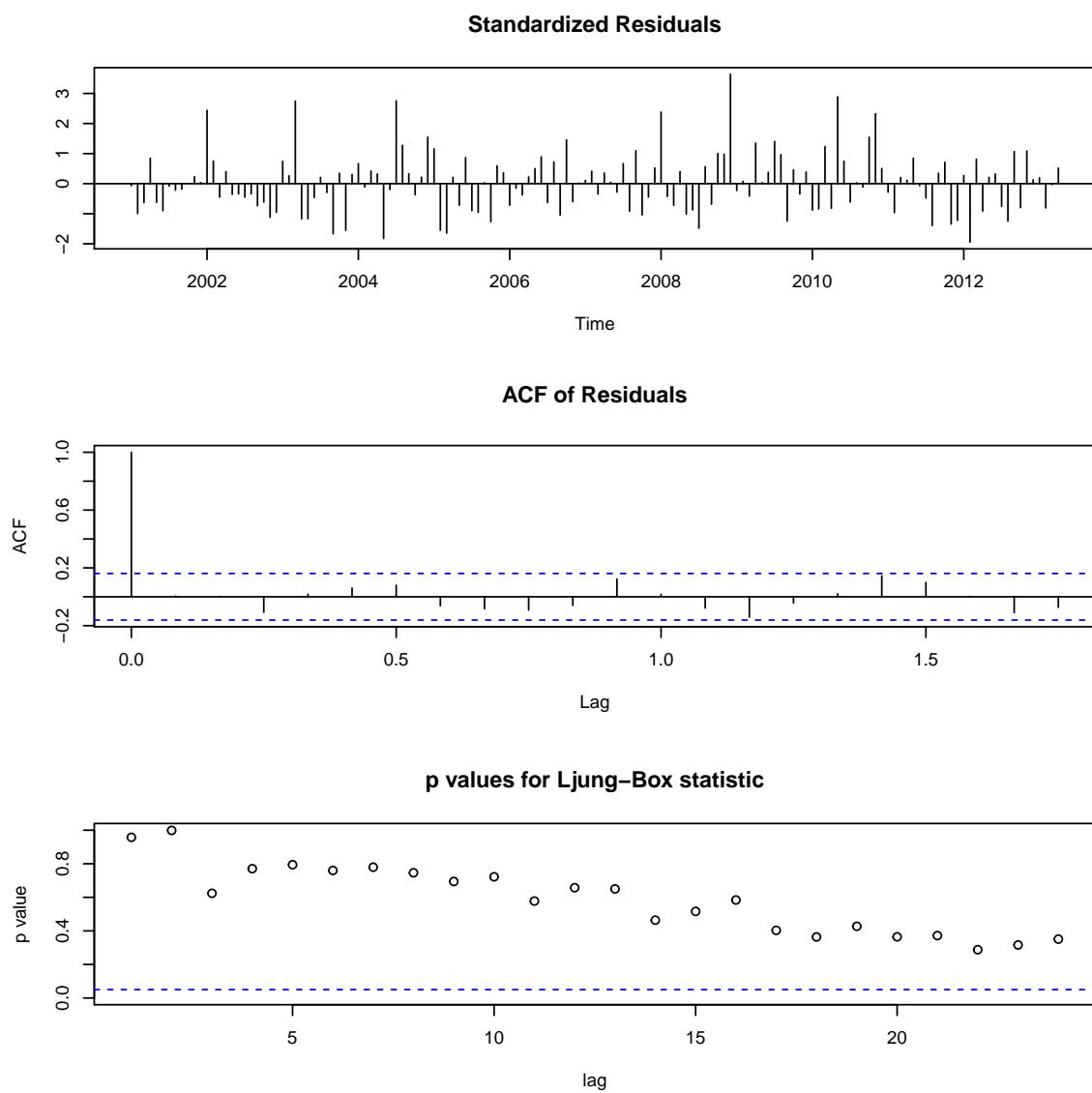
1. Siguiendo la metodología Box y Jenkins clásica, se obtuvo, para la variable Precipitación, un modelo SARMA con parámetros  $p = 1, P = 2, q = 0$  y  $Q = 1$ . Se muestran los coeficientes de este modelo y su significancia en la tabla 3.4, se muestra además, en la figura 3.31, el análisis de los residuos, donde de acuerdo a los P-valores del estadístico de Ljung-Box (Portmanteau), se concluye sigue que los residuos del modelo se comportan como un r.b.

**Tabla 3.4:** Modelo SARMA(1,0)(2,1) - Precipitación

| Coef      | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|-----------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1       | 0.1740   | 0.0808    | 2.153   | 0.0313   | *      |
| sar1      | 0.7661   | 0.1173    | 6.529   | 0.0000   | ***    |
| sma1      | -1.0276  | 0.1352    | -7.601  | 0.0000   | ***    |
| sma2      | 0.4029   | 0.1039    | 3.879   | 0.0001   | ***    |
| intercept | 170.3718 | 10.9360   | 15.579  | 0.0000   | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 6957.57$ , loglikelihood = -864.64, AIC = 1741.28, BIC = 1759.26, Hannan-Quinn = 1749.55



**Figura 3.31:** Residuos SARMA(1,0)(2,1) - Precipitación

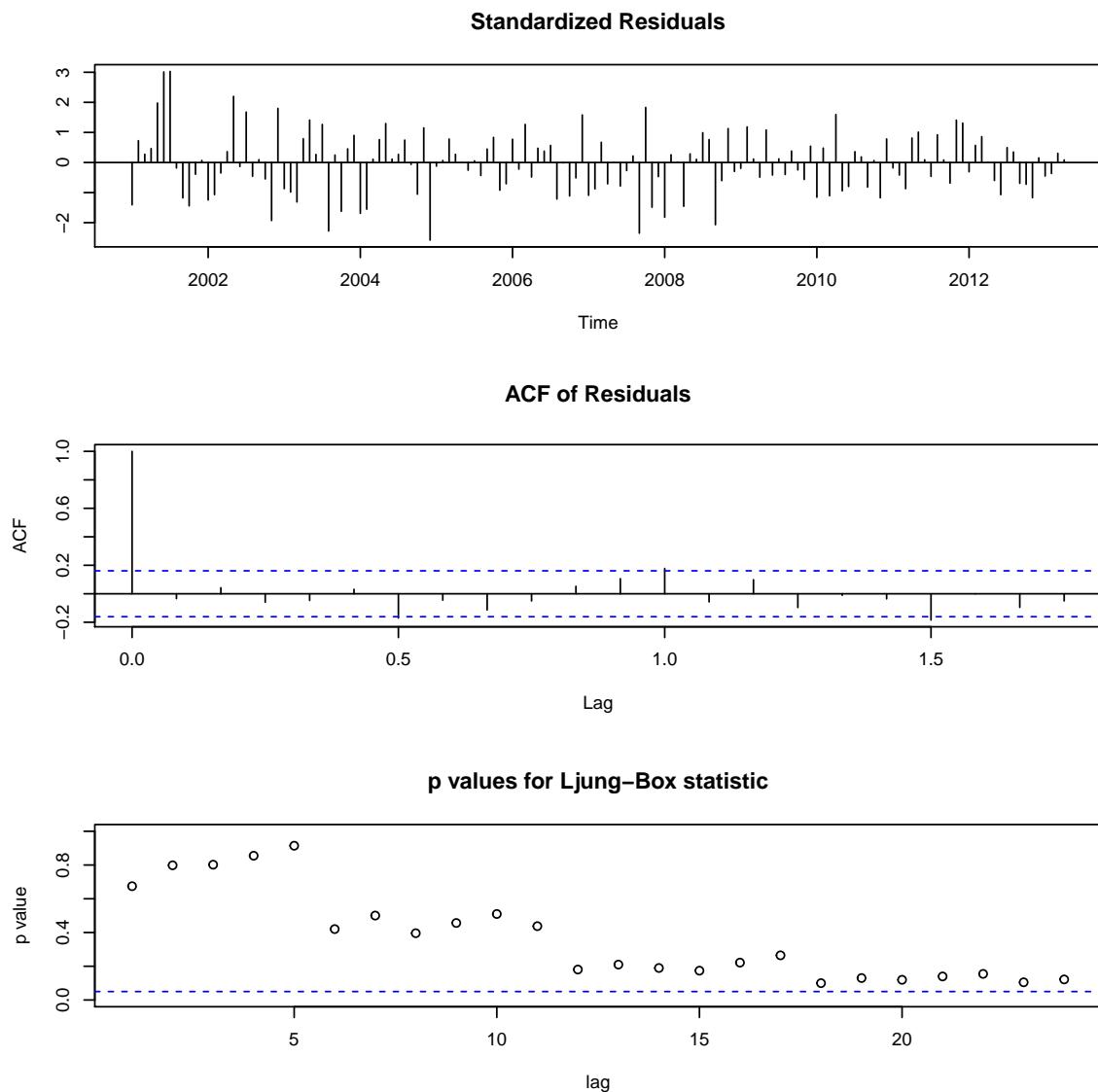
**Tabla 3.5:** Modelo SARMA(4,0)(0,2) - Temperatura Máxima

| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 0.3445   | 0.0737    | 4.673   | 0.0000   | ***    |
| ar4  | -0.3300  | 0.0708    | -4.657  | 0.0000   | ***    |
| sma1 | -0.9512  | 0.1103    | -8.620  | 0.0000   | ***    |
| sma2 | 0.1802   | 0.1092    | 1.651   | 0.0988   | .      |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 2.75$ , loglikelihood = -292, AIC = 594.01, BIC = 608.99, Hannan-Quinn = 600.9

2. De igual manera, para la variable Temperatura Máxima se obtuvo un modelo SARMA con parámetros  $p = 4$ ,  $P = 0$ ,  $q = 0$  y  $Q = 2$ . Se muestran los coeficientes de este modelo y su significancia en la tabla 3.5, se muestra además, en la figura 3.32, el análisis de los residuos, donde de acuerdo a los P-valores del estadístico de Ljung-Box (Portmanteau), se concluye sigue que los residuos del modelo se comportan como un r.b.



**Figura 3.32:** Residuos SARMA(4,0)(0,2) - Temperatura Máxima

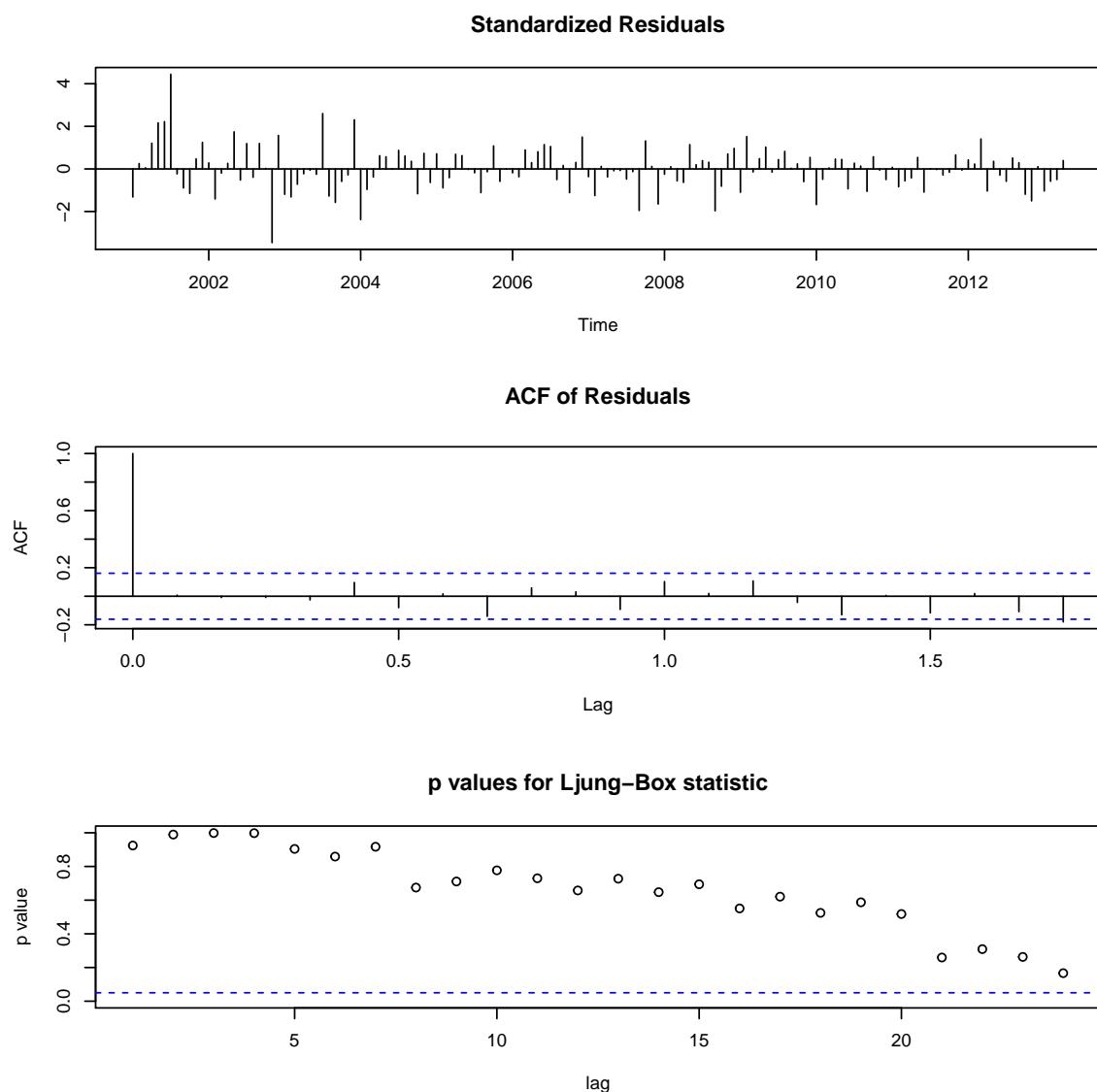
3. Para la variable Temperatura Mínima se obtuvo un modelo SARMA con parámetros  $p = 2$ ,  $P = 2$ ,  $q = 2$  y  $Q = 1$ . Se muestran los coeficientes de este modelo y su significancia en la tabla 3.6, se muestra además, en la figura 3.33, el análisis de los residuos, donde de acuerdo a los P-valores del estadístico de Ljung-Box (Portmanteau), se concluye sigue que los residuos del modelo se comportan como un r.b.

**Tabla 3.6:** Modelo SARMA(2,2)(2,1) - Temperatura Mínima

| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 1.4773   | 0.1401    | 10.5418 | 0.0000   | ***    |
| ar2  | -0.8168  | 0.1221    | -6.6882 | 0.0000   | ***    |
| ma1  | -1.1716  | 0.1778    | -6.5899 | 0.0000   | ***    |
| ma2  | 0.4973   | 0.1810    | 2.7470  | 0.0060   | **     |
| sar2 | -0.1144  | 0.1217    | -0.9397 | 0.3474   |        |
| sma1 | -0.7657  | 0.0909    | -8.4195 | 0.0000   | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 3.02$ , loglikelihood = -298.25, AIC = 610.49,  
BIC = 631.47, Hannan-Quinn = 620.14



**Figura 3.33:** Residuos SARMA(2,2)(2,1) - Temperatura Mínima

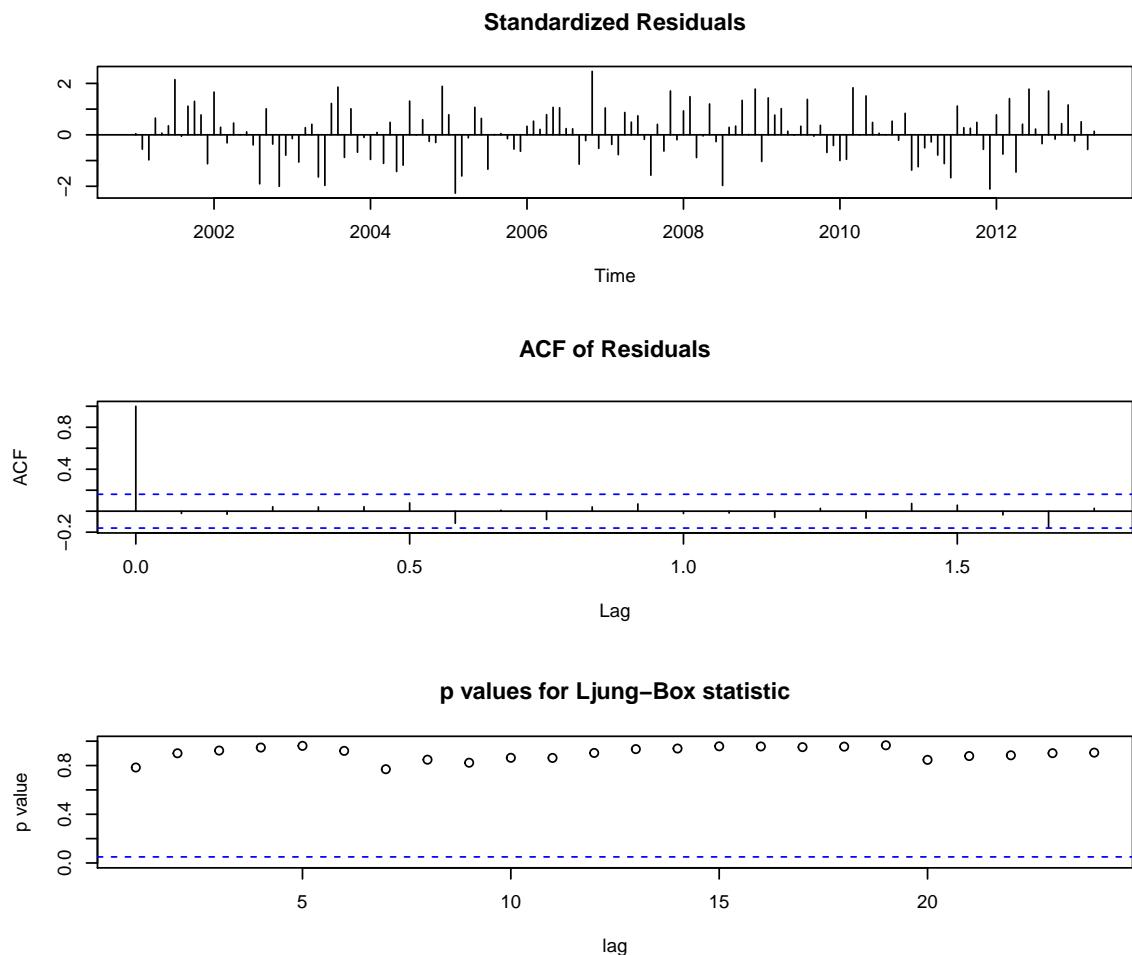
**Tabla 3.7:** Modelo SARMA(2,0)(3,0) - Humedad Relativa

| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 0.2121   | 0.0799    | 2.655   | 0.0079   | **     |
| ar2  | 0.2238   | 0.0801    | 2.796   | 0.0052   | **     |
| sar1 | -0.7224  | 0.0856    | -8.443  | 0.0000   | ***    |
| sar2 | -0.4171  | 0.0986    | -4.230  | 0.0000   | ***    |
| sar3 | -0.1639  | 0.0926    | -1.769  | 0.0769   | .      |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 22.99$ , loglikelihood = -443.05, AIC = 898.1,  
BIC = 916.08, Hannan-Quinn = 906.37

4. Finalmente para la variable Humedad Relativa se obtuvo un modelo SARMA con parámetros  $p = 2$ ,  $P = 3$ ,  $q = 0$  y  $Q = 0$ . Se muestran los coeficientes de este modelo y su significancia en la tabla 3.7, se muestra además, en la figura 3.34, el análisis de los residuos, donde de acuerdo a los P-valores del estadístico de Ljung-Box (Portmanteau), se concluye sigue que los residuos del modelo se comportan como un r.b.



**Figura 3.34:** Residuos SARMA(2,0)(3,0) - Humedad Relativa

Ahora se puede pasar al paso 3 de la metodología 2.5.3, que consiste de identificar los órdenes de los polinomios  $\delta^{(k)}(B)$ ,  $\omega^{(k)}(B)$  que componen las funciones de respuesta al impulso  $v^{(k)}(B)$  asociadas a  $x_t^{(k)}$ . Para ello un primer paso consiste de estimar los coeficientes  $v_j^{(k)}$  de las funciones de respuesta al impulso, esto a partir de los valores de la función de correlación cruzada entre  $\alpha_t^{(k)}$ , hallada en el paso anterior, y  $\beta^{(k)}$  que resulta de aplicar el modelo SARMA de la  $k$ -ésima variable, pero a la serie  $y_t$ , es decir:

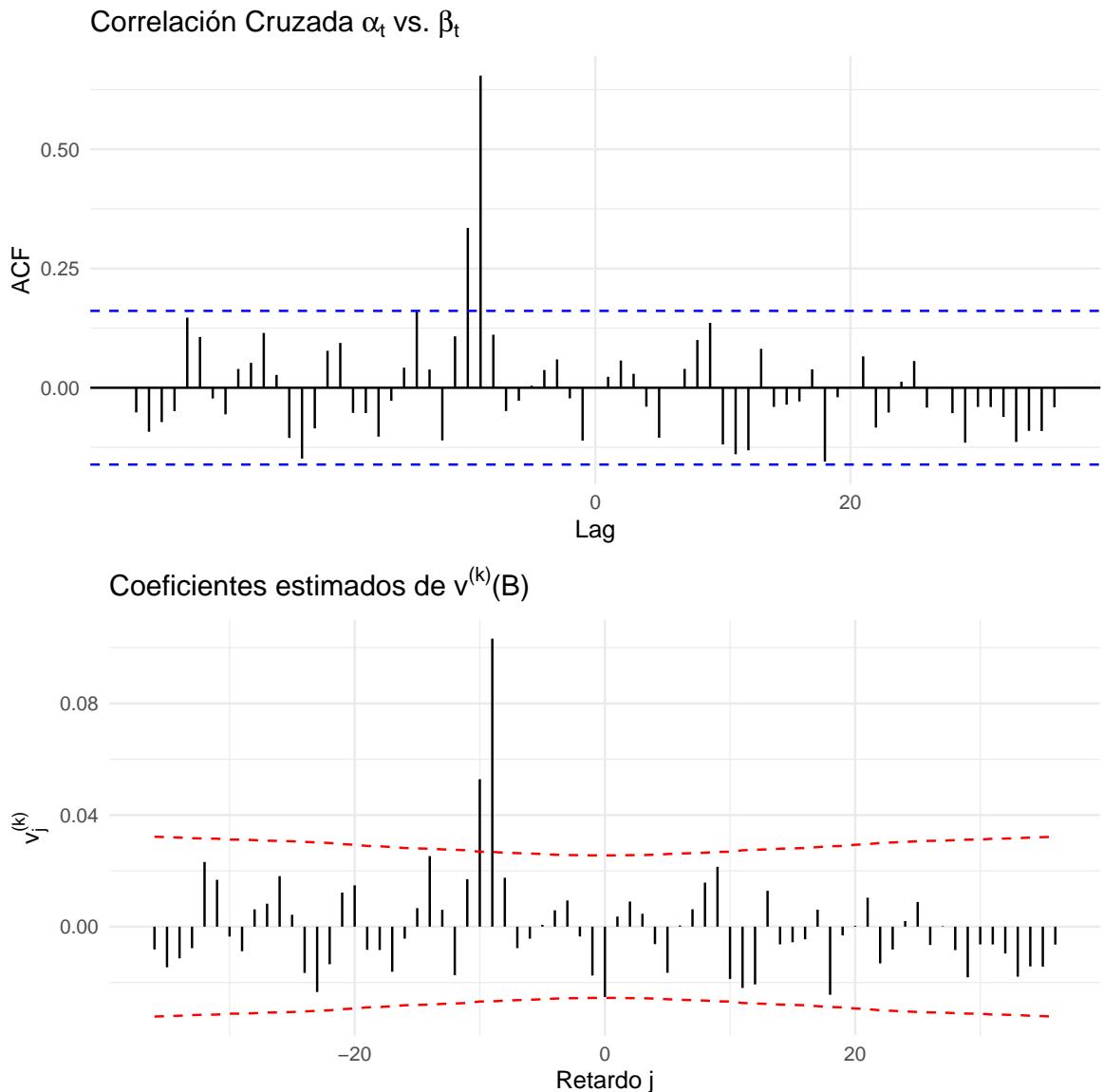
$$\beta^{(k)} = \frac{\phi_x^{(k)}(B)\Phi_x^{(k)}(B)}{\theta_x^{(k)}(B)\Theta_x^{(k)}(B)}y_t$$

Los coeficientes estimados de  $v_j^{(k)}$  vienen dados por:

$$\hat{v}_j^{(k)} = \hat{\rho}_{\alpha\beta}(j) \frac{\hat{\sigma}_{\beta^{(k)}}}{\hat{\sigma}_\alpha}$$

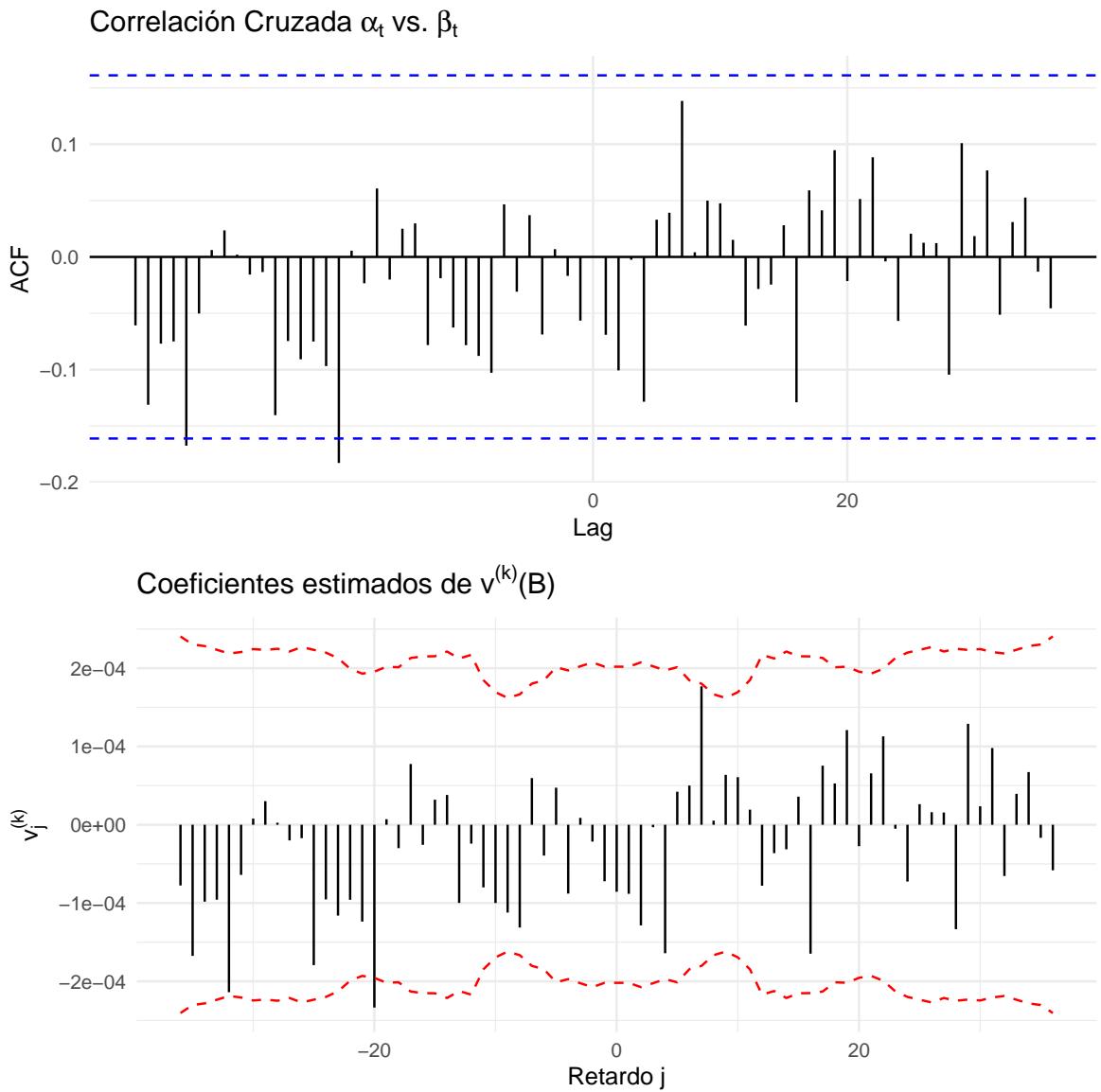
Se muestran a continuación, los coeficientes estimados de  $v_j^{(k)}$  para cada una de las 4 variables climáticas

1. Para la variable Precipitación  $x_t^{(1)}$ , se obtienen los valores estimados de  $v_j^{(1)}$  para  $j = -36, \dots, 0, \dots, 36$ , se representan en la figura 3.35. Se puede observar en la figura 3.35 que los coeficientes estimados siguen un comportamiento sinusoidal, conducta usual de sucesiones que son solución de ecuaciones en diferencias de segundo grado, por lo tanto se considera  $m = 2$ , retardos del polinomio  $\delta^{(1)}(B)$ . Como los primeros valores de  $v_j^{(1)}$  no son próximos a cero, se toma  $b = 0$ . Cabe recalcar que la función de correlación cruzada tiene un pico en  $j = -8$ , es decir, la máxima correlación se da entre  $y_t$  y  $x_{t+8}^{(1)}$ , por lo que podría ser necesario considerar  $n = 8$  retardos del polinomio  $\omega^{(1)}(B)$ .



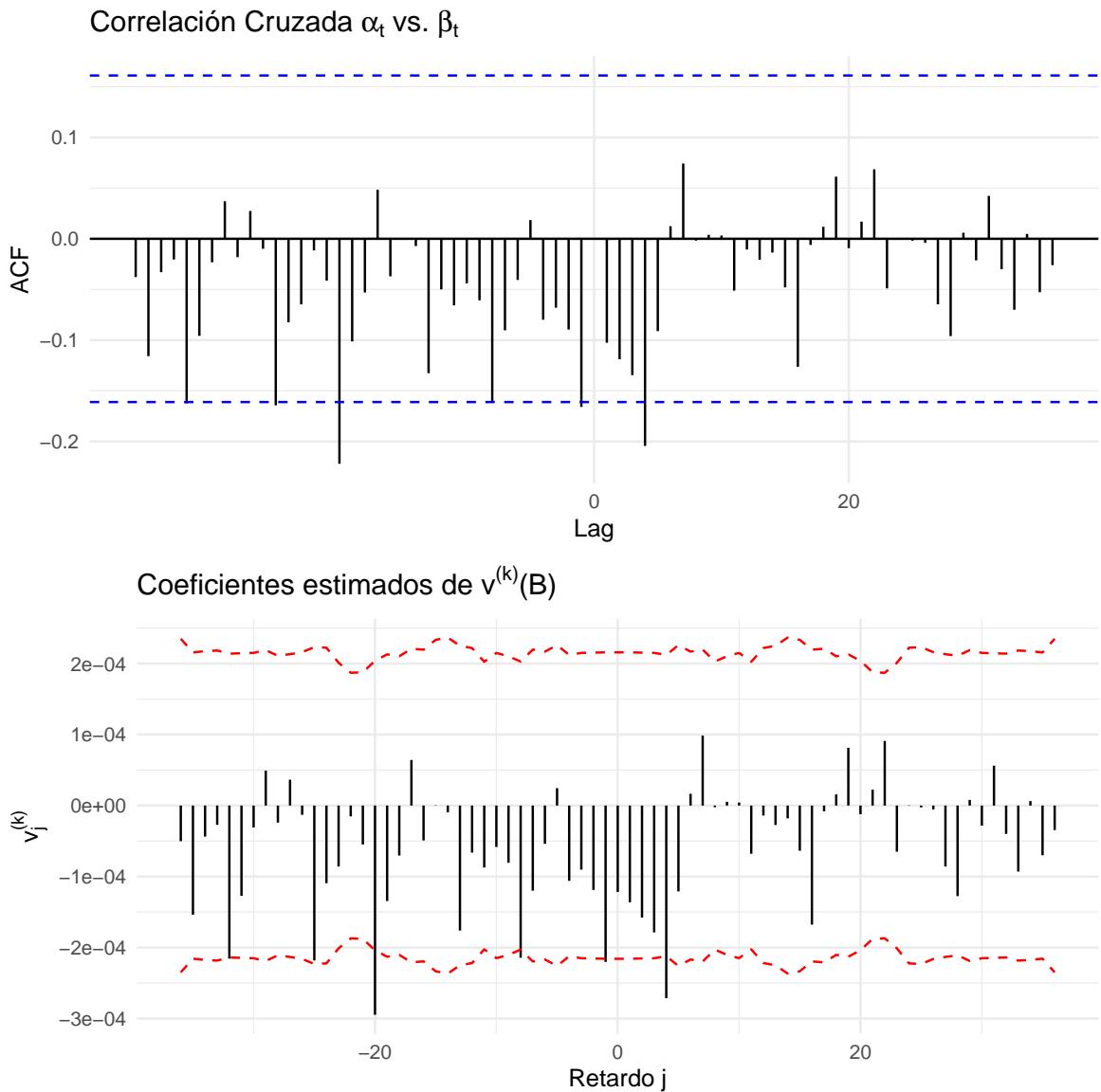
**Figura 3.35:** Coeficientes  $v_j$  estimados - Precipitación

2. Para la variable Temperatura Máxima  $x_t^{(2)}$ , se observa que los coeficientes  $\hat{v}_j^{(2)}$  se encuentran dentro de las bandas de confianza, y no siguen un patrón en específico (figura 3.36). Así, consideramos  $m = 0$ , mientras que como todos los coeficientes  $\hat{v}_j^{(2)}$  se encuentran dentro de las bandas de confianza, entonces se toman  $b = 0$ , y  $n = 0$ . Es decir, se ingresa esta variable sin retardos, como si se tratara de una regresión múltiple.



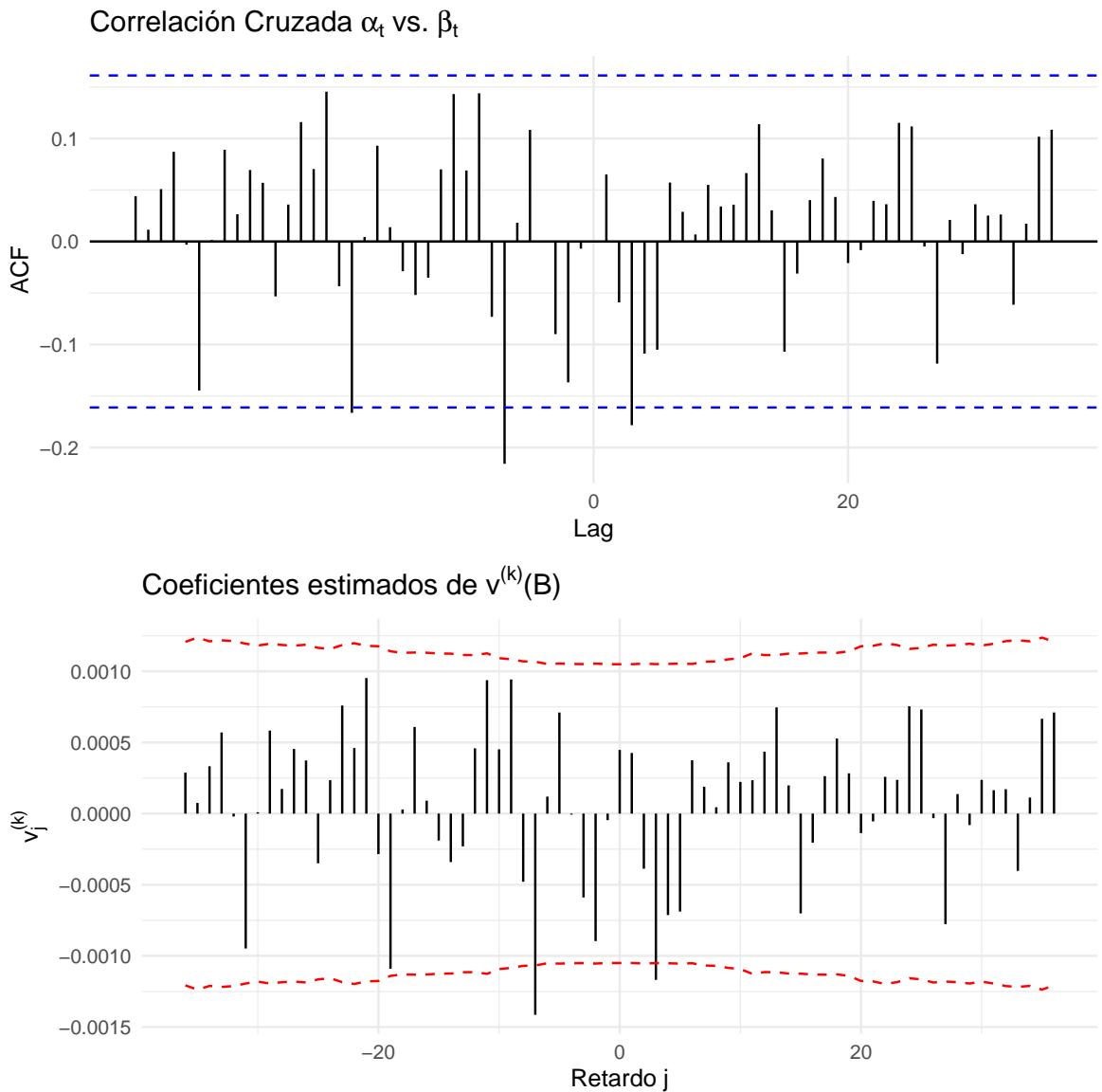
**Figura 3.36:** Coeficientes  $v_j$  estimados - Temperatura Máxima

3. Para la variable Temperatura Mínima  $x_t^{(3)}$ , se observa que los coeficientes  $\hat{v}_j^{(3)}$ , de manera similar a la Temperatura Mínima, se encuentran dentro de las bandas de confianza a excepción de los retardos  $j = 4$  y  $j = -20$ , aunque es descartado por el principio de parsimonia (ya que hace que el modelo tenga demasiados coeficientes a estimar y se vuelva más complejo), por lo que se toma  $n = 4$ . Además no siguen un patrón claro (figura 3.37), por lo tanto se toman  $m = 0, b = 0$ .



**Figura 3.37:** Coeficientes  $v_j$  estimados - Temperatura Mínima

4. Para la variable Humedad Relativa  $x_t^{(4)}$ , se observa que los coeficientes  $\hat{v}_j^{(4)}$  se encuentran dentro de las bandas de confianza y no siguen un patrón en particular se toman  $b = 0$  y  $m = 0$ , a excepción de los retardos  $j = 3$  y  $j = -7$  (figura 3.38). Así, posibles valores a considerar son  $n = 3$  y  $n = 7$ , pero por el principio de parsimonia, solo se considera  $n = 3$ .



**Figura 3.38:** Coeficientes  $v_j$  estimados - Humedad Relativa

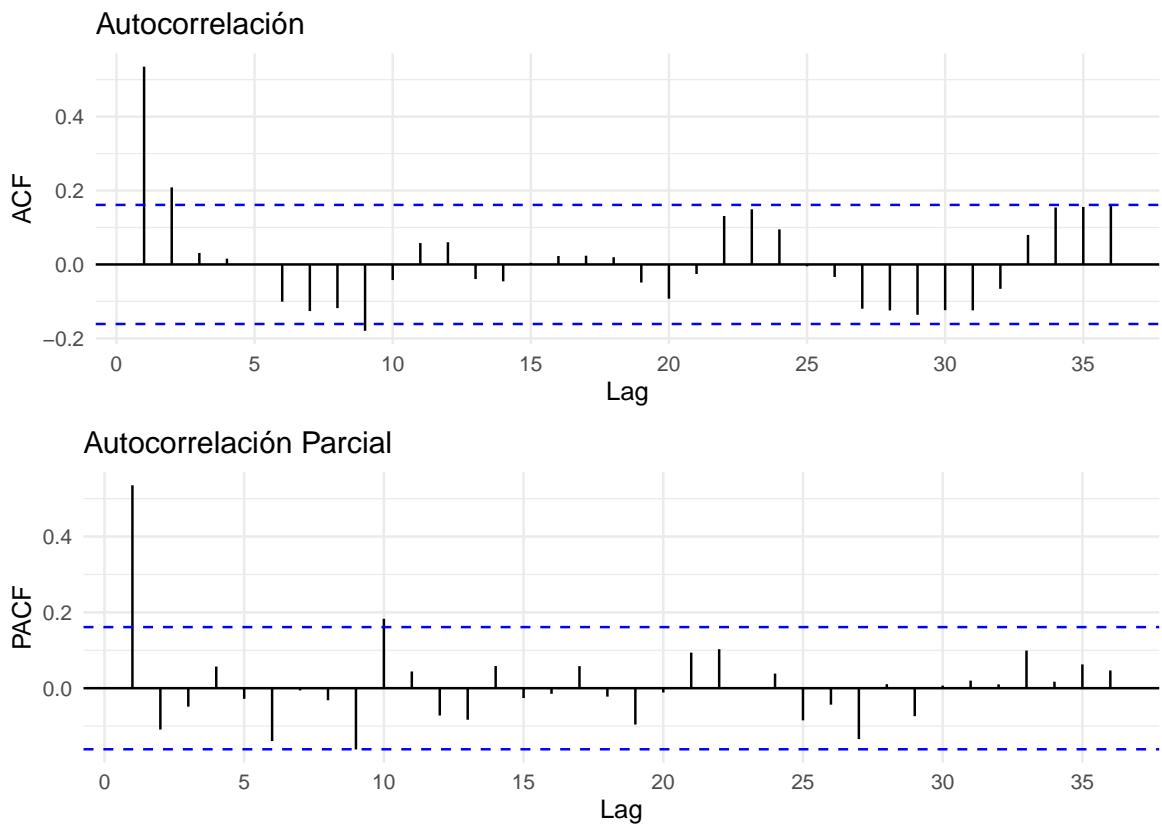
Identificadas las funciones de respuesta al impulso, para cada una de las variables, considerando únicamente las variables que no se encuentren correlacionadas, se continua con el paso 4 de la metodología, en este punto se debe identificar la estructura SARMA que compone el modelo SARIMAX, para ello, se consideran dos factores, el primero es que las funciones de respuesta al impulso  $v^{(k)}(B)$  tienen como término común al polinomio estacional autoregresivo (SAR) de grado 2, por lo que se incluye este en el modelo final. Otro factor a analizar es la perturbación  $n_t$ , para identificar si es necesario incluir más coeficientes tanto en la parte autoregresiva como media móvil del modelo final.

Para ello se procede a modelar  $n_t$  precisamente mediante un modelo SARMA.

Para este caso, la perturbación viene dada por:

$$n_t^* = y_t - \alpha_t^{(1)} - \alpha_t^{(2)} - \alpha_t^{(3)} - \alpha_t^{(4)}$$

Observando la figura 3.39 se ve que la función de autocorrelación y autocorrelación parcial de  $n_t^*$  tienen picos fuera de las bandas de confianza en los retardos 1 y 10, en el resto de retardos muestra un comportamiento con picos periódicos, pero dentro de las bandas de confianza, por lo que podría ser necesario incluir polinomios estacionales en el modelo final.



**Figura 3.39:** Autocorrelación  $n_t$

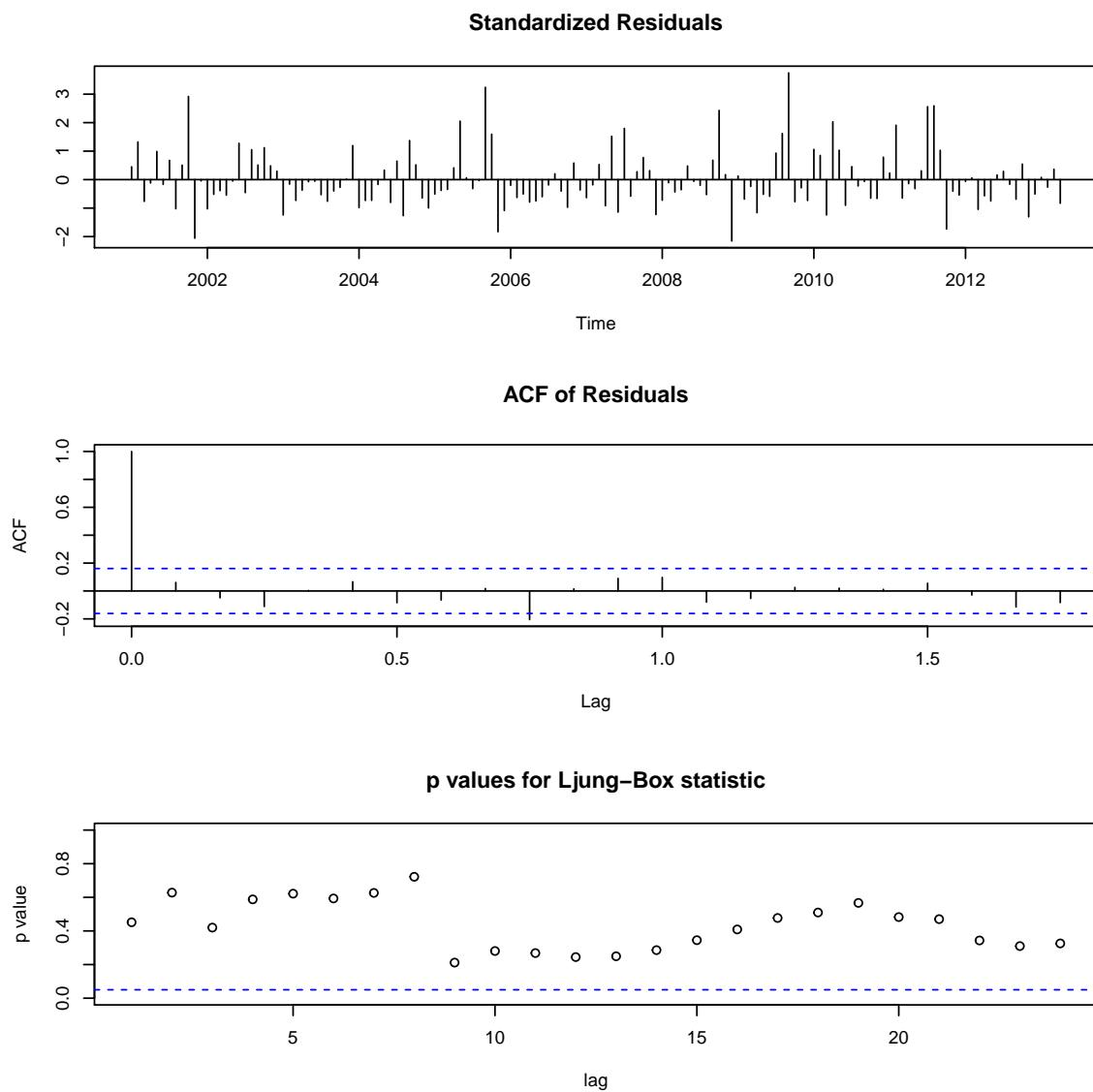
Tras analizar la función de autocorrelación de  $n_t^*$ , se propone el modelo ARMA(1,0). Como se muestra en la tabla 3.8, todos los coeficientes son significativos, mientras que analizando los residuos del modelo (ver figura 3.40), se observa que todos los P-valores del estadístico Ljung-Box son mayores que 0.05, por lo tanto los residuos se comportan como un ruido blanco.

**Tabla 3.8:** Modelo ARMA(1,0) - Perturbación

| Coef      | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|-----------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1       | 0.534    | 0.0691    | 7.730   | 0        | ***    |
| intercept | 794.235  | 86.9489   | 9.134   | 0        | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 246784.96$ , loglikelihood = -1128.97, AIC = 2263.95, BIC = 2272.94, Hannan-Quinn = 2268.09



**Figura 3.40:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) ARMA(1,0)

## Estimación del modelo

A partir de las anteriores etapas, se identifica un modelo inicial del tipo SARIMAX  $(1,0,0)(2,1,0)_{12}$  con 4 variables exógenas, y con funciones de respuesta al impulso con órdenes  $(b_k, m_k, n_k)$  como se muestran a continuación:

- Precipitación  $v^{(1)}$  :  $b_1 = 0, m_1 = 2, n_1 = 8$
- Temperatura Máxima  $v^{(2)}$  :  $b_2 = 0, m_2 = 0, n_2 = 0$
- Temperatura Mínima  $v^{(3)}$  :  $b_3 = 0, m_3 = 0, n_3 = 4$
- Humedad Relativa  $v^{(4)}$  :  $b_4 = 0, m_4 = 0, n_4 = 3$

Estimando los coeficientes de este modelo se obtienen los resultados de la tabla 3.9.

**Observación.** Como se ve en la tabla 3.9 tiene varios de los coeficientes no significativos, para varios de ellos no es posible estimar numéricamente sus errores estándar, por lo que es necesario, por una parte, quitar aquellas componentes menos significativas. En esta etapa se hace notoria la necesidad de eliminar variables del modelo, para ello se considera el criterio de quitar aquellas variables exógenas que se encuentren correlacionadas entre sí y que no tengan una alta correlación con la variable *output* (Caudal). Para ello se observaron las funciones de correlación cruzada representadas en las figuras 3.29 y 3.30 respectivamente.

Quitando la variable Temperatura Máxima y posteriormente Mínima, ya que tampoco tenía coeficientes asociados significativos, se llega al modelo SARIMAX  $(1,0,0)(2,1,0)_{12}$ , con 3 variables exógenas, cuyas funciones de respuesta al impulso tienen órdenes  $(b_k, m_k, n_k)$  como se muestran a continuación:

- Precipitación  $v^{(1)}$  :  $b_1 = 0, m_1 = 0, n_1 = 8$
- Humedad Relativa  $v^{(4)}$  :  $b_4 = 0, m_4 = 0, n_4 = 3$

Estimando los coeficientes de este modelo se obtienen los resultados de la tabla 3.10. Como se puede observar, para este modelo se obtiene que todos los coeficientes son significativos.

Sin embargo, al analizar sus residuos (ver figura 3.41), se ve que los P-valores del estadístico de Ljung-Box son menores a 0.05, por lo tanto se considera que la autocorrelación de los residuos es significativa, y se rechaza su independencia.

**Tabla 3.9:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)

| Coef                | Estimate | Std.Error | z-value  | Pr(> z ) | Signif |
|---------------------|----------|-----------|----------|----------|--------|
| ar1                 | 0.5313   | 0.0769    | 6.9068   | 0.0000   | ***    |
| sar1                | -0.5047  | 0.1022    | -4.9375  | 0.0000   | ***    |
| sar2                | 0.0073   | 0.1103    | 0.0664   | 0.9470   |        |
| Precipitacion-AR1   | 0.0014   | 0.0995    | 0.0139   | 0.9889   |        |
| Precipitacion-AR2   | 0.0004   | NaN       | NaN      | NaN      | NA     |
| Precipitacion-AR3   | -0.0015  | NaN       | NaN      | NaN      | NA     |
| Precipitacion-AR4   | 0.0004   | 0.2781    | 0.0013   | 0.9990   |        |
| Precipitacion-AR5   | 0.0039   | 0.1381    | 0.0279   | 0.9777   |        |
| Precipitacion-AR6   | 0.0075   | NaN       | NaN      | NaN      | NA     |
| Precipitacion-AR7   | -0.0108  | NaN       | NaN      | NaN      | NA     |
| Precipitacion-AR8   | -0.0197  | NaN       | NaN      | NaN      | NA     |
| Precipitacion-MA0   | -0.0759  | 0.6072    | -0.1251  | 0.9005   |        |
| Precipitacion-MA1   | -0.2714  | 0.1537    | -1.7652  | 0.0775   | .      |
| Precipitacion-MA2   | -0.2411  | NaN       | NaN      | NaN      | NA     |
| TemperaturaMax-MA0  | -2.6956  | 17.2030   | -0.1567  | 0.8755   |        |
| TemperaturaMin-AR1  | 0.1600   | NaN       | NaN      | NaN      | NA     |
| TemperaturaMin-AR2  | 1.2014   | 0.0717    | 16.7484  | 0.0000   | ***    |
| TemperaturaMin-AR3  | -0.4237  | 0.1022    | -4.1453  | 0.0000   | ***    |
| TemperaturaMin-AR4  | -0.5483  | 0.0225    | -24.3311 | 0.0000   | ***    |
| TemperaturaMin-MA0  | -7.9281  | NaN       | NaN      | NaN      | NA     |
| HumedadRelativa-AR1 | -0.4741  | 0.1337    | -3.5447  | 0.0004   | ***    |
| HumedadRelativa-AR2 | 0.5896   | 0.3065    | 1.9236   | 0.0544   | .      |
| HumedadRelativa-AR3 | 0.6813   | 0.0604    | 11.2786  | 0.0000   | ***    |
| HumedadRelativa-MA0 | -4.7599  | 4.9517    | -0.9613  | 0.3364   |        |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 313747.19$ , loglikelihood = -1040.07, AIC = 2130.15, BIC = 2205.08,  
Hannan-Quinn = 2164.61

**Tabla 3.10:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)

| Coef                | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(>  z  ) | Signif |
|---------------------|----------|-----------|---------|------------|--------|
| ar1                 | 0.4786   | 0.0765    | 6.260   | 0e+00      | ***    |
| sar1                | -0.6467  | 0.0894    | -7.235  | 0e+00      | ***    |
| sar2                | -0.3157  | 0.0898    | -3.515  | 4e-04      | ***    |
| Precipitacion-AR1   | -0.3706  | 0.0728    | -5.090  | 0e+00      | ***    |
| Precipitacion-AR2   | -0.4814  | 0.0641    | -7.513  | 0e+00      | ***    |
| Precipitacion-AR3   | -0.4302  | 0.0738    | -5.832  | 0e+00      | ***    |
| Precipitacion-AR4   | -0.4701  | 0.0800    | -5.873  | 0e+00      | ***    |
| Precipitacion-AR5   | -0.4877  | 0.0736    | -6.625  | 0e+00      | ***    |
| Precipitacion-AR6   | -0.3947  | 0.0790    | -4.998  | 0e+00      | ***    |
| Precipitacion-AR7   | -0.4521  | 0.0776    | -5.824  | 0e+00      | ***    |
| Precipitacion-AR8   | -0.8195  | 0.0973    | -8.423  | 0e+00      | ***    |
| Precipitacion-MA0   | 1.1374   | 0.3457    | 3.291   | 1e-03      | ***    |
| HumedadRelativa-AR1 | 0.7383   | 0.0825    | 8.951   | 0e+00      | ***    |
| HumedadRelativa-AR2 | 0.7195   | 0.1122    | 6.415   | 0e+00      | ***    |
| HumedadRelativa-AR3 | -0.8279  | 0.0864    | -9.581  | 0e+00      | ***    |
| HumedadRelativa-MA0 | -11.6721 | 3.3004    | -3.537  | 4e-04      | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 216121.53$ , loglikelihood = -1031.31, AIC = 2096.62, BIC = 2147.57,  
Hannan-Quinn = 2120.05

**Tabla 3.11:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)

| Coef                | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|---------------------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1                 | 0.5542   | 0.0746    | 7.428   | 0.0000   | ***    |
| sar1                | -0.7186  | 0.0860    | -8.360  | 0.0000   | ***    |
| sar2                | -0.3867  | 0.0843    | -4.585  | 0.0000   | ***    |
| Precipitacion-AR1   | -1.7641  | 0.0529    | -33.338 | 0.0000   | ***    |
| Precipitacion-AR2   | -0.9481  | 0.0494    | -19.174 | 0.0000   | ***    |
| Precipitacion-MA0   | 0.1475   | 0.0882    | 1.673   | 0.0943   | .      |
| HumedadRelativa-AR2 | 0.7495   | 0.2187    | 3.428   | 0.0006   | ***    |
| HumedadRelativa-MA0 | -7.3258  | 4.3291    | -1.692  | 0.0906   | .      |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 254742.56$ , loglikelihood = -1043.44, AIC = 2104.89, BIC = 2131.86, Hannan-Quinn = 2117.29

Tras probar varias combinaciones de parámetros y con la ayuda de las funciones de autocorrelación, se puede corregir las partes SARMA del modelo, y de las funciones de correlación cruzada entre los residuos y  $x_t^k$  para corregir las funciones de respuesta al impulso, se llega al modelo SARIMAX (1,0,0)(2,1,0)<sub>12</sub>, cuyas funciones de respuesta al impulso tienen órdenes  $(b_k, m_k, n_k)$  como se muestran a continuación:

- Precipitación  $v^{(1)}$  :  $b_1 = 0, m_1 = 0, n_1 = 2$
- Humedad Relativa  $v^{(4)}$  :  $b_4 = 0, m_4 = 0, n_4 = 2$

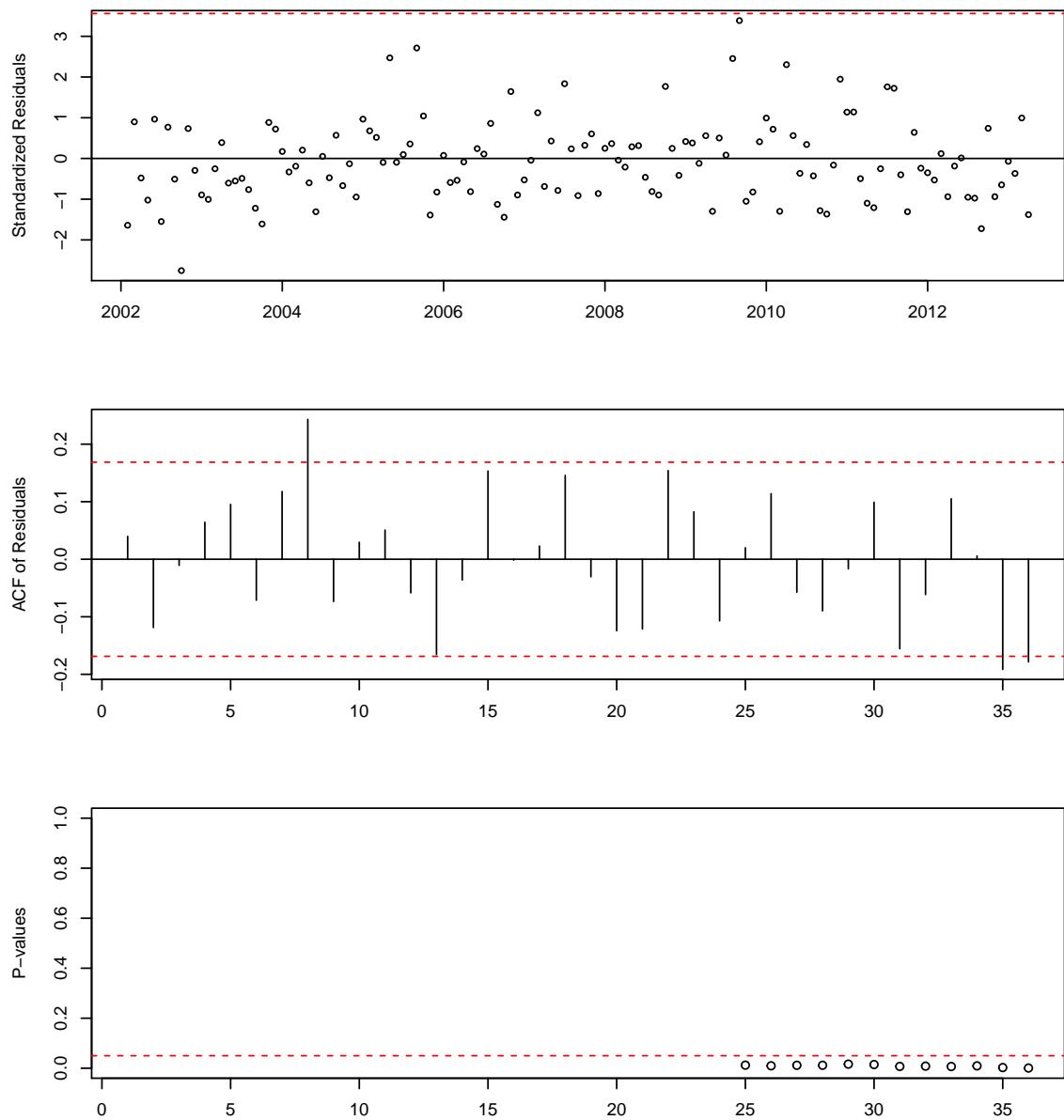
Estimando los coeficientes de este modelo se obtienen los resultados de la tabla 3.11. Como se puede observar, para este modelo se tienen todos los coeficientes significativos.

Y tras analizar los residuos asociados a este modelo (ver figura 3.42), se tiene que los P-valores del estadístico de Ljung-Box son mayores que 0.05, por lo que se puede aceptar que sus residuos son independientes. Así, este es el modelo que representará el Clúster 1. Se puede representar este modelo mediante la siguiente ecuación:

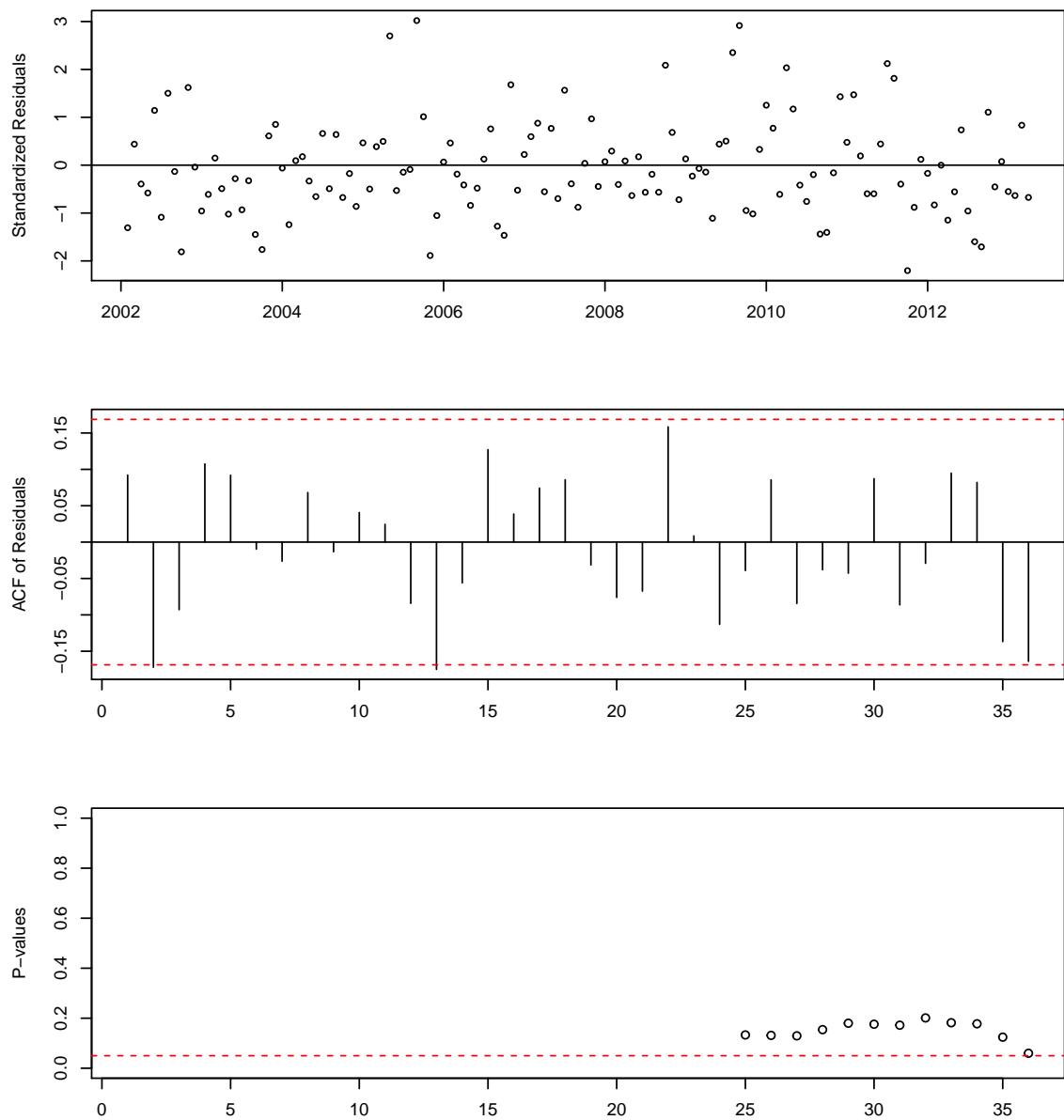
$$\begin{aligned} \Delta_{12}Y_t = & \frac{0,148}{1 + 1,764B + 0,948B^2} \Delta_{12}X_t^{(1)} + \frac{-7,326}{1 - 0,749B^2} \Delta_{12}X_t^{(4)} \\ & + \frac{1}{(1 - 0,554B)(1 + 0,719B^{12} + 0,387B^{24})} \varepsilon_t \end{aligned} \quad (3.2)$$

En la siguiente sección se hace una breve reseña del uso de la aplicación web creada para facilitar la ejecución de la metodología ya descrita.

Mientras que en la sección (Capítulo 5) se muestran a detalle los resultados de modelar todas las series que componen el clúster 1, partiendo de un modelo con los mismos parámetros (aunque no los mismos coeficientes), así mismo se muestran las predicciones e intervalos de confianza obtenidas de los modelos SARIMA y SARIMAX correspondientes.



**Figura 3.41:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX  $(1, 0, 0)(2, 1, 0)_{12}$



**Figura 3.42:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX  $(1, 0, 0)(2, 1, 0)_{12}$

# **Capítulo 4**

## **Aplicación Web**

A continuación, se muestra una guía de uso de la aplicación web que implementa la metodología antes descrita.

### **4.1. Módulo: Clustering**

En este módulo el usuario puede realizar una serie de variantes del análisis clúster expuesto en este documento. Incorpora 10 métricas distintas como:

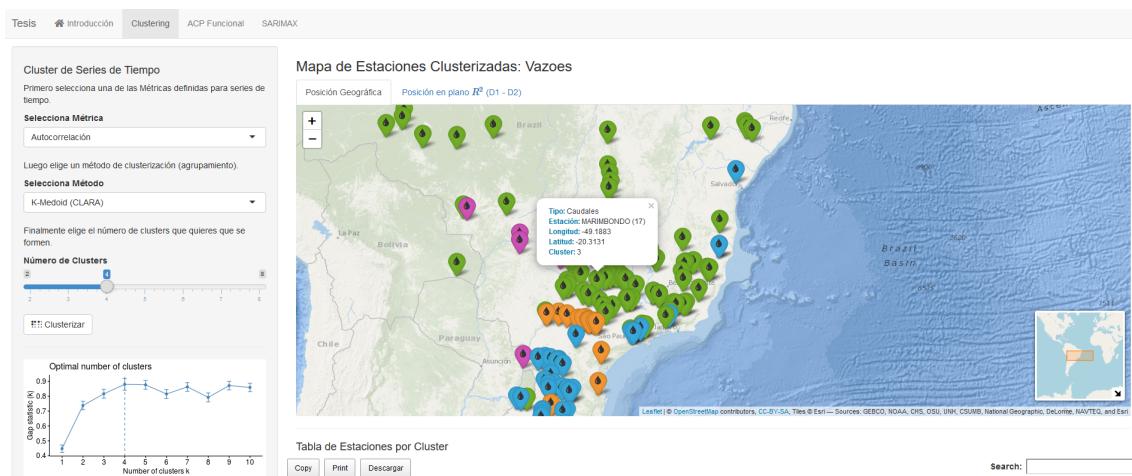
1. Autocorrelación
2. Correlación de Pearson
3. Correlación Temporal
4. Métrica Euclídea
5. Métrica de Fourier
6. Métrica Infinito
7. Métrica Manhattan
8. Métrica Minkowski
9. Autocorrelación Parcial
10. Periodograma

Así mismo es posible usar 3 diferentes algoritmos de agrupamiento:

1. K-Medias
2. PAM - CLARA
3. Clúster Jerárquico

Como se ilustra en la figura (4.1), una vez definidos estos dos parámetros y el número de clústers que se desean construir, y dando clic en el botón Clusterizar, la aplicación web crea los clústers, además una sugerencia del número óptimo de clústers que se deben construir, también se muestran las estaciones georeferenciadas en un mapa, opcionalmente su representación MDS en  $\mathbb{R}^2$ , así mismo se genera una tabla con las estaciones y a que clúster corresponden, si se seleccionan estaciones de esta lista, la aplicación muestra gráficos de las series de tiempo de Caudales asociados a estas estaciones.

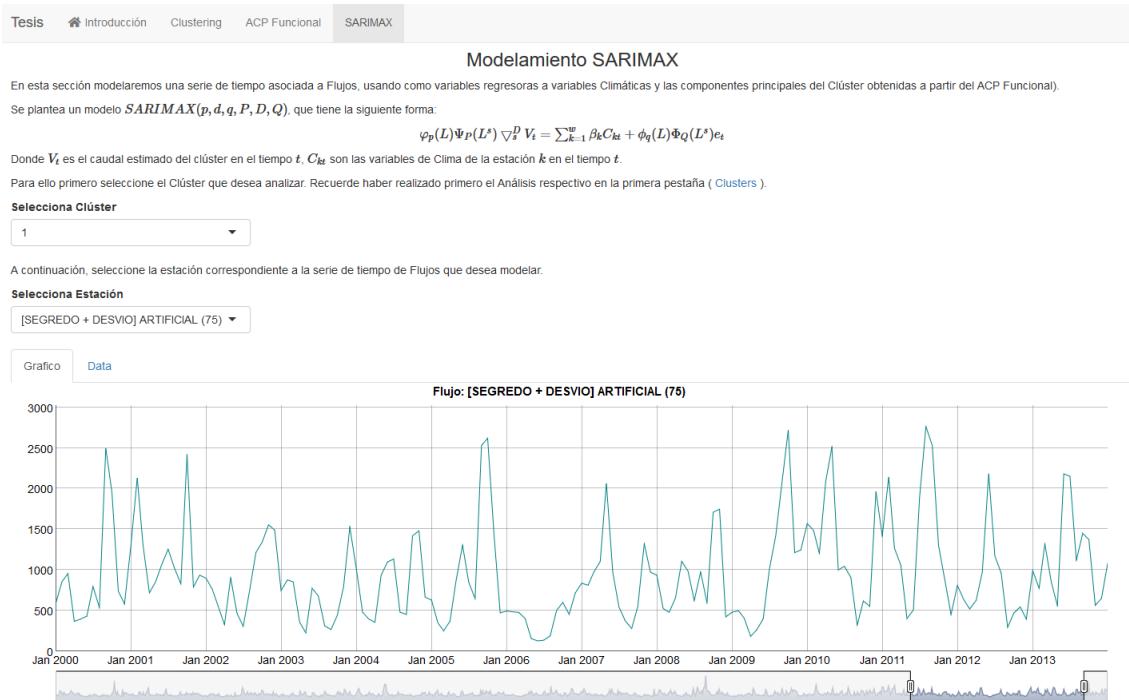
**Figura 4.1:** Módulo Clustering



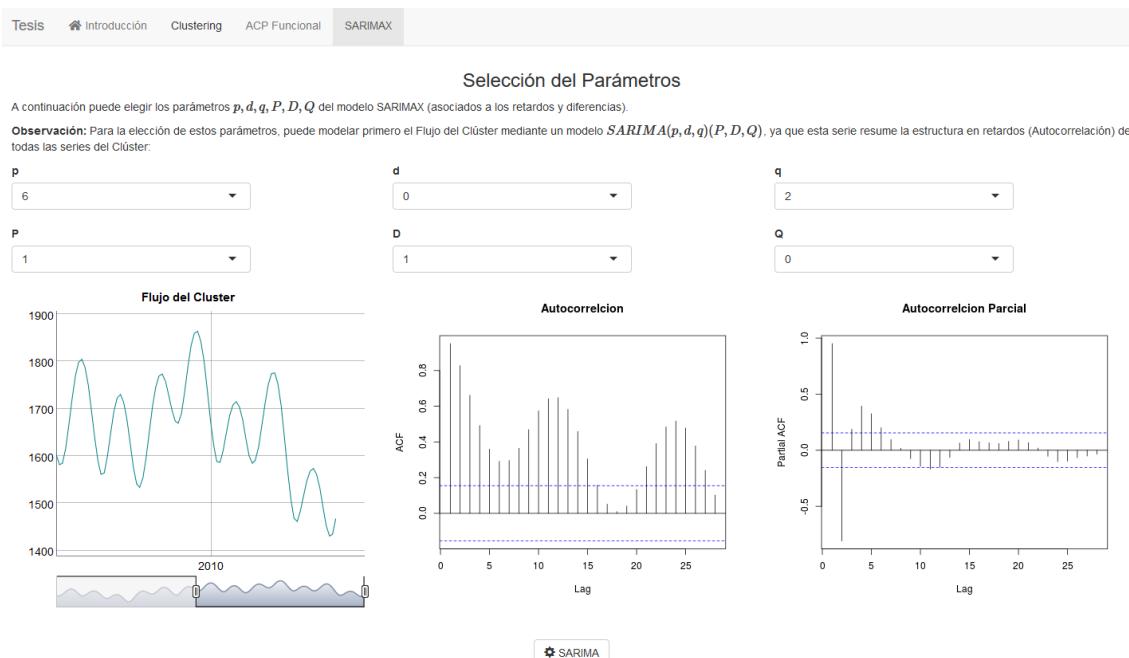
## 4.2. Módulo: SARIMAX

Este módulo se compone de dos secciones, la primera (ver 4.3) busca definir las componentes SARIMA del modelo asociado al Caudal de una estación (de un clúster predefinido), en nuestro caso, la estación *medoide* o central del clúster, aunque se puede elegir cualquiera. En la segunda parte se trata de elegir las variables regresoras asociadas a estaciones de medición climatologica (ver 4.4). Elegidas estas dos componentes, la aplicación estima el modelo asociado y muestra una serie de estadísticos de validación del modelo, análisis de residuos, predicciones del modelo (para la serie modelada), y una tabla con todos los modelos estimados para los caudales del clúster (ver 4.6).

**Figura 4.2: Módulo SARIMAX**



**Figura 4.3: Módulo SARIMAX**



## Figura 4.4: Módulo SARIMAX

Tesis Introducción Clustering ACP Funcional SARIMAX

**Variables Regresoras**

En la siguiente tabla se muestran las series climáticas asociadas a las estaciones de medición más cercanas a las estaciones donde se midieron los Flujos que componen el Clúster. Además, podemos encontrar la gráfica de dichas series, así como un mapa donde podemos observar las estaciones de medición de Flujos y sus correspondientes estaciones de medición de Clima.

**Nota:** Es posible que sea necesario deseasionalizar las series de clima, antes de ser usadas en el modelo.

Deseasionalizar Series de Clima.

Puede incluir en el modelo además, variables como la serie de Flujos representante del Clúster, así como las series que representan a las variables Climáticas: Precipitación, Temperatura Máxima, Temperatura Mínima, y Humedad (halladas a partir de ACP Funcional).

Flujo del Clúster  
 Precipitación del Clúster  
 Temperatura Máxima del Clúster  
 Temperatura Mínima del Clúster  
 Humedad del Clúster

Variables Regresoras Gráfico Data

Show 7 entries Search: [ ]

| Estacion_Clima           | Latitud | Longitud | Estacion_Vazoe     |
|--------------------------|---------|----------|--------------------|
| All                      | All     | All      | All                |
| 1 BENTO GONCALVES(83941) | -29.15  | -51.51   | CASTRO ALVES (98)  |
| 2 BENTO GONCALVES(83941) | -29.15  | -51.51   | 14 DE JULHO (284)  |
| 3 CAMPOS NOVOS(83887)    | -27.38  | -51.2    | GARIBALDI (89)     |
| 4 CAMPOS NOVOS(83887)    | -27.38  | -51.2    | BARRA GRANDE (215) |
| 5 CAMPOS NOVOS(83887)    | -27.38  | -51.2    | CAMPOS NOVOS (216) |
| 6 CAMPOS NOVOS(83887)    | -27.38  | -51.2    | MACHADINHO (217)   |
| 7 CHAPECO(83883)         | -27.11  | -52.61   | SEGREDO (76)       |

## Figura 4.5: Módulo SARIMAX

Tesis Introducción Clustering ACP Funcional SARIMAX

**Resultados**

Modelamiento Estación: 14 DE JULHO (284)

Coefficientes Residuos Predicción

En esta sección presentamos un resumen general del modelo estimado a partir de los parámetros antes fijados.

```
[1] ***** Variable VAZOE *****
[1] "14 DE JULHO (284)"
[1] ***** Vazoe Seleccionado *****
  Fecha 14 DE JULHO (284)
1 2000-01-01      83
2 2000-02-01     150
3 2000-03-01     257
4 2000-04-01     121
5 2000-05-01     149
6 2000-06-01    233
[1] ***** Estaciones CLIMA *****
[1] "BENTO GONCALVES(83941)"
[1] "
[1] "
[1] ***** MODELO SARIMAX *****
Series: VazTrain
Regression with ARIMA(6,0,2)(1,1,0)[12] errors

Coefficients:
ar1   ar2   ar3   ar4   ar5   ar6   ma1   ma2   sar1
0.2544 -0.2848 -0.0236 0.1285 0.089 -5e-04 0.0470 0.402 -0.5449
s.e.    NaN    NaN    NaN    NaN    NaN    NaN 0.0256 0.014    NaN
BENTO_GONCALVES(83941)_PrecipitacaoTotal
-0.0572
s.e.    0.2398
BENTO_GONCALVES(83941)_TempMaximaMedia
-17.7114
s.e.    21.0532
BENTO_GONCALVES(83941)_TempMinimaMedia
20.8523
s.e.    21.5485
BENTO_GONCALVES(83941)_UmidadeRelativaMedia
-2.7603
s.e.    6.4798
```

**Figura 4.6: Módulo SARIMAX**



**Figura 4.7: Módulo SARIMAX**



# Capítulo 5

## Resultados

En el presente capítulo se analizan los modelos SARIMA (ver 3.1) y SARIMAX (ver 3.2) estimados para cada una de las series de tiempo asociadas a Caudales medidos en las estaciones que componen el clúster 1.

Para el caso del modelo SARIMA $(4,0,0)(1,1,0)_{12}$ , se resumen en la tabla 5.1, los coeficientes estimados, su significancia, varianza de los residuos, y estadísticos como AIC,BIC, de cada una de las 41 series que componen el clúster 1. Como se puede observar los coeficientes asociados al retardo 1 de los polinomios autoregresivo y autoregresivo estacional, son significativos en las 41 estaciones, mientras que los coeficientes asociados a los retardos 2 y 3 del polinomio autoregresivo son significativos en únicamente cinco estaciones. En cambio el coeficiente asociado al retardo 4 del polinomio autoregresivo es no significativo en todos los casos.

En cuanto al modelo SARIMAX $(1,0,0)(2,1,0)_{12}$  con funciones de respuesta al impulso con órdenes:

- Precipitación  $v^{(1)}$  :  $b_1 = 0, m_1 = 0, n_1 = 2$
- Humedad Relativa  $v^{(4)}$  :  $b_4 = 0, m_4 = 0, n_4 = 2$

Observando el resumen de los resultados de este modelo en la tabla 5.2, se ve que todos los coeficientes asociados a la estructura SARIMA del modelo son significativos en todas las series de tiempo del clúster. En la mayoría de series, los retardos 1 y 2 del polinomio autoregresivo asociado a la variable exógena Precipitación, son significativos, seguidos por el retardo 2 del polinomio autoregresivo asociado a la variable Humedad Relativa. Los coeficientes asociados a los polinomios media móvil de las dos variables exógenas, son no significativos en su mayoría.

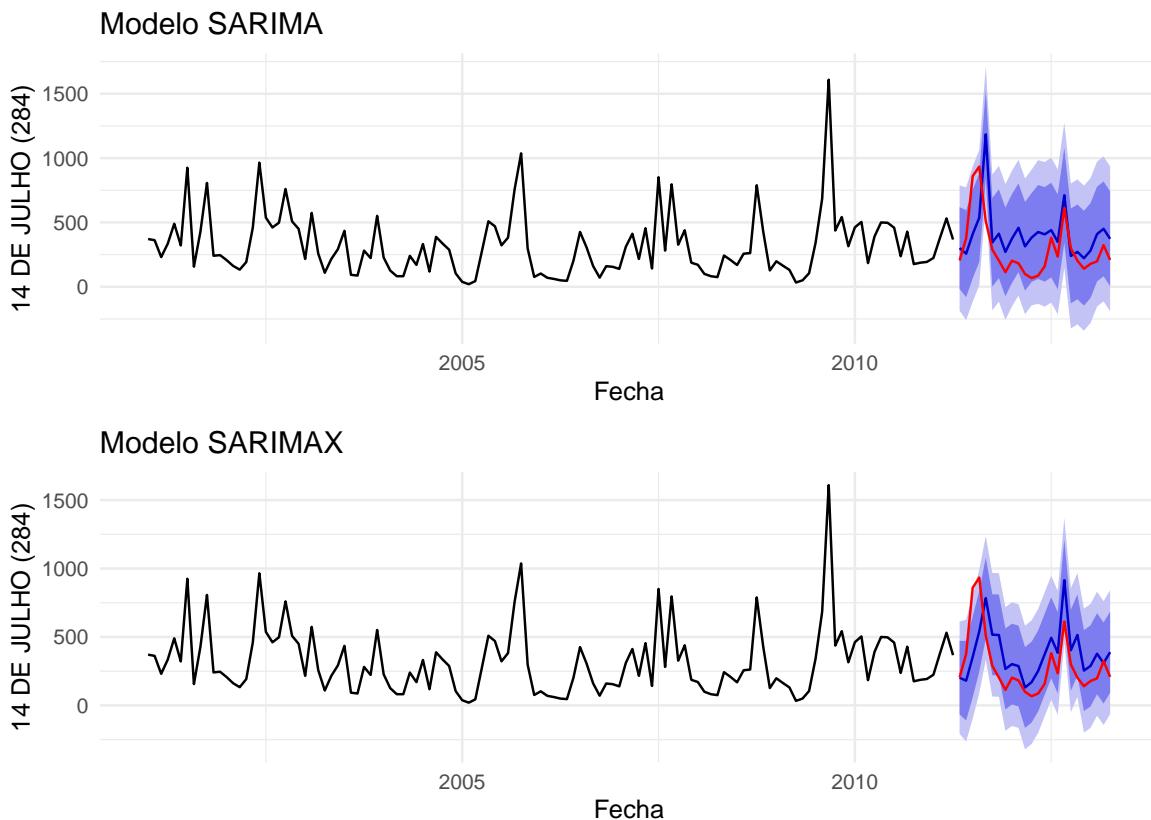
**Tabla 5.1:** Modelo SARIMA(4,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub> - Clúster 1

| Estación-Caudal                  | ar1       | ar2      | ar3      | ar4    | sar1       | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    |
|----------------------------------|-----------|----------|----------|--------|------------|--------------------|-------------|--------|--------|
| LAJES/P.PASSOS/FONTES NOVA (202) | 0.399 *** | 0.087    | 0.057    | 0.021  | -0.384 *** | 1.155e+01          | -360.5      | 733.0  | 750.4  |
| 14 DE JULHO (284)                | 0.36 ***  | 0.067    | -0.082   | 0.125  | -0.569 *** | 6.655e+04          | -950.6      | 1913.2 | 1930.7 |
| CASTRO ALVES (98)                | 0.315 *** | 0.092    | -0.094   | 0.131  | -0.573 *** | 2.125e+04          | -873.0      | 1758.0 | 1775.5 |
| BAIXO IGUAÇU (81)                | 0.586 *** | -0.173 . | 0.027    | -0.044 | -0.424 *** | 1.367e+06          | -1155.1     | 2322.1 | 2339.6 |
| BARRA GRANDE (215)               | 0.423 *** | 0.03     | -0.049   | 0.099  | -0.538 *** | 5.915e+04          | -942.3      | 1896.6 | 1914.1 |
| CAMPOS NOVOS (216)               | 0.551 *** | -0.101   | 0.029    | 0.05   | -0.524 *** | 7.836e+04          | -961.4      | 1934.7 | 1952.2 |
| DESVIO JORDÃO ARTIFICIAL (70)    | 0.226 **  | -0.133   | 0.091    | -0.076 | -0.503 *** | 4.526e+03          | -767.2      | 1546.3 | 1563.8 |
| GARIBALDI (89)                   | 0.551 *** | -0.103   | 0.032    | 0.05   | -0.526 *** | 6.388e+04          | -947.5      | 1907.0 | 1924.5 |
| MACHADINHO (217)                 | 0.592 *** | -0.122   | 0.031    | 0.072  | -0.531 *** | 3.140e+05          | -1055.8     | 2123.7 | 2141.2 |
| PEDREIRA (109)                   | 0.229 **  | 0.08     | 0.252 ** | 0.064  | -0.532 *** | 7.163e+01          | -485.6      | 983.2  | 1000.7 |
| PIMENTAL ARTIFICIAL (302)        | 0.295 *** | -0.225 * | 0.098    | -0.05  | -0.511 *** | 2.369e+06          | -1193.0     | 2397.9 | 2415.4 |
| SÃO ROQUE (88)                   | 0.539 *** | -0.102   | 0.051    | 0.046  | -0.531 *** | 4.350e+04          | -921.4      | 1854.8 | 1872.3 |
| TRAIÇÃO (104)                    | 0.29 ***  | 0.066    | 0.236 ** | 0.065  | -0.524 *** | 1.955e+02          | -553.8      | 1119.6 | 1137.1 |
| SEGREDO Y DESVIO ARTIFICIAL (75) | 0.641 *** | -0.166   | -0.009   | -0.025 | -0.421 *** | 3.925e+05          | -1070.2     | 2152.4 | 2169.9 |
| ITÁ (92)                         | 0.54 ***  | -0.096   | 0.047    | 0.059  | -0.534 *** | 6.723e+05          | -1107.6     | 2227.2 | 2244.7 |
| MONJOLINHO (220)                 | 0.467 *** | -0.014   | 0.123    | -0.009 | -0.516 *** | 5.723e+03          | -783.3      | 1578.7 | 1596.2 |
| PASSO FUNDO (93)                 | 0.529 *** | -0.04    | 0.096    | -0.011 | -0.508 *** | 1.593e+03          | -696.4      | 1404.7 | 1422.2 |
| QUEBRA QUEIXO (286)              | 0.47 ***  | -0.029   | -0.028   | 0.03   | -0.454 *** | 4.057e+03          | -759.4      | 1530.8 | 1548.3 |
| SALTO OSORIO (78)                | 0.61 ***  | -0.177 . | 0.016    | -0.04  | -0.415 *** | 6.763e+05          | -1107.2     | 2226.3 | 2243.8 |
| SALTO SANTIAGO (77)              | 0.615 *** | -0.181 . | 0.019    | -0.042 | -0.417 *** | 6.109e+05          | -1100.3     | 2212.5 | 2230.0 |
| SEGREDO (76)                     | 0.626 *** | -0.167   | -0.006   | -0.023 | -0.422 *** | 3.412e+05          | -1060.7     | 2133.4 | 2150.8 |
| JACUÍ (112)                      | 0.536 *** | 0.083    | -0.045   | 0.107  | -0.504 *** | 2.097e+04          | -871.6      | 1755.3 | 1772.7 |
| PASSO REAL (111)                 | 0.536 *** | 0.083    | -0.045   | 0.108  | -0.505 *** | 2.055e+04          | -870.2      | 1752.5 | 1770.0 |
| PEDRA DO CAVALO (254)            | 0.293 *** | -0.114   | -0.092   | 0.129  | -0.701 *** | 8.109e+03          | -809.2      | 1630.4 | 1647.8 |
| ALTO TIETÉ (160)                 | 0.385 *** | 0.036    | 0.282 ** | 0.02   | -0.598 *** | 1.026e+01          | -354.2      | 720.3  | 737.8  |
| FOZ DO CHAPECÓ (94)              | 0.535 *** | -0.064   | 0.036    | 0.053  | -0.541 *** | 1.023e+06          | -1136.2     | 2284.5 | 2302.0 |
| SALTO CAXIAS (222)               | 0.586 *** | -0.173 . | 0.027    | -0.044 | -0.424 *** | 1.171e+06          | -1144.5     | 2301.0 | 2318.5 |
| FOZ DO AREIA (74)                | 0.614 *** | -0.137   | -0.028   | -0.018 | -0.43 ***  | 2.532e+05          | -1040.5     | 2092.9 | 2110.4 |
| DESVIO JORDAO (73)               | 0.548 *** | -0.143   | 0.057    | -0.086 | -0.445 *** | 1.102e+04          | -827.4      | 1666.8 | 1684.2 |
| FUNDÃO (72)                      | 0.51 ***  | -0.102   | 0.037    | -0.091 | -0.44 ***  | 8.156e+03          | -806.9      | 1625.7 | 1643.2 |
| MAUÁ (57)                        | 0.583 *** | -0.105   | 0.069    | -0.083 | -0.5 ***   | 3.649e+04          | -909.2      | 1830.5 | 1847.9 |
| MONTE CLARO (97)                 | 0.353 *** | 0.072    | -0.083   | 0.124  | -0.566 *** | 6.189e+04          | -945.6      | 1903.3 | 1920.8 |
| DONA FRANCISCA (114)             | 0.443 *** | 0.218 *  | -0.078   | 0.067  | -0.512 *** | 5.928e+04          | -942.3      | 1896.7 | 1914.2 |
| ITAUBA (113)                     | 0.486 *** | 0.156 .  | -0.067   | 0.098  | -0.508 *** | 3.651e+04          | -909.3      | 1830.7 | 1848.2 |
| PASSO SÃO JOÃO (103)             | 0.523 *** | 0.129    | -0.022   | 0.048  | -0.483 *** | 4.345e+04          | -921.0      | 1854.0 | 1871.5 |
| SÃO JOSÉ (102)                   | 0.52 ***  | 0.129    | -0.022   | 0.049  | -0.484 *** | 4.053e+04          | -916.3      | 1844.5 | 1862.0 |
| SANTA CLARA MG (283)             | 0.453 *** | -0.096   | 0.113    | -0.002 | -0.465 *** | 4.825e+03          | -771.3      | 1554.6 | 1572.1 |
| SANTA CLARA PR (71)              | 0.5 ***   | -0.089   | 0.031    | -0.092 | -0.441 *** | 7.481e+03          | -801.0      | 1614.0 | 1631.5 |
| BILLINGS (118)                   | 0.229 **  | 0.08     | 0.252 ** | 0.064  | -0.532 *** | 7.163e+01          | -485.6      | 983.2  | 1000.7 |
| BILLINGS+PEDRAS (119)            | 0.24 **   | 0.078    | 0.244 ** | 0.063  | -0.536 *** | 1.093e+02          | -514.4      | 1040.7 | 1058.2 |
| PEDRAS (116)                     | 0.281 **  | 0.068    | 0.21 *   | 0.058  | -0.549 *** | 4.100e+00          | -291.1      | 594.3  | 611.8  |

**Tabla 5.2:** Modelo SARIMAX(1, 0, 0)(2, 1, 0)<sub>12</sub> - Clúster 1

| Estación-Caudal                  | ar1       | sar1       | sar2       | Precipitacion-AR1 | Precipitacion-AR2 | Precipitacion-MA0 | HumedadRelativa-AR2 | HumedadRelativa-MA0 | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    |
|----------------------------------|-----------|------------|------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|--------------------|-------------|--------|--------|
| LAJES/P.PASSOS/FONTES NOVA (202) | 0.393 *** | -0.523 *** | -0.293 **  | 0.382             | 0.399             | 0.011 *           | 0.141               | -0.115              | 1.059e+01          | -355.7      | 729.4  | 756.3  |
| 14 DE JULHO (284)                | 0.368 *** | -0.82 ***  | -0.439 *** | 1.65 ***          | -0.876 ***        | -0.198 **         | -0.167              | 10.392 *            | 4.884e+04          | -932.1      | 1882.2 | 1909.2 |
| CASTRO ALVES (98)                | 0.459 *** | -0.858 *** | -0.461 *** | 0.078             | -0.883 ***        | 0.202 **          | -0.914 ***          | 1.626               | 1.556e+04          | -854.9      | 1727.7 | 1754.7 |
| BAIXO IGUAÇU (81)                | 0.501 *** | -0.694 *** | -0.524 *** | 0.737             | -0.73 ***         | -0.538            | 0.651 ***           | -7.434              | 1.023e+06          | -1139.4     | 2296.7 | 2323.7 |
| BARRA GRANDE (215)               | 0.443 *** | -0.806 *** | -0.454 *** | 0.805             | -0.969 ***        | -0.118            | 0.653 **            | -2.018              | 4.144e+04          | -921.0      | 1860.1 | 1887.1 |
| CAMPOS NOVOS (216)               | 0.486 *** | -0.718 *** | -0.372 *** | -0.844 ***        | -0.948 ***        | 0.258 .           | 0.62 **             | -3.549              | 6.371e+04          | -949.0      | 1916.1 | 1943.1 |
| DEVIO JORDÃO ARTIFICIAL (70)     | 0.213 *   | -0.645 *** | -0.352 *** | -0.336            | 0.465             | -0.073 .          | -0.53 **            | 1.805 .             | 3.864e+03          | -757.8      | 1533.6 | 1560.5 |
| GARIBALDI (89)                   | 0.483 *** | -0.718 *** | -0.369 *** | -0.84 ***         | -0.946 ***        | 0.23 *            | 0.632 ***           | -3.19               | 5.206e+04          | -935.3      | 1888.6 | 1915.5 |
| MACHADINHO (217)                 | 0.518 *** | -0.755 *** | -0.406 *** | 0.882 ***         | -0.904 ***        | -0.595 **         | 0.687 ***           | -4.045              | 2.411e+05          | -1040.1     | 2098.1 | 2125.1 |
| PEDREIRA (109)                   | 0.322 *** | -0.65 ***  | -0.329 *** | -0.385            | 0.553 .           | -0.012 *          | 0.352               | 0.172               | 6.656e+01          | -481.5      | 981.0  | 1008.0 |
| PIMENTAL ARTIFICIAL (302)        | 0.386 *** | -0.862 *** | -0.308 **  | 1.037             | -0.169            | 0.56              | 0.266 .             | -21.902             | 2.180e+06          | -1190.1     | 2398.2 | 2425.2 |
| SÃO ROQUE (88)                   | 0.471 *** | -0.726 *** | -0.379 *** | -0.836 ***        | -0.939 ***        | 0.197 *           | 0.633 ***           | -2.826              | 3.500e+04          | -908.4      | 1834.8 | 1861.8 |
| TRAÍÇAO (104)                    | 0.412 *** | -0.647 *** | -0.294 *** | -0.383            | 0.56 .            | -0.016 *          | -0.338              | 0.347               | 1.852e+02          | -550.9      | 1119.9 | 1146.9 |
| SEGREDO Y DESVIO ARTIFICIAL (75) | 0.547 *** | -0.654 *** | -0.478 *** | 0.192             | -0.839 ***        | 0.701 .           | -0.909              | 0.078               | 3.052e+05          | -1056.3     | 2130.7 | 2157.6 |
| ITÁ (92)                         | 0.523 *** | -0.745 *** | -0.431 *** | -1.456 ***        | -0.936 ***        | 0.138             | -0.748 ***          | 16.543 *            | 5.273e+05          | -1093.4     | 2204.8 | 2231.8 |
| MONJOLINHO (220)                 | 0.55 ***  | -0.736 *** | -0.455 *** | 0.186 **          | -0.873 ***        | 0.084 *           | 0.545 .             | -0.94               | 4.214e+03          | -765.2      | 1548.5 | 1575.5 |
| PASSO FUNDO (93)                 | 0.58 ***  | -0.685 *** | -0.411 *** | -1.252 ***        | -0.886 ***        | 0.013             | -0.724 ***          | 0.516               | 1.258e+03          | -682.4      | 1382.7 | 1409.7 |
| QUEBRA QUEIXO (286)              | 0.475 *** | -0.641 *** | -0.445 *** | 0.115             | -0.907 ***        | 0.066 .           | -0.612              | 0.226               | 3.097e+03          | -743.7      | 1505.3 | 1532.3 |
| SALTO OSORIO (78)                | 0.515 *** | -0.651 *** | -0.508 *** | 0.528             | -0.442 *          | 0.719             | -0.675 *            | 10.371              | 5.412e+05          | -1095.6     | 2209.3 | 2236.3 |
| SALTO SANTIAGO (77)              | 0.518 *** | -0.65 ***  | -0.475 *** | 0.208             | -0.841 ***        | 0.858 .           | -0.844              | 0.742               | 4.738e+05          | -1086.2     | 2190.3 | 2217.3 |
| SEGREDO (76)                     | 0.536 *** | -0.653 *** | -0.467 *** | 0.197             | -0.838 ***        | 0.643 .           | -0.808              | 0.691               | 2.689e+05          | -1047.6     | 2113.2 | 2140.1 |
| JACUÍ (112)                      | 0.61 ***  | -0.738 *** | -0.494 *** | 1.703 ***         | -0.905 ***        | -0.085 *          | -0.754 ***          | 2.325 *             | 1.382e+04          | -846.5      | 1711.1 | 1738.0 |
| PASSO REAL (111)                 | 0.611 *** | -0.738 *** | -0.493 *** | 1.702 ***         | -0.905 ***        | -0.085 *          | -0.753 ***          | 2.298 *             | 1.354e+04          | -845.2      | 1708.3 | 1735.3 |
| PEDRA DO CAVALO (254)            | 0.221 *   | -0.831 *** | -0.228 *   | 0.472 ***         | -0.46 ***         | 0.544 ***         | -0.243              | -0.533              | 6.178e+03          | -790.9      | 1599.7 | 1626.7 |
| ALTO TIETÊ (160)                 | 0.441 *** | -0.736 *** | -0.316 *** | 0.095             | -0.079            | 0.007 *           | 0.255               | 0.206 *             | 8.810e+00          | -344.6      | 707.1  | 734.1  |
| FOZ DO CHAPECÓ (94)              | 0.549 *** | -0.768 *** | -0.424 *** | 0.09              | 0.133             | -0.263            | 0.751 ***           | -3.08               | 8.488e+05          | -1125.9     | 2269.8 | 2296.8 |
| SALTO CAXIAS (222)               | 0.499 *** | -0.688 *** | -0.532 *** | -0.342 ***        | -0.889 ***        | -1.097 *          | 0.503 *             | -13.236             | 8.203e+05          | -1124.5     | 2266.9 | 2293.9 |
| FOZ DO AREIA (74)                | 0.488 *** | -0.666 *** | -0.439 *** | 0.083             | 0.739 ***         | 0.613 .           | 0.464 *             | -16.179 .           | 1.974e+05          | -1026.3     | 2070.5 | 2097.5 |
| DEVIO JORDAO (73)                | 0.436 *** | -0.685 *** | -0.526 *** | -1.086            | -0.135            | 0.023             | 0.271               | -4.832 *            | 7.909e+03          | -808.7      | 1635.3 | 1662.3 |
| FUNDÃO (72)                      | 0.415 *** | -0.684 *** | -0.526 *** | -1.152            | -0.191            | 0.018             | 0.281 .             | -4.058 *            | 5.855e+03          | -788.2      | 1594.4 | 1621.4 |
| MAUÁ (57)                        | 0.571 *** | -0.698 *** | -0.434 *** | -1.274 ***        | -0.961 ***        | 0.057             | -0.916 ***          | 2.158               | 2.820e+04          | -894.1      | 1806.2 | 1833.2 |
| MONTE CLARO (97)                 | 0.458 *** | -0.825 *** | -0.475 *** | -0.021            | -0.913 ***        | 0.307             | -0.855 ***          | 3.848               | 4.709e+04          | -930.1      | 1878.2 | 1905.2 |
| DONA FRANCISCA (114)             | 0.594 *** | -0.747 *** | -0.517 *** | 0.202 *           | -0.807 ***        | 0.383 **          | 0.363               | -2.89               | 4.192e+04          | -922.4      | 1862.7 | 1889.7 |
| ITAUBA (113)                     | 0.641 *** | -0.717 *** | -0.544 *** | 0.39 ***          | -0.963 ***        | 0.157 *           | -0.901 ***          | 2.882 *             | 2.386e+04          | -884.3      | 1786.7 | 1813.7 |
| PASSO SÃO JOÃO (103)             | 0.557 *** | -0.713 *** | -0.529 *** | 1.694 ***         | -0.901 ***        | -0.168 *          | -0.796 ***          | 2.458               | 2.712e+04          | -892.7      | 1803.4 | 1830.4 |
| SÃO JOSÉ (102)                   | 0.556 *** | -0.715 *** | -0.532 *** | 1.695 ***         | -0.902 ***        | -0.161 *          | -0.796 ***          | 2.337               | 2.519e+04          | -887.8      | 1793.5 | 1820.5 |
| SANTA CLARA MG (283)             | 0.317 *** | -0.614 *** | -0.323 *** | 0.693 ***         | -0.027            | 0.388 ***         | 0.516 ***           | -1.531              | 2.930e+03          | -738.6      | 1495.3 | 1522.3 |
| SANTA CLARA PR (71)              | 0.445 *** | -0.641 *** | -0.519 *** | 0.48 ***          | -1.072 ***        | 0.001             | 0.302 .             | -3.758 .            | 5.326e+03          | -781.5      | 1581.0 | 1608.0 |
| BILLINGS (118)                   | 0.164 .   | -0.787 *** | -0.374 *** | 0.33 **           | 0.226 *           | 0.057 ***         | -0.312              | 0.268 .             | 3.993e+01          | -447.9      | 913.8  | 940.8  |
| BILLINGS+PEDRAS (119)            | 0.173 *   | -0.783 *** | -0.365 *** | 0.339 **          | 0.219 *           | 0.07 ***          | -0.299              | 0.342 *             | 6.047e+01          | -476.1      | 970.1  | 997.1  |
| PEDRAS (116)                     | 0.248 *   | -0.766 *** | -0.338 *** | 0.223             | 0.141             | 0.014 ***         | -0.327              | 0.042               | 2.310e+00          | -253.8      | 525.5  | 552.5  |

Finalmente, analizando los estadísticos AIC, BIC, y  $\hat{\sigma}^2$  de los dos modelo, se observa, en cada una de las estaciones, que estos criterios se minimizan al usar el modelo SARIMAX para modelar los caudales, así mismo, al analizar el logaritmo de la verosimilitud se ve que este se maximiza precisamente en el modelo SARIMAX, por esta razón, se elige este último como el modelo que representará el clúster y a partir del cual se puede realizar pronósticos. Esto ocurre en los 4 clústers, tal como se puede corroborar en los apéndices C.1 y C.2, en donde se puede observar una clara ventaja al usar los modelos SARIMAX en el modelamiento de caudales. Por ejemplo, para la serie de tiempo asociada a la estación 14 DE JULHO (284) considerando el modelo SARIMA, se obtiene un  $AIC = 1913,2$ , un  $BIC = 1930,7$ ,  $\hat{\sigma} = 6655$  y el Log-Verosimilitud =  $-950,6$ , mientras que para el modelo SARIMAX se obtiene un  $AIC = 1882,2$ , un  $BIC = 1909,2$ ,  $\hat{\sigma} = 4884$  y el Log-Verosimilitud =  $-932,1$ , es decir, el modelo SARIMAX es mejor en todos los criterios. Así mismo, si se analizan las predicciones producidas por los dos modelos (ver 5.1), se ve que si bien los dos tienen predicciones (en azul) próximas a los valores reales de la serie (en rojo), el modelo SARIMAX produce predicciones más acertadas.



**Figura 5.1:** Predicción de Modelos SARIMA y SARIMAX

# Capítulo 6

## Conclusiones y Recomendaciones

En conclusión el uso de la metodología aquí planteada permite utilizar una variante del Análisis Clúster para modelar las 179 series de tiempo de caudales (asociadas a estaciones de medición en todo Brasil), a partir del modelamiento de 4 series de tiempo correspondientes a las *medoides* de cada clúster, reduciendo así significativamente el tiempo de modelamiento que hubiera tomado hacerlo directamente.

Además se pudieron probar satisfactoriamente una variedad de algoritmos de clusterización así como distintas métricas (funciones de disimilitud) y elegir uno en base a su efectividad al momento de agrupar series de tiempo estacionales.

En cuanto al modelamiento basado en la metodología Box y Jenkins se observó que si bien la correcta implementación del modelamiento SARIMAX supone un análisis más extenso, al considerar muchos más factores en su identificación, que el necesario para llevar a cabo el modelamiento SARIMA aquí propuesto, los modelos SARIMAX ofrecen mejores resultados, en términos de estadísticos de validación, criterios de información y también en predicción (en casi todos los casos).

Otro aporte importante del uso de modelos SARIMAX es que permitió identificar y medir la incidencia de factores climáticos a nivel local que interaccionan y afectan el comportamiento temporal de los caudales, factores como la precipitación, la humedad relativa y temperatura. Conocido el comportamiento temporal de los caudales, a partir de las predicciones arrojadas por los modelos planteados, que podrían hacerse con una alta precisión para un horizonte de tiempo considerablemente grande (de varios años al futuro), dicho de otra manera, se puede calcular anticipadamente la oferta energética generada por el sector hidroeléctrico del país, que a la postre permitiría establecer una planificación del uso de energía hidroeléctrica y también de energías alternativas (eólica, nuclear, solar) para cubrir la demanda

interna y externa del país, ya que Brasil exporta energía eléctrica a países como Argentina.

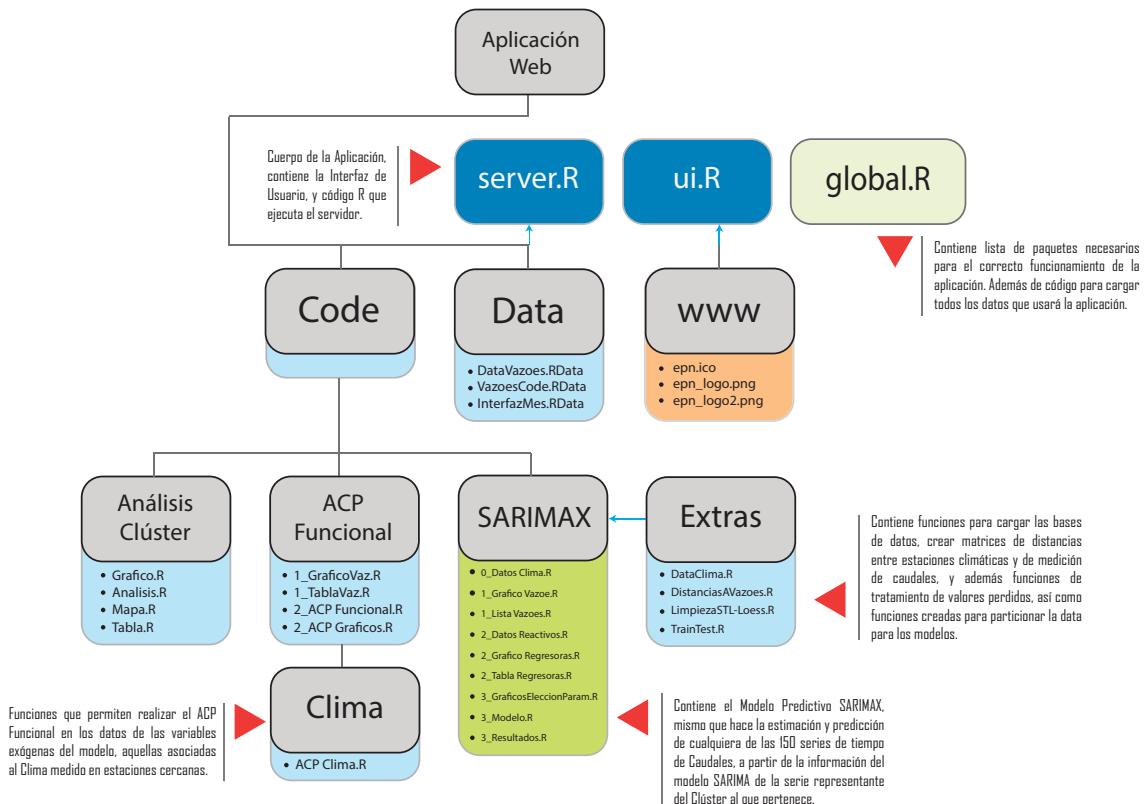
Finalmente, la implementación y automatización de la metodología aquí propuesta que dieron paso a rutinas generales exemplificadas en la Aplicación web creada para este estudio, dan muestra de la fácil reproducibilidad de esta metodología en una variedad de contextos distintos a los aquí abordados y abren la puerta a una variedad de análisis de datos de origen geográfico y temporal. Así mismo, cabe la posibilidad de extender este estudio a una escala mucho mayor ya sea considerando series de mayor frecuencia, o mayor cantidad de series, teniendo en cuenta algunas barreras en cuanto a la eficiencia de los algoritmos utilizados versus los recursos de hardware disponibles. A modo de ejemplo, en pruebas preliminares al desarrollo de este estudio, se consideraron series de frecuencia diaria, donde se encontraron cuellos de botella principalmente en el cálculo de la matriz de distancias (o disimilitudes) de la primera etapa, donde el tiempo de cálculo llegó a tomar un par de horas, en contraste con los tres minutos que tomó este proceso para series mensuales. Hay que notar que el tiempo de cálculo depende tanto del número de series de tiempo así como del número de observaciones que posee cada una, así, el tiempo de cálculo de la matriz crece al menos cuadráticamente cuando crecen estos dos factores. Por lo tanto, si el objetivo es escalar esta metodología a un contexto por ejemplo de Big Data, es necesario considerar, por una parte, la necesidad de implementar algoritmos aún más eficientes que los expuestos aquí, por ejemplo, paralelizando el cálculo de la matriz de distancias, y también de la distancia per se, otra mejora posible es la de usar el algoritmo de agrupamiento CLARANS que es una extensión más eficiente del algoritmo CLARA. Por otro lado, hay que considerar el uso de otros recursos de hardware necesarios para dicha implementación, es decir, vía Computación distribuida o vía Computación de alto rendimiento (*High performance Computing, HPC*).

# Apéndice A

## Aplicación Web

A continuación, mostramos la implementación en código R de la Aplicación Web desarrollada con el paquete *Shiny*, (RStudio, Inc, 2013), que contiene el análisis completo de las series de tiempo de flujos de ríos de Brasil. Este aplicación esta compuesta principalmente por tres archivos: *global*, *ui* y *server*, tal como puede ver en el mapa de archivos de la aplicación en la figura A.1.

**Figura A.1:** Estructura de la Aplicación Web



**Nota.** La aplicación Web con el análisis completo, se encuentra disponible para su uso en la siguiente dirección: <https://cristianpachacama.shinyapps.io/TesisBorrador/>.

Además puede encontrar el código fuente de la misma en el repositorio de GitHub: <https://github.com/CristianPachacama/AppTesis/>

## A.1. Paquetes (global.R)

Este archivo contiene la declaración de los paquetes extras, que contienen todos las funciones que se usarán en la aplicación web, y que son necesarios para su correcto funcionamiento.

```
#!!!!!!!!!!!!!!----- global.R -----!!!!!!
#-----  
  
pkgTest <- function(x){  
  if (!require(x,character.only = TRUE)){  
    install.packages(x,dep=TRUE)  
    if(!require(x,character.only = TRUE)) stop("Paquete no encontrado")  
  }  
}  
  
#Descarga de Paquetes ======  
pkgTest("shinydashboard")  
pkgTest("ggplot2")  
pkgTest("dygraphs")  
pkgTest("TSstudio")  
pkgTest("leaflet")  
pkgTest("htmltools")  
pkgTest("rgdal")  
pkgTest("readr")  
pkgTest("DT")  
pkgTest("dplyr")  
pkgTest("reshape2")  
pkgTest("lmtest")  
pkgTest("TSdist")  
pkgTest("xts")  
pkgTest("stlplus")  
pkgTest("TSA")  
pkgTest("forecast")  
pkgTest("smacof")  
pkgTest("cluster")
```

```

pkgTest("ks")
pkgTest("fPCA")
pkgTest("fdapace")

# Paquetes Necesarios =====
library(shiny)
library(shinythemes)
library(shinydashboard)
# Graficos
library(ggplot2)
library(dygraphs)
library(TSstudio)
# Mapas
library(leaflet)
library(htmltools)
library(rgdal)
# Tablas
library(readr)
library(DT)
library(dplyr)
library(reshape2)
# Estadisticos
library(lmtest)
# Series de Tiempo
library(TSdist)
library(xts)
library(TSA)
library(forecast)
# STL - Loess
library(stlplus)
# MDS y Cluster
library(smacof)
library(cluster)
# ACP Funcional
library(ks)
library(fPCA)
library(fdapace)

#» Carga de Datos
load('Data/Actual/InterfazMes.RData')
load('Data/Actual/DataVazoes.RData')
load("Data/Actual/VazoesCode.RData")
clima_dat=clima_dat2

```

```

particion = 0.20 #Particion Entrenamiento
set.seed(2)
# Matiz de Distancias
source(file ="Code/SARIMAX/Extras/DistanciasAVazoes.R", local = TRUE)

```

## A.2. Interfaz de Usuario (ui.R)

La interfaz de usuario está compuesta por todos los elementos visuales desde donde el usuario de la aplicación puede interactuar con la misma, en este caso está destinada a que el usuario fije los parámetros que posteriormente son usados como insumos para la ejecución de los análisis (en el "sever"), finalmente muestra a los usuarios los resultados del análisis realizado.

```

# =====
# !!!!!!! USER INTERFACE !!!!!!!
# =====

navbarPage(
  id = 'tesis' ,
  title = "Tesis",
  header = tags$h2(" - ", tags$head(
    tags$link(rel = 'shortcut icon',
              href = 'epn.ico',
              type = 'image/x-icon')
  )),
  position = "fixed-top",
  #theme=shinytheme('flatly'),#theme = 'estilo.css',
  footer = fluidRow(
    column(
      12,
      img(src = 'epn_logo.png', width = '30px', align = 'center'),
      tags$b('Proyecto: '),
      ' "Extreme low Levels of setreamflow in Hydropower Plants." ' ,
      '_',
      tags$a('Departamento de Matemática - EPN (2018)' ,
             href = 'http://www.epn.edu.ec'),
      tags$b(' || '),
      tags$b('Desarrollado por: '),
      tags$a('Cristian Pachacama', href =
             'http://www.linkedin.com/in/cristian-david-pachacama')
    )
  )
)

```

```

),
#INTRODUCCION E INFORMACION DEL PROYECTO -----
tabPanel(
  'Introducción',
  icon = icon('home'),
  fluidRow(
    sidebarPanel(
      img(src = 'epn_logo2.png', width = '90%', align = 'center'),
      fluidRow(' '),
      hr(),
      fluidRow(
        column(3, tags$b('Proyecto Titulación:')),
        column(1),
        column(
          8,
          'Análisis Clúster para series de tiempo estacionales
          y modelización de caudales de ríos del Brasil.'
        )
      ),
      hr(),
      fluidRow(
        column(3, tags$b('Proyecto Semilla:')),
        column(1),
        column(8, 'PIS-16-14'),
        hr(),
        fluidRow(
          column(3, tags$b('Línea de Investigación:')),
          column(1),
          column(8, 'Modelos Econométricos')
        ),
        hr(),
        fluidRow(
          column(3, tags$b('Departamento:')),
          column(1),
          column(8, 'Matemática'),
          hr(),
          fluidRow(
            column(3, tags$b('Directora:')),
            column(1),
            column(8, 'PhD. Adriana Uquillas')
          ),
          hr(),
          fluidRow(
            column(3, tags$b('Autor:')),
            column(1),
            column(8, 'Cristian Pachacama'))
        )
      )
    )
  )
)

```

```

),
mainPanel(
  h3(
    'Análisis Clúster para series de tiempo estacionales
    y modelización de caudales de ríos del Brasil.'
  ),
  hr(),
  h4('Resumen'),
  fluidRow(' '),
  p(
    'This paper deals with the application of the
    Cluster Analysis for Time Series
    oriented to the modeling of flows of the main
    rivers of Brazil, which were measured
    in 150 stations distributed in them, this from
    climatic variables and the combination
    of techniques of modeling as Principal
    Functional Components Analysis (FPCA),
    SARIMAX and STL-Loess.'
  ),
  p(
    'Specifically what is done is to create a
    small number of clusters (from 2 to 4 clusters)
    from the 150 stations (where the flows were
    measured), where each group will
    contain stations in which their flows have
    a temporary behavior similar possible,
    then for each of these clusters, through the
    use of ACPF, we will find a single time
    series that summarizes the behavior of the
    flows of the cluster. Finally, the time series
    of each cluster is modeled from climatic
    variables, using them as explanatory
    variables in the SARIMAX modeling framework.'
  ),
  p(
    'We will show later the advantages and the
    efficiency of modeling a huge amount
    of time series with the use of these techniques,
    this because the model that explains
    each cluster can be extended (using the
    same delays and explanatory variables) to

```

```

each of the time series that compose it.
We perform comparative studies between
an individual model (SARIMAX) for a specific
flow and the model of the cluster
to which it belongs, obtaining similar results
in terms of predictability. Where an
Average Quadratic Error (RMSE) of 0.3 % and
an AIC of 652,21 was obtained for
the individual model, while for the cluster
model an RMSE of 0.4 % was obtained,
and an AIC of 762,32'
),
p(
'Thus we show that we managed to move from
the problem of modeling 150 time
series, to modeling the time series of a few clusters.'
),
br(),
p(
tags$b('Keywords:'),
tags$i(
  "Time Series Cluster Analysis,
  STL-Loess decomposition, Functional
  Principal Component Analysis"
)
)
)

),
hr()

),
# ANALISIS CLUSTER DE SERIES VAZOES =====
tabPanel(
'Clusters',

fluidRow(
# Panel Lateral -----
sidebarPanel(
  h4('Cluster de Series de Tiempo'),

```

```

p(
  'Primero selecciona una de las Métricas
  definidas para series de tiempo.'
),
selectInput(
  'vaz_clus_metric',
  label = 'Selecciona Métrica',
  selected = 'D_acf',
  list(
    'Correlación Cruzada' = 'D_ccor',
    'Autocorrelación' = 'D_acf',
    'Correlación de Pearson' = 'D_cor',
    'Correlación Temporal' = 'D_cort',
    'Métrica Euclideana' = 'D_euc',
    'Métrica de Fourier' = 'D_fourier',
    'Métrica Infinito' = 'D_ifnrm',
    'Métrica Manhattan' = 'D_manh',
    'Métrica de Minkowski' = 'D_mink',
    'Autocorrelación Parcial' = 'D_pacf',
    'Periodograma' = 'D_per'
  )
),
p('Luego elige un método de clusterización
(agrupamiento).'),
selectInput(
  'vaz_clus_metod',
  label = 'Selecciona Método',
  selected = 'clara',
  list(
    'K-Medias' = 'kmedias',
    'K-Medoid (CLARA)' = 'clara',
    'Cluster Gerárquico' = 'gerarquico'
  )
),
p('Finalmente elige el número de clusters
que quieras que se formen.'),
sliderInput(
  'vaz_clus_k',
  label = 'Número de Clusters',
  min = 2,
  max = 8,
  value = 4
),

```

```

actionButton(
  'vaz_clus_boton',
  label = 'Clusterizar',
  icon = icon('braille')
),
hr(),
h4('Gráfico de Series'),
p(
  'Para graficar una o varias series,
  primero clusteriza las estaciones, luego
  seleccione los nombres de las estaciones
  correspondientes en la Tabla que
  se encuentra en la parte inferior derecha'
),
hr(),
#Link a pestaña ACP Funcional
p(
  'Si desea puede seguir con el Análisis
  de Componentes Principales Funcional
  de las Series de Flujos en la pestaña',
  actionLink(inputId = "pestania_acpf", label = "ACP Funcional")
)
),
# Panel Principal -----
mainPanel(
  h3('Mapa de Estaciones Clusterizadas: Vazoes '),
  hr(),
  leafletOutput("mapa_cluster", width = "100%", height = "450px"),
  hr(),
  h4('Tabla de Estaciones por Cluster'),
  fluidRow(
    dataTableOutput(outputId = "tabla_cluster"),
    #, width = "50%")),
  hr(),
  h4("Grafico de las Series"),
  dygraphOutput('vaz_clu_grf')
)
),
hr(),
# Analisis Comp. Princip Funcional =====
tabPanel(

```

```

"ACP Funcional",

h3(align = "center", "Análisis de Componentes Principales Funcional"),

p(
'Primero realice el Análisis Clúster en la pestaña anterior (' ,
actionLink(inputId = "pestania_cluster2", label = "Clusters"),
') fijando adecuadamente los parámetros. Luego, selecciona
que Clúster deseas analizar usando ACP Funcional.'
),

# Número de Clúster a Analizar
selectInput(
  'n_clus_acpf2',
  label = 'Selecciona Clúster',
  selected = "1",
  choices = 1:4
),

p(
"En el siguiente gráfico se muestran las
series de Flujos que componen el clúster,
así como una lista de las mismas."
),

#Grafico de Series Vazoes por Cluster
tabsetPanel(
  #Tabla Vazoes por Cluster
  tabPanel("Listado", br(),
    dataTableOutput(outputId = "tab_vaz_clus2")),
  #Grafico de Vazoes del Cluster
  tabPanel(
    "Gráfico",
    br(),
    br(),
    dygraphOutput(
      outputId = "graf_vaz_clus2",
      width = "98%",
      height = "300px"
    )
  )
),
br(),

```

```

#Resultados ACPF
h4("Resultados del ACP Funcional"),
p(
  "A continuación, se muestra un conjunto
  de gráficos resultado de haber realizado el
  ACP Funcional de las series de Flujos del
  Cluster. Es decir, la función media del
  proceso, las funciones propias, y el
  porcentaje que aporta cada componente a la
  variabilidad del proceso."
),
#Grafico ACOF
tabsetPanel(
  tabPanel("Gráfico Resumen",

    plotOutput(outputId = "graf_acpf1")),
  tabPanel("Gráficos de Presición",

    plotOutput(outputId = "graf_acpf2")),
  tabPanel("BoxPlot Funcional",

    plotOutput(outputId = "graf_acpf3"))
)

),

# MODELAMIENTO SARIMAX      =====
tabPanel(
  "SARIMAX",
  h3(align = "center", "Modelamiento SARIMAX"),
  p(
    "En esta sección modelaremos una serie de
    tiempo asociada a Flujos, usando como
    variables regresoras a variables Climáticas y
    las componentes principales del Clúster obtenidas
    a partir del ACP Funcional)."
),
withMathJax(),
p(
  "Se plantea un modelo  $\backslash\backslash(\text{SARIMAX}(p,d,q,P,D,Q) \backslash\backslash)$ ,
  que tiene la siguiente forma:"

```

```

),
p(
  align = "center",
  " $\sum_{k=1}^w \beta_k C_{kt} + \varphi_q(L) \Phi_Q(L^s) e_t$ "
),

#Especificaciones
p(
  "Donde  $V_t$  es el caudal estimado del clúster en el
  tiempo  $t$ ,  $C_{kt}$  son las variables de Clima
  de la estación  $k$  en el tiempo  $t$ ."
),

p(
  "Para ello primero seleccione el Clúster
  que desea analizar. Recuerde haber realizado
  primero el Análisis respectivo en la primera pestaña (",
  actionLink(inputId = "pestania_cluster3", label = "Clusters"),
  ')."
),
#Seleccionar Numero de Cluster
selectInput(
  'n_clus_acpf3',
  label = 'Selecciona Clúster',
  selected = "1",
  choices = 1:4
),
p(
  "A continuación, seleccione la estación
  correspondiente a la serie de tiempo de
  Flujos que desea modelar."
),
#Seleccionar Estacion Vazoe
selectInput(
  'nomb_est_vaz3',
  label = 'Selecciona Estación',
  selected = "1",
  choices = 1:4
),
#Grafico Estacion Seleccionada
dygraphOutput(outputId = "graf_vaz_estacion", width = "98%"),

```

```

p(
  "Luego, elije las variables regresoras del
  modelo, en este caso contamos con variables Climáticas."
),
br(),
# Variables Climáticas
h4("Variables Regresoras"),
p(
  "En la siguiente tabla se muestran las
  series climáticas asociadas a las estaciones
  de medición más cercanas a las estaciones
  donde se midieron los Flujos que componen
  el Clúster. Además, podemos encontrar
  la gráfica de dichas series, así como un mapa
  donde podemos observar las estaciones de
  medición de Flujos y sus correspondientes
  estaciones de medición de Clima."
),
p(
  tags$b("Nota:"),  

  "Es posible que sea necesario
  desestacionalizar las series de clima,
  antes de ser usadas en el modelo."
),
checkboxInput("ruidoClimaBox",
  label = "Desestacionalizar Series de Clima.",
  value = FALSE),
p(
  "Puede incluir en el modelo además, variables
  como la serie de Flujos representante
  del Clúster, así como las series que
  representan a las variables Climáticas:
  Precipitación, Temperatura Máxima,
  Temperatura Mínima, y Humedad (halladas a partir
  de ACP Funcional)."
),
# Elección Variables Extras
checkboxInput("flujoBox",
  label = "Flujo del Clúster",
  value = FALSE),
checkboxInput("precipBox",
  label = "Precipitación del Clúster",
  value = FALSE),

```

```

checkboxInput("tempMaxBox",
    label = "Temperatura Máxima del Clúster",
    value = FALSE),
checkboxInput("tempMinBox",
    label = "Temperatura Mínima del Clúster",
    value = FALSE),
checkboxInput("humedBox",
    label = "Humedad del Clúster",
    value = FALSE),

#Pestañas
tabsetPanel(
  tabPanel(
    "Variables Regresoras",
    br(),
    #Tabla Variables Clima del Clúster
    dataTableOutput(outputId = "tab_clim_clus3")
  ),
  tabPanel(
    "Gráfico",
    br(),
    p(
      "Primero selecciona las variables de
      la tabla anterior para que sean graficadas."
    ),
    #Grafico de las Series Climaticas
    dygraphOutput(
      outputId = "graf_clim_clus3",
      width = "98%",
      height = "400px"
    )
  )

),
tabPanel("Mapa",
  #Mapa de estaciones de Clima
  leafletOutput(outputId = "map_clim_clus3"))

),
br(),
p(
  "Nota: Si no selecciona ninguna
  de las variables de la tabla anterior, por
  defecto se consideran todas las variable climáticas."
)

```

```

) ,
  
((),
#Parámetros del Modelo
h4("Selección del Parámetros"),
p(
  "A continuación puede elegir los parámetros
  \\\( (p,d,q,P,D,Q)\\) del modelo (asociados
  a los retardos y diferencias)."
),
  

fluidRow(
  column(
    4,
    selectInput(
      inputId = "par_p",
      label = "p",
      choices = 0:12,
      selected = 6
    ),
    selectInput(
      inputId = "par_P",
      label = "P",
      choices = 0:12,
      selected = 1
    )
  ),
  column(
    4,
    selectInput(
      inputId = "par_d",
      label = "d",
      choices = 0:3,
      selected = 0
    ),
    selectInput(
      inputId = "par_D",
      label = "D",
      choices = 0:3,
      selected = 1
    )
  ),
  column(

```

```

        4,
      selectInput(
        inputId = "par_q",
        label = "q",
        choices = 0:8,
        selected = 4
      ),
      selectInput(
        inputId = "par_Q",
        label = "Q",
        choices = 0:8,
        selected = 0
      )
    )

  ) ,
  br(),
  p(
    align = "center",
    actionButton(
      inputId = "boton_modelo",
      label = "Ejecutar Análisis",
      icon = icon("cog", lib = "glyphicon")
    )
  ),
  hr(),
  h3("Resultados", align = "center"),
  h4(textOutput(outputId = "estacion_modelada")),

  tabsetPanel(
    #Coeficientes Estimados
    tabPanel(
      "Coeficientes",
      br(),
      p(
        "En esta sección presentamos un
        resumen general del modelo estimado
        a partir de los parámetros antes fijados."
      ),
      verbatimTextOutput("coeficientes")
    ),
    #Residuos
  )
)

```

```

tabPanel(
  "Residuos",
  br(),
  p(
    "A continuación podemos ver el gráfico
    de los residuos, su distribución, así como
    la función de autocorrelación de los mismos."
  ),
  plotOutput("resid_graf")
),
#Prediccion
tabPanel("Predicción")

),
br()

)
)
)
```

### A.3. Ejecución de Tareas (server.R)

En el "server" se ejecutan todas las funciones y calculos que hacen parte del análisis, para posteriormente mostrar los resultados del mismo en la interfáz de usuario. A continuación, mostramos una versión resumida del archivo "server", cada una de las rutinas (alojadas en subdirectorios) aquí incluidas se pueden encontrar en: <https://github.com/CristianPachacama/AppTesis/Code>.

```

# ===== SERVER =====
# !!!!!!! SERVER !!!!!!
# =====

function(input, output, session) {

  #Analysis Cluster -----
  # source("Code/Clusters/MapaEstaciones.R", local = TRUE)
  source("Code/Clusters/Analisis.R", local = TRUE)
```

```

source("Code/Clusters/Mapa.R",local = TRUE)
source("Code/Clusters/Tabla.R",local = TRUE)
source("Code/Clusters/Grafico.R",local = TRUE)
#Link a panel Modelamiento
observeEvent(input$pestania_acpf, {
  updateNavbarPage(session, "tesis", "ACP Funcional")
})

# Analisis Componentes Principales -----
observe({
  updateSelectInput(session,inputId = "n_clus_acpf2",
                    choices = 1:as.numeric(input$vaz_clus_k) )
})

source("Code/ACP Funcional/1_TablaVaz.R",local = TRUE)
source("Code/ACP Funcional/1_GraficoVaz.R",local = TRUE)
source("Code/ACP Funcional/2_ACP Funcional.R",local = TRUE)
source("Code/ACP Funcional/2_ACPF Graficos.R",local = TRUE)
observeEvent(input$pestania_cluster2, {
  updateNavbarPage(session, "tesis", "Clusters")
})

# Modelamiento SARIMAX -----
observe({
  updateSelectInput(session,inputId = "n_clus_acpf3",
                    choices = 1:as.numeric(input$vaz_clus_k) )
})

source("Code/SARIMAX/0_Datos Clima.R",local = TRUE)
source("Code/SARIMAX/1_Lista Vazoes.R",local = TRUE)
source("Code/SARIMAX/1_Grafico Vazoe.R",local = TRUE)

source("Code/ACP Funcional/Clima/ACP Clima.R",local = TRUE)
source("Code/SARIMAX/2_Datos Reactivos.R",local = TRUE)
source("Code/SARIMAX/2_Tabla Regresoras.R",local = TRUE)
source("Code/SARIMAX/2_Grafico Regresoras.R",local = TRUE)

source("Code/SARIMAX/Extras/TrainTest.R",local = TRUE)
source("Code/SARIMAX/3_Modelo.R",local = TRUE)
source("Code/SARIMAX/3_Resultados.R",local = TRUE)
observeEvent(input$pestania_cluster3, {
  updateNavbarPage(session, "tesis", "Clusters")
})

```

```
)  
#Subtitututo Resultados  
output$estacion_modelada = renderText({  
  paste("Modelamiento Estación:",input$nomb_est_vaz3)  
})  
}
```

# Apéndice B

## Análisis Clúster

### B.1. Matriz de Distancias

Mostramos a continuación la matriz de distancias  $D$ , asociada a las distancias  $d_{ACF}$  medidas entre las series de tiempo de Caudales, donde cada serie fue medida en una estación distinta. El nombre de cada estación se encuentra en la tabla B.28.

**Tabla B.1: Matriz de Distancias**

| d   | V1    | V2    | V3    | V4    | V5    | V6    | V7    | V8    | V9    | V10   | V11   | V12   | V13   | V14   | V15   | V16   | V17   | V18   | V19   | V20   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 0.000 | 0.820 | 0.946 | 1.756 | 1.706 | 2.359 | 2.613 | 1.892 | 1.552 | 2.725 | 2.523 | 1.987 | 3.665 | 1.971 | 0.063 | 2.746 | 1.746 | 1.691 | 3.188 | 0.589 |
| V2  | 0.820 | 0.000 | 0.427 | 0.997 | 0.950 | 1.591 | 1.849 | 1.142 | 0.806 | 1.954 | 1.749 | 1.217 | 2.895 | 1.210 | 0.791 | 1.980 | 0.987 | 0.935 | 2.423 | 0.336 |
| V3  | 0.946 | 0.427 | 0.000 | 0.883 | 0.832 | 1.500 | 1.748 | 1.050 | 0.798 | 1.874 | 1.675 | 1.156 | 2.828 | 1.133 | 0.916 | 1.886 | 0.872 | 0.814 | 2.341 | 0.619 |
| V4  | 1.756 | 0.997 | 0.883 | 0.000 | 0.055 | 0.641 | 0.894 | 0.338 | 0.436 | 1.010 | 0.812 | 0.374 | 1.968 | 0.357 | 1.729 | 1.032 | 0.021 | 0.071 | 1.493 | 1.280 |
| V5  | 1.706 | 0.950 | 0.832 | 0.055 | 0.000 | 0.695 | 0.947 | 0.373 | 0.422 | 1.064 | 0.865 | 0.420 | 2.022 | 0.402 | 1.679 | 1.086 | 0.053 | 0.025 | 1.547 | 1.231 |
| V6  | 2.359 | 1.591 | 1.500 | 0.641 | 0.695 | 0.000 | 0.266 | 0.509 | 0.913 | 0.393 | 0.215 | 0.407 | 1.347 | 0.418 | 2.332 | 0.437 | 0.649 | 0.709 | 0.864 | 1.881 |
| V7  | 2.613 | 1.849 | 1.748 | 0.894 | 0.947 | 0.266 | 0.000 | 0.744 | 1.165 | 0.203 | 0.201 | 0.651 | 1.111 | 0.660 | 2.587 | 0.252 | 0.902 | 0.961 | 0.618 | 2.141 |
| V8  | 1.892 | 1.142 | 1.050 | 0.338 | 0.373 | 0.509 | 0.744 | 0.000 | 0.594 | 0.881 | 0.688 | 0.176 | 1.823 | 0.121 | 1.865 | 0.905 | 0.335 | 0.374 | 1.323 | 1.444 |
| V9  | 1.552 | 0.806 | 0.798 | 0.436 | 0.422 | 0.913 | 1.165 | 0.594 | 0.000 | 1.250 | 1.066 | 0.610 | 2.160 | 0.606 | 1.530 | 1.261 | 0.426 | 0.413 | 1.711 | 1.066 |
| V10 | 2.725 | 1.954 | 1.874 | 1.010 | 1.064 | 0.393 | 0.203 | 0.881 | 1.250 | 0.000 | 0.222 | 0.772 | 0.980 | 0.786 | 2.699 | 0.223 | 1.020 | 1.080 | 0.527 | 2.241 |
| V11 | 2.523 | 1.749 | 1.675 | 0.812 | 0.865 | 0.215 | 0.201 | 0.688 | 1.066 | 0.222 | 0.000 | 0.574 | 1.190 | 0.593 | 2.497 | 0.338 | 0.822 | 0.881 | 0.732 | 2.036 |
| V12 | 1.987 | 1.217 | 1.156 | 0.374 | 0.420 | 0.407 | 0.651 | 0.176 | 0.610 | 0.772 | 0.574 | 0.000 | 1.710 | 0.092 | 1.960 | 0.797 | 0.376 | 0.426 | 1.222 | 1.514 |
| V13 | 3.665 | 2.895 | 2.828 | 1.968 | 2.022 | 1.347 | 1.111 | 1.823 | 2.160 | 0.980 | 1.190 | 1.710 | 0.000 | 1.729 | 3.642 | 0.959 | 1.976 | 2.037 | 0.535 | 3.179 |
| V14 | 1.971 | 1.210 | 1.133 | 0.357 | 0.402 | 0.418 | 0.660 | 0.121 | 0.606 | 0.786 | 0.593 | 0.092 | 1.729 | 0.000 | 1.944 | 0.809 | 0.358 | 0.407 | 1.235 | 1.508 |
| V15 | 0.063 | 0.791 | 0.916 | 1.729 | 1.679 | 2.332 | 2.587 | 1.865 | 1.530 | 2.699 | 2.497 | 1.960 | 3.642 | 1.944 | 0.000 | 2.722 | 1.718 | 1.663 | 3.163 | 0.566 |
| V16 | 2.746 | 1.980 | 1.886 | 1.032 | 1.086 | 0.437 | 0.252 | 0.905 | 1.261 | 0.223 | 0.338 | 0.797 | 0.959 | 0.809 | 2.722 | 0.000 | 1.040 | 1.099 | 0.510 | 2.268 |
| V17 | 1.746 | 0.987 | 0.872 | 0.021 | 0.053 | 0.649 | 0.902 | 0.335 | 0.426 | 1.020 | 0.822 | 0.376 | 1.976 | 0.358 | 1.718 | 1.040 | 0.000 | 0.061 | 1.501 | 1.270 |
| V18 | 1.691 | 0.935 | 0.814 | 0.071 | 0.025 | 0.709 | 0.961 | 0.374 | 0.413 | 1.080 | 0.881 | 0.426 | 2.037 | 0.407 | 1.663 | 1.099 | 0.061 | 0.000 | 1.560 | 1.217 |
| V19 | 3.188 | 2.423 | 2.341 | 1.493 | 1.547 | 0.864 | 0.618 | 1.323 | 1.711 | 0.527 | 0.732 | 1.222 | 0.535 | 1.235 | 3.163 | 0.510 | 1.501 | 1.560 | 0.000 | 2.715 |
| V20 | 0.589 | 0.336 | 0.619 | 1.280 | 1.231 | 1.881 | 2.141 | 1.444 | 1.066 | 2.241 | 2.036 | 1.514 | 3.179 | 1.508 | 0.566 | 2.268 | 1.270 | 1.217 | 2.715 | 0.000 |
| V21 | 2.558 | 1.790 | 1.713 | 0.860 | 0.914 | 0.254 | 0.173 | 0.707 | 1.099 | 0.203 | 0.174 | 0.603 | 1.134 | 0.612 | 2.532 | 0.283 | 0.869 | 0.928 | 0.652 | 2.082 |
| V22 | 3.486 | 2.707 | 2.646 | 1.780 | 1.834 | 1.161 | 0.934 | 1.642 | 1.991 | 0.812 | 0.999 | 1.521 | 0.323 | 1.547 | 3.461 | 0.795 | 1.789 | 1.849 | 0.453 | 2.988 |
| V23 | 1.756 | 0.977 | 0.994 | 0.383 | 0.400 | 0.694 | 0.945 | 0.403 | 0.369 | 1.026 | 0.834 | 0.378 | 1.944 | 0.390 | 1.731 | 1.065 | 0.380 | 0.402 | 1.487 | 1.259 |
| V24 | 1.758 | 0.980 | 0.995 | 0.383 | 0.400 | 0.691 | 0.943 | 0.401 | 0.371 | 1.024 | 0.831 | 0.376 | 1.942 | 0.388 | 1.732 | 1.063 | 0.380 | 0.402 | 1.485 | 1.261 |
| V25 | 2.963 | 2.198 | 2.124 | 1.283 | 1.337 | 0.659 | 0.437 | 1.106 | 1.491 | 0.367 | 0.546 | 1.003 | 0.738 | 1.019 | 2.938 | 0.349 | 1.290 | 1.350 | 0.244 | 2.492 |
| V26 | 3.689 | 2.920 | 2.845 | 1.988 | 2.042 | 1.369 | 1.130 | 1.844 | 2.181 | 1.006 | 1.218 | 1.734 | 0.116 | 1.750 | 3.665 | 0.969 | 1.996 | 2.056 | 0.547 | 3.205 |
| V27 | 2.741 | 1.974 | 1.893 | 1.039 | 1.093 | 0.410 | 0.193 | 0.879 | 1.273 | 0.144 | 0.290 | 0.775 | 0.952 | 0.787 | 2.716 | 0.190 | 1.047 | 1.107 | 0.464 | 2.265 |
| V28 | 2.421 | 1.654 | 1.561 | 0.706 | 0.760 | 0.073 | 0.204 | 0.565 | 0.971 | 0.337 | 0.186 | 0.466 | 1.283 | 0.476 | 2.395 | 0.379 | 0.714 | 0.773 | 0.798 | 1.946 |
| V29 | 3.185 | 2.421 | 2.338 | 1.490 | 1.544 | 0.861 | 0.615 | 1.319 | 1.708 | 0.525 | 0.729 | 1.219 | 0.539 | 1.232 | 3.160 | 0.508 | 1.498 | 1.558 | 0.005 | 2.712 |
| V30 | 2.387 | 1.619 | 1.529 | 0.673 | 0.727 | 0.068 | 0.240 | 0.534 | 0.947 | 0.364 | 0.184 | 0.433 | 1.322 | 0.447 | 2.361 | 0.420 | 0.682 | 0.741 | 0.840 | 1.911 |
| V31 | 0.363 | 0.513 | 0.699 | 1.455 | 1.405 | 2.061 | 2.319 | 1.609 | 1.246 | 2.427 | 2.223 | 1.691 | 3.366 | 1.680 | 0.343 | 2.448 | 1.445 | 1.390 | 2.895 | 0.260 |
| V32 | 2.502 | 1.732 | 1.667 | 0.831 | 0.885 | 0.254 | 0.247 | 0.642 | 1.057 | 0.336 | 0.261 | 0.533 | 1.197 | 0.549 | 2.476 | 0.346 | 0.837 | 0.896 | 0.709 | 2.026 |
| V33 | 2.023 | 1.257 | 1.177 | 0.344 | 0.393 | 0.358 | 0.606 | 0.242 | 0.611 | 0.713 | 0.518 | 0.170 | 1.673 | 0.155 | 1.997 | 0.751 | 0.351 | 0.405 | 1.190 | 1.549 |
| V34 | 0.838 | 0.468 | 0.204 | 1.043 | 0.993 | 1.646 | 1.890 | 1.180 | 0.949 | 2.024 | 1.828 | 1.295 | 2.972 | 1.271 | 0.806 | 2.034 | 1.030 | 0.975 | 2.477 | 0.612 |
| V35 | 0.834 | 0.454 | 0.193 | 1.037 | 0.988 | 1.642 | 1.887 | 1.177 | 0.940 | 2.020 | 1.823 | 1.291 | 2.969 | 1.267 | 0.802 | 2.031 | 1.025 | 0.969 | 2.475 | 0.600 |
| V36 | 2.565 | 1.804 | 1.706 | 0.857 | 0.910 | 0.250 | 0.118 | 0.703 | 1.120 | 0.216 | 0.190 | 0.616 | 1.152 | 0.617 | 2.539 | 0.291 | 0.866 | 0.924 | 0.660 | 2.097 |
| V37 | 2.568 | 1.807 | 1.709 | 0.859 | 0.912 | 0.254 | 0.120 | 0.707 | 1.123 | 0.213 | 0.190 | 0.621 | 1.150 | 0.622 | 2.542 | 0.291 | 0.868 | 0.926 | 0.659 | 2.100 |
| V38 | 0.401 | 0.690 | 0.671 | 1.533 | 1.482 | 2.141 | 2.389 | 1.666 | 1.382 | 2.515 | 2.316 | 1.777 | 3.464 | 1.754 | 0.370 | 2.530 | 1.522 | 1.465 | 2.972 | 0.588 |
| V39 | 0.733 | 0.120 | 0.445 | 1.086 | 1.039 | 1.678 | 1.798 | 1.220 | 0.907 | 2.045 | 1.840 | 1.302 | 2.988 | 1.293 | 0.702 | 2.072 | 1.075 | 1.023 | 2.511 | 0.297 |
| V40 | 0.760 | 0.369 | 0.201 | 1.058 | 1.007 | 1.672 | 1.923 | 1.212 | 0.930 | 2.048 | 1.847 | 1.316 | 2.998 | 1.295 | 0.729 | 2.061 | 1.046 | 0.989 | 2.512 | 0.489 |
| V41 | 3.689 | 2.920 | 2.845 | 1.988 | 2.042 | 1.369 | 1.130 | 1.844 | 2.181 | 1.006 | 1.218 | 1.734 | 0.116 | 1.750 | 3.665 | 0.969 | 1.996 | 2.056 | 0.547 | 3.205 |
| V42 | 3.556 | 2.787 | 2.712 | 1.859 | 1.913 | 1.231 | 0.987 | 1.695 | 2.068 | 0.884 | 1.089 | 1.589 | 0.231 | 1.607 | 3.531 | 0.854 | 1.866 | 1.926 | 0.391 | 3.077 |
| V43 | 2.619 | 1.857 | 1.774 | 0.932 | 0.985 | 0.320 | 0.170 | 0.756 | 1.165 | 0.226 | 0.263 | 0.661 | 1.078 | 0.668 | 2.593 | 0.256 | 0.939 | 0.998 | 0.580 | 2.151 |
| V44 | 2.679 | 1.916 | 1.836 | 0.993 | 1.047 | 0.379 | 0.203 | 0.816 | 1.221 | 0.229 | 0.310 | 0.719 | 1.018 | 0.727 | 2.654 | 0.228 | 1.000 | 1.059 | 0.519 | 2.210 |
| V45 | 2.677 | 1.914 | 1.833 | 0.992 | 1.046 | 0.379 | 0.205 | 0.813 | 1.220 | 0.238 | 0.316 | 0.717 | 1.021 | 0.725 | 2.652 | 0.232 | 0.998 | 1.058 | 0.521 | 2.208 |
| V46 | 2.309 | 1.556 | 1.425 | 0.585 | 0.635 | 0.222 | 0.372 | 0.507 | 0.886 | 0.504 | 0.346 | 0.436 | 1.443 | 0.436 | 2.282 | 0.509 | 0.593 | 0.648 | 0.967 | 1.844 |
| V47 | 3.744 | 2.969 | 2.901 | 2.036 | 2.091 | 1.413 | 1.175 | 1.892 | 2.248 | 1.057 | 1.254 | 1.777 | 0.231 | 1.800 | 3.720 | 1.032 | 2.045 | 2.105 | 0.624 | 3.252 |
| V48 | 0.144 | 0.840 | 0.988 | 1.788 | 1.738 | 2.392 | 2.648 | 1.929 | 1.583 | 2.754 | 2.551 | 2.020 | 3.698 | 2.005 | 0.144 | 2.780 | 1.778 | 1.723 | 3.224 | 0.599 |
| V49 | 0.430 | 0.889 | 1.112 | 1.846 | 1.798 | 2.440 | 2.700 | 1.995 | 1.625 | 2.793 | 2.589 | 2.071 | 3.728 | 2.062 | 0.421 | 2.829 | 1.837 | 1.784 | 3.267 | 0.634 |
| V50 | 0.842 | 0.371 | 0.424 | 1.023 | 0.972 | 1.634 | 1.886 | 1.210 | 0.850 | 1.982 | 1.783 | 1.292 | 2.935 | 1.272 | 0.817 | 2.012 | 1.015 | 0.960 | 2.468 | 0.463 |
| V51 | 2.016 | 1.302 | 1.182 | 0.602 | 0.631 | 0.624 | 0.792 | 0     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.2:** Matriz de Distancias

| d   | V1   | V2    | V3    | V4    | V5    | V6    | V7    | V8    | V9    | V10   | V11   | V12   | V13   | V14   | V15   | V16   | V17   | V18   | V19   | V20   |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 0.535 | 0.337 | 0.541 | 1.262 | 1.212 | 1.870 | 2.128 | 1.424 | 1.053 | 2.233 | 2.031 | 1.504 | 3.174 | 1.493 | 0.513 | 2.255 | 1.252 | 1.197 | 2.704 | 0.173 |
| 62  | V62  | 3.188 | 2.424 | 2.341 | 1.493 | 1.547 | 0.864 | 0.618 | 1.322 | 1.712 | 0.528 | 0.732 | 1.222 | 0.536 | 1.235 | 3.163 | 0.511 | 1.501 | 1.561 | 0.005 | 2.715 |
| 63  | V63  | 0.200 | 0.838 | 1.003 | 1.787 | 1.737 | 2.390 | 2.647 | 1.932 | 1.578 | 2.749 | 2.545 | 2.019 | 3.692 | 2.006 | 0.201 | 2.777 | 1.777 | 1.723 | 3.222 | 0.587 |
| 64  | V64  | 2.518 | 1.748 | 1.658 | 0.802 | 0.856 | 0.177 | 0.125 | 0.656 | 1.068 | 0.258 | 0.149 | 0.553 | 1.194 | 0.570 | 2.491 | 0.310 | 0.810 | 0.870 | 0.710 | 2.040 |
| 65  | V65  | 2.505 | 1.733 | 1.653 | 0.785 | 0.839 | 0.192 | 0.201 | 0.677 | 1.025 | 0.236 | 0.108 | 0.561 | 1.191 | 0.577 | 2.480 | 0.300 | 0.795 | 0.854 | 0.733 | 2.018 |
| 66  | V66  | 2.480 | 1.717 | 1.613 | 0.766 | 0.819 | 0.153 | 0.144 | 0.610 | 1.048 | 0.312 | 0.197 | 0.524 | 1.247 | 0.531 | 2.453 | 0.361 | 0.774 | 0.832 | 0.751 | 2.011 |
| 67  | V67  | 0.346 | 0.540 | 0.725 | 1.482 | 1.432 | 2.088 | 2.346 | 1.637 | 1.272 | 2.453 | 2.250 | 1.718 | 3.393 | 1.707 | 0.326 | 2.475 | 1.472 | 1.417 | 2.922 | 0.278 |
| 68  | V68  | 0.522 | 0.501 | 0.492 | 1.324 | 1.274 | 1.929 | 2.180 | 1.464 | 1.155 | 2.299 | 2.099 | 1.566 | 3.249 | 1.546 | 0.494 | 2.317 | 1.313 | 1.258 | 2.763 | 0.469 |
| 69  | V69  | 2.733 | 1.983 | 1.867 | 1.055 | 1.107 | 0.473 | 0.277 | 0.866 | 1.303 | 0.368 | 0.451 | 0.795 | 1.038 | 0.796 | 2.707 | 0.319 | 1.060 | 1.117 | 0.520 | 2.284 |
| 70  | V70  | 1.432 | 0.670 | 0.605 | 0.371 | 0.333 | 0.956 | 1.211 | 0.526 | 0.370 | 1.324 | 1.125 | 0.607 | 2.276 | 0.586 | 1.404 | 1.350 | 0.360 | 0.319 | 1.794 | 0.966 |
| 71  | V71  | 1.989 | 1.220 | 1.158 | 0.376 | 0.421 | 0.404 | 0.649 | 0.179 | 0.610 | 0.769 | 0.571 | 0.004 | 1.708 | 0.093 | 1.963 | 0.794 | 0.377 | 0.428 | 1.220 | 1.516 |
| 72  | V72  | 1.778 | 1.024 | 0.896 | 0.078 | 0.109 | 0.616 | 0.864 | 0.287 | 0.477 | 0.992 | 0.795 | 0.346 | 1.949 | 0.320 | 1.750 | 1.011 | 0.075 | 0.113 | 1.465 | 1.313 |
| 73  | V73  | 1.735 | 0.984 | 0.850 | 0.081 | 0.083 | 0.663 | 0.911 | 0.317 | 0.464 | 1.038 | 0.841 | 0.385 | 1.997 | 0.359 | 1.707 | 1.058 | 0.073 | 0.081 | 1.513 | 1.272 |
| 74  | V74  | 2.533 | 1.768 | 1.667 | 0.814 | 0.868 | 0.189 | 0.089 | 0.666 | 1.091 | 0.252 | 0.165 | 0.575 | 1.191 | 0.584 | 2.506 | 0.313 | 0.823 | 0.881 | 0.700 | 2.060 |
| 75  | V75  | 2.691 | 1.922 | 1.839 | 0.978 | 1.031 | 0.359 | 0.170 | 0.843 | 1.221 | 0.043 | 0.194 | 0.737 | 1.015 | 0.750 | 2.665 | 0.229 | 0.987 | 1.047 | 0.552 | 2.210 |
| 76  | V76  | 2.935 | 2.171 | 2.078 | 1.230 | 1.284 | 0.597 | 0.344 | 1.060 | 1.474 | 0.300 | 0.479 | 0.963 | 0.793 | 0.976 | 2.909 | 0.298 | 1.238 | 1.297 | 0.283 | 2.464 |
| 77  | V77  | 2.896 | 2.131 | 2.036 | 1.187 | 1.241 | 0.555 | 0.300 | 1.020 | 1.437 | 0.272 | 0.442 | 0.925 | 0.835 | 0.937 | 2.870 | 0.272 | 1.195 | 1.254 | 0.328 | 2.425 |
| 78  | V78  | 1.749 | 0.979 | 0.959 | 0.356 | 0.373 | 0.667 | 0.916 | 0.270 | 0.511 | 1.026 | 0.823 | 0.301 | 1.959 | 0.308 | 1.721 | 1.061 | 0.352 | 0.372 | 1.481 | 1.280 |
| 79  | V79  | 0.526 | 0.345 | 0.570 | 1.282 | 1.233 | 1.889 | 2.148 | 1.445 | 1.070 | 2.252 | 2.049 | 1.523 | 3.192 | 1.513 | 0.504 | 2.274 | 1.273 | 1.218 | 2.724 | 0.140 |
| 80  | V80  | 2.174 | 1.506 | 1.333 | 0.802 | 0.830 | 0.725 | 0.818 | 0.572 | 1.039 | 0.999 | 0.894 | 0.652 | 1.793 | 0.619 | 2.145 | 0.978 | 0.797 | 0.826 | 1.273 | 1.809 |
| 81  | V81  | 2.171 | 1.503 | 1.330 | 0.802 | 0.830 | 0.728 | 0.822 | 0.572 | 1.039 | 1.003 | 0.898 | 0.653 | 1.797 | 0.620 | 2.142 | 0.982 | 0.796 | 0.826 | 1.277 | 1.807 |
| 82  | V82  | 2.687 | 1.918 | 1.835 | 0.973 | 1.027 | 0.354 | 0.168 | 0.839 | 1.217 | 0.046 | 0.191 | 0.733 | 1.019 | 0.746 | 2.661 | 0.229 | 0.983 | 1.042 | 0.556 | 2.206 |
| 83  | V83  | 2.616 | 1.864 | 1.769 | 0.958 | 1.011 | 0.383 | 0.257 | 0.740 | 1.206 | 0.381 | 0.393 | 0.669 | 1.137 | 0.670 | 2.590 | 0.369 | 0.963 | 1.020 | 0.619 | 2.163 |
| 84  | V84  | 1.537 | 0.774 | 0.759 | 0.412 | 0.397 | 0.870 | 1.121 | 0.422 | 0.480 | 1.237 | 1.029 | 0.491 | 2.178 | 0.490 | 1.509 | 1.269 | 0.402 | 0.387 | 1.696 | 1.078 |
| 85  | V85  | 0.821 | 0.357 | 0.394 | 1.027 | 0.976 | 1.643 | 1.895 | 1.213 | 0.861 | 1.994 | 1.796 | 1.299 | 2.949 | 1.278 | 0.797 | 2.022 | 1.019 | 0.963 | 2.479 | 0.449 |
| 86  | V86  | 2.596 | 1.881 | 1.744 | 1.044 | 1.088 | 0.628 | 0.562 | 0.789 | 1.324 | 0.719 | 0.696 | 0.788 | 1.387 | 0.773 | 2.566 | 0.714 | 1.046 | 1.093 | 0.872 | 2.190 |
| 87  | V87  | 2.731 | 1.964 | 1.883 | 1.029 | 1.083 | 0.400 | 0.184 | 0.868 | 1.264 | 0.146 | 0.284 | 0.765 | 0.964 | 0.777 | 2.706 | 0.192 | 1.037 | 1.097 | 0.474 | 2.255 |
| 88  | V88  | 2.387 | 1.619 | 1.529 | 0.673 | 0.727 | 0.068 | 0.240 | 0.534 | 0.947 | 0.364 | 0.184 | 0.433 | 1.322 | 0.447 | 2.361 | 0.420 | 0.682 | 0.741 | 0.840 | 1.911 |
| 89  | V89  | 0.843 | 0.368 | 0.405 | 1.014 | 0.963 | 1.631 | 1.883 | 1.207 | 0.849 | 1.981 | 1.782 | 1.290 | 2.935 | 1.269 | 0.819 | 2.008 | 1.006 | 0.950 | 2.467 | 0.462 |
| 90  | V90  | 2.525 | 1.760 | 1.660 | 0.806 | 0.860 | 0.182 | 0.097 | 0.659 | 1.083 | 0.257 | 0.162 | 0.567 | 1.198 | 0.576 | 2.498 | 0.318 | 0.815 | 0.874 | 0.708 | 2.052 |
| 91  | V91  | 2.102 | 1.366 | 1.221 | 0.459 | 0.501 | 0.392 | 0.578 | 0.302 | 0.780 | 0.730 | 0.569 | 0.342 | 1.670 | 0.293 | 2.074 | 0.755 | 0.463 | 0.509 | 1.161 | 1.666 |
| 92  | V92  | 2.425 | 1.803 | 1.619 | 1.168 | 1.193 | 1.029 | 1.049 | 0.932 | 1.414 | 1.222 | 1.162 | 1.011 | 1.880 | 0.977 | 2.394 | 1.196 | 1.163 | 1.189 | 1.379 | 2.104 |
| 93  | V93  | 3.993 | 3.228 | 3.147 | 2.292 | 2.347 | 1.667 | 1.418 | 2.135 | 2.499 | 1.303 | 1.517 | 2.034 | 0.380 | 2.047 | 3.969 | 1.280 | 2.301 | 2.361 | 0.818 | 3.517 |
| 94  | V94  | 2.890 | 2.127 | 2.029 | 1.188 | 1.241 | 0.558 | 0.306 | 1.010 | 1.440 | 0.307 | 0.460 | 0.919 | 0.857 | 0.931 | 2.863 | 0.299 | 1.195 | 1.254 | 0.344 | 2.422 |
| 95  | V95  | 2.887 | 2.124 | 2.026 | 1.188 | 1.238 | 0.555 | 0.303 | 1.007 | 1.437 | 0.306 | 0.457 | 0.916 | 0.860 | 0.928 | 2.860 | 0.298 | 1.192 | 1.251 | 0.347 | 2.419 |
| 96  | V96  | 2.660 | 1.889 | 1.825 | 0.976 | 1.030 | 0.366 | 0.229 | 0.804 | 1.200 | 0.241 | 0.287 | 0.694 | 1.034 | 0.709 | 2.635 | 0.255 | 0.983 | 1.043 | 0.552 | 2.180 |
| 97  | V97  | 2.609 | 1.843 | 1.775 | 0.921 | 0.973 | 0.357 | 0.276 | 0.795 | 1.130 | 0.198 | 0.245 | 0.692 | 1.088 | 0.698 | 2.585 | 0.314 | 0.930 | 0.989 | 0.638 | 2.129 |
| 98  | V98  | 1.688 | 0.925 | 0.913 | 0.339 | 0.341 | 0.745 | 0.993 | 0.414 | 0.392 | 1.070 | 0.876 | 0.443 | 2.020 | 0.424 | 1.662 | 1.126 | 0.341 | 0.345 | 1.555 | 1.206 |
| 99  | V99  | 0.832 | 0.448 | 0.188 | 1.034 | 0.985 | 1.640 | 1.885 | 1.175 | 0.936 | 2.018 | 1.821 | 1.288 | 2.967 | 1.264 | 0.800 | 2.028 | 1.022 | 0.966 | 2.473 | 0.594 |
| 100 | V100 | 0.497 | 0.369 | 0.586 | 1.312 | 1.263 | 1.918 | 2.177 | 1.471 | 1.103 | 2.283 | 2.079 | 1.550 | 3.223 | 1.540 | 0.473 | 2.304 | 1.302 | 1.247 | 2.753 | 0.143 |
| 101 | V101 | 3.021 | 2.241 | 2.184 | 1.323 | 1.378 | 0.704 | 0.497 | 1.170 | 1.544 | 0.401 | 0.556 | 1.051 | 0.706 | 1.076 | 2.995 | 0.403 | 1.332 | 1.392 | 0.329 | 2.527 |
| 102 | V102 | 2.564 | 1.802 | 1.695 | 0.846 | 0.899 | 0.228 | 0.064 | 0.692 | 1.126 | 0.255 | 0.210 | 0.608 | 1.169 | 0.612 | 2.537 | 0.299 | 0.855 | 0.913 | 0.671 | 2.096 |
| 103 | V103 | 1.888 | 1.139 | 1.046 | 0.339 | 0.373 | 0.516 | 0.750 | 0.009 | 0.594 | 0.887 | 0.695 | 0.183 | 1.829 | 0.127 | 1.860 | 0.910 | 0.336 | 0.374 | 1.328 | 1.441 |
| 104 | V104 | 2.515 | 1.750 | 1.650 | 0.796 | 0.850 | 0.172 | 0.108 | 0.650 | 1.073 | 0.264 | 0.160 | 0.558 | 1.207 | 0.567 | 2.488 | 0.324 | 0.805 | 0.864 | 0.718 | 2.042 |
| 105 | V105 | 0.168 | 0.868 | 0.971 | 1.793 | 1.743 | 2.402 | 2.657 | 1.939 | 1.588 | 2.768 | 2.567 | 2.033 | 3.708 | 2.017 | 1.899 | 2.785 | 1.782 | 1.727 | 3.233 | 0.640 |
| 106 | V106 | 2.562 | 1.801 | 1.703 | 0.855 | 0.907 | 0.247 | 0.118 | 0.699 | 1.118 | 0.220 | 0.191 | 0.612 | 1.155 | 0.614 | 2.536 | 0.293 | 0.863 | 0.921 | 0.661 | 2.094 |
| 107 | V107 | 0.656 | 0.292 | 0.418 | 1.143 | 1.093 | 1.754 | 2.009 | 1.304 | 0.943 | 2.121 | 1.920 | 1.306 | 3.061 | 1.374 | 0.631 | 2.134 | 1.322 | 1.077 | 2.586 | 0.298 |
| 108 | V108 | 0.821 | 0.005 | 0.426 | 0.996 | 0.949 | 1.590 | 1.848 | 1.141 | 0.805 | 1.953 | 1.748 | 1.216 | 2.894 | 1.209 | 0.792 | 1.979 | 0.986 | 0.934 | 2.422 | 0.336 |
| 109 | V109 | 2.620 | 1.868 | 1.774 | 0.963 | 1.015 | 0.386 | 0.257 | 0.745 | 1.210 | 0.378 | 0.393 | 0.673 | 1     |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.3:** Matriz de Distancias

| d   | V1   | V2    | V3    | V4    | V5    | V6    | V7    | V8    | V9    | V10   | V11   | V12   | V13   | V14   | V15   | V16   | V17   | V18   | V19   | V20   |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 0.630 | 0.418 | 0.727 | 1.334 | 1.288 | 1.917 | 2.176 | 1.485 | 1.111 | 2.266 | 2.063 | 1.548 | 3.197 | 1.543 | 0.611 | 2.301 | 1.325 | 1.275 | 2.741 | 0.267 |
| 122 | V122 | 1.729 | 0.952 | 0.972 | 0.389 | 0.402 | 0.720 | 0.972 | 0.415 | 0.362 | 1.053 | 0.860 | 0.399 | 1.972 | 0.409 | 1.703 | 1.093 | 0.385 | 0.403 | 1.515 | 1.233 |
| 123 | V123 | 1.756 | 0.977 | 0.994 | 0.383 | 0.400 | 0.694 | 0.945 | 0.403 | 0.369 | 1.026 | 0.834 | 0.378 | 1.944 | 0.390 | 1.731 | 1.065 | 0.380 | 0.402 | 1.487 | 1.259 |
| 124 | V124 | 2.449 | 1.679 | 1.616 | 0.780 | 0.834 | 0.224 | 0.273 | 0.592 | 1.010 | 0.370 | 0.264 | 0.483 | 1.249 | 0.498 | 2.424 | 0.388 | 0.786 | 0.845 | 0.761 | 1.973 |
| 125 | V125 | 2.244 | 1.489 | 1.377 | 0.543 | 0.592 | 0.224 | 0.409 | 0.427 | 0.842 | 0.521 | 0.352 | 0.373 | 1.487 | 0.361 | 2.217 | 0.581 | 0.552 | 0.606 | 1.001 | 1.781 |
| 126 | V126 | 2.279 | 1.533 | 1.538 | 0.902 | 0.928 | 0.844 | 0.979 | 0.893 | 1.101 | 1.039 | 0.873 | 0.795 | 1.790 | 0.851 | 2.250 | 1.070 | 0.908 | 0.939 | 1.420 | 1.774 |
| 127 | V127 | 0.943 | 0.424 | 0.005 | 0.885 | 0.834 | 1.502 | 1.750 | 1.053 | 0.799 | 1.877 | 1.678 | 1.158 | 2.831 | 1.136 | 0.912 | 1.889 | 0.874 | 0.817 | 2.344 | 0.615 |
| 128 | V128 | 3.079 | 2.990 | 2.789 | 3.006 | 2.997 | 3.155 | 3.222 | 2.857 | 3.124 | 3.398 | 3.312 | 2.991 | 3.995 | 2.953 | 3.055 | 3.374 | 2.995 | 2.982 | 3.531 | 3.150 |
| 129 | V129 | 2.554 | 1.790 | 1.688 | 0.837 | 0.890 | 0.213 | 0.068 | 0.684 | 1.113 | 0.241 | 0.179 | 0.596 | 1.172 | 0.603 | 2.527 | 0.302 | 0.845 | 0.904 | 0.678 | 2.083 |
| 130 | V130 | 1.931 | 1.166 | 1.101 | 0.330 | 0.374 | 0.450 | 0.698 | 0.159 | 0.539 | 0.813 | 0.619 | 0.754 | 0.098 | 1.754 | 0.888 | 1.905 | 0.836 | 0.330 | 0.379 | 1.268 |
| 131 | V131 | 2.816 | 2.063 | 1.951 | 1.131 | 1.184 | 0.528 | 0.299 | 0.937 | 1.394 | 0.378 | 0.481 | 0.865 | 0.977 | 0.869 | 2.789 | 0.358 | 1.137 | 1.195 | 0.457 | 2.362 |
| 132 | V132 | 2.813 | 2.060 | 1.948 | 1.129 | 1.181 | 0.526 | 0.298 | 0.935 | 1.391 | 0.379 | 0.480 | 0.862 | 0.980 | 0.867 | 2.786 | 0.358 | 1.135 | 1.192 | 0.460 | 2.360 |
| 133 | V133 | 1.781 | 1.032 | 0.895 | 0.130 | 0.152 | 0.616 | 0.861 | 0.264 | 0.511 | 0.996 | 0.800 | 0.343 | 1.954 | 0.314 | 1.753 | 1.016 | 0.127 | 0.152 | 1.464 | 1.325 |
| 134 | V134 | 1.743 | 0.997 | 0.856 | 0.133 | 0.138 | 0.658 | 0.902 | 0.291 | 0.502 | 1.037 | 0.840 | 0.377 | 1.995 | 0.348 | 1.715 | 1.057 | 0.127 | 0.135 | 1.506 | 1.289 |
| 135 | V135 | 0.304 | 0.586 | 0.717 | 1.519 | 1.469 | 2.125 | 2.379 | 1.657 | 1.333 | 2.494 | 2.291 | 1.752 | 3.440 | 1.736 | 0.267 | 2.516 | 1.508 | 1.453 | 2.956 | 0.398 |
| 136 | V136 | 1.870 | 1.174 | 1.029 | 0.526 | 0.542 | 0.707 | 0.894 | 0.339 | 0.739 | 1.044 | 0.889 | 0.473 | 1.949 | 0.414 | 1.841 | 1.059 | 0.520 | 0.536 | 1.433 | 1.482 |
| 137 | V137 | 2.184 | 1.417 | 1.337 | 0.513 | 0.565 | 0.228 | 0.453 | 0.313 | 0.790 | 0.591 | 0.402 | 0.221 | 1.529 | 0.234 | 2.157 | 0.622 | 0.519 | 0.575 | 1.032 | 1.713 |
| 138 | V138 | 2.575 | 1.810 | 1.715 | 0.889 | 0.942 | 0.313 | 0.217 | 0.695 | 1.166 | 0.366 | 0.321 | 0.614 | 1.187 | 0.625 | 2.547 | 0.371 | 0.895 | 0.953 | 0.683 | 2.111 |
| 139 | V139 | 1.864 | 1.104 | 1.052 | 0.344 | 0.376 | 0.548 | 0.788 | 0.188 | 0.529 | 0.900 | 0.709 | 0.207 | 1.837 | 0.170 | 1.838 | 0.928 | 0.344 | 0.380 | 1.347 | 1.397 |
| 140 | V140 | 0.377 | 0.700 | 0.687 | 1.550 | 1.499 | 2.160 | 2.409 | 1.688 | 1.393 | 2.533 | 2.334 | 1.797 | 3.482 | 1.774 | 0.348 | 2.548 | 1.539 | 1.482 | 2.992 | 0.582 |
| 141 | V141 | 3.097 | 2.339 | 2.249 | 1.418 | 1.472 | 0.794 | 0.552 | 1.225 | 1.643 | 0.508 | 0.691 | 1.138 | 0.677 | 1.147 | 3.071 | 0.485 | 1.425 | 1.484 | 0.170 | 2.636 |
| 142 | V142 | 3.371 | 2.596 | 2.525 | 1.665 | 1.719 | 1.038 | 0.801 | 1.510 | 1.888 | 0.701 | 0.890 | 1.397 | 0.398 | 1.419 | 3.346 | 0.674 | 1.673 | 1.733 | 0.299 | 2.884 |
| 143 | V143 | 0.058 | 0.785 | 0.916 | 1.724 | 1.675 | 2.327 | 2.583 | 1.861 | 1.522 | 2.694 | 2.491 | 1.955 | 3.635 | 0.026 | 2.716 | 1.714 | 1.659 | 3.158 | 0.556 |       |
| 144 | V144 | 1.934 | 1.169 | 1.104 | 0.331 | 0.375 | 0.447 | 0.696 | 0.163 | 0.540 | 0.810 | 0.616 | 0.098 | 1.751 | 0.089 | 1.908 | 0.833 | 0.331 | 0.380 | 1.266 | 1.464 |
| 145 | V145 | 0.039 | 0.810 | 0.940 | 1.749 | 1.699 | 2.352 | 2.607 | 1.886 | 1.546 | 2.718 | 2.515 | 1.980 | 3.659 | 1.964 | 0.050 | 2.740 | 1.739 | 1.684 | 3.182 | 0.581 |
| 146 | V146 | 0.289 | 0.738 | 0.871 | 1.671 | 1.622 | 2.267 | 2.521 | 1.795 | 1.487 | 2.642 | 2.437 | 1.889 | 3.581 | 1.877 | 0.266 | 2.661 | 1.660 | 1.606 | 3.096 | 0.536 |
| 147 | V147 | 0.038 | 0.814 | 0.943 | 1.753 | 1.703 | 2.356 | 2.611 | 1.890 | 1.550 | 2.722 | 2.519 | 1.985 | 3.664 | 1.968 | 0.051 | 2.744 | 1.742 | 1.687 | 3.186 | 0.584 |
| 148 | V148 | 3.098 | 2.340 | 2.251 | 1.419 | 1.473 | 0.795 | 0.553 | 1.227 | 1.643 | 0.508 | 0.691 | 1.139 | 0.675 | 1.148 | 3.072 | 0.485 | 1.426 | 1.485 | 0.167 | 2.637 |
| 149 | V149 | 3.939 | 3.163 | 3.096 | 2.231 | 2.285 | 1.608 | 1.369 | 2.089 | 2.439 | 1.248 | 1.447 | 1.973 | 0.348 | 1.996 | 3.915 | 1.226 | 2.239 | 2.299 | 0.812 | 3.445 |
| 150 | V150 | 2.140 | 1.375 | 1.287 | 0.430 | 0.481 | 0.292 | 0.523 | 0.395 | 0.694 | 0.607 | 0.418 | 0.316 | 1.571 | 0.310 | 2.114 | 0.656 | 0.441 | 0.497 | 1.105 | 1.659 |
| 151 | V151 | 0.981 | 0.328 | 0.298 | 0.826 | 0.778 | 1.423 | 1.677 | 0.971 | 0.703 | 1.787 | 1.583 | 1.063 | 2.743 | 1.046 | 0.952 | 1.815 | 0.816 | 0.763 | 2.265 | 0.575 |
| 152 | V152 | 0.204 | 0.839 | 1.004 | 1.787 | 1.737 | 2.390 | 2.647 | 1.933 | 1.577 | 2.749 | 2.545 | 2.020 | 3.691 | 2.006 | 0.206 | 2.777 | 1.778 | 1.723 | 3.222 | 0.587 |
| 153 | V153 | 2.091 | 1.331 | 1.290 | 0.485 | 0.528 | 0.413 | 0.631 | 0.448 | 0.656 | 0.673 | 0.493 | 0.361 | 1.614 | 0.360 | 2.068 | 0.742 | 0.495 | 0.544 | 1.166 | 1.605 |
| 154 | V154 | 3.993 | 3.228 | 3.147 | 2.293 | 2.347 | 1.667 | 1.418 | 2.135 | 2.499 | 1.303 | 1.517 | 2.034 | 0.380 | 2.047 | 3.969 | 1.281 | 2.301 | 2.361 | 0.818 | 3.517 |
| 155 | V155 | 2.958 | 2.192 | 2.119 | 1.269 | 1.323 | 0.675 | 0.483 | 1.138 | 1.451 | 0.358 | 0.545 | 1.023 | 0.725 | 1.038 | 2.934 | 0.288 | 1.276 | 1.336 | 0.351 | 2.476 |
| 156 | V156 | 0.562 | 0.411 | 0.516 | 1.273 | 1.222 | 1.886 | 2.139 | 1.428 | 1.102 | 2.252 | 2.050 | 1.522 | 3.202 | 1.502 | 0.536 | 2.273 | 1.263 | 1.207 | 2.720 | 0.331 |
| 157 | V157 | 3.671 | 2.902 | 2.826 | 1.971 | 2.026 | 1.343 | 1.097 | 1.809 | 1.282 | 0.993 | 1.199 | 1.703 | 2.023 | 1.721 | 3.647 | 0.963 | 1.979 | 2.039 | 0.500 | 3.192 |
| 158 | V158 | 0.304 | 0.605 | 0.785 | 1.549 | 1.499 | 2.154 | 2.413 | 1.704 | 1.335 | 2.519 | 2.315 | 1.785 | 3.458 | 1.775 | 0.288 | 2.541 | 1.538 | 1.484 | 2.989 | 0.332 |
| 159 | V159 | 2.561 | 1.791 | 1.725 | 0.885 | 0.939 | 0.290 | 0.224 | 0.700 | 1.111 | 0.297 | 0.263 | 0.592 | 1.138 | 0.607 | 2.533 | 0.305 | 0.891 | 0.951 | 0.649 | 2.085 |
| 160 | V160 | 2.799 | 2.037 | 1.947 | 1.105 | 1.159 | 0.479 | 0.245 | 0.927 | 1.341 | 0.240 | 0.385 | 0.832 | 0.915 | 0.842 | 2.773 | 0.235 | 1.112 | 1.171 | 0.401 | 2.331 |
| 161 | V161 | 0.028 | 0.815 | 0.951 | 1.756 | 1.706 | 2.359 | 2.614 | 1.893 | 1.550 | 2.724 | 2.522 | 1.986 | 3.665 | 1.971 | 0.065 | 2.746 | 1.746 | 1.691 | 3.188 | 0.580 |
| 162 | V162 | 2.500 | 1.730 | 1.666 | 0.829 | 0.883 | 0.254 | 0.249 | 0.641 | 1.055 | 0.337 | 0.260 | 0.531 | 1.200 | 0.546 | 2.474 | 0.348 | 0.835 | 0.894 | 0.712 | 2.024 |
| 163 | V163 | 2.570 | 1.802 | 1.728 | 0.873 | 0.927 | 0.265 | 0.175 | 0.722 | 1.106 | 0.192 | 0.173 | 0.612 | 1.116 | 0.625 | 2.545 | 0.265 | 0.882 | 0.941 | 0.639 | 2.092 |
| 164 | V164 | 3.220 | 2.461 | 2.370 | 1.519 | 1.573 | 0.909 | 0.672 | 1.379 | 1.730 | 0.547 | 0.768 | 1.281 | 0.510 | 1.290 | 3.196 | 0.541 | 1.528 | 1.587 | 0.230 | 2.748 |
| 165 | V165 | 3.566 | 2.797 | 2.722 | 1.868 | 1.923 | 1.241 | 0.997 | 1.705 | 2.078 | 0.894 | 1.099 | 1.599 | 2.288 | 1.616 | 3.541 | 0.863 | 1.876 | 1.936 | 0.400 | 3.087 |
| 166 | V166 | 2.599 | 1.847 | 1.752 | 0.940 | 0.993 | 0.366 | 0.248 | 0.723 | 1.189 | 0.377 | 0.380 | 0.652 | 1.151 | 0.653 | 2.573 | 0.371 | 0.945 | 1.002 | 0.633 | 2.147 |
| 167 | V167 | 2.355 | 1.613 | 1.514 | 0.750 | 0.799 | 0.347 | 0.415 | 0.497 | 1.001 | 0.571 | 0.474 | 0.465 | 1.414 | 0.451 | 2.328 | 0.579 | 0.753 | 0.805 | 0.897 | 1.918 |
| 168 | V168 | 2.237 | 1.482 | 1.371 | 0.542 | 0.592 | 0.215 | 0.405 | 0.404 | 0.831 | 0.524 | 0.355 | 0.346 | 1.487 | 0.334 | 2.210 | 0.575 | 0.550 | 0.605 | 0.995 | 1.776 |
| 169 | V169 | 2.618 | 1.845 | 1.769 | 0.900 | 0.954 | 0.2   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.4:** Matriz de Distancias

| d   | V21   | V22   | V23   | V24   | V25   | V26   | V27   | V28   | V29   | V30   | V31   | V32   | V33   | V34   | V35   | V36   | V37   | V38   | V39   | V40   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 2.558 | 3.486 | 1.756 | 1.758 | 2.963 | 3.689 | 2.741 | 2.421 | 3.185 | 2.387 | 0.363 | 2.502 | 2.023 | 0.838 | 0.834 | 2.565 | 2.568 | 0.401 | 0.733 | 0.760 |
| V2  | 1.790 | 2.707 | 0.977 | 0.980 | 2.198 | 2.920 | 1.974 | 1.654 | 2.421 | 1.619 | 0.513 | 1.732 | 1.257 | 0.468 | 0.454 | 1.804 | 1.807 | 0.690 | 0.120 | 0.369 |
| V3  | 1.713 | 2.646 | 0.994 | 0.995 | 2.124 | 2.845 | 1.893 | 1.561 | 2.338 | 1.529 | 0.699 | 1.667 | 1.177 | 0.204 | 0.193 | 1.706 | 1.709 | 0.671 | 0.445 | 0.201 |
| V4  | 0.860 | 1.780 | 0.383 | 0.383 | 1.283 | 1.988 | 1.039 | 0.706 | 1.490 | 0.673 | 1.455 | 0.831 | 0.344 | 1.043 | 1.037 | 0.857 | 0.859 | 1.533 | 1.086 | 1.058 |
| V5  | 0.914 | 1.834 | 0.400 | 0.400 | 1.337 | 2.042 | 1.093 | 0.760 | 1.544 | 0.727 | 1.405 | 0.885 | 0.393 | 0.993 | 0.988 | 0.910 | 0.912 | 1.482 | 1.039 | 1.007 |
| V6  | 0.254 | 1.161 | 0.694 | 0.691 | 0.659 | 1.369 | 0.410 | 0.073 | 0.861 | 0.068 | 2.061 | 0.254 | 0.358 | 1.646 | 1.642 | 0.250 | 0.254 | 2.141 | 1.678 | 1.672 |
| V7  | 0.173 | 0.934 | 0.945 | 0.943 | 0.437 | 1.130 | 0.193 | 0.204 | 0.615 | 0.240 | 2.319 | 0.247 | 0.606 | 1.890 | 1.887 | 0.118 | 0.120 | 2.389 | 1.936 | 1.923 |
| V8  | 0.707 | 1.642 | 0.403 | 0.401 | 1.106 | 1.844 | 0.879 | 0.565 | 1.319 | 0.534 | 1.609 | 0.642 | 0.242 | 1.180 | 1.177 | 0.703 | 0.707 | 1.666 | 1.220 | 1.212 |
| V9  | 1.099 | 1.991 | 0.369 | 0.371 | 1.491 | 2.181 | 1.273 | 0.971 | 1.708 | 0.947 | 1.246 | 1.057 | 0.611 | 0.949 | 0.940 | 1.120 | 1.123 | 1.382 | 0.907 | 0.930 |
| V10 | 0.203 | 0.812 | 1.026 | 1.024 | 0.367 | 1.006 | 0.144 | 0.337 | 0.525 | 0.364 | 2.427 | 0.336 | 0.713 | 2.024 | 2.020 | 0.216 | 0.213 | 2.515 | 2.045 | 2.048 |
| V11 | 0.174 | 0.999 | 0.834 | 0.831 | 0.546 | 1.218 | 0.290 | 0.186 | 0.729 | 0.184 | 2.223 | 0.261 | 0.518 | 1.828 | 1.823 | 0.190 | 0.190 | 2.316 | 1.840 | 1.847 |
| V12 | 0.603 | 1.521 | 0.378 | 0.376 | 1.003 | 1.734 | 0.775 | 0.466 | 1.219 | 0.433 | 1.691 | 0.533 | 0.170 | 1.295 | 1.291 | 0.616 | 0.621 | 1.777 | 1.302 | 1.316 |
| V13 | 1.134 | 0.323 | 1.944 | 1.942 | 0.738 | 0.116 | 0.952 | 1.283 | 0.539 | 1.322 | 3.366 | 1.197 | 1.673 | 2.972 | 2.969 | 1.152 | 1.150 | 3.464 | 2.988 | 2.998 |
| V14 | 0.612 | 1.547 | 0.390 | 0.388 | 1.019 | 1.750 | 0.787 | 0.476 | 1.232 | 0.447 | 1.680 | 0.549 | 0.155 | 1.271 | 1.267 | 0.617 | 0.622 | 1.754 | 1.293 | 1.295 |
| V15 | 2.532 | 3.461 | 1.731 | 1.732 | 2.938 | 3.665 | 2.716 | 2.395 | 3.160 | 2.361 | 0.343 | 2.476 | 1.997 | 0.806 | 0.802 | 2.539 | 2.542 | 0.370 | 0.702 | 0.729 |
| V16 | 0.283 | 0.795 | 1.065 | 1.063 | 0.349 | 0.969 | 0.190 | 0.379 | 0.508 | 0.420 | 2.448 | 0.346 | 0.751 | 2.034 | 2.031 | 0.291 | 0.291 | 2.530 | 2.072 | 2.061 |
| V17 | 0.869 | 1.789 | 0.380 | 0.380 | 1.290 | 1.996 | 1.047 | 0.714 | 1.498 | 0.682 | 1.445 | 0.837 | 0.351 | 1.030 | 1.025 | 0.866 | 0.868 | 1.522 | 1.075 | 1.046 |
| V18 | 0.928 | 1.849 | 0.402 | 0.402 | 1.350 | 2.056 | 1.107 | 0.773 | 1.558 | 0.741 | 1.390 | 0.896 | 0.405 | 0.975 | 0.969 | 0.924 | 0.926 | 1.465 | 1.023 | 0.989 |
| V19 | 0.652 | 0.453 | 1.487 | 1.485 | 0.244 | 0.547 | 0.464 | 0.798 | 0.005 | 0.840 | 2.895 | 0.709 | 1.190 | 2.477 | 2.475 | 0.660 | 0.659 | 2.972 | 2.511 | 2.512 |
| V20 | 2.082 | 2.988 | 1.259 | 1.261 | 2.492 | 3.205 | 2.265 | 1.946 | 2.712 | 1.911 | 0.260 | 2.026 | 1.549 | 0.612 | 0.600 | 2.097 | 2.100 | 0.588 | 0.297 | 0.489 |
| V21 | 0.000 | 0.975 | 0.868 | 0.865 | 0.452 | 1.157 | 0.197 | 0.201 | 0.650 | 0.232 | 2.263 | 0.185 | 0.551 | 1.857 | 1.854 | 0.114 | 0.117 | 2.345 | 1.880 | 1.883 |
| V22 | 0.975 | 0.000 | 1.765 | 1.763 | 0.617 | 0.374 | 0.794 | 1.103 | 0.456 | 1.136 | 3.180 | 1.022 | 1.494 | 2.794 | 2.790 | 0.994 | 0.993 | 3.287 | 2.799 | 2.816 |
| V23 | 0.868 | 1.765 | 0.000 | 0.006 | 1.265 | 1.973 | 1.046 | 0.751 | 1.484 | 0.723 | 1.451 | 0.812 | 0.419 | 1.138 | 1.131 | 0.901 | 0.905 | 1.582 | 1.073 | 1.130 |
| V24 | 0.865 | 1.763 | 0.006 | 0.000 | 1.263 | 1.971 | 1.044 | 0.749 | 1.482 | 0.721 | 1.453 | 0.810 | 0.417 | 1.140 | 1.132 | 0.899 | 0.902 | 1.583 | 1.075 | 1.131 |
| V25 | 0.452 | 0.617 | 1.265 | 1.263 | 0.000 | 0.759 | 0.278 | 0.594 | 0.241 | 0.637 | 2.670 | 0.493 | 0.979 | 2.258 | 2.256 | 0.473 | 0.475 | 2.751 | 2.286 | 2.291 |
| V26 | 1.157 | 0.374 | 1.973 | 1.971 | 0.759 | 0.000 | 0.973 | 1.305 | 0.551 | 1.346 | 3.390 | 1.221 | 1.694 | 2.988 | 2.985 | 1.171 | 1.169 | 3.482 | 3.013 | 3.016 |
| V27 | 0.197 | 0.794 | 1.046 | 1.044 | 0.278 | 0.973 | 0.000 | 0.347 | 0.461 | 0.386 | 2.446 | 0.281 | 0.734 | 2.036 | 2.032 | 0.217 | 0.218 | 2.528 | 2.063 | 2.065 |
| V28 | 0.201 | 1.103 | 0.751 | 0.749 | 0.594 | 1.305 | 0.347 | 0.000 | 0.795 | 0.077 | 2.125 | 0.219 | 0.420 | 1.705 | 1.702 | 0.192 | 0.197 | 2.201 | 1.742 | 1.734 |
| V29 | 0.650 | 0.456 | 1.484 | 1.482 | 0.241 | 0.551 | 0.461 | 0.795 | 0.000 | 0.837 | 2.892 | 0.706 | 1.188 | 2.474 | 2.472 | 0.657 | 0.656 | 2.969 | 2.508 | 2.509 |
| V30 | 0.232 | 1.136 | 0.723 | 0.721 | 0.637 | 1.346 | 0.386 | 0.077 | 0.837 | 0.000 | 2.090 | 0.251 | 0.385 | 1.675 | 1.671 | 0.222 | 0.226 | 2.169 | 1.707 | 1.702 |
| V31 | 2.263 | 3.180 | 1.451 | 1.453 | 2.670 | 3.390 | 2.446 | 2.125 | 2.892 | 2.090 | 0.000 | 2.206 | 1.727 | 0.635 | 0.626 | 2.274 | 2.277 | 0.428 | 0.440 | 0.530 |
| V32 | 0.185 | 1.022 | 0.812 | 0.810 | 0.493 | 1.221 | 0.281 | 0.219 | 0.706 | 0.251 | 2.206 | 0.000 | 0.526 | 1.805 | 1.801 | 0.236 | 0.243 | 2.291 | 1.818 | 1.832 |
| V33 | 0.551 | 1.494 | 0.419 | 0.417 | 0.979 | 1.694 | 0.734 | 0.420 | 1.188 | 0.385 | 1.727 | 0.526 | 0.000 | 1.326 | 1.322 | 0.555 | 0.558 | 1.810 | 1.346 | 1.345 |
| V34 | 1.857 | 2.794 | 1.138 | 1.140 | 2.258 | 2.988 | 2.036 | 1.705 | 2.474 | 1.675 | 0.635 | 1.805 | 1.326 | 0.000 | 0.017 | 1.849 | 1.852 | 0.524 | 0.440 | 0.148 |
| V35 | 1.854 | 2.790 | 1.131 | 1.132 | 2.256 | 2.985 | 2.032 | 1.702 | 2.472 | 1.671 | 0.626 | 1.801 | 1.322 | 0.017 | 0.000 | 1.846 | 1.849 | 0.523 | 0.428 | 0.133 |
| V36 | 0.114 | 0.994 | 0.901 | 0.899 | 0.473 | 1.171 | 0.217 | 0.192 | 0.657 | 0.222 | 2.274 | 0.236 | 0.555 | 1.849 | 1.846 | 0.000 | 0.010 | 2.343 | 1.891 | 1.881 |
| V37 | 0.117 | 0.993 | 0.905 | 0.902 | 0.475 | 1.169 | 0.218 | 0.197 | 0.656 | 0.226 | 2.277 | 0.243 | 0.558 | 1.852 | 1.849 | 0.010 | 0.000 | 2.346 | 1.894 | 1.884 |
| V38 | 2.345 | 3.287 | 1.582 | 1.583 | 2.751 | 3.482 | 2.528 | 2.201 | 2.969 | 2.169 | 0.428 | 2.291 | 1.810 | 0.524 | 0.523 | 2.343 | 2.346 | 0.000 | 0.603 | 0.486 |
| V39 | 1.880 | 2.799 | 1.073 | 1.075 | 2.286 | 3.013 | 2.063 | 1.742 | 2.508 | 1.707 | 0.440 | 1.818 | 1.346 | 0.440 | 0.428 | 1.891 | 1.894 | 0.603 | 0.000 | 0.344 |
| V40 | 1.883 | 2.816 | 1.130 | 1.131 | 2.291 | 3.016 | 2.065 | 1.734 | 2.509 | 1.702 | 0.530 | 1.832 | 1.345 | 0.148 | 0.133 | 1.881 | 1.884 | 0.486 | 0.344 | 0.000 |
| V41 | 1.157 | 0.374 | 1.973 | 1.971 | 0.759 | 0.000 | 0.973 | 1.305 | 0.551 | 1.346 | 3.390 | 1.221 | 1.694 | 2.988 | 2.985 | 1.171 | 1.169 | 3.482 | 3.013 | 3.017 |
| V42 | 1.022 | 0.315 | 1.845 | 1.842 | 0.603 | 0.242 | 0.834 | 1.166 | 0.394 | 1.207 | 3.259 | 1.070 | 1.561 | 2.848 | 2.846 | 1.034 | 1.033 | 3.344 | 2.875 | 2.882 |
| V43 | 0.122 | 0.929 | 0.940 | 0.937 | 0.374 | 1.098 | 0.144 | 0.259 | 0.577 | 0.299 | 2.327 | 0.186 | 0.624 | 1.912 | 1.909 | 0.147 | 0.152 | 2.402 | 1.943 | 1.943 |
| V44 | 0.176 | 0.871 | 0.994 | 0.992 | 0.315 | 1.037 | 0.110 | 0.317 | 0.516 | 0.361 | 2.387 | 0.218 | 0.688 | 1.973 | 1.970 | 0.205 | 0.209 | 2.464 | 2.003 | 2.005 |
| V45 | 0.182 | 0.875 | 0.993 | 0.991 | 0.315 | 1.040 | 0.119 | 0.317 | 0.518 | 0.361 | 2.385 | 0.216 | 0.687 | 1.969 | 1.967 | 0.209 | 0.213 | 2.461 | 2.001 | 2.002 |
| V46 | 0.404 | 1.256 | 0.733 | 0.731 | 0.780 | 1.456 | 0.536 | 0.251 | 0.965 | 0.232 | 2.016 | 0.425 | 0.357 | 1.576 | 1.573 | 0.358 | 0.359 | 2.078 | 1.642 | 1.607 |
| V47 | 1.217 | 0.283 | 2.026 | 2.024 | 0.827 | 0.258 | 1.030 | 1.352 | 0.627 | 1.388 | 3.441 | 1.267 | 1.747 | 3.046 | 3.042 | 1.229 | 1.228 | 3.541 | 3.060 | 3.072 |
| V48 | 2.590 | 3.516 | 1.781 | 1.783 | 3.000 | 3.722 | 2.775 | 2.455 | 3.221 | 2.420 | 0.401 | 2.535 | 2.055 | 0.893 | 0.888 | 2.598 | 2.601 | 0.461 | 0.757 | 0.805 |
| V49 | 2.632 | 3.543 | 1.804 | 1.807 | 3.042 | 3.757 | 2.819 | 2.503 | 3.265 | 2.467 | 0.524 | 2.579 | 2.106 | 1.043 | 1.035 | 2.650 | 2.653 | 0.683 | 0.821 | 0.939 |
| V50 | 1.827 | 2.761 | 1.064 | 1.066 | 2.254 | 2.956 | 2.015 | 1.697 | 2.465 | 1.662 | 0.586 | 1.796 | 1.292 | 0.509 | 0.496 | 1.831 | 1.832 | 0.696 | 0.414 | 0.413 |
| V51 | 0.788 | 1.649 | 0.652 | 0.651 | 1.089 | 1.831 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.5:** Matriz de Distancias

| d   | V21  | V22   | V23   | V24   | V25   | V26   | V27   | V28   | V29   | V30   | V31   | V32   | V33   | V34   | V35   | V36   | V37   | V38   | V39   | V40   |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 2.070 | 2.991 | 1.264 | 1.266 | 2.480 | 3.197 | 2.254 | 1.934 | 2.701 | 1.900 | 0.214 | 2.017 | 1.534 | 0.512 | 0.501 | 2.081 | 2.084 | 0.489 | 0.289 | 0.397 |
| 62  | V62  | 0.653 | 0.454 | 1.488 | 1.485 | 0.244 | 0.548 | 0.464 | 0.798 | 0.005 | 0.840 | 2.895 | 0.709 | 1.191 | 2.477 | 2.474 | 0.660 | 0.659 | 2.972 | 2.511 | 2.512 |
| 63  | V63  | 2.586 | 3.509 | 1.774 | 1.776 | 2.998 | 3.718 | 2.772 | 2.453 | 3.219 | 2.418 | 0.407 | 2.534 | 2.052 | 0.921 | 0.914 | 2.597 | 2.600 | 0.511 | 0.761 | 0.824 |
| 64  | V64  | 0.167 | 1.007 | 0.843 | 0.840 | 0.511 | 1.216 | 0.268 | 0.122 | 0.707 | 0.141 | 2.221 | 0.213 | 0.515 | 1.802 | 1.799 | 0.154 | 0.159 | 2.299 | 1.836 | 1.831 |
| 65  | V65  | 0.163 | 1.011 | 0.813 | 0.811 | 0.541 | 1.215 | 0.288 | 0.159 | 0.731 | 0.181 | 2.204 | 0.248 | 0.497 | 1.806 | 1.801 | 0.188 | 0.188 | 2.296 | 1.825 | 1.826 |
| 66  | V66  | 0.201 | 1.067 | 0.825 | 0.823 | 0.556 | 1.267 | 0.314 | 0.103 | 0.748 | 0.124 | 2.187 | 0.234 | 0.483 | 1.754 | 1.752 | 0.152 | 0.157 | 2.254 | 1.802 | 1.788 |
| 67  | V67  | 2.290 | 3.206 | 1.477 | 1.479 | 2.698 | 3.417 | 2.473 | 2.152 | 2.919 | 2.117 | 0.030 | 2.233 | 1.754 | 0.659 | 0.650 | 2.301 | 2.304 | 0.433 | 0.466 | 0.555 |
| 68  | V68  | 2.135 | 3.070 | 1.365 | 1.367 | 2.542 | 3.268 | 2.317 | 1.991 | 2.760 | 1.958 | 0.393 | 2.084 | 1.597 | 0.395 | 0.389 | 2.133 | 2.136 | 0.296 | 0.434 | 0.326 |
| 69  | V69  | 0.340 | 0.910 | 1.097 | 1.094 | 0.348 | 1.042 | 0.271 | 0.409 | 0.517 | 0.454 | 2.450 | 0.366 | 0.769 | 1.994 | 1.993 | 0.303 | 0.307 | 2.495 | 2.065 | 2.040 |
| 70  | V70  | 1.158 | 2.095 | 0.422 | 0.423 | 1.575 | 2.297 | 1.343 | 1.020 | 1.791 | 0.987 | 1.136 | 1.110 | 0.628 | 0.751 | 0.744 | 1.165 | 1.168 | 1.214 | 0.757 | 0.753 |
| 71  | V71  | 0.600 | 1.518 | 0.379 | 0.377 | 1.001 | 1.731 | 0.772 | 0.463 | 1.217 | 0.430 | 1.694 | 0.531 | 0.169 | 1.298 | 1.294 | 0.613 | 0.618 | 1.779 | 1.304 | 1.319 |
| 72  | V72  | 0.837 | 1.764 | 0.407 | 0.406 | 1.255 | 1.968 | 1.014 | 0.679 | 1.463 | 0.647 | 1.482 | 0.803 | 0.324 | 1.047 | 1.043 | 0.828 | 0.831 | 1.545 | 1.109 | 1.072 |
| 73  | V73  | 0.884 | 1.811 | 0.419 | 0.419 | 1.302 | 2.015 | 1.061 | 0.726 | 1.510 | 0.694 | 1.440 | 0.850 | 0.366 | 1.003 | 0.999 | 0.874 | 0.877 | 1.500 | 1.068 | 1.028 |
| 74  | V74  | 0.170 | 1.010 | 0.868 | 0.866 | 0.511 | 1.211 | 0.262 | 0.132 | 0.697 | 0.158 | 2.238 | 0.234 | 0.528 | 1.811 | 1.808 | 0.118 | 0.121 | 2.309 | 1.854 | 1.843 |
| 75  | V75  | 0.170 | 0.848 | 0.997 | 0.995 | 0.384 | 1.040 | 0.141 | 0.301 | 0.550 | 0.329 | 2.394 | 0.309 | 0.679 | 1.988 | 1.984 | 0.176 | 0.173 | 2.479 | 2.012 | 2.013 |
| 76  | V76  | 0.407 | 0.641 | 1.246 | 1.244 | 0.171 | 0.809 | 0.219 | 0.532 | 0.280 | 0.571 | 2.642 | 0.463 | 0.932 | 2.216 | 2.213 | 0.399 | 0.399 | 2.714 | 2.257 | 2.251 |
| 77  | V77  | 0.374 | 0.676 | 1.211 | 1.208 | 0.199 | 0.851 | 0.192 | 0.490 | 0.325 | 0.529 | 2.602 | 0.432 | 0.893 | 2.174 | 2.171 | 0.361 | 0.361 | 2.673 | 2.217 | 2.210 |
| 78  | V78  | 0.859 | 1.766 | 0.286 | 0.285 | 1.256 | 1.989 | 1.036 | 0.726 | 1.478 | 0.692 | 1.458 | 0.786 | 0.390 | 1.093 | 1.088 | 0.878 | 0.882 | 1.552 | 1.061 | 1.101 |
| 79  | V79  | 2.090 | 3.007 | 1.278 | 1.280 | 2.500 | 3.215 | 2.274 | 1.954 | 2.721 | 1.919 | 0.196 | 2.036 | 1.554 | 0.546 | 0.535 | 2.102 | 2.105 | 0.504 | 0.299 | 0.426 |
| 80  | V80  | 0.843 | 1.655 | 0.906 | 0.904 | 1.084 | 1.798 | 0.942 | 0.734 | 1.269 | 0.736 | 1.929 | 0.775 | 0.700 | 1.407 | 1.410 | 0.802 | 0.808 | 1.897 | 1.558 | 1.488 |
| 81  | V81  | 0.847 | 1.659 | 0.906 | 0.904 | 1.088 | 1.802 | 0.946 | 0.738 | 1.273 | 0.740 | 1.926 | 0.778 | 0.701 | 1.403 | 1.407 | 0.806 | 0.812 | 1.894 | 1.556 | 1.486 |
| 82  | V82  | 0.167 | 0.852 | 0.993 | 0.991 | 0.387 | 1.044 | 0.143 | 0.297 | 0.554 | 0.324 | 2.390 | 0.306 | 0.675 | 1.984 | 1.980 | 0.173 | 0.170 | 2.475 | 2.008 | 2.009 |
| 83  | V83  | 0.278 | 0.989 | 0.974 | 0.972 | 0.420 | 1.153 | 0.277 | 0.330 | 0.615 | 0.369 | 2.331 | 0.237 | 0.662 | 1.894 | 1.892 | 0.265 | 0.272 | 2.387 | 1.943 | 1.936 |
| 84  | V84  | 1.070 | 1.983 | 0.381 | 0.382 | 1.471 | 2.206 | 1.249 | 0.931 | 1.693 | 0.894 | 1.250 | 1.001 | 0.567 | 0.889 | 0.883 | 1.083 | 1.087 | 1.339 | 0.850 | 0.893 |
| 85  | V85  | 1.838 | 2.774 | 1.077 | 1.078 | 2.264 | 2.969 | 2.026 | 1.706 | 2.476 | 1.671 | 0.562 | 1.805 | 1.301 | 0.470 | 0.458 | 1.841 | 1.843 | 0.663 | 0.392 | 0.376 |
| 86  | V86  | 0.624 | 1.252 | 1.107 | 1.105 | 0.722 | 1.394 | 0.639 | 0.599 | 0.868 | 0.617 | 2.335 | 0.572 | 0.810 | 1.841 | 1.843 | 0.569 | 0.575 | 2.335 | 1.944 | 1.908 |
| 87  | V87  | 0.188 | 0.806 | 1.037 | 1.035 | 0.286 | 0.984 | 0.013 | 0.337 | 0.471 | 0.376 | 2.436 | 0.272 | 0.724 | 2.024 | 2.021 | 0.206 | 0.207 | 2.517 | 2.053 | 2.054 |
| 88  | V88  | 0.232 | 1.136 | 0.723 | 0.721 | 0.637 | 1.346 | 0.386 | 0.077 | 0.837 | 0.000 | 2.090 | 0.251 | 0.385 | 1.675 | 1.671 | 0.222 | 0.226 | 2.169 | 1.707 | 1.702 |
| 89  | V89  | 1.826 | 2.759 | 1.068 | 1.069 | 2.253 | 2.954 | 2.013 | 1.695 | 2.464 | 1.659 | 0.581 | 1.794 | 1.289 | 0.489 | 0.477 | 1.828 | 1.830 | 0.688 | 0.409 | 0.396 |
| 90  | V90  | 0.172 | 1.017 | 0.861 | 0.858 | 0.517 | 1.218 | 0.269 | 0.125 | 0.705 | 0.150 | 2.231 | 0.234 | 0.520 | 1.803 | 1.800 | 0.122 | 0.126 | 2.301 | 1.846 | 1.835 |
| 91  | V91  | 0.570 | 1.507 | 0.614 | 0.612 | 0.963 | 1.682 | 0.731 | 0.432 | 1.158 | 0.412 | 1.824 | 0.550 | 0.293 | 1.352 | 1.351 | 0.531 | 0.534 | 1.852 | 1.443 | 1.399 |
| 92  | V92  | 1.091 | 1.770 | 1.264 | 1.262 | 1.231 | 1.878 | 1.147 | 1.022 | 1.375 | 1.031 | 2.207 | 1.028 | 1.058 | 1.663 | 1.669 | 1.041 | 1.046 | 2.128 | 1.842 | 1.762 |
| 93  | V93  | 1.452 | 0.646 | 2.283 | 2.280 | 1.042 | 1.351 | 1.267 | 1.601 | 0.821 | 1.642 | 3.699 | 1.515 | 1.996 | 3.284 | 3.282 | 1.457 | 1.455 | 3.780 | 3.319 | 3.319 |
| 94  | V94  | 0.387 | 0.701 | 1.212 | 1.209 | 0.210 | 0.872 | 0.216 | 0.493 | 0.340 | 0.532 | 2.598 | 0.429 | 0.894 | 2.163 | 2.161 | 0.369 | 0.371 | 2.663 | 2.211 | 2.202 |
| 95  | V95  | 0.385 | 0.704 | 1.209 | 1.207 | 0.211 | 0.876 | 0.214 | 0.490 | 0.343 | 0.530 | 2.595 | 0.427 | 0.891 | 2.160 | 2.158 | 0.367 | 0.368 | 2.660 | 2.208 | 2.199 |
| 96  | V96  | 0.184 | 0.867 | 0.960 | 0.958 | 0.345 | 1.058 | 0.151 | 0.313 | 0.549 | 0.354 | 2.362 | 0.175 | 0.671 | 1.964 | 1.960 | 0.241 | 0.246 | 2.452 | 1.977 | 1.991 |
| 97  | V97  | 0.162 | 0.953 | 0.914 | 0.911 | 0.459 | 1.113 | 0.242 | 0.312 | 0.342 | 0.321 | 2.313 | 0.312 | 0.617 | 1.923 | 1.919 | 0.216 | 0.214 | 2.405 | 1.937 | 1.944 |
| 98  | V98  | 0.912 | 1.850 | 0.280 | 0.280 | 1.341 | 2.047 | 1.103 | 0.804 | 1.552 | 0.769 | 1.394 | 0.888 | 0.414 | 1.065 | 1.058 | 0.929 | 0.932 | 1.504 | 1.018 | 1.059 |
| 99  | V99  | 1.852 | 2.788 | 1.127 | 1.128 | 2.254 | 2.983 | 2.030 | 1.700 | 2.470 | 1.669 | 0.622 | 1.799 | 1.319 | 0.026 | 0.009 | 1.844 | 1.847 | 0.524 | 0.422 | 0.125 |
| 100 | V100 | 2.120 | 3.036 | 1.308 | 1.310 | 2.529 | 3.246 | 2.303 | 1.983 | 2.750 | 1.948 | 0.159 | 2.064 | 1.584 | 0.550 | 0.539 | 2.131 | 2.135 | 0.480 | 0.311 | 0.434 |
| 101 | V101 | 0.526 | 0.490 | 1.301 | 1.299 | 0.275 | 0.742 | 0.360 | 0.649 | 0.328 | 0.683 | 2.717 | 0.550 | 1.031 | 2.328 | 2.324 | 0.557 | 0.558 | 2.818 | 2.331 | 2.350 |
| 102 | V102 | 0.184 | 0.994 | 0.908 | 0.906 | 0.486 | 1.186 | 0.245 | 0.169 | 0.668 | 0.204 | 2.271 | 0.244 | 0.561 | 1.836 | 1.833 | 0.111 | 0.114 | 2.336 | 1.887 | 1.871 |
| 103 | V103 | 0.713 | 1.649 | 0.406 | 0.404 | 1.112 | 1.850 | 0.885 | 0.571 | 1.325 | 0.541 | 1.605 | 0.648 | 0.249 | 1.175 | 1.172 | 0.708 | 0.713 | 1.661 | 1.216 | 1.207 |
| 104 | V104 | 0.175 | 1.025 | 0.851 | 0.848 | 0.526 | 1.228 | 0.278 | 0.116 | 0.715 | 0.140 | 2.220 | 0.233 | 0.511 | 1.794 | 1.791 | 0.128 | 0.132 | 2.292 | 1.836 | 1.825 |
| 105 | V105 | 2.601 | 3.530 | 1.803 | 1.805 | 3.010 | 3.730 | 2.785 | 2.464 | 3.230 | 2.431 | 0.426 | 2.547 | 2.065 | 0.865 | 0.860 | 2.608 | 2.611 | 0.404 | 0.786 | 0.785 |
| 106 | V106 | 0.113 | 0.997 | 0.898 | 0.896 | 0.474 | 1.173 | 0.218 | 0.189 | 0.659 | 0.219 | 2.271 | 0.232 | 0.552 | 1.846 | 1.843 | 0.006 | 0.015 | 2.340 | 1.888 | 1.878 |
| 107 | V107 | 1.955 | 2.881 | 1.162 | 1.164 | 2.364 | 3.081 | 2.138 | 1.817 | 2.583 | 1.785 | 0.369 | 1.901 | 1.419 | 0.402 | 0.391 | 1.963 | 1.966 | 0.517 | 0.268 | 0.296 |
| 108 | V108 | 1.789 | 2.706 | 0.976 | 0.979 | 2.197 | 2.919 | 1.973 | 1.653 | 2.420 | 1.618 | 0.514 | 1.731 | 1.256 | 0.469 | 0.455 | 1.803 | 1.806 | 0.691 | 0.121 | 0.370 |
| 109 | V109 | 0.278 | 0.984 | 0.978 | 0.976 | 0.415 | 1.147 | 0.273 | 0.332 | 0.610 | 0.371 | 2.3   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.6:** Matriz de Distancias

| d   | V21  | V22   | V23   | V24   | V25   | V26   | V27   | V28   | V29   | V30   | V31   | V32   | V33   | V34   | V35   | V36   | V37   | V38   | V39   | V40   |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 2.106 | 3.009 | 1.281 | 1.283 | 2.516 | 3.226 | 2.292 | 1.981 | 2.738 | 1.946 | 0.373 | 2.051 | 1.582 | 0.731 | 0.718 | 2.127 | 2.130 | 0.674 | 0.395 | 0.605 |
| 122 | V122 | 0.894 | 1.793 | 0.041 | 0.039 | 1.293 | 2.002 | 1.073 | 0.778 | 1.512 | 0.749 | 1.425 | 0.838 | 0.440 | 1.116 | 1.109 | 0.926 | 0.930 | 1.556 | 1.047 | 1.106 |
| 123 | V123 | 0.868 | 1.765 | 0.000 | 0.006 | 1.265 | 1.973 | 1.046 | 0.751 | 1.484 | 0.723 | 1.451 | 0.812 | 0.419 | 1.138 | 1.131 | 0.901 | 0.905 | 1.582 | 1.073 | 1.130 |
| 124 | V124 | 0.201 | 1.073 | 0.762 | 0.760 | 0.545 | 1.273 | 0.326 | 0.202 | 0.758 | 0.227 | 2.153 | 0.063 | 0.476 | 1.754 | 1.750 | 0.251 | 0.259 | 2.239 | 1.765 | 1.780 |
| 125 | V125 | 0.377 | 1.321 | 0.645 | 0.643 | 0.803 | 1.506 | 0.552 | 0.257 | 0.998 | 0.223 | 1.955 | 0.416 | 0.273 | 1.523 | 1.520 | 0.348 | 0.350 | 2.016 | 1.575 | 1.554 |
| 126 | V126 | 0.991 | 1.513 | 0.896 | 0.896 | 1.251 | 1.835 | 1.078 | 0.885 | 1.418 | 0.850 | 1.970 | 0.921 | 0.852 | 1.687 | 1.679 | 1.017 | 1.019 | 2.120 | 1.614 | 1.673 |
| 127 | V127 | 1.716 | 2.648 | 0.995 | 0.997 | 2.127 | 2.847 | 1.896 | 1.564 | 2.341 | 1.532 | 0.695 | 1.670 | 1.180 | 0.203 | 0.192 | 1.709 | 1.712 | 0.668 | 0.442 | 0.198 |
| 128 | V128 | 3.258 | 3.908 | 3.104 | 3.103 | 3.400 | 3.985 | 3.328 | 3.165 | 3.526 | 3.162 | 3.089 | 3.183 | 3.059 | 2.668 | 2.683 | 3.208 | 3.213 | 2.800 | 2.939 | 2.802 |
| 129 | V129 | 0.167 | 0.995 | 0.891 | 0.888 | 0.491 | 1.192 | 0.244 | 0.155 | 0.675 | 0.184 | 2.260 | 0.236 | 0.549 | 1.831 | 1.828 | 0.103 | 0.107 | 2.329 | 1.876 | 1.864 |
| 130 | V130 | 0.642 | 1.574 | 0.331 | 0.329 | 1.049 | 1.776 | 0.820 | 0.509 | 1.265 | 0.480 | 1.637 | 0.584 | 0.158 | 1.243 | 1.238 | 0.655 | 0.659 | 1.722 | 1.253 | 1.262 |
| 131 | V131 | 0.394 | 0.834 | 1.171 | 1.169 | 0.312 | 0.986 | 0.279 | 0.464 | 0.453 | 0.504 | 2.530 | 0.414 | 0.846 | 2.077 | 2.075 | 0.355 | 0.358 | 2.579 | 2.143 | 2.123 |
| 132 | V132 | 0.393 | 0.837 | 1.169 | 1.166 | 0.315 | 0.990 | 0.279 | 0.462 | 0.456 | 0.503 | 2.527 | 0.412 | 0.844 | 2.074 | 2.073 | 0.354 | 0.357 | 2.576 | 2.140 | 2.120 |
| 133 | V133 | 0.839 | 1.768 | 0.431 | 0.430 | 1.254 | 1.972 | 1.014 | 0.678 | 1.461 | 0.646 | 1.490 | 0.802 | 0.333 | 1.041 | 1.038 | 0.826 | 0.829 | 1.542 | 1.113 | 1.072 |
| 134 | V134 | 0.880 | 1.809 | 0.441 | 0.440 | 1.295 | 2.013 | 1.056 | 0.720 | 1.503 | 0.687 | 1.452 | 0.843 | 0.370 | 1.002 | 0.998 | 0.867 | 0.870 | 1.502 | 1.077 | 1.033 |
| 135 | V135 | 2.326 | 3.257 | 1.526 | 1.528 | 2.732 | 3.462 | 2.510 | 2.188 | 2.953 | 2.154 | 0.222 | 2.268 | 1.789 | 0.611 | 0.606 | 2.332 | 2.335 | 0.300 | 0.496 | 0.534 |
| 136 | V136 | 0.862 | 1.803 | 0.619 | 0.618 | 1.226 | 1.962 | 1.023 | 0.745 | 1.429 | 0.729 | 1.614 | 0.810 | 0.496 | 1.124 | 1.125 | 0.842 | 0.846 | 1.606 | 1.237 | 1.186 |
| 137 | V137 | 0.425 | 1.340 | 0.556 | 0.554 | 0.819 | 1.551 | 0.588 | 0.280 | 1.029 | 0.249 | 1.891 | 0.363 | 0.234 | 1.473 | 1.470 | 0.425 | 0.431 | 1.964 | 1.499 | 1.503 |
| 138 | V138 | 0.276 | 1.005 | 0.925 | 0.923 | 0.487 | 1.207 | 0.308 | 0.267 | 0.680 | 0.294 | 2.285 | 0.227 | 0.611 | 1.846 | 1.844 | 0.250 | 0.257 | 2.344 | 1.891 | 1.885 |
| 139 | V139 | 0.724 | 1.659 | 0.319 | 0.316 | 1.132 | 1.858 | 0.903 | 0.607 | 1.344 | 0.579 | 1.571 | 0.660 | 0.246 | 1.189 | 1.184 | 0.738 | 0.741 | 1.657 | 1.188 | 1.206 |
| 140 | V140 | 2.364 | 3.306 | 1.597 | 1.599 | 2.772 | 3.500 | 2.547 | 2.221 | 2.989 | 2.189 | 0.417 | 2.311 | 1.828 | 0.549 | 2.362 | 2.365 | 0.054 | 0.615 | 0.504 |       |
| 141 | V141 | 0.595 | 0.594 | 1.414 | 1.412 | 0.203 | 0.686 | 0.416 | 0.727 | 0.166 | 0.771 | 2.809 | 0.631 | 1.117 | 2.377 | 2.376 | 0.593 | 0.594 | 2.873 | 2.423 | 2.418 |
| 142 | V142 | 0.847 | 0.215 | 1.660 | 1.658 | 0.466 | 0.428 | 0.660 | 0.978 | 0.301 | 1.015 | 3.069 | 0.886 | 1.373 | 2.666 | 2.663 | 0.859 | 0.858 | 3.162 | 2.684 | 2.695 |
| 143 | V143 | 2.527 | 3.455 | 1.724 | 1.726 | 2.933 | 3.659 | 2.711 | 2.390 | 3.155 | 2.356 | 0.334 | 2.471 | 1.992 | 0.810 | 0.805 | 2.534 | 2.538 | 0.383 | 0.698 | 0.729 |
| 144 | V144 | 0.639 | 1.571 | 0.330 | 0.329 | 1.046 | 1.773 | 0.817 | 0.506 | 1.263 | 0.477 | 1.639 | 0.581 | 0.156 | 1.246 | 1.241 | 0.653 | 0.657 | 1.725 | 1.255 | 1.265 |
| 145 | V145 | 2.551 | 3.479 | 1.748 | 1.750 | 2.958 | 3.683 | 2.735 | 2.415 | 3.179 | 2.380 | 0.360 | 2.495 | 2.016 | 0.834 | 0.829 | 2.558 | 2.561 | 0.396 | 0.725 | 0.754 |
| 146 | V146 | 2.473 | 3.392 | 1.671 | 1.673 | 2.871 | 3.604 | 2.653 | 2.330 | 3.093 | 2.295 | 0.334 | 2.406 | 1.939 | 0.746 | 0.743 | 2.479 | 2.483 | 0.382 | 0.636 | 0.685 |
| 147 | V147 | 2.555 | 3.484 | 1.753 | 1.755 | 2.962 | 3.687 | 2.739 | 2.419 | 3.183 | 2.385 | 0.363 | 2.500 | 2.020 | 0.836 | 0.832 | 2.562 | 2.565 | 0.397 | 0.728 | 0.757 |
| 148 | V148 | 0.595 | 0.591 | 1.415 | 1.413 | 0.202 | 0.684 | 0.416 | 0.728 | 0.163 | 0.772 | 2.810 | 0.632 | 1.117 | 2.379 | 2.377 | 0.594 | 0.594 | 2.875 | 2.424 | 2.420 |
| 149 | V149 | 1.411 | 0.465 | 2.216 | 2.214 | 1.018 | 0.361 | 1.225 | 1.547 | 0.815 | 1.582 | 3.635 | 1.464 | 1.943 | 3.241 | 3.238 | 1.424 | 1.422 | 3.737 | 3.254 | 3.267 |
| 150 | V150 | 0.472 | 1.395 | 0.517 | 0.515 | 0.904 | 1.593 | 0.652 | 0.348 | 1.103 | 0.318 | 1.842 | 0.486 | 0.184 | 1.445 | 1.440 | 0.471 | 0.472 | 1.928 | 1.468 | 1.460 |
| 151 | V151 | 1.626 | 2.559 | 0.861 | 0.862 | 2.045 | 2.766 | 1.812 | 1.485 | 2.262 | 1.449 | 0.714 | 1.580 | 1.090 | 0.423 | 0.411 | 1.629 | 1.632 | 0.777 | 0.386 | 0.366 |
| 152 | V152 | 2.586 | 3.508 | 1.774 | 1.776 | 2.998 | 3.717 | 2.772 | 2.453 | 3.219 | 2.418 | 0.408 | 2.534 | 2.052 | 0.923 | 0.916 | 2.597 | 2.600 | 0.515 | 0.762 | 0.826 |
| 153 | V153 | 0.535 | 1.447 | 0.462 | 0.460 | 0.965 | 1.641 | 0.718 | 0.463 | 1.164 | 0.433 | 1.793 | 0.548 | 0.252 | 1.450 | 1.443 | 0.563 | 0.564 | 1.908 | 1.427 | 1.451 |
| 154 | V154 | 1.452 | 0.646 | 2.283 | 2.280 | 1.042 | 0.351 | 1.267 | 1.601 | 0.821 | 1.642 | 3.699 | 1.515 | 1.996 | 3.284 | 3.282 | 1.457 | 1.455 | 3.780 | 3.319 | 3.319 |
| 155 | V155 | 0.471 | 0.613 | 1.253 | 1.251 | 0.268 | 0.739 | 0.324 | 0.615 | 0.658 | 2.659 | 0.542 | 0.977 | 2.267 | 2.263 | 0.506 | 0.505 | 2.755 | 2.755 | 2.289 |       |
| 156 | V156 | 2.086 | 3.022 | 1.304 | 1.306 | 2.502 | 3.222 | 2.271 | 1.950 | 2.718 | 1.916 | 0.340 | 2.036 | 1.548 | 0.459 | 0.451 | 2.089 | 2.092 | 0.422 | 0.351 | 0.373 |
| 157 | V157 | 1.135 | 0.353 | 1.960 | 1.957 | 0.717 | 0.202 | 0.947 | 1.278 | 0.503 | 1.319 | 3.374 | 1.184 | 1.674 | 2.962 | 2.960 | 1.145 | 1.143 | 3.459 | 2.991 | 2.996 |
| 158 | V158 | 2.357 | 3.271 | 1.542 | 1.544 | 2.765 | 3.483 | 2.540 | 2.219 | 2.986 | 2.184 | 0.107 | 2.300 | 1.821 | 0.718 | 0.709 | 2.368 | 2.371 | 0.448 | 0.531 | 0.613 |
| 159 | V159 | 0.169 | 0.966 | 0.868 | 0.866 | 0.435 | 1.161 | 0.228 | 0.245 | 0.646 | 0.282 | 2.265 | 0.062 | 0.579 | 1.862 | 1.859 | 0.222 | 0.229 | 2.350 | 1.878 | 1.890 |
| 160 | V160 | 0.282 | 0.771 | 1.116 | 1.113 | 0.219 | 0.930 | 0.116 | 0.413 | 0.398 | 0.455 | 2.507 | 0.335 | 0.801 | 2.082 | 2.080 | 0.280 | 0.282 | 2.577 | 2.123 | 2.118 |
| 161 | V161 | 2.557 | 3.484 | 1.753 | 1.755 | 2.963 | 3.688 | 2.741 | 2.421 | 3.185 | 2.387 | 0.356 | 2.501 | 2.023 | 0.845 | 0.840 | 2.565 | 2.569 | 0.412 | 0.729 | 0.764 |
| 162 | V162 | 0.186 | 1.024 | 0.810 | 0.808 | 0.497 | 1.223 | 0.284 | 0.221 | 0.709 | 0.251 | 2.204 | 0.013 | 0.523 | 1.804 | 1.800 | 0.237 | 0.244 | 2.289 | 1.816 | 1.830 |
| 163 | V163 | 0.041 | 0.954 | 0.874 | 0.872 | 0.440 | 1.140 | 0.183 | 0.213 | 0.636 | 0.244 | 2.274 | 0.179 | 0.564 | 1.873 | 1.870 | 0.136 | 0.139 | 2.361 | 1.892 | 1.898 |
| 164 | V164 | 0.690 | 0.503 | 1.524 | 1.521 | 0.361 | 0.519 | 0.523 | 0.843 | 0.233 | 0.884 | 2.928 | 0.786 | 1.225 | 2.513 | 2.510 | 0.695 | 0.692 | 3.005 | 2.553 | 2.544 |
| 165 | V165 | 1.032 | 0.319 | 1.855 | 1.853 | 0.613 | 0.237 | 0.843 | 1.176 | 0.403 | 1.217 | 3.269 | 1.079 | 1.571 | 2.858 | 2.855 | 1.043 | 1.042 | 3.354 | 2.886 | 2.891 |
| 166 | V166 | 0.268 | 1.002 | 0.959 | 0.956 | 0.433 | 1.167 | 0.279 | 0.313 | 0.629 | 0.351 | 2.315 | 0.228 | 0.644 | 1.877 | 1.875 | 0.252 | 0.260 | 2.371 | 1.927 | 1.919 |
| 167 | V167 | 0.400 | 1.262 | 0.774 | 0.772 | 0.687 | 1.431 | 0.511 | 0.337 | 0.893 | 0.351 | 2.078 | 0.322 | 0.483 | 1.629 | 1.628 | 0.385 | 0.393 | 2.120 | 1.687 | 1.676 |
| 168 | V168 | 0.372 | 1.320 | 0.632 | 0.630 | 0.795 | 1.505 | 0.546 | 0.250 | 0.992 | 0.217 | 1.949 | 0.395 | 0.258 | 1.516 | 1.513 | 0.346 | 0.348 | 2.009 | 1.567 | 1.547 |
| 169 | V169 | 0.169 | 0.899 | 0.918 | 0.916 | 0.453 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.7:** Matriz de Distancias

| d   | V41   | V42   | V43   | V44   | V45   | V46   | V47   | V48   | V49   | V50   | V51   | V52   | V53   | V54   | V55   | V56   | V57   | V58   | V59   | V60   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 3.689 | 3.556 | 2.619 | 2.679 | 2.677 | 2.309 | 3.744 | 0.144 | 0.430 | 0.842 | 2.016 | 1.998 | 2.537 | 0.693 | 2.721 | 2.522 | 2.955 | 2.357 | 3.690 | 0.129 |
| V2  | 2.920 | 2.787 | 1.857 | 1.916 | 1.914 | 1.556 | 2.969 | 0.840 | 0.889 | 0.371 | 1.302 | 1.355 | 1.768 | 0.508 | 2.149 | 1.756 | 2.183 | 1.589 | 2.922 | 0.821 |
| V3  | 2.845 | 2.712 | 1.774 | 1.836 | 1.833 | 1.425 | 2.901 | 0.988 | 1.112 | 0.424 | 1.182 | 1.208 | 1.691 | 0.417 | 1.985 | 1.657 | 2.119 | 1.498 | 2.846 | 0.975 |
| V4  | 1.988 | 1.859 | 0.932 | 0.993 | 0.992 | 0.585 | 2.036 | 1.788 | 1.846 | 1.023 | 0.602 | 0.830 | 0.836 | 1.220 | 1.588 | 0.803 | 1.261 | 0.639 | 1.989 | 1.762 |
| V5  | 2.042 | 1.913 | 0.985 | 1.047 | 1.046 | 0.635 | 2.091 | 1.738 | 1.798 | 0.972 | 0.631 | 0.846 | 0.890 | 1.170 | 1.613 | 0.857 | 1.315 | 0.693 | 2.043 | 1.713 |
| V6  | 1.369 | 1.231 | 0.320 | 0.379 | 0.379 | 0.222 | 1.413 | 2.392 | 2.440 | 1.634 | 0.624 | 0.906 | 0.218 | 1.834 | 1.394 | 0.179 | 0.638 | 0.002 | 1.370 | 2.366 |
| V7  | 1.130 | 0.987 | 0.170 | 0.203 | 0.205 | 0.372 | 1.175 | 2.648 | 2.700 | 1.886 | 0.792 | 1.043 | 0.155 | 2.079 | 1.373 | 0.101 | 0.423 | 0.267 | 1.131 | 2.623 |
| V8  | 1.844 | 1.695 | 0.756 | 0.816 | 0.813 | 0.507 | 1.892 | 1.929 | 1.995 | 1.210 | 0.368 | 0.622 | 0.682 | 1.380 | 1.330 | 0.656 | 1.104 | 0.508 | 1.845 | 1.910 |
| V9  | 2.181 | 2.068 | 1.165 | 1.221 | 1.220 | 0.886 | 2.248 | 1.583 | 1.625 | 0.850 | 0.819 | 1.018 | 1.078 | 1.064 | 1.796 | 1.080 | 1.475 | 0.912 | 2.182 | 1.545 |
| V10 | 1.006 | 0.884 | 0.226 | 0.229 | 0.238 | 0.504 | 1.057 | 2.754 | 2.793 | 1.982 | 0.961 | 1.222 | 0.223 | 2.203 | 1.531 | 0.259 | 0.316 | 0.394 | 1.007 | 2.727 |
| V11 | 1.218 | 1.089 | 0.263 | 0.310 | 0.316 | 0.346 | 1.254 | 2.551 | 2.589 | 1.783 | 0.813 | 1.089 | 0.153 | 2.010 | 1.504 | 0.161 | 0.500 | 0.216 | 1.219 | 2.525 |
| V12 | 1.734 | 1.589 | 0.661 | 0.719 | 0.717 | 0.436 | 1.777 | 2.020 | 2.071 | 1.292 | 0.440 | 0.723 | 0.572 | 1.486 | 1.395 | 0.564 | 0.991 | 0.405 | 1.735 | 1.997 |
| V13 | 0.116 | 0.231 | 1.078 | 1.018 | 1.021 | 1.443 | 0.231 | 3.698 | 3.728 | 2.935 | 1.815 | 2.022 | 1.154 | 3.146 | 2.018 | 1.201 | 0.731 | 1.348 | 0.116 | 3.666 |
| V14 | 1.750 | 1.607 | 0.668 | 0.727 | 0.725 | 0.436 | 1.800 | 2.005 | 2.062 | 1.272 | 0.419 | 0.697 | 0.587 | 1.462 | 1.371 | 0.573 | 1.008 | 0.417 | 1.751 | 1.983 |
| V15 | 3.665 | 3.531 | 2.593 | 2.654 | 2.652 | 2.282 | 3.720 | 0.144 | 0.421 | 0.817 | 1.987 | 1.968 | 2.511 | 0.667 | 2.692 | 2.495 | 2.931 | 2.331 | 3.667 | 0.159 |
| V16 | 0.969 | 0.854 | 0.256 | 0.228 | 0.232 | 0.509 | 1.032 | 2.780 | 2.829 | 2.012 | 0.949 | 1.201 | 0.284 | 2.210 | 1.499 | 0.320 | 0.310 | 0.438 | 0.971 | 2.751 |
| V17 | 1.996 | 1.866 | 0.939 | 1.000 | 0.998 | 0.593 | 2.045 | 1.778 | 1.837 | 1.015 | 0.594 | 0.820 | 0.844 | 1.209 | 1.582 | 0.812 | 1.269 | 0.648 | 1.997 | 1.753 |
| V18 | 2.056 | 1.926 | 0.998 | 1.059 | 1.058 | 0.648 | 2.105 | 1.723 | 1.784 | 0.960 | 0.626 | 0.836 | 0.904 | 1.152 | 1.608 | 0.870 | 1.329 | 0.707 | 2.057 | 1.698 |
| V19 | 0.547 | 0.391 | 0.580 | 0.519 | 0.521 | 0.967 | 0.624 | 3.224 | 3.267 | 2.468 | 1.305 | 1.510 | 0.671 | 2.659 | 1.564 | 0.711 | 0.282 | 0.865 | 0.547 | 3.197 |
| V20 | 3.205 | 3.077 | 2.151 | 2.210 | 2.208 | 1.844 | 3.252 | 0.599 | 0.634 | 0.463 | 1.609 | 1.653 | 2.058 | 0.529 | 2.439 | 2.049 | 2.471 | 1.879 | 3.206 | 0.562 |
| V21 | 1.157 | 1.022 | 0.122 | 0.176 | 0.182 | 0.404 | 1.217 | 2.590 | 2.632 | 1.827 | 0.788 | 1.055 | 0.073 | 2.036 | 1.422 | 0.173 | 0.425 | 0.255 | 1.158 | 2.564 |
| V22 | 0.374 | 0.315 | 0.929 | 0.871 | 0.875 | 1.256 | 0.283 | 3.516 | 3.543 | 2.761 | 1.649 | 1.866 | 0.981 | 2.977 | 1.934 | 1.020 | 0.579 | 1.162 | 0.375 | 3.486 |
| V23 | 1.973 | 1.845 | 0.940 | 0.994 | 0.993 | 0.733 | 2.026 | 1.781 | 1.804 | 1.064 | 0.652 | 0.898 | 0.847 | 1.296 | 1.640 | 0.857 | 1.244 | 0.692 | 1.975 | 1.754 |
| V24 | 1.971 | 1.842 | 0.937 | 0.992 | 0.991 | 0.731 | 2.024 | 1.783 | 1.807 | 1.066 | 0.651 | 0.897 | 0.845 | 1.297 | 1.639 | 0.855 | 1.241 | 0.690 | 1.973 | 1.756 |
| V25 | 0.759 | 0.603 | 0.374 | 0.315 | 0.315 | 0.780 | 0.827 | 3.000 | 3.042 | 2.254 | 1.089 | 1.308 | 0.468 | 2.440 | 1.451 | 0.520 | 0.166 | 0.661 | 0.760 | 2.973 |
| V26 | 0.000 | 0.242 | 1.098 | 1.037 | 1.040 | 1.456 | 0.258 | 3.722 | 3.757 | 2.956 | 1.831 | 2.034 | 1.177 | 3.159 | 2.013 | 1.222 | 0.757 | 1.370 | 0.002 | 3.691 |
| V27 | 0.973 | 0.834 | 0.144 | 0.110 | 0.119 | 0.536 | 1.030 | 2.775 | 2.819 | 2.015 | 0.919 | 1.166 | 0.211 | 2.217 | 1.436 | 0.272 | 0.249 | 0.412 | 0.974 | 2.748 |
| V28 | 1.305 | 1.166 | 0.259 | 0.317 | 0.317 | 0.251 | 1.352 | 2.455 | 2.503 | 1.697 | 0.653 | 0.929 | 0.167 | 1.893 | 1.378 | 0.122 | 0.578 | 0.075 | 1.306 | 2.429 |
| V29 | 0.551 | 0.394 | 0.577 | 0.516 | 0.518 | 0.965 | 0.627 | 3.221 | 3.265 | 2.465 | 1.301 | 1.506 | 0.669 | 2.656 | 1.560 | 0.708 | 0.280 | 0.862 | 0.551 | 3.194 |
| V30 | 1.346 | 1.207 | 0.299 | 0.361 | 0.361 | 0.232 | 1.388 | 2.420 | 2.467 | 1.662 | 0.646 | 0.925 | 0.195 | 1.863 | 1.393 | 0.147 | 0.618 | 0.069 | 1.347 | 2.395 |
| V31 | 3.390 | 3.259 | 2.327 | 2.387 | 2.385 | 2.016 | 3.441 | 0.401 | 0.524 | 0.586 | 1.750 | 1.763 | 2.240 | 0.513 | 2.525 | 2.227 | 2.656 | 2.059 | 3.391 | 0.354 |
| V32 | 1.221 | 1.070 | 0.186 | 0.218 | 0.216 | 0.425 | 1.267 | 2.535 | 2.579 | 1.796 | 0.691 | 0.956 | 0.155 | 1.990 | 1.345 | 0.233 | 0.474 | 0.255 | 1.222 | 2.511 |
| V33 | 1.694 | 1.561 | 0.624 | 0.688 | 0.687 | 0.357 | 1.747 | 2.055 | 2.106 | 1.292 | 0.531 | 0.814 | 0.530 | 1.505 | 1.461 | 0.517 | 0.958 | 0.357 | 1.695 | 2.029 |
| V34 | 2.988 | 2.848 | 1.912 | 1.973 | 1.969 | 1.576 | 3.046 | 0.893 | 1.043 | 0.509 | 1.271 | 1.253 | 1.835 | 0.314 | 2.002 | 1.800 | 2.261 | 1.645 | 2.989 | 0.889 |
| V35 | 2.985 | 2.846 | 1.909 | 1.970 | 1.967 | 1.573 | 3.042 | 0.888 | 1.035 | 0.496 | 1.272 | 1.257 | 1.832 | 0.313 | 2.009 | 1.797 | 2.257 | 1.641 | 2.986 | 0.883 |
| V36 | 1.171 | 1.034 | 0.147 | 0.205 | 0.209 | 0.358 | 1.229 | 2.598 | 2.650 | 1.831 | 0.776 | 1.032 | 0.131 | 2.032 | 1.379 | 0.124 | 0.458 | 0.251 | 1.172 | 2.574 |
| V37 | 1.169 | 1.033 | 0.152 | 0.209 | 0.213 | 0.359 | 1.228 | 2.601 | 2.653 | 1.832 | 0.783 | 1.039 | 0.137 | 2.035 | 1.385 | 0.128 | 0.458 | 0.255 | 1.170 | 2.577 |
| V38 | 3.482 | 3.344 | 2.402 | 2.464 | 2.461 | 2.078 | 3.541 | 0.461 | 0.683 | 0.696 | 1.763 | 1.725 | 2.325 | 0.428 | 2.434 | 2.298 | 2.750 | 2.140 | 3.483 | 0.486 |
| V39 | 3.013 | 2.875 | 1.943 | 2.003 | 2.001 | 1.642 | 3.060 | 0.757 | 0.821 | 0.414 | 1.363 | 1.394 | 1.857 | 0.468 | 2.175 | 1.843 | 2.273 | 1.677 | 3.015 | 0.744 |
| V40 | 3.017 | 2.882 | 1.943 | 2.005 | 2.002 | 1.607 | 3.072 | 0.805 | 0.939 | 0.413 | 1.332 | 1.339 | 1.861 | 0.301 | 2.107 | 1.832 | 2.287 | 1.671 | 3.018 | 0.795 |
| V41 | 0.000 | 0.242 | 1.098 | 1.037 | 1.040 | 1.456 | 0.258 | 3.722 | 3.757 | 2.956 | 1.831 | 2.034 | 1.177 | 3.159 | 2.013 | 1.222 | 0.757 | 1.370 | 0.002 | 3.691 |
| V42 | 0.242 | 0.000 | 0.952 | 0.890 | 0.891 | 1.329 | 0.293 | 3.591 | 3.629 | 2.838 | 1.658 | 1.849 | 1.038 | 3.028 | 1.812 | 1.080 | 0.616 | 1.232 | 0.241 | 3.563 |
| V43 | 1.098 | 0.952 | 0.000 | 0.074 | 0.076 | 0.459 | 1.161 | 2.654 | 2.703 | 1.901 | 0.792 | 1.041 | 0.140 | 2.093 | 1.352 | 0.210 | 0.370 | 0.321 | 1.099 | 2.628 |
| V44 | 1.037 | 0.890 | 0.074 | 0.000 | 0.014 | 0.516 | 1.101 | 2.715 | 2.763 | 1.963 | 0.839 | 1.082 | 0.192 | 2.153 | 1.363 | 0.262 | 0.310 | 0.381 | 1.038 | 2.689 |
| V45 | 1.040 | 0.891 | 0.076 | 0.014 | 0.000 | 0.516 | 1.104 | 2.712 | 2.761 | 1.963 | 0.831 | 1.073 | 0.195 | 2.151 | 1.352 | 0.264 | 0.315 | 0.381 | 1.041 | 2.687 |
| V46 | 1.456 | 1.329 | 0.459 | 0.516 | 0.516 | 0.000 | 1.502 | 2.344 | 2.408 | 1.571 | 0.645 | 0.911 | 0.374 | 1.763 | 1.423 | 0.299 | 0.764 | 0.221 | 1.457 | 2.318 |
| V47 | 0.258 | 0.293 | 1.161 | 1.101 | 1.104 | 1.502 | 0.000 | 3.776 | 3.806 | 3.019 | 1.879 | 2.079 | 1.227 | 3.227 | 2.062 | 1.265 | 0.809 | 1.414 | 0.258 | 3.746 |
| V48 | 3.722 | 3.591 | 2.654 | 2.715 | 2.712 | 2.344 | 3.776 | 0.000 | 0.319 | 0.854 | 2.064 | 2.054 | 2.569 | 0.750 | 2.785 | 2.556 | 2.988 | 2.391 | 3.724 | 0.142 |
| V49 | 3.757 | 3.629 | 2.703 | 2.763 | 2.761 | 2.408 | 3.806 | 0.319 | 0.000 | 0.937 | 2.144 | 2.157 | 2.613 | 0.913 | 2.904 | 2.606 | 3.025 | 2.439 | 3.758 | 0.366 |
| V50 | 2.956 | 2.838 | 1.901 | 1.963 | 1.963 | 1.571 | 3.019 | 0.854 | 0.937 | 0.000 | 1.415 | 1.488 | 1.812 | 0.463 | 2.262 | 1.795 | 2.233 | 1.633 | 2.957 | 0.829 |
| V51 | 1.831 | 1.658 | 0.792 | 0.839 | 0.831 | 0.6   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.8: Matriz de Distancias**

| d   | V41  | V42   | V43   | V44   | V45   | V46   | V47   | V48   | V49   | V50   | V51   | V52   | V53   | V54   | V55   | V56   | V57   | V58   | V59   | V60   |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 3.197 | 3.068 | 2.136 | 2.196 | 2.194 | 1.824 | 3.252 | 0.570 | 0.669 | 0.409 | 1.575 | 1.606 | 2.048 | 0.406 | 2.382 | 2.036 | 2.465 | 1.868 | 3.199 | 0.528 |
| 62  | V62  | 0.548 | 0.391 | 0.580 | 0.520 | 0.522 | 0.967 | 0.625 | 3.224 | 3.268 | 2.468 | 1.304 | 1.508 | 0.672 | 2.659 | 1.561 | 0.711 | 0.283 | 0.865 | 0.549 | 3.197 |
| 63  | V63  | 3.718 | 3.588 | 2.653 | 2.714 | 2.712 | 2.343 | 3.770 | 0.077 | 0.275 | 0.846 | 2.077 | 2.078 | 2.566 | 0.780 | 2.817 | 2.554 | 2.984 | 2.389 | 3.719 | 0.147 |
| 64  | V64  | 1.216 | 1.074 | 0.209 | 0.259 | 0.260 | 0.310 | 1.256 | 2.551 | 2.598 | 1.794 | 0.725 | 0.991 | 0.124 | 1.991 | 1.387 | 0.064 | 0.496 | 0.178 | 1.217 | 2.526 |
| 65  | V65  | 1.215 | 1.093 | 0.249 | 0.294 | 0.299 | 0.315 | 1.264 | 2.535 | 2.576 | 1.763 | 0.795 | 1.076 | 0.143 | 1.982 | 1.505 | 0.166 | 0.499 | 0.192 | 1.216 | 2.507 |
| 66  | V66  | 1.267 | 1.121 | 0.234 | 0.290 | 0.289 | 0.275 | 1.311 | 2.515 | 2.568 | 1.758 | 0.671 | 0.932 | 0.171 | 1.946 | 1.331 | 0.056 | 0.550 | 0.155 | 1.268 | 2.492 |
| 67  | V67  | 3.417 | 3.286 | 2.355 | 2.414 | 2.412 | 2.043 | 3.467 | 0.382 | 0.505 | 0.609 | 1.777 | 1.789 | 2.267 | 0.534 | 2.550 | 2.254 | 2.683 | 2.086 | 3.418 | 0.333 |
| 68  | V68  | 3.268 | 3.136 | 2.195 | 2.257 | 2.254 | 1.865 | 3.328 | 0.571 | 0.742 | 0.495 | 1.587 | 1.579 | 2.115 | 0.344 | 2.315 | 2.089 | 2.539 | 1.928 | 3.269 | 0.564 |
| 69  | V69  | 1.042 | 0.885 | 0.253 | 0.239 | 0.231 | 0.550 | 1.114 | 2.773 | 2.835 | 2.028 | 0.821 | 1.027 | 0.348 | 2.185 | 2.126 | 0.341 | 0.418 | 0.475 | 1.043 | 2.751 |
| 70  | V70  | 2.297 | 2.163 | 1.225 | 1.285 | 1.284 | 0.925 | 2.352 | 1.463 | 1.520 | 0.729 | 0.737 | 0.884 | 1.139 | 0.922 | 1.684 | 1.120 | 1.561 | 0.955 | 2.298 | 1.442 |
| 71  | V71  | 1.731 | 1.587 | 0.659 | 0.717 | 0.715 | 0.433 | 1.774 | 2.022 | 2.073 | 1.295 | 0.442 | 0.725 | 0.569 | 1.488 | 1.396 | 0.562 | 0.988 | 0.403 | 1.732 | 2.000 |
| 72  | V72  | 1.968 | 1.833 | 0.902 | 0.964 | 0.962 | 0.557 | 2.017 | 1.813 | 1.878 | 1.055 | 0.535 | 0.760 | 0.813 | 1.233 | 1.512 | 0.774 | 1.240 | 0.614 | 1.969 | 1.790 |
| 73  | V73  | 2.015 | 1.881 | 0.949 | 1.011 | 1.009 | 0.600 | 2.065 | 1.770 | 1.836 | 1.012 | 0.560 | 0.771 | 0.860 | 1.189 | 1.532 | 0.820 | 1.287 | 0.661 | 2.016 | 1.747 |
| 74  | V74  | 1.211 | 1.069 | 0.203 | 0.254 | 0.256 | 0.307 | 1.255 | 2.567 | 2.617 | 1.806 | 0.732 | 0.991 | 0.143 | 2.001 | 1.368 | 0.013 | 0.498 | 0.191 | 1.212 | 2.543 |
| 75  | V75  | 1.040 | 0.914 | 0.198 | 0.212 | 0.221 | 0.471 | 1.091 | 2.722 | 2.762 | 1.950 | 0.924 | 1.184 | 0.190 | 2.168 | 1.501 | 0.223 | 0.341 | 0.360 | 1.041 | 2.695 |
| 76  | V76  | 0.809 | 0.652 | 0.332 | 0.281 | 0.282 | 0.702 | 0.858 | 2.971 | 3.019 | 2.216 | 1.053 | 1.271 | 0.416 | 2.404 | 1.421 | 0.438 | 0.196 | 0.599 | 0.810 | 2.946 |
| 77  | V77  | 0.851 | 0.695 | 0.301 | 0.255 | 0.256 | 0.657 | 0.897 | 2.932 | 2.981 | 2.177 | 1.016 | 1.236 | 0.381 | 2.363 | 1.407 | 0.394 | 0.218 | 0.557 | 0.852 | 2.907 |
| 78  | V78  | 1.989 | 1.842 | 0.927 | 0.979 | 0.977 | 0.690 | 2.025 | 1.777 | 1.819 | 1.091 | 0.522 | 0.746 | 0.833 | 1.292 | 1.503 | 0.825 | 1.243 | 0.665 | 1.991 | 1.759 |
| 79  | V79  | 3.216 | 3.087 | 2.156 | 2.216 | 2.214 | 1.845 | 3.268 | 0.553 | 0.640 | 0.426 | 1.601 | 1.635 | 2.068 | 0.444 | 2.414 | 2.056 | 2.483 | 1.888 | 3.217 | 0.512 |
| 80  | V80  | 1.798 | 1.623 | 0.821 | 0.863 | 0.854 | 0.714 | 1.860 | 2.229 | 2.333 | 1.583 | 0.311 | 0.322 | 0.826 | 1.620 | 0.803 | 0.771 | 1.144 | 0.726 | 1.799 | 2.219 |
| 81  | V81  | 1.802 | 1.627 | 0.825 | 0.867 | 0.858 | 0.717 | 1.864 | 2.226 | 2.331 | 1.580 | 0.311 | 0.320 | 0.830 | 1.617 | 0.803 | 0.775 | 1.148 | 0.729 | 1.803 | 2.216 |
| 82  | V82  | 1.044 | 0.919 | 0.197 | 0.212 | 0.221 | 0.467 | 1.095 | 2.717 | 2.758 | 1.945 | 0.921 | 1.181 | 0.187 | 2.163 | 1.500 | 0.219 | 0.345 | 0.355 | 1.045 | 2.691 |
| 83  | V83  | 1.153 | 0.983 | 0.190 | 0.198 | 0.188 | 0.511 | 1.207 | 2.655 | 2.714 | 1.925 | 0.704 | 0.922 | 0.274 | 2.086 | 1.180 | 0.288 | 0.454 | 0.385 | 1.153 | 2.634 |
| 84  | V84  | 2.206 | 2.060 | 1.133 | 1.192 | 1.189 | 0.865 | 2.243 | 1.566 | 1.615 | 0.903 | 0.631 | 0.788 | 1.044 | 1.092 | 1.583 | 1.029 | 1.461 | 0.868 | 2.207 | 1.551 |
| 85  | V85  | 2.969 | 2.849 | 1.910 | 1.973 | 1.972 | 1.578 | 3.031 | 0.838 | 0.931 | 0.057 | 1.410 | 1.474 | 1.822 | 0.420 | 2.249 | 1.804 | 2.245 | 1.642 | 2.970 | 0.814 |
| 86  | V86  | 1.394 | 1.203 | 0.561 | 0.578 | 0.569 | 0.684 | 1.438 | 2.641 | 2.721 | 1.952 | 0.628 | 0.730 | 0.618 | 2.055 | 0.831 | 0.565 | 0.794 | 0.630 | 1.394 | 2.631 |
| 87  | V87  | 0.984 | 0.844 | 0.133 | 0.101 | 0.110 | 0.527 | 1.042 | 2.765 | 2.809 | 2.005 | 0.907 | 1.155 | 0.202 | 2.206 | 1.427 | 0.262 | 0.402 | 0.496 | 2.738 |       |
| 88  | V88  | 1.346 | 1.207 | 0.299 | 0.361 | 0.361 | 0.232 | 1.388 | 2.420 | 2.467 | 1.662 | 0.646 | 0.925 | 0.195 | 1.863 | 1.393 | 0.147 | 0.618 | 0.069 | 1.347 | 2.395 |
| 89  | V89  | 2.954 | 2.836 | 1.899 | 1.961 | 1.960 | 1.565 | 3.017 | 0.859 | 0.948 | 0.061 | 1.408 | 1.477 | 1.810 | 0.439 | 2.255 | 1.792 | 2.231 | 1.630 | 2.956 | 0.833 |
| 90  | V90  | 1.218 | 1.076 | 0.208 | 0.260 | 0.261 | 0.301 | 1.262 | 2.559 | 2.610 | 1.798 | 0.726 | 0.987 | 0.143 | 1.993 | 1.369 | 0.004 | 0.504 | 0.183 | 1.220 | 2.535 |
| 91  | V91  | 1.682 | 1.538 | 0.612 | 0.675 | 0.672 | 0.354 | 1.744 | 2.141 | 2.215 | 1.386 | 0.424 | 0.668 | 0.558 | 1.546 | 1.247 | 0.499 | 0.968 | 0.392 | 1.684 | 2.123 |
| 92  | V92  | 1.878 | 1.689 | 1.045 | 1.071 | 1.061 | 1.033 | 1.938 | 2.482 | 2.594 | 1.885 | 0.656 | 0.521 | 1.085 | 1.878 | 0.468 | 1.027 | 1.312 | 1.030 | 1.878 | 2.484 |
| 93  | V93  | 0.351 | 0.464 | 1.386 | 1.325 | 1.328 | 1.754 | 0.406 | 4.029 | 4.067 | 3.264 | 2.099 | 2.278 | 1.475 | 3.460 | 2.151 | 1.511 | 1.055 | 1.668 | 0.349 | 3.999 |
| 94  | V94  | 0.872 | 0.707 | 0.305 | 0.259 | 0.258 | 0.661 | 0.916 | 2.927 | 2.978 | 2.177 | 0.990 | 1.202 | 0.391 | 2.355 | 1.356 | 0.398 | 0.252 | 0.560 | 0.873 | 2.903 |
| 95  | V95  | 0.876 | 0.710 | 0.302 | 0.257 | 0.256 | 0.658 | 0.919 | 2.924 | 2.975 | 2.174 | 0.987 | 1.199 | 0.388 | 2.352 | 1.354 | 0.395 | 0.254 | 0.577 | 0.876 | 2.900 |
| 96  | V96  | 1.058 | 0.908 | 0.139 | 0.116 | 0.119 | 0.524 | 1.106 | 2.694 | 2.735 | 1.947 | 0.839 | 1.091 | 0.181 | 2.145 | 1.404 | 0.275 | 0.306 | 0.367 | 1.059 | 2.668 |
| 97  | V97  | 1.113 | 0.999 | 0.226 | 0.253 | 0.262 | 0.485 | 1.188 | 2.639 | 2.675 | 1.863 | 0.901 | 1.172 | 0.213 | 2.089 | 1.531 | 0.289 | 0.419 | 0.357 | 1.114 | 2.611 |
| 98  | V98  | 2.047 | 1.922 | 0.991 | 1.053 | 1.054 | 0.745 | 2.106 | 1.709 | 1.743 | 0.946 | 0.726 | 0.950 | 0.901 | 1.212 | 1.684 | 0.902 | 1.315 | 0.743 | 2.048 | 1.685 |
| 99  | V99  | 2.983 | 2.844 | 1.907 | 1.968 | 1.965 | 1.571 | 3.040 | 0.885 | 1.032 | 0.490 | 1.271 | 1.259 | 1.830 | 0.313 | 2.012 | 1.795 | 2.255 | 1.639 | 2.984 | 0.880 |
| 100 | V100 | 3.246 | 3.117 | 2.185 | 2.245 | 2.243 | 1.874 | 3.298 | 0.526 | 0.620 | 0.464 | 1.620 | 1.647 | 2.097 | 0.448 | 2.423 | 2.085 | 2.513 | 1.917 | 3.248 | 0.487 |
| 101 | V101 | 0.742 | 0.590 | 0.482 | 0.428 | 0.432 | 0.829 | 0.742 | 3.051 | 3.080 | 2.305 | 1.186 | 1.419 | 0.524 | 2.514 | 1.609 | 0.574 | 0.193 | 0.705 | 0.743 | 3.024 |
| 102 | V102 | 1.186 | 1.041 | 0.188 | 0.234 | 0.234 | 0.331 | 1.233 | 2.599 | 2.654 | 1.838 | 0.739 | 0.990 | 0.165 | 2.026 | 1.338 | 0.070 | 0.479 | 0.230 | 1.187 | 2.575 |
| 103 | V103 | 1.850 | 1.701 | 0.762 | 0.822 | 0.819 | 0.513 | 1.898 | 1.924 | 1.991 | 1.206 | 0.366 | 0.618 | 0.689 | 1.376 | 1.328 | 0.662 | 1.110 | 0.515 | 1.851 | 1.906 |
| 104 | V104 | 1.228 | 1.086 | 0.214 | 0.268 | 0.269 | 0.294 | 1.271 | 2.549 | 2.599 | 1.788 | 0.720 | 0.982 | 0.144 | 1.984 | 1.371 | 0.008 | 0.513 | 0.174 | 1.229 | 2.525 |
| 105 | V105 | 3.730 | 3.600 | 2.663 | 2.723 | 2.720 | 2.347 | 3.787 | 0.184 | 0.443 | 0.867 | 2.063 | 2.047 | 2.580 | 0.708 | 2.774 | 2.566 | 2.999 | 2.401 | 3.731 | 0.200 |
| 106 | V106 | 1.173 | 1.036 | 0.145 | 0.204 | 0.207 | 0.357 | 1.232 | 2.595 | 2.647 | 1.828 | 0.771 | 1.027 | 0.129 | 2.029 | 1.375 | 0.122 | 0.460 | 0.248 | 1.175 | 2.571 |
| 107 | V107 | 3.081 | 2.951 | 2.018 | 2.077 | 2.075 | 1.701 | 3.139 | 0.695 | 0.811 | 0.339 | 1.447 | 1.476 | 1.934 | 0.312 | 2.254 | 1.919 | 2.351 | 1.753 | 3.082 | 0.665 |
| 108 | V108 | 2.919 | 2.786 | 1.856 | 1.915 | 1.913 | 1.555 | 2.968 | 0.841 | 0.889 | 0.370 | 1.302 | 1.356 | 1.767 | 0.509 | 2.149 | 1.755 | 2.182 | 1.588 | 2.921 | 0.821 |
| 109 | V109 | 1.147 | 0.978 | 0.188 | 0.194 | 0.184 | 0.513 | 1.202 | 2.660 | 2.718 | 1.929 | 0.709 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.9: Matriz de Distancias**

| d   | V41  | V42   | V43   | V44   | V45   | V46   | V47   | V48   | V49   | V50   | V51   | V52   | V53   | V54   | V55   | V56   | V57   | V58   | V59   | V60   |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 3.226 | 3.099 | 2.178 | 2.237 | 2.236 | 1.890 | 3.272 | 0.609 | 0.591 | 0.531 | 1.662 | 1.717 | 2.085 | 0.670 | 2.500 | 2.085 | 2.493 | 1.916 | 3.227 | 0.590 |
| 122 | V122 | 2.002 | 1.873 | 0.966 | 1.020 | 1.020 | 0.758 | 2.054 | 1.753 | 1.777 | 1.039 | 0.665 | 0.904 | 0.874 | 1.273 | 1.651 | 0.883 | 1.271 | 0.718 | 2.003 | 1.727 |
| 123 | V123 | 1.973 | 1.845 | 0.940 | 0.994 | 0.993 | 0.733 | 2.026 | 1.781 | 1.804 | 1.064 | 0.652 | 0.898 | 0.847 | 1.296 | 1.640 | 0.857 | 1.244 | 0.692 | 1.975 | 1.754 |
| 124 | V124 | 1.273 | 1.121 | 0.222 | 0.263 | 0.261 | 0.403 | 1.318 | 2.483 | 2.527 | 1.744 | 0.652 | 0.923 | 0.170 | 1.939 | 1.344 | 0.239 | 0.523 | 0.224 | 1.274 | 2.459 |
| 125 | V125 | 1.506 | 1.373 | 0.449 | 0.518 | 0.519 | 0.226 | 1.564 | 2.276 | 2.332 | 1.504 | 0.596 | 0.868 | 0.367 | 1.707 | 1.392 | 0.320 | 0.792 | 0.223 | 1.508 | 2.253 |
| 126 | V126 | 1.835 | 1.702 | 1.050 | 1.078 | 1.079 | 0.876 | 1.786 | 2.296 | 2.303 | 1.660 | 1.042 | 1.264 | 0.943 | 1.891 | 1.862 | 0.923 | 1.196 | 0.842 | 1.836 | 2.273 |
| 127 | V127 | 2.847 | 2.715 | 1.777 | 1.839 | 1.836 | 1.428 | 2.903 | 0.984 | 1.108 | 0.421 | 1.186 | 1.211 | 1.694 | 0.415 | 1.988 | 1.659 | 2.122 | 1.501 | 2.849 | 0.972 |
| 128 | V128 | 3.985 | 3.792 | 3.219 | 3.249 | 3.240 | 3.124 | 4.039 | 3.152 | 3.338 | 3.083 | 2.609 | 2.314 | 3.248 | 2.798 | 1.992 | 3.187 | 3.489 | 3.155 | 3.986 | 3.199 |
| 129 | V129 | 1.192 | 1.049 | 0.187 | 0.236 | 0.238 | 0.327 | 1.237 | 2.588 | 2.640 | 1.827 | 0.744 | 0.999 | 0.146 | 2.021 | 1.358 | 0.042 | 0.480 | 0.215 | 1.193 | 2.564 |
| 130 | V130 | 1.776 | 1.638 | 0.703 | 0.763 | 0.760 | 0.465 | 1.828 | 1.965 | 2.018 | 1.230 | 0.459 | 0.736 | 0.617 | 1.428 | 1.426 | 0.611 | 1.037 | 0.449 | 1.777 | 1.940 |
| 131 | V131 | 0.986 | 0.813 | 0.300 | 0.274 | 0.267 | 0.619 | 1.037 | 2.856 | 2.917 | 2.116 | 0.882 | 1.076 | 0.395 | 2.273 | 1.216 | 0.376 | 0.382 | 0.529 | 0.987 | 2.834 |
| 132 | V132 | 0.990 | 0.816 | 0.299 | 0.273 | 0.267 | 0.617 | 1.040 | 2.853 | 2.914 | 2.113 | 0.879 | 1.074 | 0.393 | 2.270 | 1.214 | 0.375 | 0.384 | 0.527 | 0.990 | 2.832 |
| 133 | V133 | 1.972 | 1.833 | 0.900 | 0.962 | 0.960 | 0.558 | 2.020 | 1.818 | 1.886 | 1.070 | 0.498 | 0.715 | 0.814 | 1.236 | 1.467 | 0.771 | 1.242 | 0.615 | 1.973 | 1.796 |
| 134 | V134 | 2.013 | 1.875 | 0.942 | 1.004 | 1.002 | 0.596 | 2.062 | 1.780 | 1.850 | 1.033 | 0.519 | 0.723 | 0.856 | 1.197 | 1.484 | 0.812 | 1.284 | 0.657 | 2.015 | 1.758 |
| 135 | V135 | 3.462 | 3.326 | 2.387 | 2.447 | 2.445 | 2.077 | 3.516 | 0.348 | 0.518 | 0.638 | 1.779 | 1.767 | 2.305 | 0.482 | 2.501 | 2.287 | 2.725 | 2.123 | 3.463 | 0.352 |
| 136 | V136 | 1.962 | 1.807 | 0.891 | 0.948 | 0.944 | 0.693 | 2.032 | 1.914 | 2.002 | 1.223 | 0.363 | 0.493 | 0.853 | 1.326 | 1.160 | 0.820 | 1.249 | 0.707 | 1.963 | 1.904 |
| 137 | V137 | 1.551 | 1.400 | 0.474 | 0.533 | 0.531 | 0.306 | 1.591 | 2.219 | 2.271 | 1.483 | 0.456 | 0.743 | 0.391 | 1.666 | 1.316 | 0.366 | 0.809 | 0.228 | 1.553 | 2.197 |
| 138 | V138 | 1.207 | 1.037 | 0.242 | 0.264 | 0.259 | 0.432 | 1.238 | 2.610 | 2.662 | 1.874 | 0.679 | 0.912 | 0.254 | 2.045 | 1.231 | 0.218 | 0.499 | 0.314 | 1.207 | 2.591 |
| 139 | V139 | 1.858 | 1.719 | 0.784 | 0.841 | 0.840 | 0.568 | 1.913 | 1.897 | 1.951 | 1.164 | 0.495 | 0.747 | 0.705 | 1.369 | 1.446 | 0.704 | 1.115 | 0.546 | 1.859 | 1.874 |
| 140 | V140 | 3.500 | 3.365 | 2.423 | 2.484 | 2.481 | 2.096 | 3.561 | 0.433 | 0.658 | 0.688 | 1.792 | 1.759 | 2.345 | 0.436 | 2.470 | 2.318 | 2.770 | 2.159 | 3.502 | 0.457 |
| 141 | V141 | 0.686 | 0.508 | 0.504 | 0.445 | 0.444 | 0.903 | 0.759 | 3.136 | 3.186 | 2.392 | 1.177 | 1.367 | 0.612 | 2.564 | 1.399 | 0.642 | 0.300 | 0.796 | 0.687 | 3.111 |
| 142 | V142 | 0.428 | 0.261 | 0.787 | 0.727 | 0.729 | 1.135 | 0.393 | 3.404 | 3.439 | 2.652 | 1.494 | 1.699 | 0.854 | 2.851 | 1.744 | 0.891 | 0.445 | 1.040 | 0.429 | 3.376 |
| 143 | V143 | 3.659 | 3.526 | 2.589 | 2.649 | 2.647 | 2.278 | 3.714 | 0.136 | 0.412 | 0.812 | 1.986 | 1.970 | 2.506 | 0.670 | 2.697 | 2.491 | 2.925 | 2.326 | 3.660 | 0.142 |
| 144 | V144 | 1.773 | 1.635 | 0.701 | 0.760 | 0.758 | 0.463 | 1.825 | 1.967 | 2.020 | 1.232 | 0.462 | 0.740 | 0.614 | 1.430 | 1.429 | 0.609 | 1.034 | 0.446 | 1.774 | 1.943 |
| 145 | V145 | 3.683 | 3.550 | 2.613 | 2.673 | 2.671 | 2.303 | 3.738 | 0.122 | 0.407 | 0.831 | 2.011 | 1.996 | 2.530 | 0.691 | 2.720 | 2.515 | 2.949 | 2.351 | 3.684 | 0.127 |
| 146 | V146 | 3.604 | 3.462 | 2.530 | 2.589 | 2.586 | 2.223 | 3.652 | 0.352 | 0.530 | 0.847 | 1.893 | 1.859 | 2.448 | 0.645 | 2.576 | 2.429 | 2.866 | 2.265 | 3.606 | 0.362 |
| 147 | V147 | 3.687 | 3.555 | 2.617 | 2.677 | 2.675 | 2.307 | 3.743 | 0.122 | 0.407 | 0.832 | 2.016 | 2.000 | 2.534 | 0.692 | 2.724 | 2.520 | 2.953 | 2.355 | 3.689 | 0.127 |
| 148 | V148 | 0.684 | 0.506 | 0.504 | 0.445 | 0.444 | 0.904 | 0.757 | 3.137 | 3.187 | 2.393 | 1.179 | 1.369 | 0.612 | 2.566 | 1.402 | 0.643 | 0.298 | 0.796 | 0.684 | 3.112 |
| 149 | V149 | 0.361 | 0.459 | 1.356 | 1.296 | 1.299 | 1.696 | 0.204 | 3.970 | 3.997 | 3.212 | 2.072 | 2.268 | 1.423 | 3.422 | 2.221 | 1.459 | 1.005 | 1.609 | 0.360 | 3.940 |
| 150 | V150 | 1.593 | 1.473 | 0.557 | 0.620 | 0.622 | 0.280 | 1.649 | 2.169 | 2.217 | 1.384 | 0.644 | 0.932 | 0.459 | 1.615 | 1.530 | 0.437 | 0.873 | 0.290 | 1.594 | 2.142 |
| 151 | V151 | 2.766 | 2.637 | 1.695 | 1.757 | 1.755 | 1.371 | 2.820 | 1.004 | 1.083 | 0.370 | 1.155 | 1.219 | 1.606 | 0.572 | 2.006 | 1.584 | 2.033 | 1.422 | 2.767 | 0.991 |
| 152 | V152 | 3.717 | 3.588 | 2.653 | 2.714 | 2.712 | 2.343 | 3.769 | 0.082 | 0.273 | 0.846 | 2.079 | 2.080 | 2.566 | 0.782 | 2.819 | 2.555 | 2.984 | 2.389 | 3.719 | 0.148 |
| 153 | V153 | 1.641 | 1.527 | 0.626 | 0.686 | 0.689 | 0.453 | 1.699 | 2.116 | 2.153 | 1.341 | 0.734 | 1.020 | 0.527 | 1.604 | 1.631 | 0.552 | 0.921 | 0.412 | 1.642 | 2.086 |
| 154 | V154 | 0.351 | 0.464 | 1.386 | 1.325 | 1.328 | 1.754 | 0.406 | 4.029 | 4.067 | 3.264 | 2.099 | 2.278 | 1.475 | 3.460 | 2.151 | 1.511 | 1.055 | 1.668 | 0.349 | 3.999 |
| 155 | V155 | 0.739 | 0.652 | 0.431 | 0.379 | 0.384 | 0.770 | 0.834 | 2.990 | 3.029 | 2.224 | 1.175 | 1.421 | 0.490 | 2.433 | 1.642 | 0.558 | 0.226 | 0.676 | 0.740 | 2.959 |
| 156 | V156 | 3.222 | 3.090 | 2.149 | 2.210 | 2.208 | 1.831 | 3.280 | 0.596 | 0.733 | 0.384 | 1.573 | 1.585 | 2.067 | 0.312 | 2.338 | 2.048 | 2.487 | 1.885 | 3.223 | 0.580 |
| 157 | V157 | 0.202 | 0.120 | 1.067 | 1.005 | 1.007 | 1.437 | 0.227 | 3.706 | 3.744 | 2.952 | 1.771 | 1.957 | 1.152 | 3.143 | 1.895 | 1.190 | 0.729 | 1.344 | 0.201 | 3.678 |
| 158 | V158 | 3.483 | 3.353 | 2.422 | 2.482 | 2.480 | 2.108 | 3.533 | 0.329 | 0.460 | 0.661 | 1.846 | 1.858 | 2.334 | 0.586 | 2.617 | 2.321 | 2.749 | 2.153 | 3.484 | 0.279 |
| 159 | V159 | 1.161 | 1.010 | 0.147 | 0.166 | 0.164 | 0.455 | 1.209 | 2.594 | 2.639 | 1.853 | 0.739 | 0.998 | 0.147 | 2.047 | 1.354 | 0.234 | 0.414 | 0.291 | 1.162 | 2.570 |
| 160 | V160 | 0.930 | 0.778 | 0.193 | 0.144 | 0.144 | 0.593 | 0.993 | 2.835 | 2.885 | 2.082 | 0.929 | 1.157 | 0.293 | 2.268 | 1.363 | 0.331 | 0.243 | 0.480 | 0.931 | 2.810 |
| 161 | V161 | 3.689 | 3.556 | 2.619 | 2.680 | 2.677 | 2.310 | 3.743 | 0.133 | 0.407 | 0.841 | 2.018 | 2.003 | 2.536 | 0.701 | 2.728 | 2.522 | 2.955 | 2.357 | 3.690 | 0.114 |
| 162 | V162 | 1.223 | 1.073 | 0.190 | 0.222 | 0.220 | 0.424 | 1.269 | 2.533 | 2.577 | 1.793 | 0.694 | 0.959 | 0.156 | 1.989 | 1.350 | 0.235 | 0.476 | 0.255 | 1.224 | 2.509 |
| 163 | V163 | 1.140 | 1.007 | 0.126 | 0.169 | 0.176 | 0.415 | 1.198 | 2.602 | 2.644 | 1.840 | 0.806 | 1.074 | 0.066 | 2.052 | 1.441 | 0.184 | 0.406 | 0.265 | 1.141 | 2.576 |
| 164 | V164 | 0.519 | 0.444 | 0.638 | 0.586 | 0.591 | 0.996 | 0.649 | 3.254 | 3.296 | 2.480 | 1.389 | 1.607 | 0.722 | 2.684 | 1.691 | 0.760 | 0.373 | 0.910 | 0.520 | 3.225 |
| 165 | V165 | 0.237 | 0.010 | 0.962 | 0.899 | 0.901 | 1.339 | 0.288 | 3.601 | 3.639 | 2.848 | 1.686 | 1.857 | 1.048 | 3.038 | 1.818 | 1.080 | 0.626 | 1.242 | 0.237 | 3.573 |
| 166 | V166 | 1.167 | 0.999 | 0.185 | 0.200 | 0.191 | 0.493 | 1.221 | 2.638 | 2.697 | 1.907 | 0.691 | 0.912 | 0.263 | 2.070 | 1.182 | 0.273 | 0.465 | 0.368 | 1.168 | 2.617 |
| 167 | V167 | 1.431 | 1.262 | 0.381 | 0.427 | 0.420 | 0.452 | 1.487 | 2.395 | 2.460 | 1.683 | 0.443 | 0.675 | 0.388 | 1.827 | 1.084 | 0.372 | 0.718 | 0.348 | 1.432 | 2.378 |
| 168 | V168 | 1.505 | 1.370 | 0.439 | 0.507 | 0.507 | 0.223 | 1.563 | 2.270 | 2.327 | 1.502 | 0.569 | 0.843 | 0.359 | 1.701 | 1.367 | 0.317 | 0.787 | 0.215 | 1.506 | 2.247 |
| 169 | V169 | 1.105 | 0.985 | 0.231 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.10:** Matriz de Distancias

| d   | V61   | V62   | V63   | V64   | V65   | V66   | V67   | V68   | V69   | V70   | V71   | V72   | V73   | V74   | V75   | V76   | V77   | V78   | V79   | V80   |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 0.535 | 3.188 | 0.200 | 2.518 | 2.505 | 2.480 | 0.346 | 0.522 | 2.733 | 1.432 | 1.989 | 1.778 | 1.735 | 2.533 | 2.691 | 2.935 | 2.896 | 1.749 | 0.526 | 2.174 |
| V2  | 0.337 | 2.424 | 0.838 | 1.748 | 1.733 | 1.717 | 0.540 | 0.501 | 1.983 | 0.670 | 1.220 | 1.024 | 0.984 | 1.768 | 1.922 | 2.171 | 2.131 | 0.979 | 0.345 | 1.506 |
| V3  | 0.541 | 2.341 | 1.003 | 1.658 | 1.653 | 1.613 | 0.725 | 0.492 | 1.867 | 0.605 | 1.158 | 0.896 | 0.850 | 1.667 | 1.839 | 2.078 | 2.036 | 0.959 | 0.570 | 1.333 |
| V4  | 1.262 | 1.493 | 1.787 | 0.802 | 0.785 | 0.766 | 1.482 | 1.324 | 1.055 | 0.371 | 0.376 | 0.078 | 0.081 | 0.814 | 0.978 | 1.230 | 1.187 | 0.356 | 1.282 | 0.802 |
| V5  | 1.212 | 1.547 | 1.737 | 0.856 | 0.839 | 0.819 | 1.432 | 1.274 | 1.107 | 0.333 | 0.421 | 0.109 | 0.083 | 0.868 | 1.031 | 1.284 | 1.241 | 0.373 | 1.233 | 0.830 |
| V6  | 1.870 | 0.864 | 2.390 | 0.177 | 0.192 | 0.153 | 2.088 | 1.929 | 0.473 | 0.956 | 0.404 | 0.616 | 0.663 | 0.189 | 0.359 | 0.597 | 0.555 | 0.667 | 1.889 | 0.725 |
| V7  | 2.128 | 0.618 | 2.647 | 0.125 | 0.201 | 0.144 | 2.346 | 2.180 | 0.277 | 1.211 | 0.649 | 0.864 | 0.911 | 0.089 | 0.170 | 0.344 | 0.300 | 0.916 | 2.148 | 0.818 |
| V8  | 1.424 | 1.322 | 1.932 | 0.656 | 0.677 | 0.610 | 1.637 | 1.464 | 0.866 | 0.526 | 0.179 | 0.287 | 0.317 | 0.666 | 0.843 | 1.060 | 1.020 | 0.270 | 1.445 | 0.572 |
| V9  | 1.053 | 1.712 | 1.578 | 1.068 | 1.025 | 1.048 | 1.272 | 1.155 | 1.303 | 0.370 | 0.610 | 0.477 | 0.464 | 1.091 | 1.221 | 1.474 | 1.437 | 0.511 | 1.070 | 1.039 |
| V10 | 2.233 | 0.528 | 2.749 | 0.258 | 0.236 | 0.312 | 2.453 | 2.299 | 0.368 | 1.324 | 0.769 | 0.992 | 1.038 | 0.252 | 0.043 | 0.300 | 0.272 | 1.026 | 2.252 | 0.999 |
| V11 | 2.031 | 0.732 | 2.545 | 0.149 | 0.108 | 0.197 | 2.250 | 2.099 | 0.451 | 1.125 | 0.571 | 0.795 | 0.841 | 0.165 | 0.194 | 0.479 | 0.442 | 0.823 | 2.049 | 0.894 |
| V12 | 1.504 | 1.222 | 2.019 | 0.553 | 0.561 | 0.524 | 1.718 | 1.566 | 0.795 | 0.607 | 0.004 | 0.346 | 0.385 | 0.575 | 0.737 | 0.963 | 0.925 | 0.301 | 1.523 | 0.652 |
| V13 | 3.174 | 0.536 | 3.692 | 1.194 | 1.191 | 1.247 | 3.393 | 3.249 | 1.038 | 2.276 | 1.708 | 1.949 | 1.997 | 1.191 | 1.015 | 0.793 | 0.835 | 1.959 | 3.192 | 1.793 |
| V14 | 1.493 | 1.235 | 2.006 | 0.570 | 0.577 | 0.531 | 1.707 | 1.546 | 0.796 | 0.586 | 0.093 | 0.320 | 0.359 | 0.584 | 0.750 | 0.976 | 0.937 | 0.308 | 1.513 | 0.619 |
| V15 | 0.513 | 3.163 | 0.201 | 2.491 | 2.480 | 2.453 | 0.326 | 0.494 | 2.707 | 1.404 | 1.963 | 1.750 | 1.707 | 2.506 | 2.665 | 2.909 | 2.870 | 1.721 | 0.504 | 2.145 |
| V16 | 2.255 | 0.511 | 2.777 | 0.310 | 0.300 | 0.361 | 2.475 | 2.317 | 0.319 | 1.350 | 0.794 | 1.011 | 1.058 | 0.313 | 0.229 | 0.298 | 0.272 | 1.061 | 2.274 | 0.978 |
| V17 | 1.252 | 1.501 | 1.777 | 0.810 | 0.795 | 0.774 | 1.472 | 1.313 | 1.060 | 0.360 | 0.377 | 0.075 | 0.073 | 0.823 | 0.987 | 1.238 | 1.195 | 0.352 | 1.273 | 0.797 |
| V18 | 1.197 | 1.561 | 1.723 | 0.870 | 0.854 | 0.832 | 1.417 | 1.258 | 1.117 | 0.319 | 0.428 | 0.113 | 0.081 | 0.881 | 1.047 | 1.297 | 1.254 | 0.372 | 1.218 | 0.826 |
| V19 | 2.704 | 0.005 | 3.222 | 0.710 | 0.733 | 0.751 | 2.922 | 2.763 | 0.520 | 1.794 | 1.220 | 1.465 | 1.513 | 0.700 | 0.552 | 0.283 | 0.328 | 1.481 | 2.724 | 1.273 |
| V20 | 0.173 | 2.715 | 0.587 | 2.040 | 2.018 | 2.011 | 0.278 | 0.469 | 2.284 | 0.966 | 1.516 | 1.313 | 1.272 | 2.060 | 2.210 | 2.464 | 2.425 | 1.280 | 0.140 | 1.809 |
| V21 | 2.070 | 0.653 | 2.586 | 0.167 | 0.163 | 0.201 | 2.290 | 2.135 | 0.340 | 1.158 | 0.600 | 0.837 | 0.884 | 0.170 | 0.170 | 0.407 | 0.374 | 0.859 | 2.090 | 0.843 |
| V22 | 2.991 | 0.454 | 3.509 | 1.007 | 1.011 | 1.067 | 3.206 | 3.070 | 0.910 | 2.095 | 1.518 | 1.764 | 1.811 | 1.010 | 0.848 | 0.641 | 0.676 | 1.766 | 3.007 | 1.655 |
| V23 | 1.264 | 1.488 | 1.774 | 0.843 | 0.813 | 0.825 | 1.477 | 1.365 | 1.097 | 0.422 | 0.379 | 0.407 | 0.419 | 0.868 | 0.997 | 1.246 | 1.211 | 0.286 | 1.278 | 0.906 |
| V24 | 1.266 | 1.485 | 1.776 | 0.840 | 0.811 | 0.823 | 1.479 | 1.367 | 1.094 | 0.423 | 0.377 | 0.406 | 0.419 | 0.866 | 0.995 | 1.244 | 1.208 | 0.285 | 1.280 | 0.904 |
| V25 | 2.480 | 0.244 | 2.998 | 0.511 | 0.541 | 0.556 | 2.698 | 2.542 | 0.348 | 1.575 | 1.001 | 1.255 | 1.302 | 0.511 | 0.384 | 0.171 | 0.199 | 1.256 | 2.500 | 1.084 |
| V26 | 3.197 | 0.548 | 3.718 | 1.216 | 1.215 | 1.267 | 3.417 | 3.268 | 1.042 | 2.297 | 1.731 | 1.968 | 2.015 | 1.211 | 1.040 | 0.809 | 0.851 | 1.989 | 3.215 | 1.798 |
| V27 | 2.254 | 0.464 | 2.772 | 0.268 | 0.288 | 0.314 | 2.473 | 2.317 | 0.271 | 1.343 | 0.772 | 1.014 | 1.061 | 0.262 | 0.141 | 0.219 | 0.192 | 1.036 | 2.274 | 0.942 |
| V28 | 1.934 | 0.798 | 2.453 | 0.122 | 0.159 | 0.103 | 2.152 | 1.991 | 0.409 | 1.020 | 0.463 | 0.679 | 0.726 | 0.132 | 0.301 | 0.532 | 0.490 | 0.726 | 1.954 | 0.734 |
| V29 | 2.701 | 0.005 | 3.219 | 0.707 | 0.731 | 0.748 | 2.919 | 2.760 | 0.517 | 1.791 | 1.217 | 1.463 | 1.510 | 0.697 | 0.550 | 0.280 | 0.325 | 1.478 | 2.721 | 1.269 |
| V30 | 1.900 | 0.840 | 2.418 | 0.141 | 0.181 | 0.124 | 2.117 | 1.958 | 0.454 | 0.987 | 0.430 | 0.647 | 0.694 | 0.158 | 0.329 | 0.571 | 0.529 | 0.692 | 1.919 | 0.736 |
| V31 | 0.214 | 2.895 | 0.407 | 2.221 | 2.204 | 2.187 | 0.030 | 0.393 | 2.450 | 1.136 | 1.694 | 1.482 | 1.440 | 2.238 | 2.394 | 2.642 | 2.602 | 1.458 | 0.196 | 1.929 |
| V32 | 2.017 | 0.709 | 2.534 | 0.213 | 0.248 | 0.234 | 2.233 | 2.084 | 0.366 | 1.110 | 0.531 | 0.803 | 0.850 | 0.234 | 0.309 | 0.463 | 0.432 | 0.786 | 2.036 | 0.775 |
| V33 | 1.534 | 1.191 | 2.052 | 0.515 | 0.497 | 0.483 | 1.754 | 1.597 | 0.769 | 0.628 | 0.169 | 0.324 | 0.366 | 0.528 | 0.679 | 0.932 | 0.893 | 0.390 | 1.554 | 0.700 |
| V34 | 0.512 | 2.477 | 0.921 | 1.802 | 1.806 | 1.754 | 0.659 | 0.395 | 1.994 | 0.751 | 1.298 | 1.047 | 1.003 | 1.811 | 1.988 | 2.216 | 2.174 | 1.093 | 0.546 | 1.407 |
| V35 | 0.501 | 2.474 | 0.914 | 1.799 | 1.801 | 1.752 | 0.650 | 0.389 | 1.993 | 0.744 | 1.294 | 1.043 | 0.999 | 1.808 | 1.984 | 2.213 | 2.171 | 1.088 | 0.535 | 1.410 |
| V36 | 2.081 | 0.660 | 2.597 | 0.154 | 0.188 | 0.152 | 2.301 | 2.133 | 0.303 | 1.165 | 0.613 | 0.828 | 0.874 | 0.118 | 0.176 | 0.399 | 0.361 | 0.878 | 2.102 | 0.802 |
| V37 | 2.084 | 0.659 | 2.600 | 0.159 | 0.188 | 0.157 | 2.304 | 2.136 | 0.307 | 1.168 | 0.618 | 0.831 | 0.877 | 0.121 | 0.173 | 0.399 | 0.361 | 0.882 | 2.105 | 0.808 |
| V38 | 0.489 | 2.972 | 0.511 | 2.299 | 2.296 | 2.254 | 0.433 | 0.296 | 2.495 | 1.214 | 1.779 | 1.545 | 1.500 | 2.309 | 2.479 | 2.714 | 2.673 | 1.552 | 0.504 | 1.897 |
| V39 | 0.289 | 2.511 | 0.761 | 1.836 | 1.825 | 1.802 | 0.466 | 0.434 | 2.065 | 0.757 | 1.304 | 1.109 | 1.068 | 1.854 | 2.012 | 2.257 | 2.217 | 1.061 | 0.299 | 1.558 |
| V40 | 0.397 | 2.512 | 0.824 | 1.831 | 1.826 | 1.788 | 0.555 | 0.326 | 2.040 | 0.753 | 1.319 | 1.072 | 1.028 | 1.843 | 2.013 | 2.251 | 2.210 | 1.101 | 0.426 | 1.488 |
| V41 | 3.197 | 0.548 | 3.718 | 1.216 | 1.215 | 1.267 | 3.417 | 3.268 | 1.042 | 2.297 | 1.731 | 1.968 | 2.015 | 1.211 | 1.040 | 0.809 | 0.851 | 1.989 | 3.216 | 1.798 |
| V42 | 3.068 | 0.391 | 3.588 | 1.074 | 1.093 | 1.121 | 3.286 | 3.136 | 0.885 | 2.163 | 1.587 | 1.833 | 1.881 | 1.069 | 0.914 | 0.652 | 0.695 | 1.842 | 3.087 | 1.623 |
| V43 | 2.136 | 0.580 | 2.653 | 0.209 | 0.249 | 0.234 | 2.355 | 2.195 | 0.253 | 1.225 | 0.659 | 0.902 | 0.949 | 0.203 | 0.198 | 0.332 | 0.301 | 0.922 | 2.156 | 0.821 |
| V44 | 2.196 | 0.520 | 2.714 | 0.259 | 0.294 | 0.290 | 2.414 | 2.257 | 0.239 | 1.285 | 0.717 | 0.964 | 1.011 | 0.254 | 0.212 | 0.281 | 0.255 | 0.979 | 2.216 | 0.863 |
| V45 | 2.194 | 0.522 | 2.712 | 0.260 | 0.299 | 0.289 | 2.412 | 2.254 | 0.231 | 1.284 | 0.715 | 0.962 | 1.009 | 0.256 | 0.221 | 0.282 | 0.256 | 0.977 | 2.214 | 0.854 |
| V46 | 1.824 | 0.967 | 2.343 | 0.310 | 0.315 | 0.275 | 2.043 | 1.865 | 0.550 | 0.925 | 0.433 | 0.557 | 0.600 | 0.307 | 0.471 | 0.702 | 0.657 | 0.690 | 1.845 | 0.714 |
| V47 | 3.252 | 0.625 | 3.770 | 1.256 | 1.264 | 1.311 | 3.467 | 3.328 | 1.114 | 2.352 | 1.774 | 2.017 | 2.065 | 1.255 | 1.091 | 0.858 | 0.897 | 2.025 | 3.268 | 1.860 |
| V48 | 0.570 | 3.224 | 0.077 | 2.551 | 2.535 | 2.515 | 0.382 | 0.571 | 2.773 | 1.463 | 2.022 | 1.813 | 1.770 | 2.567 | 2.722 | 2.971 | 2.932 | 1.777 | 0.553 | 2.229 |
| V49 | 0.669 | 3.268 | 0.275 | 2.598 | 2.576 | 2.568 | 0.505 | 0.742 | 2.835 | 1.520 | 2.073 | 1.878 | 1.836 | 2.617 | 2.762 | 3.019 | 2.981 | 1.819 | 0.640 | 2.333 |
| V50 | 0.409 | 2.468 | 0.846 | 1.794 | 1.763 | 1.758 | 0.609 | 0.495 | 2.028 | 0.729 | 1.295 | 1.055 | 1.012 | 1.806 | 1.950 | 2.216 | 2.177 | 1.091 | 0.426 | 1.583 |
| V51 | 1.575 | 1.304 | 2.077 | 0.725 | 0.795 | 0.    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.11: Matriz de Distancias**

| d   | V61  | V62   | V63   | V64   | V65   | V66   | V67   | V68   | V69   | V70   | V71   | V72   | V73   | V74   | V75   | V76   | V77   | V78   | V79   | V80   |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 0.000 | 2.704 | 0.571 | 2.030 | 2.011 | 1.996 | 0.241 | 0.364 | 2.260 | 0.944 | 1.507 | 1.290 | 1.248 | 2.047 | 2.201 | 2.452 | 2.412 | 1.276 | 0.052 | 1.758 |
| 62  | V62  | 2.704 | 0.000 | 3.223 | 0.710 | 0.734 | 0.751 | 2.922 | 2.763 | 0.519 | 1.794 | 1.220 | 1.465 | 1.513 | 0.700 | 0.553 | 0.283 | 0.328 | 1.481 | 2.724 | 1.271 |
| 63  | V63  | 0.571 | 3.223 | 0.000 | 2.549 | 2.530 | 2.515 | 0.387 | 0.597 | 2.777 | 1.464 | 2.022 | 1.814 | 1.771 | 2.565 | 2.717 | 2.970 | 2.932 | 1.775 | 0.550 | 2.249 |
| 64  | V64  | 2.030 | 0.710 | 2.549 | 0.000 | 0.152 | 0.090 | 2.248 | 2.089 | 0.352 | 1.118 | 0.551 | 0.775 | 0.822 | 0.069 | 0.225 | 0.440 | 0.397 | 0.814 | 2.049 | 0.787 |
| 65  | V65  | 2.011 | 0.734 | 2.530 | 0.152 | 0.000 | 0.197 | 2.231 | 2.079 | 0.432 | 1.103 | 0.558 | 0.770 | 0.817 | 0.169 | 0.210 | 0.486 | 0.448 | 0.818 | 2.029 | 0.878 |
| 66  | V66  | 1.996 | 0.751 | 2.515 | 0.090 | 0.197 | 0.000 | 2.214 | 2.046 | 0.350 | 1.079 | 0.522 | 0.733 | 0.779 | 0.063 | 0.274 | 0.477 | 0.433 | 0.785 | 2.017 | 0.720 |
| 67  | V67  | 0.241 | 2.922 | 0.387 | 2.248 | 2.231 | 2.214 | 0.000 | 0.409 | 2.477 | 1.163 | 1.721 | 1.510 | 1.467 | 2.265 | 2.421 | 2.669 | 2.629 | 1.485 | 0.222 | 1.957 |
| 68  | V68  | 0.364 | 2.763 | 0.597 | 2.089 | 2.079 | 2.046 | 0.409 | 0.000 | 2.294 | 1.007 | 1.569 | 1.340 | 1.296 | 2.100 | 2.264 | 2.466 | 1.348 | 0.382 | 1.733 |       |
| 69  | V69  | 2.260 | 0.519 | 2.777 | 0.352 | 0.432 | 0.350 | 2.477 | 2.294 | 0.000 | 1.347 | 0.792 | 1.013 | 1.059 | 0.332 | 0.350 | 0.293 | 0.266 | 1.058 | 2.283 | 0.775 |
| 70  | V70  | 0.944 | 1.794 | 1.464 | 1.118 | 1.103 | 1.079 | 1.163 | 1.007 | 1.347 | 0.000 | 0.609 | 0.390 | 0.356 | 1.131 | 1.290 | 1.537 | 1.497 | 0.427 | 0.965 | 0.950 |
| 71  | V71  | 1.507 | 1.220 | 2.022 | 0.551 | 0.558 | 0.522 | 1.721 | 1.569 | 0.792 | 0.609 | 0.000 | 0.347 | 0.387 | 0.572 | 0.735 | 0.961 | 0.922 | 0.304 | 1.525 | 0.653 |
| 72  | V72  | 1.290 | 1.465 | 1.814 | 0.775 | 0.770 | 0.733 | 1.510 | 1.340 | 1.013 | 0.390 | 0.347 | 0.000 | 0.048 | 0.785 | 0.957 | 1.200 | 1.157 | 0.349 | 1.313 | 0.727 |
| 73  | V73  | 1.248 | 1.513 | 1.771 | 0.822 | 0.817 | 0.779 | 1.467 | 1.296 | 1.059 | 0.356 | 0.387 | 0.048 | 0.000 | 0.831 | 1.004 | 1.247 | 1.204 | 0.360 | 1.270 | 0.750 |
| 74  | V74  | 2.047 | 0.700 | 2.565 | 0.069 | 0.169 | 0.063 | 2.265 | 2.100 | 0.332 | 1.131 | 0.572 | 0.785 | 0.831 | 0.000 | 0.215 | 0.427 | 0.383 | 0.836 | 2.067 | 0.775 |
| 75  | V75  | 2.201 | 0.553 | 2.717 | 0.225 | 0.210 | 0.274 | 2.421 | 2.264 | 0.350 | 1.290 | 0.735 | 0.957 | 1.004 | 0.215 | 0.000 | 0.314 | 0.282 | 0.994 | 2.220 | 0.960 |
| 76  | V76  | 2.452 | 0.283 | 2.970 | 0.440 | 0.486 | 0.477 | 2.669 | 2.506 | 0.293 | 1.537 | 0.961 | 1.200 | 1.247 | 0.427 | 0.314 | 0.000 | 0.048 | 1.225 | 2.472 | 1.036 |
| 77  | V77  | 2.412 | 0.328 | 2.932 | 0.397 | 0.448 | 0.433 | 2.629 | 2.466 | 0.266 | 1.497 | 0.922 | 1.157 | 1.204 | 0.383 | 0.282 | 0.048 | 0.000 | 1.187 | 2.432 | 1.002 |
| 78  | V78  | 1.276 | 1.481 | 1.775 | 0.814 | 0.818 | 0.785 | 1.485 | 1.348 | 1.058 | 0.427 | 0.304 | 0.349 | 0.360 | 0.836 | 0.994 | 1.225 | 1.187 | 0.000 | 1.292 | 0.779 |
| 79  | V79  | 0.052 | 2.724 | 0.550 | 2.049 | 2.029 | 2.017 | 0.222 | 0.382 | 2.283 | 0.965 | 1.525 | 1.313 | 1.270 | 2.067 | 2.220 | 2.472 | 2.432 | 1.292 | 0.000 | 1.789 |
| 80  | V80  | 1.758 | 1.271 | 2.249 | 0.787 | 0.878 | 0.720 | 1.957 | 1.733 | 0.775 | 0.950 | 0.653 | 0.727 | 0.750 | 0.775 | 0.960 | 1.036 | 1.002 | 0.779 | 1.789 | 0.000 |
| 81  | V81  | 1.756 | 1.275 | 2.246 | 0.791 | 0.881 | 0.723 | 1.954 | 1.730 | 0.779 | 0.949 | 0.654 | 0.727 | 0.750 | 0.779 | 0.964 | 1.040 | 1.006 | 0.779 | 1.786 | 0.004 |
| 82  | V82  | 2.197 | 0.557 | 2.712 | 0.222 | 0.205 | 0.271 | 2.417 | 2.260 | 0.350 | 1.286 | 0.731 | 0.953 | 0.999 | 0.212 | 0.005 | 0.317 | 0.285 | 0.990 | 2.216 | 0.957 |
| 83  | V83  | 2.144 | 0.618 | 2.658 | 0.296 | 0.388 | 0.283 | 2.359 | 2.190 | 0.212 | 1.235 | 0.667 | 0.916 | 0.962 | 0.282 | 0.353 | 0.373 | 0.344 | 0.923 | 2.166 | 0.702 |
| 84  | V84  | 1.071 | 1.696 | 1.566 | 1.020 | 1.025 | 0.987 | 1.277 | 1.136 | 1.259 | 0.300 | 0.493 | 0.412 | 0.397 | 1.040 | 1.203 | 1.437 | 1.398 | 0.231 | 1.088 | 0.874 |
| 85  | V85  | 0.385 | 2.479 | 0.834 | 1.803 | 1.775 | 1.766 | 0.586 | 0.466 | 2.035 | 0.730 | 1.301 | 1.058 | 1.014 | 1.814 | 1.962 | 2.226 | 2.186 | 1.097 | 0.405 | 1.575 |
| 86  | V86  | 2.157 | 0.870 | 2.653 | 0.589 | 0.708 | 0.534 | 2.363 | 2.155 | 0.448 | 1.275 | 0.787 | 0.981 | 1.018 | 0.562 | 0.687 | 0.658 | 0.634 | 0.997 | 2.184 | 0.497 |
| 87  | V87  | 2.244 | 0.474 | 2.762 | 0.259 | 0.282 | 0.303 | 2.463 | 2.307 | 0.265 | 1.333 | 0.762 | 1.003 | 1.050 | 0.252 | 0.140 | 0.226 | 0.198 | 1.026 | 2.264 | 0.930 |
| 88  | V88  | 1.900 | 0.840 | 2.418 | 0.141 | 0.181 | 0.124 | 2.117 | 1.958 | 0.454 | 0.987 | 0.430 | 0.647 | 0.694 | 0.158 | 0.329 | 0.571 | 0.529 | 0.692 | 1.919 | 0.736 |
| 89  | V89  | 0.401 | 2.467 | 0.853 | 1.791 | 1.761 | 1.755 | 0.604 | 0.493 | 2.025 | 0.723 | 1.292 | 1.047 | 1.003 | 1.803 | 1.949 | 2.214 | 2.174 | 1.091 | 0.421 | 1.575 |
| 90  | V90  | 2.039 | 0.708 | 2.558 | 0.065 | 0.167 | 0.058 | 2.528 | 2.093 | 0.338 | 1.123 | 0.565 | 0.777 | 0.824 | 0.000 | 0.220 | 0.435 | 0.391 | 0.828 | 2.060 | 0.772 |
| 91  | V91  | 1.634 | 1.161 | 2.146 | 0.521 | 0.552 | 0.451 | 1.851 | 1.652 | 0.682 | 0.722 | 0.342 | 0.401 | 0.438 | 0.507 | 0.689 | 0.896 | 0.854 | 0.537 | 1.659 | 0.492 |
| 92  | V92  | 2.048 | 1.377 | 2.508 | 1.049 | 1.157 | 0.981 | 2.234 | 1.990 | 0.935 | 1.287 | 1.012 | 1.092 | 1.112 | 1.027 | 1.187 | 1.182 | 1.157 | 1.124 | 2.080 | 0.408 |
| 93  | V93  | 3.506 | 0.818 | 4.025 | 1.511 | 1.521 | 1.554 | 3.726 | 3.570 | 1.309 | 2.600 | 2.032 | 2.268 | 2.315 | 1.500 | 1.335 | 1.086 | 1.128 | 2.288 | 3.526 | 2.039 |
| 94  | V94  | 2.408 | 0.343 | 2.927 | 0.402 | 0.467 | 0.431 | 2.625 | 2.458 | 0.240 | 1.493 | 0.917 | 1.154 | 1.201 | 0.387 | 0.311 | 0.076 | 0.054 | 1.181 | 2.429 | 0.968 |
| 95  | V95  | 2.405 | 0.346 | 2.924 | 0.400 | 0.465 | 0.428 | 2.622 | 2.455 | 0.238 | 1.490 | 0.914 | 1.151 | 1.198 | 0.384 | 0.310 | 0.079 | 0.055 | 1.178 | 2.426 | 0.965 |
| 96  | V96  | 2.172 | 0.552 | 2.691 | 0.258 | 0.278 | 0.303 | 2.389 | 2.244 | 0.317 | 1.266 | 0.692 | 0.951 | 0.998 | 0.269 | 0.228 | 0.321 | 0.297 | 0.947 | 2.191 | 0.894 |
| 97  | V97  | 2.118 | 0.640 | 2.633 | 0.289 | 0.218 | 0.325 | 2.340 | 2.191 | 0.419 | 1.216 | 0.689 | 0.905 | 0.951 | 0.286 | 0.185 | 0.436 | 0.411 | 0.938 | 2.138 | 0.955 |
| 98  | V98  | 1.199 | 1.556 | 1.701 | 0.899 | 0.863 | 0.871 | 1.421 | 1.289 | 1.151 | 0.365 | 0.445 | 0.367 | 0.366 | 0.913 | 1.039 | 1.310 | 1.273 | 0.345 | 1.217 | 0.933 |
| 99  | V99  | 0.496 | 2.473 | 0.911 | 1.977 | 1.799 | 1.750 | 0.646 | 0.387 | 1.791 | 0.740 | 1.291 | 1.041 | 0.996 | 1.806 | 1.982 | 2.211 | 2.170 | 1.084 | 0.529 | 1.411 |
| 100 | V100 | 0.081 | 2.753 | 0.527 | 2.078 | 2.059 | 2.045 | 0.185 | 0.375 | 2.310 | 0.994 | 1.552 | 1.341 | 1.298 | 2.096 | 2.251 | 2.500 | 2.461 | 1.318 | 0.052 | 1.807 |
| 101 | V101 | 2.529 | 0.330 | 3.046 | 0.557 | 0.571 | 0.618 | 2.743 | 2.606 | 0.520 | 1.626 | 1.048 | 1.304 | 1.352 | 0.566 | 0.429 | 0.276 | 0.295 | 1.294 | 2.545 | 1.223 |
| 102 | V102 | 2.080 | 0.670 | 2.599 | 0.116 | 0.207 | 0.094 | 2.298 | 2.129 | 0.289 | 1.162 | 0.606 | 0.814 | 0.860 | 0.210 | 0.219 | 0.396 | 0.351 | 0.872 | 2.101 | 0.764 |
| 103 | V103 | 1.420 | 1.328 | 1.928 | 0.663 | 0.684 | 0.616 | 1.633 | 1.459 | 0.871 | 0.524 | 0.185 | 0.287 | 0.317 | 0.672 | 0.850 | 1.065 | 1.026 | 0.271 | 1.442 | 0.570 |
| 104 | V104 | 2.029 | 0.718 | 2.548 | 0.062 | 0.164 | 0.052 | 2.248 | 2.083 | 0.346 | 1.113 | 0.555 | 0.767 | 0.814 | 0.020 | 0.227 | 0.445 | 0.401 | 0.818 | 2.049 | 0.769 |
| 105 | V105 | 0.586 | 3.233 | 0.230 | 2.562 | 2.547 | 2.525 | 0.410 | 0.562 | 2.776 | 1.473 | 2.036 | 1.816 | 1.772 | 2.577 | 2.734 | 2.980 | 2.941 | 1.799 | 0.577 | 2.220 |
| 106 | V106 | 2.078 | 0.662 | 2.594 | 0.152 | 0.188 | 0.149 | 2.298 | 2.130 | 0.302 | 1.162 | 0.610 | 0.825 | 0.871 | 0.116 | 0.180 | 0.401 | 0.362 | 0.874 | 2.099 | 0.798 |
| 107 | V107 | 0.189 | 2.586 | 0.705 | 1.914 | 1.896 | 1.878 | 0.396 | 0.363 | 2.135 | 1.392 | 1.167 | 1.125 | 1.930 | 2.088 | 2.333 | 2.293 | 1.174 | 0.222 | 1.625 |       |
| 108 | V108 | 0.338 | 2.423 | 0.839 | 1.747 | 1.731 | 1.716 | 0.540 | 0.501 | 1.982 | 0.669 | 1.219 | 1.023 | 0.983 | 1.767 | 1.921 | 2.170 | 2.131 | 0.978 | 0.346 | 1.506 |
| 109 | V109 | 2.148 | 0.613 | 2.663 | 0.297 | 0.388 | 0.285 | 2.363 | 2.194 | 0.209 | 1.240 | 0.671 | 0.921 | 0.    |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.12: Matriz de Distancias**

| d   | V61  | V62   | V63   | V64   | V65   | V66   | V67   | V68   | V69   | V70   | V71   | V72   | V73   | V74   | V75   | V76   | V77   | V78   | V79   | V80   |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 0.331 | 2.741 | 0.581 | 2.075 | 2.048 | 2.048 | 0.385 | 0.570 | 2.320 | 1.013 | 1.550 | 1.370 | 1.331 | 2.096 | 2.236 | 2.494 | 2.457 | 1.303 | 0.299 | 1.871 |
| 122 | V122 | 1.237 | 1.515 | 1.747 | 0.870 | 0.840 | 0.851 | 1.451 | 1.341 | 1.123 | 0.403 | 0.400 | 0.414 | 0.423 | 0.894 | 1.024 | 1.274 | 1.238 | 0.287 | 1.251 | 0.918 |
| 123 | V123 | 1.264 | 1.488 | 1.774 | 0.843 | 0.813 | 0.825 | 1.477 | 1.365 | 1.097 | 0.422 | 0.379 | 0.407 | 0.419 | 0.868 | 0.997 | 1.246 | 1.211 | 0.286 | 1.278 | 0.906 |
| 124 | V124 | 1.964 | 0.761 | 2.481 | 0.220 | 0.251 | 0.231 | 2.180 | 2.033 | 0.405 | 1.058 | 0.480 | 0.753 | 0.800 | 0.243 | 0.340 | 0.513 | 0.480 | 0.734 | 1.983 | 0.750 |
| 125 | V125 | 1.761 | 1.001 | 2.274 | 0.335 | 0.344 | 0.288 | 1.983 | 1.809 | 0.577 | 0.852 | 0.372 | 0.511 | 0.555 | 0.330 | 0.483 | 0.738 | 0.696 | 0.608 | 1.783 | 0.676 |
| 126 | V126 | 1.813 | 1.420 | 2.283 | 0.894 | 0.899 | 0.916 | 1.992 | 1.914 | 1.180 | 1.100 | 0.794 | 0.917 | 0.940 | 0.931 | 1.027 | 1.201 | 1.168 | 0.816 | 1.815 | 1.258 |
| 127 | V127 | 0.537 | 2.344 | 0.999 | 1.660 | 1.656 | 1.616 | 0.721 | 0.489 | 1.870 | 0.606 | 1.161 | 0.899 | 0.853 | 1.670 | 1.842 | 2.081 | 2.039 | 0.961 | 0.566 | 1.337 |
| 128 | V128 | 3.056 | 3.528 | 3.216 | 3.208 | 3.311 | 3.137 | 3.102 | 2.855 | 3.117 | 2.907 | 2.994 | 2.940 | 2.928 | 3.189 | 3.361 | 3.357 | 3.334 | 2.950 | 3.091 | 2.447 |
| 129 | V129 | 2.069 | 0.678 | 2.587 | 0.091 | 0.184 | 0.082 | 2.287 | 2.121 | 0.311 | 1.152 | 0.593 | 0.806 | 0.853 | 0.031 | 0.204 | 0.404 | 0.361 | 0.858 | 2.090 | 0.778 |
| 130 | V130 | 1.449 | 1.268 | 1.964 | 0.604 | 0.599 | 0.573 | 1.664 | 1.510 | 0.837 | 0.551 | 0.099 | 0.306 | 0.343 | 0.622 | 0.779 | 1.013 | 0.975 | 0.282 | 1.468 | 0.668 |
| 131 | V131 | 2.342 | 0.455 | 2.860 | 0.389 | 0.483 | 0.392 | 2.558 | 2.380 | 0.153 | 1.428 | 0.862 | 1.090 | 1.136 | 0.366 | 0.366 | 0.220 | 0.195 | 1.124 | 2.365 | 0.834 |
| 132 | V132 | 2.340 | 0.458 | 2.857 | 0.388 | 0.482 | 0.390 | 2.555 | 2.377 | 0.151 | 1.426 | 0.860 | 1.087 | 1.133 | 0.364 | 0.366 | 0.222 | 0.197 | 1.122 | 2.362 | 0.831 |
| 133 | V133 | 1.299 | 1.464 | 1.820 | 0.774 | 0.778 | 0.727 | 1.517 | 1.340 | 1.004 | 0.401 | 0.345 | 0.057 | 0.074 | 0.781 | 0.961 | 1.196 | 1.153 | 0.345 | 1.323 | 0.686 |
| 134 | V134 | 1.262 | 1.505 | 1.783 | 0.815 | 0.819 | 0.768 | 1.479 | 1.301 | 1.044 | 0.372 | 0.379 | 0.073 | 0.059 | 0.822 | 1.001 | 1.238 | 1.194 | 0.353 | 1.286 | 0.705 |
| 135 | V135 | 0.330 | 2.956 | 0.380 | 2.284 | 2.274 | 2.245 | 0.223 | 0.344 | 2.498 | 1.188 | 1.755 | 1.539 | 1.496 | 2.298 | 2.460 | 2.702 | 2.662 | 1.518 | 0.330 | 1.941 |
| 136 | V136 | 1.434 | 1.432 | 1.927 | 0.834 | 0.871 | 0.769 | 1.642 | 1.426 | 0.941 | 0.595 | 0.475 | 0.460 | 0.471 | 0.827 | 1.004 | 1.181 | 1.145 | 0.506 | 1.463 | 0.435 |
| 137 | V137 | 1.703 | 1.032 | 2.219 | 0.359 | 0.396 | 0.323 | 1.918 | 1.759 | 0.605 | 0.794 | 0.219 | 0.477 | 0.522 | 0.376 | 0.555 | 0.767 | 0.726 | 0.486 | 1.723 | 0.608 |
| 138 | V138 | 2.097 | 0.682 | 2.612 | 0.219 | 0.334 | 0.207 | 2.312 | 2.142 | 0.282 | 1.180 | 0.612 | 0.850 | 0.896 | 0.215 | 0.336 | 0.417 | 0.379 | 0.862 | 2.117 | 0.714 |
| 139 | V139 | 1.384 | 1.348 | 1.896 | 0.702 | 0.692 | 0.665 | 1.598 | 1.446 | 0.922 | 0.490 | 0.209 | 0.324 | 0.349 | 0.714 | 0.866 | 1.096 | 1.060 | 0.270 | 1.403 | 0.704 |
| 140 | V140 | 0.484 | 2.992 | 0.482 | 2.319 | 2.314 | 2.274 | 0.420 | 0.296 | 2.517 | 1.231 | 1.800 | 1.564 | 1.519 | 2.329 | 2.497 | 2.734 | 2.694 | 1.573 | 0.497 | 1.927 |
| 141 | V141 | 2.620 | 0.168 | 3.137 | 0.644 | 0.692 | 0.673 | 2.837 | 2.669 | 0.409 | 1.709 | 1.135 | 1.384 | 1.431 | 0.631 | 0.522 | 0.230 | 0.270 | 1.395 | 2.641 | 1.131 |
| 142 | V142 | 2.880 | 0.299 | 3.400 | 0.882 | 0.901 | 0.934 | 3.096 | 2.951 | 0.744 | 1.977 | 1.395 | 1.642 | 1.690 | 0.881 | 0.732 | 0.487 | 0.524 | 1.648 | 2.898 | 1.484 |
| 143 | V143 | 0.505 | 3.158 | 0.190 | 2.487 | 2.474 | 2.449 | 0.317 | 0.495 | 2.703 | 1.400 | 1.958 | 1.747 | 1.703 | 2.502 | 2.660 | 2.905 | 2.866 | 1.716 | 0.495 | 2.146 |
| 144 | V144 | 1.451 | 1.266 | 1.966 | 0.601 | 0.595 | 0.571 | 1.667 | 1.513 | 0.836 | 0.553 | 0.098 | 0.307 | 0.345 | 0.620 | 0.776 | 1.011 | 0.972 | 0.284 | 1.470 | 0.671 |
| 145 | V145 | 0.530 | 3.182 | 0.178 | 2.511 | 2.498 | 2.474 | 0.343 | 0.517 | 2.728 | 1.424 | 1.983 | 1.771 | 1.728 | 2.526 | 2.684 | 2.929 | 2.890 | 1.741 | 0.520 | 2.171 |
| 146 | V146 | 0.503 | 3.096 | 0.401 | 2.424 | 2.421 | 2.386 | 0.320 | 0.488 | 2.637 | 1.345 | 1.891 | 1.688 | 1.645 | 2.440 | 2.608 | 2.840 | 2.800 | 1.654 | 0.495 | 2.055 |
| 147 | V147 | 0.533 | 3.187 | 0.179 | 2.516 | 2.502 | 2.478 | 0.346 | 0.518 | 2.732 | 1.428 | 1.987 | 1.775 | 1.732 | 2.530 | 2.688 | 2.934 | 2.895 | 1.746 | 0.523 | 2.175 |
| 148 | V148 | 2.621 | 0.165 | 3.138 | 0.645 | 0.693 | 0.674 | 2.838 | 2.671 | 0.411 | 1.710 | 1.136 | 1.385 | 1.432 | 0.632 | 0.522 | 0.230 | 0.271 | 1.396 | 2.642 | 1.133 |
| 149 | V149 | 3.446 | 0.812 | 3.963 | 1.450 | 1.457 | 1.505 | 3.662 | 3.523 | 1.306 | 2.547 | 1.970 | 2.212 | 2.260 | 1.449 | 1.284 | 1.052 | 1.091 | 2.219 | 3.462 | 2.049 |
| 150 | V150 | 1.646 | 1.106 | 2.164 | 0.440 | 0.389 | 0.414 | 1.869 | 1.711 | 0.715 | 0.743 | 0.314 | 0.423 | 0.466 | 0.447 | 0.575 | 0.852 | 0.812 | 0.526 | 1.665 | 0.783 |
| 151 | V151 | 0.539 | 2.265 | 1.006 | 1.582 | 1.569 | 1.543 | 0.740 | 0.567 | 1.812 | 0.517 | 1.065 | 0.848 | 0.806 | 1.595 | 1.753 | 2.006 | 1.966 | 0.836 | 0.556 | 1.335 |
| 152 | V152 | 0.571 | 3.223 | 0.006 | 2.549 | 2.530 | 2.515 | 0.388 | 0.599 | 2.778 | 1.464 | 2.022 | 1.815 | 1.772 | 2.566 | 2.717 | 2.971 | 2.932 | 1.775 | 0.550 | 2.250 |
| 153 | V153 | 1.599 | 1.167 | 2.107 | 0.547 | 0.478 | 0.537 | 1.819 | 1.689 | 0.822 | 0.736 | 0.360 | 0.495 | 0.531 | 0.561 | 0.646 | 0.931 | 0.896 | 0.519 | 1.616 | 0.895 |
| 154 | V154 | 3.506 | 0.818 | 4.025 | 1.511 | 1.521 | 1.554 | 3.726 | 3.570 | 1.309 | 2.600 | 2.031 | 2.268 | 2.315 | 1.500 | 1.335 | 1.086 | 1.128 | 2.288 | 3.526 | 2.039 |
| 155 | V155 | 2.466 | 0.354 | 2.985 | 0.546 | 0.516 | 0.603 | 2.686 | 2.539 | 0.468 | 1.571 | 1.020 | 1.252 | 1.299 | 0.550 | 0.387 | 0.316 | 0.331 | 1.280 | 2.484 | 1.195 |
| 156 | V156 | 0.240 | 2.721 | 0.611 | 2.047 | 2.031 | 2.006 | 0.360 | 0.312 | 2.266 | 0.952 | 1.525 | 1.295 | 1.251 | 2.059 | 2.218 | 2.465 | 2.425 | 1.306 | 0.265 | 1.736 |
| 157 | V157 | 3.184 | 0.500 | 3.704 | 1.185 | 1.203 | 1.232 | 3.401 | 3.250 | 0.994 | 2.278 | 1.701 | 1.946 | 1.994 | 1.179 | 1.023 | 0.762 | 0.804 | 1.956 | 3.203 | 1.730 |
| 158 | V158 | 0.309 | 2.989 | 0.332 | 2.315 | 2.296 | 2.281 | 0.801 | 0.446 | 2.546 | 1.231 | 1.788 | 1.577 | 1.534 | 2.332 | 2.487 | 2.736 | 2.697 | 1.551 | 0.285 | 2.026 |
| 159 | V159 | 2.076 | 0.649 | 2.593 | 0.216 | 0.252 | 0.246 | 2.292 | 2.142 | 0.329 | 1.168 | 0.590 | 0.857 | 0.905 | 0.233 | 0.273 | 0.406 | 0.376 | 0.846 | 2.095 | 0.808 |
| 160 | V160 | 2.316 | 0.401 | 2.835 | 0.333 | 0.382 | 0.365 | 2.534 | 2.371 | 0.200 | 1.404 | 0.830 | 1.074 | 1.121 | 0.321 | 0.237 | 0.149 | 0.128 | 1.097 | 2.337 | 0.922 |
| 161 | V161 | 0.531 | 3.188 | 0.184 | 2.518 | 2.505 | 2.481 | 0.338 | 0.528 | 2.735 | 1.431 | 1.989 | 1.779 | 1.736 | 2.533 | 2.691 | 2.936 | 2.897 | 1.747 | 0.521 | 2.179 |
| 162 | V162 | 2.015 | 0.712 | 2.531 | 0.216 | 0.247 | 0.236 | 2.231 | 2.082 | 0.371 | 1.108 | 0.529 | 0.802 | 0.849 | 0.236 | 0.310 | 0.466 | 0.435 | 0.785 | 2.034 | 0.778 |
| 163 | V163 | 2.082 | 0.639 | 2.598 | 0.173 | 0.157 | 0.217 | 2.301 | 2.149 | 0.346 | 1.172 | 0.610 | 0.851 | 0.898 | 0.181 | 0.163 | 0.396 | 0.364 | 0.870 | 2.101 | 0.865 |
| 164 | V164 | 2.734 | 0.233 | 3.250 | 0.763 | 0.759 | 0.804 | 2.956 | 2.794 | 0.598 | 1.826 | 1.278 | 1.497 | 1.543 | 0.749 | 0.577 | 0.395 | 0.429 | 1.536 | 2.754 | 1.356 |
| 165 | V165 | 0.378 | 0.400 | 3.598 | 1.084 | 1.103 | 1.131 | 3.296 | 3.146 | 0.894 | 2.173 | 1.597 | 1.843 | 1.891 | 1.079 | 0.924 | 0.661 | 0.704 | 1.852 | 3.098 | 1.631 |
| 166 | V166 | 2.128 | 0.632 | 2.642 | 0.283 | 0.376 | 0.266 | 2.342 | 2.173 | 0.219 | 1.218 | 0.650 | 0.898 | 0.944 | 0.268 | 0.348 | 0.383 | 0.353 | 0.907 | 2.150 | 0.692 |
| 167 | V167 | 1.893 | 0.896 | 2.402 | 0.382 | 0.466 | 0.328 | 2.105 | 1.927 | 0.432 | 0.992 | 0.463 | 0.698 | 0.741 | 0.375 | 0.534 | 0.647 | 0.613 | 0.693 | 1.917 | 0.479 |
| 168 | V168 | 1.756 | 0.995 | 2.269 | 0.329 | 0.344 | 0.282 | 1.976 | 1.801 | 0.562 | 0.844 | 0.344 | 0.508 | 0.552 | 0.327 | 0.486 | 0.732 | 0.691 | 0.594 | 1.777 | 0.649 |
| 169 | V169 | 2.123 | 0.634 | 2.64  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.13:** Matriz de Distancias

| d   | V81   | V82   | V83   | V84   | V85   | V86   | V87   | V88   | V89   | V90   | V91   | V92   | V93   | V94   | V95   | V96   | V97   | V98   | V99   | V100  |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 2.171 | 2.687 | 2.616 | 1.537 | 0.821 | 2.596 | 2.731 | 2.387 | 0.843 | 2.525 | 2.102 | 2.425 | 3.993 | 2.890 | 2.887 | 2.660 | 2.609 | 1.688 | 0.832 | 0.497 |
| V2  | 1.503 | 1.918 | 1.864 | 0.774 | 0.357 | 1.881 | 1.964 | 1.619 | 0.368 | 1.760 | 1.366 | 1.803 | 3.228 | 2.127 | 2.124 | 1.889 | 1.843 | 0.925 | 0.448 | 0.369 |
| V3  | 1.330 | 1.835 | 1.769 | 0.759 | 0.394 | 1.744 | 1.883 | 1.529 | 0.405 | 1.660 | 1.221 | 1.619 | 3.147 | 2.029 | 2.026 | 1.825 | 1.775 | 0.913 | 0.188 | 0.586 |
| V4  | 0.802 | 0.973 | 0.958 | 0.412 | 1.027 | 1.044 | 1.029 | 0.673 | 1.014 | 0.806 | 0.459 | 1.168 | 2.292 | 1.188 | 1.185 | 0.976 | 0.921 | 0.339 | 1.034 | 1.312 |
| V5  | 0.830 | 1.027 | 1.011 | 0.397 | 0.976 | 1.088 | 1.083 | 0.727 | 0.963 | 0.860 | 0.501 | 1.193 | 2.347 | 1.241 | 1.238 | 1.030 | 0.973 | 0.341 | 0.985 | 1.263 |
| V6  | 0.728 | 0.354 | 0.383 | 0.870 | 1.643 | 0.628 | 0.400 | 0.068 | 1.631 | 0.182 | 0.392 | 1.029 | 1.667 | 0.558 | 0.555 | 0.366 | 0.357 | 0.745 | 1.640 | 1.918 |
| V7  | 0.822 | 0.168 | 0.257 | 1.121 | 1.895 | 0.562 | 0.184 | 0.240 | 1.883 | 0.097 | 0.578 | 1.049 | 1.418 | 0.306 | 0.303 | 0.229 | 0.276 | 0.993 | 1.885 | 2.177 |
| V8  | 0.572 | 0.839 | 0.740 | 0.422 | 1.213 | 0.789 | 0.868 | 0.534 | 1.207 | 0.659 | 0.302 | 0.932 | 2.135 | 1.010 | 1.007 | 0.804 | 0.795 | 0.414 | 1.175 | 1.471 |
| V9  | 1.039 | 1.217 | 1.206 | 0.480 | 0.861 | 1.324 | 1.264 | 0.947 | 0.849 | 1.083 | 0.780 | 1.414 | 2.499 | 1.440 | 1.437 | 1.200 | 1.130 | 0.392 | 0.936 | 1.103 |
| V10 | 1.003 | 0.046 | 0.381 | 1.237 | 1.994 | 0.719 | 0.146 | 0.364 | 1.981 | 0.257 | 0.730 | 1.222 | 1.303 | 0.307 | 0.306 | 0.241 | 0.198 | 1.070 | 2.018 | 2.283 |
| V11 | 0.898 | 0.191 | 0.393 | 1.029 | 1.796 | 0.696 | 0.284 | 0.184 | 1.782 | 0.162 | 0.569 | 1.162 | 1.517 | 0.460 | 0.457 | 0.287 | 0.245 | 0.876 | 1.821 | 2.079 |
| V12 | 0.653 | 0.733 | 0.669 | 0.491 | 1.299 | 0.788 | 0.765 | 0.433 | 1.290 | 0.567 | 0.342 | 1.011 | 2.034 | 0.919 | 0.916 | 0.694 | 0.692 | 0.443 | 1.288 | 1.550 |
| V13 | 1.797 | 1.019 | 1.137 | 2.178 | 2.949 | 1.387 | 0.964 | 1.322 | 2.935 | 1.198 | 1.670 | 1.880 | 0.380 | 0.857 | 0.860 | 1.034 | 1.088 | 2.020 | 2.967 | 3.223 |
| V14 | 0.620 | 0.746 | 0.670 | 0.490 | 1.278 | 0.773 | 0.777 | 0.447 | 1.269 | 0.576 | 0.293 | 0.977 | 2.047 | 0.931 | 0.928 | 0.709 | 0.698 | 0.424 | 1.264 | 1.540 |
| V15 | 2.142 | 2.661 | 2.590 | 1.509 | 0.797 | 2.566 | 2.706 | 2.361 | 0.819 | 2.498 | 2.074 | 2.394 | 3.969 | 2.863 | 2.860 | 2.635 | 2.585 | 1.662 | 0.800 | 0.473 |
| V16 | 0.982 | 0.229 | 0.369 | 1.269 | 2.022 | 0.714 | 0.192 | 0.420 | 2.008 | 0.318 | 0.755 | 1.196 | 1.280 | 0.299 | 0.298 | 0.255 | 0.314 | 1.126 | 2.028 | 2.304 |
| V17 | 0.796 | 0.983 | 0.963 | 0.402 | 1.019 | 1.046 | 1.037 | 0.682 | 1.006 | 0.815 | 0.463 | 1.163 | 2.301 | 1.195 | 1.192 | 0.983 | 0.930 | 0.341 | 1.022 | 1.302 |
| V18 | 0.826 | 1.042 | 1.020 | 0.387 | 0.963 | 1.093 | 1.097 | 0.741 | 0.950 | 0.874 | 0.509 | 1.189 | 2.361 | 1.254 | 1.251 | 1.043 | 0.989 | 0.345 | 0.966 | 1.247 |
| V19 | 1.277 | 0.556 | 0.619 | 1.696 | 2.479 | 0.872 | 0.474 | 0.840 | 2.467 | 0.708 | 1.161 | 1.379 | 0.818 | 0.344 | 0.347 | 0.552 | 0.638 | 1.555 | 2.473 | 2.753 |
| V20 | 1.807 | 2.206 | 2.163 | 1.078 | 0.449 | 2.190 | 2.255 | 1.911 | 0.462 | 2.052 | 1.666 | 2.104 | 3.517 | 2.422 | 2.419 | 2.180 | 2.129 | 1.206 | 0.594 | 0.143 |
| V21 | 0.847 | 0.167 | 0.278 | 1.070 | 1.838 | 0.624 | 0.188 | 0.232 | 1.826 | 0.172 | 0.570 | 1.091 | 1.452 | 0.387 | 0.385 | 0.184 | 0.162 | 0.912 | 1.852 | 2.120 |
| V22 | 1.659 | 0.852 | 0.989 | 1.983 | 2.774 | 1.252 | 0.806 | 1.136 | 2.759 | 1.017 | 1.507 | 1.770 | 0.646 | 0.701 | 0.704 | 0.867 | 0.953 | 1.850 | 2.788 | 3.036 |
| V23 | 0.906 | 0.993 | 0.974 | 0.381 | 1.077 | 1.107 | 1.037 | 0.723 | 1.068 | 0.861 | 0.614 | 1.264 | 2.283 | 1.212 | 1.209 | 0.960 | 0.914 | 0.280 | 1.127 | 1.308 |
| V24 | 0.904 | 0.991 | 0.972 | 0.382 | 1.078 | 1.105 | 1.035 | 0.721 | 1.069 | 0.858 | 0.612 | 1.262 | 2.280 | 1.209 | 1.207 | 0.958 | 0.911 | 0.280 | 1.128 | 1.310 |
| V25 | 1.088 | 0.387 | 0.420 | 1.471 | 2.264 | 0.722 | 0.286 | 0.637 | 2.253 | 0.517 | 0.963 | 1.231 | 1.042 | 0.210 | 0.211 | 0.345 | 0.459 | 1.341 | 2.254 | 2.529 |
| V26 | 1.802 | 1.044 | 1.153 | 2.206 | 2.969 | 1.394 | 0.984 | 1.346 | 2.954 | 1.218 | 1.682 | 1.878 | 0.351 | 0.872 | 0.876 | 1.058 | 1.113 | 2.047 | 2.983 | 3.246 |
| V27 | 0.946 | 0.143 | 0.277 | 1.249 | 2.026 | 0.639 | 0.013 | 0.386 | 2.013 | 0.269 | 0.731 | 1.147 | 1.267 | 0.216 | 0.214 | 0.151 | 0.242 | 1.103 | 2.030 | 2.303 |
| V28 | 0.738 | 0.297 | 0.330 | 0.931 | 1.706 | 0.599 | 0.337 | 0.077 | 1.695 | 0.125 | 0.432 | 1.022 | 1.601 | 0.493 | 0.490 | 0.313 | 0.312 | 0.804 | 1.700 | 1.983 |
| V29 | 1.273 | 0.554 | 0.615 | 1.693 | 2.476 | 0.868 | 0.471 | 0.837 | 2.464 | 0.705 | 1.158 | 1.375 | 0.821 | 0.340 | 0.343 | 0.549 | 0.637 | 1.552 | 2.470 | 2.750 |
| V30 | 0.740 | 0.324 | 0.369 | 0.894 | 1.671 | 0.617 | 0.376 | 0.000 | 1.659 | 0.150 | 0.412 | 1.031 | 1.642 | 0.532 | 0.530 | 0.354 | 0.342 | 0.769 | 1.669 | 1.948 |
| V31 | 1.926 | 2.390 | 2.331 | 1.250 | 0.562 | 2.335 | 2.436 | 2.090 | 0.581 | 2.231 | 1.824 | 2.207 | 3.699 | 2.598 | 2.595 | 2.362 | 2.313 | 1.394 | 0.622 | 0.159 |
| V32 | 0.778 | 0.306 | 0.237 | 1.001 | 1.805 | 0.572 | 0.272 | 0.251 | 1.794 | 0.234 | 0.550 | 1.028 | 1.515 | 0.429 | 0.427 | 0.175 | 0.312 | 0.888 | 1.799 | 2.064 |
| V33 | 0.701 | 0.675 | 0.662 | 0.567 | 1.301 | 0.810 | 0.724 | 0.385 | 1.289 | 0.520 | 0.293 | 1.058 | 1.996 | 0.894 | 0.891 | 0.671 | 0.617 | 0.414 | 1.319 | 1.584 |
| V34 | 1.403 | 1.984 | 1.894 | 0.889 | 0.470 | 1.841 | 2.024 | 1.675 | 0.489 | 1.803 | 1.352 | 1.663 | 3.284 | 2.163 | 2.160 | 1.964 | 1.923 | 1.065 | 0.026 | 0.550 |
| V35 | 1.407 | 1.980 | 1.892 | 0.883 | 0.458 | 1.843 | 2.021 | 1.671 | 0.477 | 1.800 | 1.351 | 1.669 | 3.282 | 2.161 | 2.158 | 1.960 | 1.919 | 1.058 | 0.009 | 0.539 |
| V36 | 0.806 | 0.173 | 0.265 | 1.083 | 1.841 | 0.569 | 0.206 | 0.222 | 1.828 | 0.122 | 0.531 | 1.041 | 1.457 | 0.369 | 0.367 | 0.241 | 0.216 | 0.929 | 1.844 | 2.131 |
| V37 | 0.812 | 0.170 | 0.272 | 1.087 | 1.843 | 0.575 | 0.207 | 0.226 | 1.830 | 0.126 | 0.534 | 1.046 | 1.455 | 0.371 | 0.368 | 0.246 | 0.214 | 0.932 | 1.847 | 2.135 |
| V38 | 1.894 | 2.475 | 2.387 | 1.339 | 0.663 | 2.335 | 2.517 | 2.169 | 0.688 | 2.301 | 1.852 | 2.128 | 3.780 | 2.663 | 2.660 | 2.452 | 2.405 | 1.504 | 0.524 | 0.480 |
| V39 | 1.556 | 2.008 | 1.943 | 0.850 | 0.392 | 1.944 | 2.053 | 1.707 | 0.409 | 1.846 | 1.443 | 1.842 | 3.319 | 2.211 | 2.208 | 1.977 | 1.937 | 1.018 | 0.422 | 0.311 |
| V40 | 1.486 | 2.009 | 1.936 | 0.893 | 0.376 | 1.908 | 2.054 | 1.702 | 0.396 | 1.835 | 1.399 | 1.762 | 3.319 | 2.202 | 2.199 | 1.991 | 1.944 | 1.059 | 0.125 | 0.434 |
| V41 | 1.802 | 1.044 | 1.153 | 2.206 | 2.969 | 1.394 | 0.984 | 1.346 | 2.954 | 1.218 | 1.682 | 1.878 | 0.351 | 0.872 | 0.876 | 1.058 | 1.113 | 2.047 | 2.983 | 3.246 |
| V42 | 1.627 | 0.919 | 0.983 | 2.060 | 2.849 | 1.203 | 0.844 | 1.207 | 2.836 | 1.076 | 1.538 | 1.689 | 0.464 | 0.707 | 0.710 | 0.908 | 0.999 | 1.922 | 2.844 | 3.117 |
| V43 | 0.825 | 0.197 | 0.190 | 1.133 | 1.910 | 0.561 | 0.133 | 0.299 | 1.899 | 0.208 | 0.612 | 1.045 | 1.386 | 0.305 | 0.302 | 0.139 | 0.226 | 0.991 | 1.907 | 2.185 |
| V44 | 0.867 | 0.212 | 0.198 | 1.192 | 1.973 | 0.578 | 0.101 | 0.361 | 1.961 | 0.260 | 0.675 | 1.071 | 1.325 | 0.259 | 0.257 | 0.116 | 0.253 | 1.053 | 1.968 | 2.245 |
| V45 | 0.858 | 0.221 | 0.188 | 1.189 | 1.972 | 0.569 | 0.110 | 0.361 | 1.960 | 0.261 | 0.672 | 1.061 | 1.328 | 0.258 | 0.256 | 0.119 | 0.262 | 1.054 | 1.965 | 2.243 |
| V46 | 0.717 | 0.467 | 0.511 | 0.865 | 1.578 | 0.684 | 0.527 | 0.232 | 1.565 | 0.301 | 0.354 | 1.033 | 1.754 | 0.661 | 0.658 | 0.524 | 0.485 | 0.745 | 1.571 | 1.874 |
| V47 | 1.864 | 1.095 | 1.207 | 2.243 | 3.031 | 1.438 | 1.042 | 1.388 | 3.017 | 1.262 | 1.744 | 1.938 | 0.406 | 0.916 | 0.919 | 1.106 | 1.188 | 2.106 | 3.040 | 3.298 |
| V48 | 2.226 | 2.717 | 2.655 | 1.566 | 0.838 | 2.641 | 2.765 | 2.420 | 0.859 | 2.559 | 2.141 | 2.482 | 4.029 | 2.927 | 2.924 | 2.694 | 2.639 | 1.709 | 0.885 | 0.526 |
| V49 | 2.331 | 2.758 | 2.714 | 1.615 | 0.931 | 2.721 | 2.809 | 2.467 | 0.948 | 2.610 | 2.215 | 2.594 | 4.067 | 2.978 | 2.975 | 2.735 | 2.675 | 1.743 | 1.032 | 0.620 |
| V50 | 1.580 | 1.945 | 1.925 | 0.903 | 0.057 | 1.952 | 2.005 | 1.662 | 0.061 | 1.798 | 1.386 | 1.885 | 3.264 | 2.177 | 2.174 | 1.947 | 1.863 | 0.946 | 0.490 | 0.487 |
| V51 | 0.311 | 0.921 | 0.704 | 0.631 | 1.410 | 0.628 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.14: Matriz de Distancias**

| d   | V81  | V82   | V83   | V84   | V85   | V86   | V87   | V88   | V89   | V90   | V91   | V92   | V93   | V94   | V95   | V96   | V97   | V98   | V99   | V100  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 1.756 | 2.197 | 2.144 | 1.071 | 0.385 | 2.157 | 2.244 | 1.900 | 0.401 | 2.039 | 1.634 | 2.048 | 3.506 | 2.408 | 2.405 | 2.172 | 2.118 | 1.199 | 0.496 | 0.081 |
| 62  | V62  | 1.275 | 0.557 | 0.618 | 1.696 | 2.479 | 0.870 | 0.474 | 0.840 | 2.467 | 0.708 | 1.161 | 1.377 | 0.818 | 0.343 | 0.346 | 0.552 | 0.640 | 1.556 | 2.473 | 2.753 |
| 63  | V63  | 2.246 | 2.712 | 2.658 | 1.566 | 0.834 | 2.653 | 2.762 | 2.418 | 0.853 | 2.558 | 2.146 | 2.508 | 4.025 | 2.927 | 2.924 | 2.691 | 2.633 | 1.701 | 0.911 | 0.527 |
| 64  | V64  | 0.791 | 0.222 | 0.296 | 1.020 | 1.803 | 0.589 | 0.259 | 0.141 | 1.791 | 0.065 | 0.521 | 1.049 | 1.511 | 0.402 | 0.400 | 0.258 | 0.289 | 0.899 | 1.797 | 2.078 |
| 65  | V65  | 0.881 | 0.205 | 0.388 | 1.025 | 1.775 | 0.708 | 0.282 | 0.181 | 1.761 | 0.167 | 0.552 | 1.157 | 1.521 | 0.467 | 0.465 | 0.278 | 0.218 | 0.863 | 1.799 | 2.059 |
| 66  | V66  | 0.723 | 0.271 | 0.283 | 0.987 | 1.766 | 0.534 | 0.303 | 0.124 | 1.755 | 0.058 | 0.451 | 0.981 | 1.554 | 0.431 | 0.428 | 0.303 | 0.325 | 0.871 | 1.750 | 2.045 |
| 67  | V67  | 1.954 | 2.417 | 2.359 | 1.277 | 0.586 | 2.363 | 2.463 | 2.117 | 0.604 | 2.258 | 1.851 | 2.234 | 3.726 | 2.625 | 2.622 | 2.389 | 2.340 | 1.421 | 0.646 | 0.185 |
| 68  | V68  | 1.730 | 2.260 | 2.190 | 1.136 | 0.466 | 2.155 | 2.307 | 1.958 | 0.493 | 2.093 | 1.652 | 1.990 | 3.570 | 2.458 | 2.455 | 2.244 | 2.191 | 1.289 | 0.387 | 0.375 |
| 69  | V69  | 0.779 | 0.350 | 0.212 | 1.259 | 2.035 | 0.448 | 0.265 | 0.454 | 2.025 | 0.338 | 0.682 | 0.935 | 1.309 | 0.240 | 0.238 | 0.317 | 0.419 | 1.151 | 1.991 | 2.310 |
| 70  | V70  | 0.949 | 1.286 | 1.235 | 0.300 | 0.730 | 1.275 | 1.333 | 0.987 | 0.723 | 1.123 | 0.722 | 1.287 | 2.600 | 1.493 | 1.490 | 1.266 | 1.216 | 0.365 | 0.740 | 0.994 |
| 71  | V71  | 0.654 | 0.731 | 0.667 | 0.493 | 1.301 | 0.787 | 0.762 | 0.430 | 1.292 | 0.565 | 0.342 | 1.012 | 2.032 | 0.917 | 0.914 | 0.692 | 0.689 | 0.445 | 1.291 | 1.552 |
| 72  | V72  | 0.727 | 0.953 | 0.916 | 0.412 | 1.058 | 0.981 | 1.003 | 0.647 | 1.047 | 0.777 | 0.401 | 1.092 | 2.268 | 1.154 | 1.151 | 0.951 | 0.905 | 0.367 | 1.041 | 1.341 |
| 73  | V73  | 0.750 | 0.999 | 0.962 | 0.397 | 1.014 | 1.018 | 1.050 | 0.694 | 1.003 | 0.824 | 0.438 | 1.112 | 2.315 | 1.201 | 1.198 | 0.998 | 0.951 | 0.366 | 0.996 | 1.298 |
| 74  | V74  | 0.779 | 0.212 | 0.282 | 1.040 | 1.814 | 0.562 | 0.252 | 0.158 | 1.803 | 0.009 | 0.507 | 1.027 | 1.500 | 0.387 | 0.384 | 0.269 | 0.286 | 0.913 | 1.806 | 2.096 |
| 75  | V75  | 0.964 | 0.005 | 0.353 | 1.203 | 1.962 | 0.687 | 0.140 | 0.329 | 1.949 | 0.220 | 0.689 | 1.187 | 1.335 | 0.311 | 0.310 | 0.228 | 0.185 | 1.039 | 1.982 | 2.251 |
| 76  | V76  | 1.040 | 0.317 | 0.373 | 1.437 | 2.226 | 0.658 | 0.226 | 0.571 | 2.214 | 0.435 | 0.896 | 1.182 | 1.086 | 0.076 | 0.079 | 0.321 | 0.436 | 1.310 | 2.211 | 2.500 |
| 77  | V77  | 1.006 | 0.285 | 0.344 | 1.398 | 2.186 | 0.634 | 0.198 | 0.529 | 2.174 | 0.391 | 0.854 | 1.157 | 1.128 | 0.054 | 0.055 | 0.297 | 0.411 | 1.273 | 2.170 | 2.461 |
| 78  | V78  | 0.779 | 0.990 | 0.923 | 0.231 | 1.097 | 0.997 | 1.026 | 0.692 | 1.091 | 0.828 | 0.537 | 1.124 | 2.288 | 1.181 | 1.178 | 0.947 | 0.938 | 0.345 | 1.084 | 1.318 |
| 79  | V79  | 1.786 | 2.216 | 2.166 | 1.088 | 0.405 | 2.184 | 2.264 | 1.919 | 0.421 | 2.060 | 1.659 | 2.080 | 3.526 | 2.429 | 2.426 | 2.191 | 2.138 | 1.217 | 0.529 | 0.052 |
| 80  | V80  | 0.004 | 0.957 | 0.702 | 0.874 | 1.575 | 0.497 | 0.930 | 0.736 | 1.575 | 0.772 | 0.492 | 0.408 | 2.039 | 0.968 | 0.965 | 0.894 | 0.955 | 0.933 | 1.411 | 1.807 |
| 81  | V81  | 0.000 | 0.961 | 0.706 | 0.873 | 1.573 | 0.501 | 0.934 | 0.740 | 1.572 | 0.776 | 0.494 | 0.407 | 2.043 | 0.972 | 0.969 | 0.898 | 0.959 | 0.933 | 1.408 | 1.804 |
| 82  | V82  | 0.961 | 0.000 | 0.353 | 1.199 | 1.957 | 0.687 | 0.141 | 0.324 | 1.944 | 0.217 | 0.686 | 1.185 | 1.339 | 0.314 | 0.313 | 0.228 | 0.183 | 1.035 | 1.978 | 2.246 |
| 83  | V83  | 0.706 | 0.353 | 0.000 | 1.127 | 1.930 | 0.401 | 0.267 | 0.369 | 1.921 | 0.286 | 0.597 | 0.892 | 1.420 | 0.318 | 0.315 | 0.239 | 0.394 | 1.033 | 1.891 | 2.192 |
| 84  | V84  | 0.873 | 1.199 | 1.127 | 0.000 | 0.905 | 1.162 | 1.239 | 0.894 | 0.901 | 1.032 | 0.681 | 1.209 | 2.505 | 1.390 | 1.387 | 1.163 | 1.147 | 0.386 | 0.880 | 1.111 |
| 85  | V85  | 1.573 | 1.957 | 1.930 | 0.905 | 0.000 | 1.951 | 2.016 | 1.671 | 0.037 | 1.807 | 1.390 | 1.874 | 3.276 | 2.185 | 2.182 | 1.957 | 1.877 | 0.961 | 0.451 | 0.441 |
| 86  | V86  | 0.501 | 0.687 | 0.401 | 1.162 | 1.951 | 0.000 | 0.629 | 0.617 | 1.947 | 0.564 | 0.623 | 0.550 | 1.609 | 0.589 | 0.587 | 0.621 | 0.741 | 1.146 | 1.843 | 2.205 |
| 87  | V87  | 0.934 | 0.141 | 0.267 | 1.239 | 2.016 | 0.629 | 0.000 | 0.376 | 2.003 | 0.259 | 0.719 | 1.136 | 1.277 | 0.219 | 0.218 | 0.146 | 0.238 | 1.093 | 2.019 | 2.293 |
| 88  | V88  | 0.740 | 0.324 | 0.369 | 0.894 | 1.671 | 0.617 | 0.376 | 0.000 | 1.659 | 0.150 | 0.412 | 1.031 | 1.642 | 0.532 | 0.530 | 0.354 | 0.342 | 0.769 | 1.669 | 1.948 |
| 89  | V89  | 1.572 | 1.944 | 1.921 | 0.901 | 0.037 | 1.947 | 2.003 | 1.659 | 0.000 | 1.795 | 1.382 | 1.877 | 3.263 | 2.174 | 2.171 | 1.945 | 1.864 | 0.950 | 0.471 | 0.459 |
| 90  | V90  | 0.776 | 0.217 | 0.286 | 1.032 | 1.807 | 0.564 | 0.259 | 0.150 | 1.795 | 0.000 | 0.501 | 0.027 | 1.508 | 0.395 | 0.392 | 0.273 | 0.288 | 0.906 | 1.798 | 2.088 |
| 91  | V91  | 0.494 | 0.686 | 0.597 | 0.681 | 1.390 | 0.623 | 0.719 | 0.412 | 1.382 | 0.501 | 0.000 | 0.823 | 1.961 | 0.844 | 0.841 | 0.688 | 0.658 | 0.592 | 1.350 | 1.686 |
| 92  | V92  | 0.407 | 1.185 | 0.892 | 1.209 | 1.874 | 0.550 | 1.136 | 1.031 | 1.877 | 1.027 | 0.823 | 0.000 | 2.069 | 1.114 | 1.111 | 1.114 | 1.203 | 1.283 | 1.672 | 2.093 |
| 93  | V93  | 2.043 | 1.339 | 1.420 | 2.505 | 3.276 | 1.609 | 1.277 | 1.642 | 3.263 | 1.508 | 1.961 | 2.069 | 0.000 | 1.142 | 1.145 | 1.352 | 1.410 | 2.349 | 3.280 | 3.557 |
| 94  | V94  | 0.972 | 0.314 | 0.318 | 1.390 | 2.185 | 0.589 | 0.219 | 0.532 | 2.174 | 0.395 | 0.844 | 1.114 | 1.142 | 0.000 | 0.003 | 0.304 | 0.438 | 1.276 | 2.160 | 2.457 |
| 95  | V95  | 0.969 | 0.313 | 0.315 | 1.387 | 2.182 | 0.587 | 0.218 | 0.530 | 2.171 | 0.392 | 0.841 | 1.111 | 1.145 | 0.003 | 0.000 | 0.302 | 0.436 | 1.273 | 2.157 | 2.454 |
| 96  | V96  | 0.898 | 0.228 | 0.239 | 1.163 | 1.957 | 0.621 | 0.146 | 0.354 | 1.945 | 0.273 | 0.688 | 1.114 | 1.352 | 0.304 | 0.302 | 0.000 | 0.264 | 1.031 | 1.958 | 2.220 |
| 97  | V97  | 0.959 | 0.183 | 0.394 | 1.147 | 1.877 | 0.741 | 0.238 | 0.342 | 1.864 | 0.288 | 0.658 | 1.203 | 1.410 | 0.438 | 0.436 | 0.264 | 0.000 | 0.946 | 1.916 | 2.170 |
| 98  | V98  | 0.933 | 1.035 | 1.033 | 0.386 | 0.961 | 1.146 | 1.093 | 0.769 | 0.950 | 0.906 | 0.592 | 1.283 | 2.349 | 1.276 | 1.273 | 1.031 | 0.946 | 0.000 | 1.055 | 1.250 |
| 99  | V99  | 1.408 | 1.978 | 1.891 | 0.880 | 0.451 | 1.843 | 2.019 | 1.669 | 0.471 | 1.798 | 1.350 | 1.672 | 3.280 | 2.160 | 2.157 | 1.958 | 1.916 | 1.055 | 0.000 | 0.534 |
| 100 | V100 | 1.804 | 2.246 | 2.192 | 1.111 | 0.441 | 2.205 | 2.293 | 1.948 | 0.459 | 2.088 | 1.686 | 2.093 | 3.557 | 2.457 | 2.454 | 2.220 | 2.170 | 1.250 | 0.534 | 0.000 |
| 101 | V101 | 1.228 | 0.432 | 0.549 | 1.513 | 2.316 | 0.858 | 0.371 | 0.683 | 2.303 | 0.572 | 1.053 | 1.384 | 1.037 | 0.320 | 0.322 | 0.402 | 0.537 | 1.389 | 2.321 | 2.574 |
| 102 | V102 | 0.768 | 0.216 | 0.249 | 1.075 | 1.846 | 0.529 | 0.235 | 0.204 | 1.835 | 0.066 | 0.519 | 1.003 | 1.471 | 0.352 | 0.349 | 0.262 | 0.297 | 0.950 | 1.832 | 2.129 |
| 103 | V103 | 0.570 | 0.846 | 0.745 | 0.419 | 1.209 | 0.790 | 0.874 | 0.541 | 1.203 | 0.665 | 0.304 | 0.929 | 2.141 | 1.016 | 1.013 | 0.810 | 0.802 | 0.415 | 1.170 | 1.467 |
| 104 | V104 | 0.773 | 0.224 | 0.292 | 1.022 | 1.797 | 0.567 | 0.267 | 0.140 | 1.785 | 0.011 | 0.495 | 1.027 | 1.518 | 0.405 | 0.402 | 0.278 | 0.292 | 0.896 | 1.789 | 2.078 |
| 105 | V105 | 2.217 | 2.730 | 2.661 | 1.588 | 0.846 | 2.645 | 2.775 | 2.431 | 0.866 | 2.569 | 2.144 | 2.473 | 4.036 | 2.935 | 2.932 | 2.705 | 2.651 | 1.730 | 0.859 | 0.550 |
| 106 | V106 | 0.801 | 0.177 | 0.261 | 1.079 | 1.838 | 0.566 | 0.207 | 0.219 | 1.826 | 0.120 | 0.528 | 1.037 | 1.460 | 0.370 | 0.367 | 0.240 | 0.219 | 0.927 | 1.841 | 2.129 |
| 107 | V107 | 1.622 | 2.083 | 2.022 | 0.971 | 0.307 | 2.030 | 2.127 | 1.785 | 0.324 | 1.922 | 1.507 | 1.913 | 3.389 | 2.289 | 2.286 | 2.057 | 2.006 | 1.096 | 0.385 | 0.243 |
| 108 | V108 | 1.504 | 1.916 | 1.863 | 0.773 | 0.356 | 1.881 | 1.963 | 1.618 | 0.367 | 1.759 | 1.365 | 1.804 | 3.228 | 2.126 | 2.123 | 1.888 | 1.842 | 0.923 | 0.449 | 0.370 |
| 109 | V109 | 0.711 | 0.351 | 0.007 | 1.132 | 1.935 | 0.405 | 0.263 | 0.371 | 1.926 | 0.287 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.15:** Matriz de Distancias

| d   | V81  | V82   | V83   | V84   | V85   | V86   | V87   | V88   | V89   | V90   | V91   | V92   | V93   | V94   | V95   | V96   | V97   | V98   | V99   | V100  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 1.869 | 2.232 | 2.195 | 1.107 | 0.527 | 2.234 | 2.282 | 1.946 | 0.537 | 2.088 | 1.713 | 2.166 | 3.538 | 2.456 | 2.453 | 2.205 | 2.148 | 1.224 | 0.712 | 0.313 |
| 122 | V122 | 0.918 | 1.020 | 0.999 | 0.367 | 1.052 | 1.127 | 1.064 | 0.749 | 1.043 | 0.887 | 0.630 | 1.275 | 2.310 | 1.239 | 1.236 | 0.987 | 0.939 | 0.271 | 1.105 | 1.281 |
| 123 | V123 | 0.906 | 0.993 | 0.974 | 0.381 | 1.077 | 1.107 | 1.037 | 0.723 | 1.068 | 0.861 | 0.614 | 1.264 | 2.283 | 1.212 | 1.209 | 0.960 | 0.914 | 0.280 | 1.127 | 1.308 |
| 124 | V124 | 0.753 | 0.337 | 0.265 | 0.948 | 1.753 | 0.581 | 0.317 | 0.227 | 1.742 | 0.240 | 0.511 | 1.017 | 1.567 | 0.478 | 0.475 | 0.219 | 0.328 | 0.836 | 1.748 | 2.011 |
| 125 | V125 | 0.678 | 0.479 | 0.502 | 0.788 | 1.513 | 0.664 | 0.541 | 0.223 | 1.501 | 0.323 | 0.269 | 0.992 | 1.795 | 0.698 | 0.695 | 0.528 | 0.449 | 0.630 | 1.518 | 1.813 |
| 126 | V126 | 1.259 | 1.025 | 1.085 | 0.940 | 1.668 | 1.237 | 1.074 | 0.850 | 1.656 | 0.925 | 1.003 | 1.540 | 2.132 | 1.173 | 1.171 | 1.010 | 1.070 | 1.013 | 1.675 | 1.836 |
| 127 | V127 | 1.334 | 1.837 | 1.772 | 0.761 | 0.391 | 1.748 | 1.885 | 1.532 | 0.402 | 1.663 | 1.224 | 1.623 | 3.150 | 2.032 | 2.029 | 1.828 | 1.777 | 0.914 | 0.187 | 0.582 |
| 128 | V128 | 2.444 | 3.359 | 3.066 | 2.882 | 3.051 | 2.713 | 3.317 | 3.162 | 3.072 | 3.187 | 2.853 | 2.191 | 4.107 | 3.288 | 3.286 | 3.286 | 3.364 | 3.084 | 2.690 | 3.075 |
| 129 | V129 | 0.782 | 0.201 | 0.265 | 1.062 | 1.835 | 0.549 | 0.234 | 0.184 | 1.824 | 0.039 | 0.520 | 1.022 | 1.479 | 0.364 | 0.361 | 0.258 | 0.281 | 0.934 | 1.826 | 2.118 |
| 130 | V130 | 0.669 | 0.775 | 0.717 | 0.459 | 1.237 | 0.836 | 0.809 | 0.480 | 1.228 | 0.615 | 0.347 | 1.036 | 2.079 | 0.971 | 0.968 | 0.742 | 0.717 | 0.380 | 1.236 | 1.496 |
| 131 | V131 | 0.838 | 0.368 | 0.240 | 1.327 | 2.122 | 0.451 | 0.276 | 0.504 | 2.112 | 0.373 | 0.759 | 0.968 | 1.240 | 0.149 | 0.147 | 0.335 | 0.473 | 1.231 | 2.074 | 2.391 |
| 132 | V132 | 0.835 | 0.368 | 0.238 | 1.324 | 2.119 | 0.448 | 0.276 | 0.503 | 2.109 | 0.372 | 0.757 | 0.965 | 1.243 | 0.152 | 0.150 | 0.335 | 0.472 | 1.229 | 2.071 | 2.389 |
| 133 | V133 | 0.685 | 0.956 | 0.905 | 0.406 | 1.070 | 0.950 | 1.004 | 0.646 | 1.060 | 0.774 | 0.379 | 1.047 | 2.269 | 1.148 | 1.145 | 0.952 | 0.914 | 0.393 | 1.036 | 1.349 |
| 134 | V134 | 0.704 | 0.997 | 0.946 | 0.391 | 1.033 | 0.983 | 1.045 | 0.687 | 1.023 | 0.815 | 0.413 | 1.210 | 1.889 | 1.186 | 0.993 | 0.954 | 0.392 | 0.996 | 1.312 |       |
| 135 | V135 | 1.938 | 2.456 | 2.382 | 1.306 | 0.612 | 2.358 | 2.499 | 2.154 | 0.636 | 2.291 | 1.862 | 2.191 | 3.765 | 2.655 | 2.652 | 2.428 | 2.380 | 1.459 | 0.604 | 0.300 |
| 136 | V136 | 0.434 | 1.000 | 0.839 | 0.566 | 1.221 | 0.771 | 1.011 | 0.729 | 1.219 | 0.822 | 0.369 | 0.744 | 2.230 | 1.127 | 1.124 | 0.960 | 0.947 | 0.584 | 1.125 | 1.486 |
| 137 | V137 | 0.611 | 0.551 | 0.478 | 0.685 | 1.489 | 0.626 | 0.577 | 0.249 | 1.479 | 0.369 | 0.297 | 0.939 | 1.844 | 0.719 | 0.716 | 0.514 | 0.533 | 0.607 | 1.468 | 1.749 |
| 138 | V138 | 0.718 | 0.335 | 0.197 | 1.068 | 1.881 | 0.430 | 0.299 | 0.294 | 1.871 | 0.217 | 0.552 | 0.916 | 1.480 | 0.359 | 0.356 | 0.269 | 0.413 | 0.988 | 1.842 | 2.144 |
| 139 | V139 | 0.704 | 0.862 | 0.794 | 0.425 | 1.172 | 0.891 | 0.893 | 0.579 | 1.164 | 0.707 | 0.398 | 1.053 | 2.157 | 1.056 | 1.053 | 0.818 | 0.795 | 0.335 | 1.182 | 1.431 |
| 140 | V140 | 1.923 | 2.493 | 2.410 | 1.360 | 0.657 | 2.362 | 2.536 | 2.189 | 0.682 | 2.322 | 1.873 | 2.161 | 3.800 | 2.685 | 2.682 | 2.472 | 2.422 | 1.517 | 0.548 | 0.474 |
| 141 | V141 | 1.135 | 0.526 | 0.501 | 1.606 | 2.401 | 0.721 | 0.422 | 0.771 | 2.391 | 0.638 | 1.063 | 1.221 | 0.931 | 0.261 | 0.263 | 0.491 | 0.608 | 1.484 | 2.374 | 2.669 |
| 142 | V142 | 1.488 | 0.736 | 0.827 | 1.865 | 2.663 | 1.071 | 0.671 | 1.015 | 2.649 | 0.888 | 1.365 | 1.585 | 0.694 | 0.541 | 0.544 | 0.728 | 0.840 | 1.739 | 2.661 | 2.927 |
| 143 | V143 | 2.143 | 2.656 | 2.586 | 1.504 | 0.792 | 2.566 | 2.701 | 2.356 | 0.814 | 2.494 | 2.072 | 2.398 | 3.964 | 2.859 | 2.856 | 2.630 | 2.579 | 1.656 | 0.803 | 0.465 |
| 144 | V144 | 0.672 | 0.772 | 0.716 | 0.462 | 1.239 | 0.837 | 0.807 | 0.477 | 1.230 | 0.612 | 0.348 | 1.039 | 2.076 | 0.969 | 0.966 | 0.740 | 0.714 | 0.380 | 1.239 | 1.498 |
| 145 | V145 | 2.168 | 2.680 | 2.610 | 1.529 | 0.812 | 2.591 | 2.725 | 2.380 | 0.833 | 2.519 | 2.096 | 2.422 | 3.987 | 2.884 | 2.881 | 2.654 | 2.602 | 1.679 | 0.828 | 0.491 |
| 146 | V146 | 2.052 | 2.603 | 2.516 | 1.439 | 0.818 | 2.479 | 2.642 | 2.295 | 0.842 | 2.433 | 2.009 | 2.295 | 3.907 | 2.791 | 2.788 | 2.568 | 2.536 | 1.625 | 0.742 | 0.451 |
| 147 | V147 | 2.172 | 2.684 | 2.614 | 1.534 | 0.813 | 2.595 | 2.729 | 2.385 | 0.835 | 2.523 | 2.099 | 2.425 | 3.992 | 2.888 | 2.885 | 2.658 | 2.606 | 1.682 | 0.830 | 0.494 |
| 148 | V148 | 1.138 | 0.526 | 0.503 | 1.608 | 2.402 | 0.724 | 0.422 | 0.772 | 2.391 | 0.639 | 1.064 | 1.224 | 2.929 | 0.262 | 0.264 | 0.491 | 0.608 | 1.485 | 2.376 | 2.670 |
| 149 | V149 | 2.054 | 1.288 | 1.402 | 2.437 | 3.225 | 1.623 | 1.237 | 1.582 | 3.210 | 1.456 | 1.939 | 2.115 | 0.346 | 1.110 | 1.113 | 1.303 | 1.379 | 2.298 | 3.236 | 3.492 |
| 150 | V150 | 0.785 | 0.571 | 0.632 | 0.704 | 1.396 | 0.823 | 0.643 | 0.318 | 1.382 | 0.440 | 0.335 | 1.126 | 1.896 | 0.821 | 0.818 | 0.607 | 0.512 | 0.509 | 1.437 | 1.697 |
| 151 | V151 | 1.333 | 1.749 | 1.701 | 0.628 | 0.363 | 1.378 | 1.801 | 1.449 | 0.371 | 1.587 | 1.173 | 1.635 | 3.071 | 1.962 | 1.959 | 1.740 | 1.681 | 0.775 | 0.405 | 0.582 |
| 152 | V152 | 2.247 | 2.712 | 2.659 | 1.566 | 0.834 | 2.654 | 2.762 | 2.418 | 0.853 | 2.558 | 2.147 | 2.510 | 4.025 | 2.927 | 2.924 | 2.692 | 2.633 | 1.701 | 0.913 | 0.527 |
| 153 | V153 | 0.897 | 0.641 | 0.716 | 0.691 | 1.357 | 0.940 | 0.710 | 0.433 | 1.343 | 0.555 | 0.477 | 1.244 | 1.947 | 0.909 | 0.906 | 0.662 | 0.551 | 0.435 | 1.440 | 1.649 |
| 154 | V154 | 2.043 | 1.339 | 1.420 | 2.505 | 3.276 | 1.609 | 1.277 | 1.642 | 3.263 | 1.508 | 1.961 | 2.069 | 0.002 | 1.142 | 1.145 | 1.352 | 1.410 | 2.349 | 3.280 | 3.557 |
| 155 | V155 | 1.199 | 0.389 | 0.546 | 1.493 | 2.237 | 0.893 | 0.334 | 0.658 | 2.223 | 0.556 | 0.999 | 1.385 | 1.062 | 0.370 | 0.371 | 0.404 | 0.428 | 1.325 | 2.261 | 2.515 |
| 156 | V156 | 1.733 | 2.213 | 2.151 | 1.099 | 0.352 | 2.140 | 2.260 | 1.916 | 0.375 | 2.051 | 1.621 | 2.002 | 3.526 | 2.420 | 2.417 | 2.192 | 2.137 | 1.217 | 0.448 | 0.268 |
| 157 | V157 | 1.734 | 1.028 | 1.097 | 2.174 | 2.963 | 1.304 | 0.957 | 1.319 | 2.950 | 1.187 | 1.649 | 1.786 | 0.359 | 0.816 | 0.819 | 1.023 | 1.110 | 2.036 | 2.958 | 3.232 |
| 158 | V158 | 2.023 | 2.483 | 2.427 | 1.343 | 0.640 | 2.432 | 2.530 | 2.184 | 0.658 | 2.325 | 1.920 | 2.303 | 3.793 | 2.692 | 2.689 | 2.457 | 2.407 | 1.486 | 0.706 | 0.250 |
| 159 | V159 | 0.812 | 0.271 | 0.214 | 1.061 | 1.862 | 0.574 | 0.219 | 0.282 | 1.851 | 0.234 | 0.595 | 1.047 | 1.455 | 0.375 | 0.373 | 0.118 | 0.291 | 0.943 | 1.857 | 2.123 |
| 160 | V160 | 0.926 | 0.239 | 0.251 | 1.307 | 2.091 | 0.583 | 0.117 | 0.455 | 2.080 | 0.328 | 0.768 | 1.097 | 1.212 | 0.132 | 0.130 | 0.210 | 0.332 | 1.176 | 2.078 | 2.366 |
| 161 | V161 | 2.176 | 2.686 | 2.617 | 1.536 | 0.821 | 2.599 | 2.731 | 2.387 | 0.843 | 2.526 | 2.104 | 2.431 | 3.993 | 2.890 | 2.887 | 2.660 | 2.609 | 1.685 | 0.838 | 0.491 |
| 162 | V162 | 0.782 | 0.307 | 0.243 | 0.999 | 1.802 | 0.577 | 0.275 | 0.251 | 1.791 | 0.235 | 0.550 | 1.031 | 1.518 | 0.433 | 0.431 | 0.179 | 0.313 | 0.886 | 1.798 | 2.062 |
| 163 | V163 | 0.869 | 0.160 | 0.287 | 1.082 | 1.852 | 0.644 | 0.174 | 0.244 | 1.839 | 0.183 | 0.594 | 1.115 | 1.438 | 0.379 | 0.377 | 0.166 | 0.162 | 0.926 | 1.867 | 2.131 |
| 164 | V164 | 1.360 | 0.581 | 0.715 | 1.749 | 2.493 | 0.985 | 0.532 | 0.884 | 2.479 | 0.757 | 1.200 | 1.476 | 0.797 | 0.460 | 0.462 | 0.632 | 0.635 | 1.574 | 2.508 | 2.786 |
| 165 | V165 | 1.636 | 0.928 | 0.993 | 2.070 | 2.859 | 1.211 | 0.854 | 1.217 | 2.846 | 1.086 | 1.547 | 1.696 | 0.454 | 0.716 | 0.719 | 0.918 | 1.009 | 1.932 | 2.854 | 3.127 |
| 166 | V166 | 0.696 | 0.348 | 0.023 | 1.111 | 1.913 | 0.399 | 0.269 | 0.351 | 1.903 | 0.272 | 0.579 | 0.888 | 1.435 | 0.329 | 0.326 | 0.241 | 0.386 | 1.015 | 1.874 | 2.176 |
| 167 | V167 | 0.483 | 0.531 | 0.284 | 0.882 | 1.686 | 0.377 | 0.499 | 0.351 | 1.679 | 0.373 | 0.383 | 0.739 | 1.697 | 0.589 | 0.586 | 0.443 | 0.522 | 0.822 | 1.627 | 1.942 |
| 168 | V168 | 0.652 | 0.482 | 0.483 | 0.776 | 1.511 | 0.643 | 0.535 | 0.217 | 1.500 | 0.320 | 0.254 | 0.969 | 1.795 | 0.691 | 0.688 | 0.517 | 0.451 | 0.627 | 1.511 | 1.807 |
| 169 | V169 | 0.959 | 0.117 | 0.389 | 1.    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.16:** Matriz de Distancias

| d   | V101  | V102  | V103  | V104  | V105  | V106  | V107  | V108  | V109  | V110  | V111  | V112  | V113  | V114  | V115  | V116  | V117  | V118  | V119  | V120  |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 3.021 | 2.564 | 1.888 | 2.515 | 0.168 | 2.562 | 0.656 | 0.821 | 2.620 | 1.719 | 2.340 | 1.750 | 1.713 | 2.556 | 0.756 | 2.137 | 0.761 | 0.845 | 0.564 | 2.620 |
| V2  | 2.241 | 1.802 | 1.139 | 1.750 | 0.868 | 1.801 | 0.292 | 0.005 | 1.868 | 0.947 | 1.579 | 1.007 | 0.974 | 1.794 | 0.368 | 1.374 | 0.259 | 0.368 | 0.410 | 1.868 |
| V3  | 2.184 | 1.695 | 1.046 | 1.650 | 0.971 | 1.703 | 0.418 | 0.426 | 1.774 | 0.932 | 1.490 | 0.860 | 0.821 | 1.697 | 0.205 | 1.279 | 0.432 | 0.405 | 0.514 | 1.774 |
| V4  | 1.323 | 0.846 | 0.339 | 0.796 | 1.793 | 0.855 | 1.143 | 0.996 | 0.963 | 0.357 | 0.637 | 0.143 | 0.157 | 0.851 | 1.061 | 0.427 | 1.052 | 1.012 | 1.271 | 0.963 |
| V5  | 1.378 | 0.899 | 0.373 | 0.850 | 1.743 | 0.907 | 1.093 | 0.949 | 1.015 | 0.370 | 0.690 | 0.148 | 0.147 | 0.904 | 1.010 | 0.478 | 1.002 | 0.961 | 1.220 | 0.105 |
| V6  | 0.704 | 0.228 | 0.516 | 0.172 | 2.402 | 0.247 | 1.754 | 1.590 | 0.386 | 0.698 | 0.152 | 0.657 | 0.698 | 0.239 | 1.675 | 0.281 | 1.662 | 1.629 | 1.884 | 0.386 |
| V7  | 0.497 | 0.064 | 0.750 | 0.108 | 2.657 | 0.118 | 2.009 | 1.848 | 0.257 | 0.948 | 0.322 | 0.899 | 0.940 | 0.113 | 1.926 | 0.513 | 1.919 | 1.881 | 2.137 | 0.257 |
| V8  | 1.170 | 0.692 | 0.009 | 0.650 | 1.939 | 0.699 | 1.304 | 1.141 | 0.745 | 0.300 | 0.533 | 0.296 | 0.325 | 0.688 | 1.215 | 0.373 | 1.229 | 1.205 | 1.426 | 0.745 |
| V9  | 1.544 | 1.126 | 0.594 | 1.073 | 1.588 | 1.118 | 0.943 | 0.805 | 1.210 | 0.492 | 0.885 | 0.513 | 0.507 | 1.113 | 0.932 | 0.693 | 0.850 | 0.847 | 1.100 | 1.210 |
| V10 | 0.401 | 0.255 | 0.887 | 0.264 | 2.768 | 0.220 | 2.121 | 1.953 | 0.378 | 1.058 | 0.410 | 1.035 | 1.075 | 0.233 | 2.051 | 0.607 | 2.020 | 1.979 | 2.250 | 0.378 |
| V11 | 0.556 | 0.210 | 0.695 | 0.160 | 2.567 | 0.191 | 1.920 | 1.748 | 0.393 | 0.853 | 0.246 | 0.839 | 0.879 | 0.198 | 1.850 | 0.421 | 1.819 | 1.781 | 2.048 | 0.393 |
| V12 | 1.051 | 0.608 | 0.183 | 0.558 | 2.033 | 0.612 | 1.390 | 1.216 | 0.673 | 0.331 | 0.425 | 0.384 | 0.419 | 0.601 | 1.319 | 0.302 | 1.306 | 1.288 | 1.520 | 0.673 |
| V13 | 0.706 | 1.169 | 1.829 | 1.207 | 3.708 | 1.155 | 3.061 | 2.894 | 1.132 | 1.990 | 1.354 | 1.993 | 2.034 | 1.160 | 3.001 | 1.572 | 2.962 | 2.933 | 3.200 | 1.132 |
| V14 | 1.076 | 0.612 | 0.127 | 0.567 | 2.017 | 0.614 | 1.374 | 1.209 | 0.674 | 0.340 | 0.442 | 0.353 | 0.388 | 0.604 | 1.298 | 0.292 | 1.291 | 1.268 | 1.500 | 0.674 |
| V15 | 2.995 | 2.537 | 1.860 | 2.488 | 0.189 | 2.536 | 0.631 | 0.792 | 2.594 | 1.691 | 2.316 | 1.721 | 1.684 | 2.529 | 0.725 | 2.111 | 0.739 | 0.821 | 0.538 | 2.594 |
| V16 | 0.403 | 0.299 | 0.910 | 0.324 | 2.785 | 0.293 | 2.134 | 1.979 | 0.366 | 1.091 | 0.445 | 1.055 | 1.096 | 0.296 | 2.064 | 0.653 | 2.040 | 2.006 | 2.271 | 0.366 |
| V17 | 1.332 | 0.855 | 0.336 | 0.805 | 1.782 | 0.863 | 1.132 | 0.986 | 0.967 | 0.352 | 0.645 | 0.138 | 0.151 | 0.859 | 1.049 | 0.436 | 1.042 | 1.005 | 1.261 | 0.967 |
| V18 | 1.392 | 0.913 | 0.374 | 0.864 | 1.727 | 0.921 | 1.077 | 0.934 | 1.025 | 0.367 | 0.704 | 0.146 | 0.141 | 0.917 | 0.992 | 0.493 | 0.988 | 0.949 | 1.205 | 1.025 |
| V19 | 0.329 | 0.671 | 1.328 | 0.718 | 3.233 | 0.661 | 2.586 | 2.422 | 0.614 | 1.515 | 0.890 | 1.503 | 1.543 | 0.662 | 2.515 | 1.099 | 2.496 | 2.465 | 2.718 | 0.614 |
| V20 | 2.527 | 2.096 | 1.441 | 2.042 | 0.640 | 2.094 | 0.298 | 0.336 | 2.168 | 1.247 | 1.298 | 1.264 | 2.088 | 0.486 | 1.661 | 0.323 | 0.463 | 0.332 | 2.168 |       |
| V21 | 0.526 | 0.184 | 0.713 | 0.175 | 2.601 | 0.113 | 1.955 | 1.789 | 0.278 | 0.892 | 0.285 | 0.878 | 0.919 | 0.114 | 1.886 | 0.467 | 1.859 | 1.824 | 2.084 | 0.278 |
| V22 | 0.490 | 0.994 | 1.649 | 1.025 | 3.530 | 0.997 | 2.881 | 2.706 | 0.984 | 1.795 | 1.176 | 1.809 | 1.849 | 1.000 | 2.819 | 1.399 | 2.782 | 2.757 | 3.020 | 0.984 |
| V23 | 1.301 | 0.908 | 0.406 | 0.851 | 1.803 | 0.898 | 1.162 | 0.976 | 0.978 | 0.283 | 0.691 | 0.455 | 0.468 | 0.892 | 1.132 | 0.521 | 1.067 | 1.066 | 1.302 | 0.978 |
| V24 | 1.299 | 0.906 | 0.404 | 0.848 | 1.805 | 0.896 | 1.164 | 0.979 | 0.976 | 0.282 | 0.689 | 0.454 | 0.468 | 0.889 | 1.134 | 0.518 | 1.069 | 1.068 | 1.304 | 0.976 |
| V25 | 0.275 | 0.486 | 1.112 | 0.526 | 3.010 | 0.474 | 2.364 | 2.197 | 0.415 | 1.289 | 0.685 | 1.293 | 1.334 | 0.470 | 2.294 | 0.896 | 2.276 | 2.251 | 2.500 | 0.415 |
| V26 | 0.742 | 1.186 | 1.850 | 1.228 | 3.730 | 1.173 | 3.081 | 2.919 | 1.147 | 2.020 | 1.377 | 2.011 | 2.052 | 1.178 | 3.020 | 1.592 | 2.984 | 2.953 | 3.220 | 1.147 |
| V27 | 0.360 | 0.245 | 0.885 | 0.278 | 2.785 | 0.218 | 2.138 | 1.973 | 0.273 | 1.069 | 0.441 | 1.054 | 1.095 | 0.218 | 2.068 | 0.647 | 2.044 | 2.012 | 2.269 | 0.273 |
| V28 | 0.649 | 0.169 | 0.571 | 0.116 | 2.464 | 0.189 | 1.817 | 1.653 | 0.332 | 0.757 | 0.168 | 0.718 | 0.759 | 0.180 | 1.737 | 0.336 | 1.726 | 1.693 | 1.948 | 0.332 |
| V29 | 0.328 | 0.668 | 1.325 | 0.715 | 3.230 | 0.659 | 2.583 | 2.420 | 0.610 | 1.511 | 0.887 | 1.500 | 1.540 | 0.659 | 2.512 | 1.097 | 2.494 | 2.462 | 2.715 | 0.610 |
| V30 | 0.683 | 0.204 | 0.541 | 0.140 | 2.431 | 0.219 | 1.785 | 1.618 | 0.371 | 0.723 | 0.154 | 0.686 | 0.727 | 0.212 | 1.705 | 0.307 | 1.693 | 1.657 | 1.914 | 0.371 |
| V31 | 2.717 | 2.271 | 1.605 | 2.220 | 0.426 | 2.271 | 0.369 | 0.514 | 2.336 | 1.427 | 2.045 | 1.461 | 1.425 | 2.264 | 0.526 | 1.841 | 0.465 | 0.582 | 0.342 | 2.336 |
| V32 | 0.550 | 0.244 | 0.648 | 0.233 | 2.547 | 0.232 | 1.901 | 1.731 | 0.238 | 0.819 | 0.315 | 0.844 | 0.885 | 0.213 | 1.834 | 0.478 | 1.813 | 1.793 | 2.034 | 0.238 |
| V33 | 1.031 | 0.561 | 0.249 | 0.511 | 2.065 | 0.552 | 1.419 | 1.256 | 0.666 | 0.418 | 0.358 | 0.371 | 0.408 | 0.548 | 1.348 | 0.171 | 1.324 | 1.287 | 1.546 | 0.666 |
| V34 | 2.328 | 1.836 | 1.175 | 1.794 | 0.865 | 1.846 | 0.402 | 0.469 | 1.899 | 1.067 | 1.641 | 1.005 | 0.966 | 1.838 | 0.151 | 1.434 | 0.486 | 0.490 | 0.458 | 1.899 |
| V35 | 2.324 | 1.833 | 1.172 | 1.791 | 0.860 | 1.843 | 0.391 | 0.455 | 1.897 | 1.061 | 1.637 | 1.002 | 0.963 | 1.836 | 0.136 | 1.429 | 0.472 | 0.478 | 0.450 | 1.897 |
| V36 | 0.557 | 0.111 | 0.708 | 0.128 | 2.608 | 0.006 | 1.963 | 1.803 | 0.265 | 0.912 | 0.289 | 0.863 | 0.903 | 0.035 | 1.884 | 0.462 | 1.869 | 1.827 | 2.087 | 0.265 |
| V37 | 0.558 | 0.114 | 0.713 | 0.132 | 2.611 | 0.015 | 1.966 | 1.806 | 0.272 | 0.916 | 0.292 | 0.866 | 0.906 | 0.045 | 1.887 | 0.463 | 1.872 | 1.829 | 2.090 | 0.272 |
| V38 | 2.818 | 2.336 | 1.661 | 2.292 | 0.404 | 2.340 | 0.517 | 0.691 | 2.392 | 1.525 | 2.132 | 1.507 | 1.468 | 2.333 | 0.484 | 1.921 | 0.652 | 0.690 | 0.423 | 2.392 |
| V39 | 2.331 | 1.887 | 1.216 | 1.836 | 0.786 | 1.888 | 0.268 | 0.121 | 1.948 | 1.030 | 1.669 | 1.086 | 1.052 | 1.880 | 0.342 | 1.466 | 0.293 | 0.410 | 0.351 | 1.948 |
| V40 | 2.350 | 1.871 | 1.207 | 1.825 | 0.785 | 1.878 | 0.296 | 0.370 | 1.941 | 1.073 | 1.663 | 1.038 | 1.000 | 1.871 | 0.004 | 1.453 | 0.372 | 0.397 | 0.372 | 1.941 |
| V41 | 0.742 | 1.186 | 1.850 | 1.228 | 3.730 | 1.173 | 3.081 | 2.919 | 1.147 | 2.020 | 1.377 | 2.011 | 2.052 | 1.178 | 3.020 | 1.592 | 2.984 | 2.953 | 3.220 | 1.147 |
| V42 | 0.590 | 1.041 | 1.701 | 1.086 | 3.600 | 1.036 | 2.951 | 2.786 | 0.978 | 1.874 | 1.249 | 1.872 | 1.913 | 1.036 | 2.885 | 1.470 | 2.860 | 2.834 | 3.088 | 0.978 |
| V43 | 0.482 | 0.188 | 0.762 | 0.214 | 2.663 | 0.145 | 2.018 | 1.856 | 0.188 | 0.955 | 0.357 | 0.939 | 0.980 | 0.133 | 1.946 | 0.547 | 1.927 | 1.897 | 2.147 | 0.188 |
| V44 | 0.428 | 0.234 | 0.822 | 0.268 | 2.723 | 0.204 | 2.077 | 1.915 | 0.194 | 1.013 | 0.418 | 1.002 | 1.043 | 0.194 | 2.008 | 0.612 | 1.987 | 1.959 | 2.208 | 0.194 |
| V45 | 0.432 | 0.234 | 0.819 | 0.269 | 2.720 | 0.207 | 2.075 | 1.913 | 0.184 | 1.010 | 0.418 | 1.000 | 0.196 | 2.005 | 0.613 | 1.986 | 1.959 | 2.206 | 0.184 |       |
| V46 | 0.829 | 0.331 | 0.513 | 0.294 | 2.347 | 0.357 | 1.701 | 1.555 | 0.513 | 0.716 | 0.215 | 0.593 | 0.631 | 0.356 | 1.610 | 0.262 | 1.611 | 1.563 | 1.829 | 0.513 |
| V47 | 0.742 | 1.233 | 1.898 | 1.271 | 3.787 | 1.232 | 3.139 | 2.968 | 1.202 | 2.055 | 1.426 | 2.060 | 2.101 | 1.235 | 3.075 | 1.651 | 3.041 | 3.015 | 3.278 | 1.202 |
| V48 | 3.051 | 2.599 | 1.924 | 2.549 | 0.184 | 2.595 | 0.695 | 0.841 | 2.660 | 1.746 | 2.374 | 1.787 | 1.750 | 2.590 | 0.801 | 2.168 | 0.785 | 0.861 | 0.598 | 2.660 |
| V49 | 3.080 | 2.654 | 1.991 | 2.599 | 0.443 | 2.647 | 0.811 | 0.889 | 2.718 | 1.787 | 2.424 | 1.858 | 1.823 | 2.642 | 0.935 | 2.220 | 0.868 | 0.949 | 0.737 | 2.718 |
| V50 | 2.305 | 1.838 | 1.206 | 1.788 | 0.867 | 1.828 | 0.339 | 0.370 | 1.929 | 1.065 | 1.612 | 1.038 | 1.003 | 1.827 | 0.412 | 1.386 | 0.235 | 0.381 | 0.382 | 1.929 |
| V51 | 1.186 | 0.739 | 0.366 | 0.    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.17: Matriz de Distancias**

| d   | V101 | V102  | V103  | V104  | V105  | V106  | V107  | V108  | V109  | V110  | V111  | V112  | V113  | V114  | V115  | V116  | V117  | V118  | V119  | V120  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 2.529 | 2.080 | 1.420 | 2.029 | 0.586 | 2.078 | 0.189 | 0.338 | 2.148 | 1.245 | 1.852 | 1.271 | 1.235 | 2.072 | 0.393 | 1.646 | 0.262 | 0.403 | 0.240 | 2.148 |
| 62  | V62  | 0.330 | 0.670 | 1.328 | 0.718 | 3.233 | 0.662 | 2.586 | 2.423 | 0.613 | 1.515 | 0.890 | 1.502 | 1.543 | 0.662 | 2.515 | 1.100 | 2.497 | 2.466 | 2.719 | 0.613 |
| 63  | V63  | 3.046 | 2.599 | 1.928 | 2.548 | 0.230 | 2.594 | 0.705 | 0.839 | 2.663 | 1.744 | 2.370 | 1.791 | 1.754 | 2.589 | 0.820 | 2.164 | 0.781 | 0.854 | 0.613 | 2.663 |
| 64  | V64  | 0.557 | 0.116 | 0.663 | 0.062 | 2.562 | 0.152 | 1.914 | 1.747 | 0.297 | 0.845 | 0.233 | 0.813 | 0.854 | 0.140 | 1.834 | 0.431 | 1.823 | 1.790 | 2.045 | 0.297 |
| 65  | V65  | 0.571 | 0.207 | 0.684 | 0.164 | 2.547 | 0.188 | 1.896 | 1.731 | 0.388 | 0.848 | 0.211 | 0.818 | 0.859 | 0.195 | 1.829 | 0.391 | 1.797 | 1.760 | 2.029 | 0.388 |
| 66  | V66  | 0.618 | 0.094 | 0.616 | 0.052 | 2.525 | 0.149 | 1.878 | 1.716 | 0.285 | 0.818 | 0.236 | 0.766 | 0.806 | 0.135 | 1.791 | 0.399 | 1.790 | 1.753 | 2.004 | 0.285 |
| 67  | V67  | 2.743 | 2.298 | 1.633 | 2.248 | 0.410 | 2.298 | 0.396 | 0.540 | 2.363 | 1.453 | 2.072 | 1.488 | 1.452 | 2.292 | 0.551 | 1.868 | 0.490 | 0.605 | 0.362 | 2.363 |
| 68  | V68  | 2.606 | 2.129 | 1.459 | 2.083 | 0.562 | 2.130 | 0.363 | 0.501 | 2.194 | 1.321 | 1.917 | 1.306 | 1.269 | 2.125 | 0.323 | 1.704 | 0.470 | 0.495 | 0.312 | 2.194 |
| 69  | V69  | 0.520 | 0.289 | 0.871 | 0.346 | 2.776 | 0.302 | 2.135 | 1.982 | 0.209 | 1.092 | 1.039 | 1.079 | 0.289 | 0.043 | 0.695 | 2.058 | 2.023 | 2.264 | 0.209 |       |
| 70  | V70  | 1.626 | 1.162 | 0.524 | 1.113 | 1.473 | 1.162 | 0.825 | 0.669 | 1.240 | 0.408 | 0.957 | 0.382 | 0.357 | 1.156 | 0.756 | 0.739 | 0.744 | 0.722 | 0.950 | 1.240 |
| 71  | V71  | 1.048 | 0.606 | 0.185 | 0.555 | 2.036 | 0.610 | 1.392 | 1.219 | 0.671 | 0.333 | 0.422 | 0.387 | 0.421 | 0.599 | 1.321 | 0.300 | 1.308 | 1.290 | 1.523 | 0.671 |
| 72  | V72  | 1.304 | 0.814 | 0.287 | 0.767 | 1.816 | 0.825 | 1.167 | 1.023 | 0.921 | 0.354 | 0.619 | 0.081 | 1.110 | 0.820 | 1.075 | 0.413 | 1.084 | 1.045 | 1.293 | 0.921 |
| 73  | V73  | 1.352 | 0.860 | 0.317 | 0.814 | 1.772 | 0.871 | 1.125 | 0.983 | 0.967 | 0.362 | 0.655 | 0.070 | 0.080 | 0.866 | 1.031 | 0.456 | 1.042 | 1.001 | 1.249 | 0.967 |
| 74  | V74  | 0.566 | 0.060 | 0.672 | 0.020 | 2.577 | 0.116 | 1.930 | 1.767 | 0.283 | 0.868 | 0.256 | 0.820 | 0.860 | 0.108 | 1.846 | 0.436 | 1.839 | 1.801 | 2.057 | 0.283 |
| 75  | V75  | 0.429 | 0.219 | 0.850 | 0.227 | 2.734 | 0.180 | 2.088 | 1.921 | 0.351 | 1.026 | 0.379 | 0.999 | 1.039 | 0.193 | 2.016 | 0.574 | 1.988 | 1.947 | 2.216 | 0.351 |
| 76  | V76  | 0.276 | 0.396 | 1.065 | 0.445 | 2.980 | 0.401 | 2.333 | 2.170 | 0.368 | 1.258 | 0.634 | 1.235 | 1.275 | 0.398 | 2.254 | 0.844 | 2.245 | 2.212 | 2.463 | 0.368 |
| 77  | V77  | 0.295 | 0.351 | 1.026 | 0.401 | 2.941 | 0.362 | 2.293 | 2.131 | 0.340 | 1.220 | 0.594 | 1.191 | 1.232 | 0.360 | 2.213 | 0.804 | 2.206 | 2.172 | 2.423 | 0.340 |
| 78  | V78  | 1.294 | 0.872 | 0.271 | 0.818 | 1.799 | 0.874 | 1.174 | 0.978 | 0.928 | 0.052 | 0.676 | 0.368 | 0.381 | 0.864 | 1.104 | 0.522 | 1.089 | 1.090 | 1.304 | 0.928 |
| 79  | V79  | 2.545 | 2.101 | 1.442 | 2.049 | 0.577 | 2.099 | 0.222 | 0.346 | 2.171 | 1.260 | 1.872 | 1.295 | 1.259 | 2.093 | 0.423 | 1.666 | 0.282 | 0.422 | 0.266 | 2.171 |
| 80  | V80  | 1.223 | 0.764 | 0.570 | 0.769 | 2.220 | 0.798 | 1.625 | 1.506 | 0.707 | 0.804 | 0.773 | 0.698 | 0.718 | 0.778 | 1.492 | 0.742 | 1.598 | 1.574 | 1.734 | 0.707 |
| 81  | V81  | 1.228 | 0.768 | 0.570 | 0.773 | 2.217 | 0.801 | 1.622 | 1.504 | 0.711 | 0.804 | 0.776 | 0.697 | 0.718 | 0.782 | 1.489 | 0.744 | 1.595 | 1.572 | 1.731 | 0.711 |
| 82  | V82  | 0.432 | 0.216 | 0.846 | 0.224 | 2.730 | 0.177 | 2.083 | 1.916 | 0.351 | 1.022 | 0.375 | 0.995 | 1.035 | 1.019 | 2.012 | 0.570 | 1.984 | 1.943 | 2.211 | 0.351 |
| 83  | V83  | 0.549 | 0.249 | 0.745 | 0.292 | 2.661 | 0.261 | 2.022 | 1.863 | 0.007 | 0.957 | 0.447 | 0.943 | 0.982 | 0.237 | 1.939 | 0.613 | 1.945 | 1.920 | 2.149 | 0.007 |
| 84  | V84  | 1.513 | 1.075 | 0.419 | 1.022 | 1.588 | 1.079 | 0.971 | 0.773 | 1.132 | 0.201 | 0.874 | 0.405 | 0.395 | 1.070 | 0.896 | 0.698 | 0.896 | 0.900 | 1.097 | 1.132 |
| 85  | V85  | 2.316 | 1.846 | 1.209 | 1.797 | 0.846 | 1.838 | 0.307 | 0.356 | 1.935 | 1.070 | 1.622 | 1.038 | 1.002 | 1.836 | 0.375 | 1.397 | 0.219 | 0.039 | 0.350 | 1.935 |
| 86  | V86  | 0.858 | 0.529 | 0.790 | 0.567 | 2.645 | 0.566 | 2.030 | 1.881 | 0.405 | 1.031 | 0.705 | 0.977 | 1.010 | 0.545 | 1.912 | 0.793 | 1.977 | 1.946 | 2.138 | 0.405 |
| 87  | V87  | 0.371 | 0.235 | 0.874 | 0.267 | 2.775 | 0.207 | 2.127 | 1.963 | 0.263 | 1.059 | 0.432 | 1.043 | 1.084 | 0.207 | 2.057 | 0.637 | 2.034 | 2.002 | 2.258 | 0.263 |
| 88  | V88  | 0.683 | 0.204 | 0.541 | 0.140 | 2.431 | 0.219 | 1.785 | 1.618 | 0.371 | 0.723 | 0.154 | 0.686 | 0.727 | 0.212 | 1.705 | 0.307 | 1.693 | 1.657 | 1.914 | 0.371 |
| 89  | V89  | 2.303 | 1.835 | 1.203 | 1.785 | 0.866 | 1.826 | 0.324 | 0.367 | 1.926 | 1.064 | 1.609 | 1.029 | 0.993 | 1.824 | 0.395 | 1.384 | 0.223 | 0.003 | 0.374 | 1.926 |
| 90  | V90  | 0.572 | 0.066 | 0.665 | 0.011 | 2.569 | 0.120 | 1.922 | 1.759 | 0.287 | 0.860 | 0.249 | 0.812 | 0.853 | 0.112 | 1.838 | 0.429 | 1.831 | 1.793 | 2.049 | 0.287 |
| 91  | V91  | 1.053 | 0.519 | 0.304 | 0.495 | 2.144 | 0.528 | 1.507 | 1.365 | 0.602 | 0.568 | 0.434 | 0.405 | 0.439 | 0.521 | 1.402 | 0.301 | 1.432 | 1.380 | 1.619 | 0.602 |
| 92  | V92  | 1.384 | 1.003 | 0.929 | 1.027 | 2.473 | 1.037 | 1.913 | 1.804 | 0.896 | 1.150 | 1.094 | 1.055 | 1.072 | 1.018 | 1.766 | 1.089 | 1.902 | 1.876 | 2.000 | 0.896 |
| 93  | V93  | 1.037 | 1.471 | 2.141 | 1.518 | 4.036 | 1.460 | 3.389 | 3.228 | 1.414 | 2.320 | 1.681 | 2.306 | 2.347 | 1.464 | 3.322 | 1.894 | 3.295 | 3.261 | 3.523 | 1.414 |
| 94  | V94  | 0.320 | 0.352 | 1.016 | 0.405 | 2.935 | 0.370 | 2.289 | 2.126 | 0.314 | 1.214 | 0.602 | 1.186 | 1.226 | 0.364 | 2.205 | 0.810 | 2.204 | 2.172 | 2.418 | 0.314 |
| 95  | V95  | 0.322 | 0.349 | 1.013 | 0.402 | 2.932 | 0.367 | 2.286 | 2.123 | 0.311 | 1.211 | 0.600 | 1.183 | 1.223 | 0.361 | 2.202 | 0.807 | 2.201 | 2.169 | 2.415 | 0.311 |
| 96  | V96  | 0.402 | 0.262 | 0.810 | 0.278 | 2.705 | 0.240 | 2.057 | 1.888 | 0.237 | 0.979 | 0.412 | 0.993 | 1.034 | 0.229 | 1.994 | 0.604 | 1.965 | 1.943 | 2.190 | 0.237 |
| 97  | V97  | 0.537 | 0.297 | 0.802 | 0.292 | 2.651 | 0.219 | 2.006 | 1.842 | 0.392 | 0.970 | 0.361 | 0.952 | 0.991 | 0.234 | 1.947 | 0.514 | 1.903 | 1.862 | 2.135 | 0.392 |
| 98  | V98  | 1.389 | 0.950 | 0.415 | 0.896 | 1.730 | 0.927 | 1.096 | 0.923 | 1.037 | 0.346 | 0.730 | 0.400 | 0.403 | 0.925 | 1.061 | 0.515 | 0.984 | 0.948 | 1.215 | 1.037 |
| 99  | V99  | 2.321 | 1.832 | 1.170 | 1.789 | 0.859 | 1.841 | 0.385 | 0.449 | 1.896 | 1.058 | 1.634 | 1.000 | 0.961 | 1.834 | 0.128 | 1.427 | 0.466 | 0.472 | 0.446 | 1.896 |
| 100 | V100 | 2.574 | 2.129 | 1.467 | 2.078 | 0.550 | 2.129 | 0.243 | 0.370 | 2.197 | 1.286 | 1.902 | 1.321 | 1.286 | 2.123 | 0.430 | 1.697 | 0.322 | 0.460 | 0.269 | 2.197 |
| 101 | V101 | 0.000 | 0.555 | 1.176 | 0.579 | 3.066 | 0.558 | 2.417 | 2.240 | 0.545 | 1.324 | 0.736 | 1.348 | 1.389 | 0.557 | 2.353 | 0.951 | 2.321 | 2.302 | 2.553 | 0.545 |
| 102 | V102 | 0.555 | 0.000 | 0.698 | 0.076 | 2.608 | 0.109 | 1.961 | 1.801 | 0.250 | 0.905 | 0.295 | 0.846 | 0.887 | 0.084 | 1.874 | 0.471 | 1.872 | 1.833 | 2.086 | 0.250 |
| 103 | V103 | 1.176 | 0.698 | 0.000 | 0.656 | 1.935 | 0.705 | 1.300 | 1.138 | 0.750 | 0.300 | 0.540 | 0.295 | 0.323 | 0.694 | 1.210 | 0.380 | 1.226 | 1.202 | 1.421 | 0.750 |
| 104 | V104 | 0.579 | 0.076 | 0.656 | 0.000 | 2.559 | 0.126 | 1.912 | 1.749 | 0.293 | 0.850 | 0.241 | 0.802 | 0.843 | 0.118 | 1.828 | 0.420 | 1.821 | 1.784 | 2.039 | 0.293 |
| 105 | V105 | 3.066 | 2.608 | 1.935 | 2.559 | 0.000 | 2.605 | 0.691 | 0.869 | 2.666 | 1.768 | 2.382 | 1.789 | 1.752 | 2.599 | 0.781 | 2.177 | 0.796 | 0.868 | 0.604 | 2.666 |
| 106 | V106 | 0.558 | 0.109 | 0.705 | 0.126 | 2.605 | 0.000 | 1.960 | 1.800 | 0.261 | 0.908 | 0.287 | 0.860 | 0.900 | 0.030 | 1.881 | 0.460 | 1.866 | 1.825 | 2.084 | 0.261 |
| 107 | V107 | 2.417 | 1.961 | 1.300 | 1.912 | 0.691 | 1.960 | 0.000 | 0.293 | 2.027 | 1.143 | 1.738 | 1.146 | 1.111 | 1.954 | 0.293 | 1.529 | 0.181 | 0.325 | 0.217 | 2.027 |
| 108 | V108 | 2.240 | 1.801 | 1.138 | 1.749 | 0.869 | 1.800 | 0.293 | 0.000 | 1.868 | 0.946 | 1.578 | 1.006 | 0.973 | 1.793 | 0.369 | 1.373 | 0.258 | 0.367 | 0.411 | 1.868 |
| 109 | V109 | 0.545 | 0.250 | 0.750 | 0.293 | 2.666 | 0.261 | 2.027 | 1.    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.18: Matriz de Distancias**

| d   | V101 | V102  | V103  | V104  | V105  | V106  | V107  | V108  | V109  | V110  | V111  | V112  | V113  | V114  | V115  | V116  | V117  | V118  | V119  | V120  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 2.549 | 2.133 | 1.482 | 2.078 | 0.667 | 2.124 | 0.439 | 0.418 | 2.199 | 1.270 | 1.898 | 1.360 | 1.328 | 2.119 | 0.601 | 1.696 | 0.425 | 0.538 | 0.474 | 2.199 |
| 122 | V122 | 1.328 | 0.934 | 0.417 | 0.877 | 1.776 | 0.924 | 1.137 | 0.951 | 1.003 | 0.282 | 0.718 | 0.459 | 0.470 | 0.917 | 1.108 | 0.543 | 1.042 | 1.042 | 1.276 | 1.003 |
| 123 | V123 | 1.301 | 0.908 | 0.406 | 0.851 | 1.803 | 0.898 | 1.162 | 0.976 | 0.978 | 0.283 | 0.691 | 0.455 | 0.468 | 0.892 | 1.132 | 0.521 | 1.067 | 1.066 | 1.302 | 0.978 |
| 124 | V124 | 0.599 | 0.260 | 0.598 | 0.238 | 2.494 | 0.247 | 1.848 | 1.678 | 0.267 | 0.766 | 0.289 | 0.794 | 0.834 | 0.229 | 1.783 | 0.437 | 1.760 | 1.741 | 1.981 | 0.267 |
| 125 | V125 | 0.875 | 0.361 | 0.433 | 0.315 | 2.284 | 0.346 | 1.644 | 1.488 | 0.505 | 0.639 | 0.232 | 0.542 | 0.580 | 0.346 | 1.557 | 0.194 | 1.550 | 1.500 | 1.765 | 0.505 |
| 126 | V126 | 1.141 | 0.973 | 0.896 | 0.917 | 2.331 | 1.015 | 1.738 | 1.531 | 1.087 | 0.821 | 0.870 | 0.954 | 0.975 | 1.008 | 1.675 | 0.875 | 1.645 | 1.655 | 1.866 | 1.087 |
| 127 | V127 | 2.187 | 1.698 | 1.048 | 1.653 | 0.968 | 1.706 | 0.415 | 0.424 | 1.777 | 0.934 | 1.493 | 0.863 | 0.824 | 1.700 | 0.202 | 1.281 | 0.429 | 0.402 | 0.511 | 1.777 |
| 128 | V128 | 3.553 | 3.170 | 2.851 | 3.186 | 3.115 | 3.204 | 2.970 | 2.992 | 3.070 | 2.956 | 3.206 | 2.873 | 2.861 | 3.185 | 2.804 | 3.133 | 3.074 | 3.074 | 2.948 | 3.070 |
| 129 | V129 | 0.553 | 0.038 | 0.690 | 0.050 | 2.598 | 0.102 | 1.951 | 1.789 | 0.266 | 0.891 | 0.279 | 0.841 | 0.881 | 0.093 | 1.867 | 0.457 | 1.861 | 1.822 | 2.077 | 0.266 |
| 130 | V130 | 1.106 | 0.654 | 0.165 | 0.605 | 1.977 | 0.652 | 1.333 | 1.165 | 0.721 | 0.309 | 0.455 | 0.349 | 0.381 | 1.643 | 1.265 | 0.299 | 1.248 | 1.226 | 1.466 | 0.721 |
| 131 | V131 | 0.456 | 0.321 | 0.942 | 0.383 | 2.861 | 0.354 | 2.219 | 2.062 | 0.237 | 1.158 | 0.582 | 1.114 | 1.154 | 0.341 | 2.126 | 0.772 | 2.143 | 2.111 | 2.346 | 0.237 |
| 132 | V132 | 0.458 | 0.319 | 0.939 | 0.381 | 2.859 | 0.353 | 2.217 | 2.060 | 0.234 | 1.156 | 0.581 | 1.111 | 1.151 | 0.340 | 2.124 | 0.770 | 2.140 | 2.108 | 2.343 | 0.234 |
| 133 | V133 | 1.306 | 0.809 | 0.264 | 0.764 | 1.821 | 0.823 | 1.176 | 1.031 | 0.910 | 0.353 | 0.625 | 0.047 | 0.086 | 0.817 | 1.075 | 0.426 | 1.098 | 1.059 | 1.298 | 0.910 |
| 134 | V134 | 1.348 | 0.850 | 0.290 | 0.805 | 1.782 | 0.864 | 1.139 | 0.997 | 0.950 | 0.358 | 0.665 | 0.023 | 0.047 | 0.858 | 1.036 | 0.464 | 1.062 | 1.022 | 1.260 | 0.950 |
| 135 | V135 | 2.789 | 2.329 | 1.653 | 2.281 | 0.380 | 2.329 | 0.435 | 0.587 | 2.387 | 1.489 | 2.115 | 1.510 | 1.473 | 2.322 | 0.530 | 1.904 | 0.553 | 0.638 | 0.333 | 2.387 |
| 136 | V136 | 1.339 | 0.836 | 0.335 | 0.815 | 1.914 | 0.838 | 1.306 | 1.174 | 0.844 | 0.529 | 0.738 | 0.426 | 0.437 | 0.827 | 1.190 | 0.588 | 1.257 | 1.218 | 1.409 | 0.844 |
| 137 | V137 | 0.869 | 0.406 | 0.319 | 0.360 | 2.231 | 0.421 | 1.585 | 1.416 | 0.482 | 0.518 | 0.290 | 0.509 | 0.548 | 0.407 | 1.506 | 0.266 | 1.502 | 1.477 | 1.711 | 0.482 |
| 138 | V138 | 0.548 | 0.202 | 0.700 | 0.219 | 2.621 | 0.246 | 1.976 | 1.809 | 0.199 | 0.896 | 0.393 | 0.877 | 0.917 | 0.224 | 1.888 | 0.557 | 1.895 | 1.869 | 2.101 | 0.199 |
| 139 | V139 | 1.186 | 0.743 | 0.190 | 0.698 | 1.912 | 0.734 | 1.268 | 1.103 | 0.798 | 0.301 | 0.569 | 0.356 | 0.380 | 0.727 | 1.209 | 0.385 | 1.181 | 1.162 | 1.391 | 0.798 |
| 140 | V140 | 2.838 | 2.356 | 1.683 | 2.312 | 0.376 | 2.359 | 0.519 | 0.701 | 2.415 | 1.545 | 2.150 | 1.527 | 1.488 | 2.352 | 0.501 | 1.937 | 0.651 | 0.684 | 0.419 | 2.415 |
| 141 | V141 | 0.367 | 0.595 | 1.230 | 0.649 | 3.143 | 0.594 | 2.500 | 2.339 | 0.496 | 1.429 | 0.832 | 1.415 | 1.456 | 0.589 | 2.421 | 1.035 | 2.417 | 2.389 | 2.630 | 0.496 |
| 142 | V142 | 0.374 | 0.858 | 1.516 | 0.897 | 3.415 | 0.861 | 2.766 | 2.595 | 0.822 | 1.679 | 1.060 | 1.683 | 1.724 | 0.861 | 2.698 | 1.284 | 2.672 | 2.648 | 2.902 | 0.822 |
| 143 | V143 | 2.989 | 2.533 | 1.857 | 2.484 | 0.187 | 2.532 | 0.626 | 0.786 | 2.591 | 1.686 | 2.311 | 1.719 | 1.682 | 2.525 | 0.726 | 2.106 | 0.731 | 0.816 | 0.536 | 2.591 |
| 144 | V144 | 1.103 | 0.652 | 0.169 | 0.603 | 1.979 | 0.649 | 1.336 | 1.168 | 0.720 | 0.311 | 0.452 | 0.351 | 0.384 | 0.641 | 1.268 | 0.297 | 1.250 | 1.228 | 1.468 | 0.720 |
| 145 | V145 | 3.014 | 2.558 | 1.882 | 2.509 | 0.167 | 2.555 | 0.651 | 0.811 | 2.615 | 1.711 | 2.335 | 1.743 | 1.706 | 2.549 | 0.750 | 2.130 | 0.753 | 0.835 | 0.557 | 2.615 |
| 146 | V146 | 2.923 | 2.470 | 1.790 | 2.423 | 0.370 | 2.476 | 0.608 | 0.739 | 2.521 | 1.623 | 2.260 | 1.657 | 1.620 | 2.468 | 0.682 | 2.061 | 0.741 | 0.844 | 0.525 | 2.521 |
| 147 | V147 | 3.019 | 2.562 | 1.886 | 2.513 | 0.167 | 2.559 | 0.654 | 0.815 | 2.619 | 1.716 | 2.339 | 1.747 | 1.710 | 2.553 | 0.753 | 2.134 | 0.756 | 0.837 | 0.558 | 2.619 |
| 148 | V148 | 0.366 | 0.596 | 1.232 | 0.649 | 3.145 | 0.595 | 2.501 | 2.340 | 0.498 | 1.430 | 0.833 | 1.417 | 1.457 | 0.590 | 2.423 | 1.036 | 2.418 | 2.390 | 2.631 | 0.498 |
| 149 | V149 | 0.935 | 1.427 | 2.095 | 1.465 | 3.982 | 1.427 | 3.333 | 3.162 | 1.397 | 2.249 | 1.621 | 2.255 | 2.296 | 1.430 | 3.270 | 1.844 | 3.235 | 3.208 | 3.472 | 1.397 |
| 150 | V150 | 0.949 | 0.484 | 0.401 | 0.431 | 2.180 | 0.469 | 1.531 | 1.374 | 0.635 | 0.553 | 0.283 | 0.476 | 0.513 | 0.472 | 1.463 | 0.047 | 1.429 | 1.381 | 1.658 | 0.635 |
| 151 | V151 | 2.098 | 1.628 | 0.967 | 1.577 | 1.019 | 1.627 | 0.453 | 0.327 | 1.706 | 0.807 | 1.410 | 0.822 | 0.788 | 1.622 | 0.368 | 1.198 | 0.392 | 0.370 | 0.554 | 1.706 |
| 152 | V152 | 3.045 | 2.559 | 1.929 | 2.548 | 0.233 | 2.594 | 0.706 | 0.839 | 2.663 | 1.744 | 2.370 | 1.791 | 1.755 | 2.589 | 0.822 | 2.164 | 0.780 | 0.854 | 0.615 | 2.663 |
| 153 | V153 | 1.002 | 0.601 | 0.454 | 0.547 | 2.133 | 0.562 | 1.494 | 1.330 | 0.718 | 0.542 | 0.381 | 0.553 | 0.584 | 0.565 | 1.454 | 0.243 | 1.381 | 1.341 | 1.622 | 0.718 |
| 154 | V154 | 1.037 | 1.471 | 2.141 | 1.518 | 4.036 | 1.460 | 3.389 | 3.228 | 1.414 | 2.320 | 1.681 | 2.306 | 2.347 | 1.464 | 3.322 | 1.894 | 3.295 | 3.261 | 3.523 | 1.414 |
| 155 | V155 | 0.335 | 0.537 | 1.145 | 0.563 | 2.997 | 0.508 | 2.349 | 2.191 | 0.541 | 1.309 | 0.671 | 1.301 | 1.342 | 0.514 | 2.292 | 0.878 | 2.251 | 2.221 | 2.490 | 0.541 |
| 156 | V156 | 2.555 | 2.088 | 1.423 | 2.041 | 0.602 | 2.086 | 0.219 | 0.411 | 2.156 | 1.278 | 1.876 | 1.268 | 1.231 | 2.081 | 0.370 | 1.658 | 0.313 | 0.377 | 0.006 | 2.156 |
| 157 | V157 | 0.696 | 1.151 | 1.815 | 1.197 | 3.715 | 1.147 | 3.067 | 2.901 | 1.091 | 1.988 | 1.361 | 1.985 | 2.026 | 1.148 | 2.999 | 1.581 | 2.975 | 2.948 | 3.204 | 1.091 |
| 158 | V158 | 2.809 | 2.365 | 1.700 | 2.314 | 0.364 | 2.365 | 0.458 | 0.605 | 2.432 | 1.520 | 2.138 | 1.556 | 1.520 | 2.359 | 0.609 | 1.934 | 0.549 | 0.660 | 0.413 | 2.432 |
| 159 | V159 | 0.496 | 0.234 | 0.706 | 0.236 | 2.606 | 0.219 | 1.959 | 1.790 | 0.214 | 0.878 | 0.347 | 0.898 | 0.939 | 0.201 | 1.893 | 0.524 | 1.871 | 1.849 | 2.092 | 0.214 |
| 160 | V160 | 0.360 | 0.289 | 0.932 | 0.338 | 2.843 | 0.280 | 2.197 | 2.036 | 0.246 | 1.130 | 0.516 | 1.109 | 1.149 | 0.274 | 2.121 | 0.719 | 2.110 | 2.078 | 2.328 | 0.246 |
| 161 | V161 | 3.020 | 2.565 | 1.889 | 2.516 | 0.175 | 2.562 | 0.656 | 0.816 | 2.621 | 1.718 | 2.341 | 1.751 | 1.714 | 2.556 | 0.761 | 2.137 | 0.758 | 0.844 | 0.564 | 2.621 |
| 162 | V162 | 0.552 | 0.247 | 0.646 | 0.235 | 2.545 | 0.233 | 1.899 | 1.729 | 0.244 | 0.817 | 0.316 | 0.843 | 0.884 | 0.215 | 1.833 | 0.476 | 1.810 | 1.790 | 2.032 | 0.244 |
| 163 | V163 | 0.503 | 0.196 | 0.728 | 0.186 | 2.613 | 0.136 | 1.967 | 1.800 | 0.286 | 0.903 | 0.291 | 0.895 | 0.935 | 0.136 | 1.901 | 0.482 | 1.871 | 1.837 | 2.098 | 0.286 |
| 164 | V164 | 0.453 | 0.723 | 1.385 | 0.766 | 3.262 | 0.698 | 2.616 | 2.460 | 0.710 | 1.569 | 0.916 | 1.537 | 1.577 | 0.706 | 2.547 | 1.116 | 2.519 | 2.477 | 2.749 | 0.710 |
| 165 | V165 | 0.600 | 1.051 | 1.710 | 1.106 | 3.610 | 1.045 | 2.961 | 2.796 | 0.987 | 1.884 | 1.259 | 1.882 | 1.923 | 1.046 | 2.894 | 1.479 | 2.870 | 2.844 | 3.098 | 0.987 |
| 166 | V166 | 0.559 | 0.236 | 0.728 | 0.277 | 2.645 | 0.248 | 2.006 | 1.846 | 0.028 | 0.941 | 0.431 | 0.925 | 0.964 | 0.224 | 1.922 | 0.594 | 1.928 | 1.902 | 2.132 | 0.028 |
| 167 | V167 | 0.804 | 0.369 | 0.500 | 0.370 | 2.402 | 0.380 | 1.770 | 1.612 | 0.290 | 0.728 | 0.416 | 0.713 | 0.750 | 0.357 | 1.680 | 0.482 | 1.701 | 1.678 | 1.892 | 0.290 |
| 168 | V168 | 0.871 | 0.356 | 0.410 | 0.312 | 2.278 | 0.343 | 1.637 | 1.481 | 0.486 | 0.625 | 0.229 | 0.539 | 0.578 | 0.340 | 1.550 | 0.193 | 1.546 | 1.498 | 1.759 | 0.486 |
|     |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.19:** Matriz de Distancias

| d   | V121  | V122  | V123    | V124  | V125  | V126  | V127  | V128  | V129  | V130  | V131  | V132  | V133  | V134  | V135  | V136  | V137  | V138  | V139  | V140  |
|-----|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 0.630 | 1.729 | 1.756   | 2.449 | 2.244 | 2.279 | 0.943 | 3.079 | 2.554 | 1.931 | 2.816 | 2.813 | 1.781 | 1.743 | 0.304 | 1.870 | 2.184 | 2.575 | 1.864 | 0.377 |
| V2  | 0.418 | 0.952 | 0.977   | 1.679 | 1.489 | 1.533 | 0.424 | 2.990 | 1.790 | 1.166 | 2.063 | 2.060 | 1.032 | 0.997 | 0.586 | 1.174 | 1.417 | 1.810 | 1.104 | 0.700 |
| V3  | 0.727 | 0.972 | 0.994   | 1.616 | 1.377 | 1.538 | 0.005 | 2.789 | 1.688 | 1.101 | 1.951 | 1.948 | 0.895 | 0.856 | 0.717 | 1.029 | 1.337 | 1.715 | 1.052 | 0.687 |
| V4  | 1.334 | 0.389 | 0.383   | 0.780 | 0.543 | 0.902 | 0.885 | 3.006 | 0.837 | 0.330 | 1.131 | 1.129 | 0.130 | 0.133 | 1.519 | 0.526 | 0.513 | 0.889 | 0.344 | 1.550 |
| V5  | 1.288 | 0.402 | 0.400   | 0.834 | 0.592 | 0.928 | 0.834 | 2.997 | 0.890 | 0.374 | 1.184 | 1.181 | 0.152 | 0.138 | 1.469 | 0.542 | 0.565 | 0.942 | 0.376 | 1.499 |
| V6  | 1.917 | 0.720 | 0.694   | 0.224 | 0.224 | 0.844 | 1.502 | 3.155 | 0.213 | 0.450 | 0.528 | 0.526 | 0.616 | 0.658 | 2.125 | 0.707 | 0.228 | 0.313 | 0.548 | 2.160 |
| V7  | 2.176 | 0.972 | 0.945   | 0.273 | 0.409 | 0.979 | 1.750 | 3.222 | 0.068 | 0.698 | 0.299 | 0.298 | 0.861 | 0.902 | 2.379 | 0.894 | 0.453 | 0.217 | 0.788 | 2.409 |
| V8  | 1.485 | 0.415 | 0.403   | 0.592 | 0.427 | 0.893 | 1.053 | 2.857 | 0.684 | 0.159 | 0.937 | 0.935 | 0.264 | 0.291 | 1.657 | 0.339 | 0.313 | 0.695 | 0.188 | 1.688 |
| V9  | 1.111 | 0.362 | 0.369   | 1.010 | 0.842 | 1.101 | 0.799 | 3.124 | 1.113 | 0.539 | 1.394 | 1.391 | 0.511 | 0.502 | 1.333 | 0.739 | 0.790 | 1.166 | 0.529 | 1.393 |
| V10 | 2.266 | 1.053 | 1.026   | 0.370 | 0.521 | 1.039 | 1.877 | 3.398 | 0.241 | 0.813 | 0.378 | 0.379 | 0.996 | 1.037 | 2.494 | 1.044 | 0.591 | 0.366 | 0.900 | 2.533 |
| V11 | 2.063 | 0.860 | 0.834   | 0.264 | 0.352 | 0.873 | 1.678 | 3.312 | 0.179 | 0.619 | 0.481 | 0.480 | 0.800 | 0.840 | 2.291 | 0.889 | 0.402 | 0.321 | 0.709 | 2.334 |
| V12 | 1.548 | 0.399 | 0.378   | 0.483 | 0.373 | 0.795 | 1.158 | 2.991 | 0.596 | 0.098 | 0.865 | 0.862 | 0.343 | 0.377 | 1.752 | 0.473 | 0.221 | 0.614 | 0.207 | 1.797 |
| V13 | 3.197 | 1.972 | 1.944   | 1.249 | 1.487 | 1.790 | 2.831 | 3.995 | 1.172 | 1.754 | 0.977 | 0.980 | 1.954 | 1.995 | 3.440 | 1.949 | 1.529 | 1.187 | 1.837 | 3.482 |
| V14 | 1.543 | 0.409 | 0.390   | 0.498 | 0.361 | 0.851 | 1.136 | 2.953 | 0.603 | 0.088 | 0.869 | 0.867 | 0.314 | 0.348 | 1.736 | 0.414 | 0.234 | 0.625 | 0.170 | 1.774 |
| V15 | 0.611 | 1.703 | 1.731   | 2.424 | 2.217 | 2.250 | 0.912 | 3.055 | 2.527 | 1.905 | 2.789 | 2.786 | 1.753 | 1.715 | 0.267 | 1.841 | 2.157 | 2.547 | 1.838 | 0.348 |
| V16 | 2.301 | 1.093 | 1.065   | 0.388 | 0.581 | 1.070 | 1.889 | 3.374 | 0.302 | 0.836 | 0.358 | 0.358 | 1.016 | 1.057 | 2.516 | 1.059 | 0.622 | 0.371 | 0.928 | 2.548 |
| V17 | 1.325 | 0.385 | 0.380   | 0.786 | 0.552 | 0.908 | 0.874 | 2.995 | 0.845 | 0.330 | 1.137 | 1.135 | 0.127 | 0.127 | 1.508 | 0.520 | 0.519 | 0.895 | 0.344 | 1.539 |
| V18 | 1.275 | 0.403 | 0.402   | 0.845 | 0.606 | 0.939 | 0.817 | 2.982 | 0.904 | 0.379 | 1.195 | 1.192 | 0.152 | 0.135 | 1.453 | 0.536 | 0.575 | 0.953 | 0.380 | 1.482 |
| V19 | 2.741 | 1.515 | 1.487   | 0.761 | 1.001 | 1.420 | 2.344 | 3.531 | 0.678 | 1.268 | 0.457 | 0.460 | 1.464 | 1.506 | 2.956 | 1.433 | 1.032 | 0.683 | 1.347 | 2.992 |
| V20 | 0.267 | 1.233 | 1.259   | 1.973 | 1.781 | 1.774 | 0.615 | 3.150 | 2.083 | 1.462 | 2.362 | 2.360 | 1.325 | 1.289 | 0.398 | 1.482 | 1.713 | 2.111 | 1.397 | 0.582 |
| V21 | 2.106 | 0.894 | 0.868   | 0.201 | 0.377 | 0.991 | 1.716 | 3.258 | 0.167 | 0.642 | 0.394 | 0.393 | 0.839 | 0.880 | 2.326 | 0.862 | 0.425 | 0.276 | 0.724 | 2.364 |
| V22 | 3.009 | 1.793 | 1.765   | 1.073 | 1.321 | 1.513 | 2.648 | 3.908 | 0.995 | 1.574 | 0.834 | 0.837 | 1.768 | 1.809 | 3.257 | 1.803 | 1.340 | 1.005 | 1.659 | 3.306 |
| V23 | 1.281 | 0.041 | 0.000   | 0.762 | 0.645 | 0.896 | 0.995 | 3.104 | 0.891 | 0.331 | 1.171 | 1.169 | 0.431 | 0.441 | 1.526 | 0.619 | 0.556 | 0.925 | 0.319 | 1.597 |
| V24 | 1.283 | 0.039 | 0.006   | 0.760 | 0.643 | 0.896 | 0.997 | 3.103 | 0.888 | 0.329 | 1.169 | 1.166 | 0.430 | 0.440 | 1.528 | 0.618 | 0.554 | 0.923 | 0.316 | 1.599 |
| V25 | 2.516 | 1.293 | 1.265   | 0.545 | 0.803 | 1.251 | 2.127 | 3.400 | 0.491 | 1.049 | 0.312 | 0.315 | 1.254 | 1.295 | 2.732 | 1.226 | 0.819 | 0.487 | 1.132 | 2.772 |
| V26 | 3.226 | 2.002 | 1.973   | 1.273 | 1.506 | 1.835 | 2.847 | 3.985 | 1.192 | 1.776 | 0.986 | 0.990 | 1.972 | 2.013 | 3.462 | 1.962 | 1.551 | 1.207 | 1.858 | 3.500 |
| V27 | 2.292 | 1.073 | 1.046   | 0.326 | 0.552 | 1.078 | 1.896 | 3.328 | 0.244 | 0.820 | 0.279 | 0.279 | 1.014 | 1.056 | 2.510 | 1.023 | 0.588 | 0.308 | 0.903 | 2.547 |
| V28 | 1.981 | 0.778 | 0.751   | 0.202 | 0.257 | 0.885 | 1.564 | 3.165 | 0.155 | 0.509 | 0.464 | 0.462 | 0.678 | 0.720 | 2.188 | 0.745 | 0.280 | 0.267 | 0.607 | 2.221 |
| V29 | 2.738 | 1.512 | 1.484   | 0.758 | 0.998 | 1.418 | 2.341 | 3.526 | 0.675 | 1.265 | 0.453 | 0.456 | 1.461 | 1.503 | 2.953 | 1.429 | 1.029 | 0.680 | 1.344 | 2.989 |
| V30 | 1.946 | 0.749 | 0.723   | 0.227 | 0.223 | 0.850 | 1.532 | 3.162 | 0.184 | 0.480 | 0.504 | 0.503 | 0.646 | 0.687 | 2.154 | 0.729 | 0.249 | 0.294 | 0.579 | 2.189 |
| V31 | 0.373 | 1.425 | 1.451   | 2.153 | 1.955 | 1.970 | 0.695 | 3.089 | 2.260 | 1.637 | 2.530 | 2.527 | 1.490 | 1.452 | 0.222 | 1.614 | 1.891 | 2.285 | 1.571 | 0.417 |
| V32 | 2.051 | 0.838 | 0.812   | 0.063 | 0.416 | 0.921 | 1.670 | 3.183 | 0.236 | 0.584 | 0.414 | 0.412 | 0.802 | 0.843 | 2.268 | 0.810 | 0.363 | 0.227 | 0.660 | 2.311 |
| V33 | 1.582 | 0.440 | 0.419   | 0.476 | 0.273 | 0.852 | 1.180 | 3.059 | 0.549 | 0.158 | 0.846 | 0.844 | 0.333 | 0.370 | 1.789 | 0.496 | 0.234 | 0.611 | 0.246 | 1.828 |
| V34 | 0.731 | 1.116 | 1.138   | 1.754 | 1.523 | 1.687 | 0.203 | 2.668 | 1.831 | 1.243 | 2.077 | 2.074 | 1.041 | 1.002 | 0.611 | 1.124 | 1.473 | 1.846 | 1.189 | 0.549 |
| V35 | 0.718 | 1.109 | 1.131   | 1.750 | 1.520 | 1.679 | 0.192 | 2.683 | 1.828 | 1.238 | 2.075 | 2.073 | 1.038 | 0.998 | 0.606 | 1.125 | 1.470 | 1.844 | 1.184 | 0.548 |
| V36 | 2.127 | 0.926 | 0.901   | 0.251 | 0.348 | 1.017 | 1.709 | 3.208 | 0.103 | 0.655 | 0.355 | 0.354 | 0.826 | 0.867 | 2.332 | 0.842 | 0.425 | 0.250 | 0.738 | 2.362 |
| V37 | 2.130 | 0.930 | 0.905   | 0.259 | 0.350 | 1.019 | 1.712 | 3.213 | 0.107 | 0.659 | 0.358 | 0.357 | 0.829 | 0.870 | 2.335 | 0.846 | 0.431 | 0.257 | 0.741 | 2.365 |
| V38 | 0.674 | 1.556 | 1.582   | 2.239 | 2.016 | 2.120 | 0.668 | 2.800 | 2.329 | 1.722 | 2.579 | 2.576 | 1.542 | 1.502 | 0.300 | 1.606 | 1.964 | 2.344 | 1.657 | 0.054 |
| V39 | 0.395 | 1.047 | 1.073   | 1.765 | 1.575 | 1.614 | 0.442 | 2.939 | 1.876 | 1.253 | 2.143 | 2.140 | 1.113 | 1.077 | 0.496 | 1.237 | 1.499 | 1.891 | 1.188 | 0.615 |
| V40 | 0.605 | 1.106 | 1.130   | 1.780 | 1.554 | 1.673 | 0.198 | 2.802 | 1.864 | 1.262 | 2.123 | 2.120 | 1.072 | 1.033 | 0.534 | 1.186 | 1.503 | 1.885 | 1.206 | 0.504 |
| V41 | 3.226 | 2.002 | 1.973   | 1.273 | 1.506 | 1.835 | 2.847 | 3.985 | 1.192 | 1.776 | 0.986 | 0.990 | 1.972 | 2.013 | 3.462 | 1.962 | 1.551 | 1.207 | 1.858 | 3.500 |
| V42 | 3.099 | 1.873 | 1.845   | 1.121 | 1.373 | 1.702 | 2.715 | 3.792 | 0.109 | 1.638 | 0.813 | 0.816 | 1.833 | 1.875 | 3.326 | 1.807 | 1.400 | 1.037 | 1.719 | 3.365 |
| V43 | 2.178 | 0.966 | 0.940   | 0.222 | 0.449 | 1.050 | 1.777 | 3.219 | 0.187 | 0.703 | 0.300 | 0.299 | 0.900 | 0.942 | 2.387 | 0.891 | 0.474 | 0.242 | 0.784 | 2.423 |
| V44 | 2.237 | 1.020 | 0.994   | 0.263 | 0.518 | 1.078 | 1.839 | 3.249 | 0.236 | 0.763 | 0.274 | 0.273 | 0.962 | 1.004 | 2.447 | 0.948 | 0.533 | 0.264 | 0.841 | 2.484 |
| V45 | 2.236 | 1.020 | 0.993   | 0.261 | 0.519 | 1.079 | 1.836 | 3.240 | 0.238 | 0.760 | 0.267 | 0.267 | 0.960 | 1.002 | 2.445 | 0.944 | 0.531 | 0.259 | 0.840 | 2.481 |
| V46 | 1.890 | 0.758 | 0.733   | 0.403 | 0.226 | 0.876 | 1.428 | 3.124 | 0.327 | 0.465 | 0.619 | 0.617 | 0.558 | 0.596 | 2.077 | 0.693 | 0.306 | 0.432 | 0.568 | 2.096 |
| V47 | 3.272 | 2.026 | 1.318   | 1.564 | 1.786 | 2.903 | 4.039 | 1.237 | 1.828 | 1.037 | 1.040 | 2.020 | 2.062 | 3.516 | 2.032 | 1.591 | 1.238 | 1.913 | 3.561 |       |
| V48 | 0.609 | 1.753 | 1.781   | 2.483 | 2.276 | 2.296 | 0.984 | 3.152 | 2.588 | 1.965 | 2.856 | 2.853 | 1.818 | 1.780 | 0.348 | 1.914 | 2.219 | 2.610 | 1.897 | 0.433 |
| V49 | 0.591 | 1.777 | 1.804   | 2.527 | 2.332 | 2.303 | 1.108 | 3.338 | 2.640 | 2.018 | 2.917 | 2.914 | 1.886 | 1.850 | 0.518 | 2.002 | 2.271 | 2.662 | 1.951 | 0.658 |
| V50 | 0.531 | 1.039 | 1.064   | 1.744 | 1.504 | 1.660 | 0.421 | 3.083 | 1.827 | 1.230 | 2.116 | 2.113 | 1.070 | 1.033 | 0.638 | 1.223 | 1.483 | 1.874 | 1.164 | 0.688 |
| V51 | 1.662 | 0.665 | 0.652</ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.20: Matriz de Distancias**

| d   | V121 | V122  | V123  | V124  | V125  | V126  | V127  | V128  | V129  | V130  | V131  | V132  | V133  | V134  | V135  | V136  | V137  | V138  | V139  | V140  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 0.331 | 1.237 | 1.264 | 1.964 | 1.761 | 1.813 | 0.537 | 3.056 | 2.069 | 1.449 | 2.342 | 2.340 | 1.299 | 1.262 | 0.330 | 1.434 | 1.703 | 2.097 | 1.384 | 0.484 |
| 62  | V62  | 2.741 | 1.515 | 1.488 | 0.761 | 1.001 | 1.420 | 2.344 | 3.528 | 0.678 | 1.268 | 0.455 | 0.458 | 1.464 | 1.505 | 2.956 | 1.432 | 1.032 | 0.682 | 1.348 | 2.992 |
| 63  | V63  | 0.581 | 1.747 | 1.774 | 2.481 | 2.274 | 2.283 | 0.999 | 3.216 | 2.587 | 1.964 | 2.860 | 2.857 | 1.820 | 1.783 | 0.380 | 1.927 | 2.219 | 2.612 | 1.896 | 0.482 |
| 64  | V64  | 2.075 | 0.870 | 0.843 | 0.220 | 0.335 | 0.894 | 1.660 | 3.208 | 0.091 | 0.604 | 0.389 | 0.388 | 0.774 | 0.815 | 2.284 | 0.834 | 0.359 | 0.219 | 0.702 | 2.319 |
| 65  | V65  | 2.048 | 0.840 | 0.813 | 0.251 | 0.344 | 0.899 | 1.656 | 3.311 | 0.184 | 0.599 | 0.483 | 0.482 | 0.778 | 0.819 | 2.274 | 0.871 | 0.396 | 0.334 | 0.692 | 2.314 |
| 66  | V66  | 2.048 | 0.851 | 0.825 | 0.231 | 0.288 | 0.916 | 1.616 | 3.137 | 0.082 | 0.573 | 0.392 | 0.390 | 0.727 | 0.768 | 2.245 | 0.769 | 0.323 | 0.207 | 0.665 | 2.274 |
| 67  | V67  | 0.385 | 1.451 | 1.477 | 2.180 | 1.983 | 1.992 | 0.721 | 3.102 | 2.287 | 1.664 | 2.558 | 2.555 | 1.517 | 1.479 | 0.223 | 1.642 | 1.918 | 2.312 | 1.598 | 0.420 |
| 68  | V68  | 0.570 | 1.341 | 1.365 | 2.033 | 1.809 | 1.914 | 0.489 | 2.855 | 2.121 | 1.510 | 2.380 | 2.377 | 1.340 | 1.301 | 0.344 | 1.426 | 1.759 | 2.142 | 1.446 | 0.296 |
| 69  | V69  | 2.320 | 1.123 | 1.097 | 0.405 | 0.577 | 1.180 | 1.870 | 3.117 | 0.311 | 0.837 | 0.153 | 0.151 | 1.004 | 1.044 | 2.498 | 0.941 | 0.605 | 0.282 | 0.922 | 2.517 |
| 70  | V70  | 1.013 | 0.403 | 0.422 | 1.058 | 0.852 | 1.100 | 0.606 | 2.907 | 1.152 | 0.551 | 1.428 | 1.426 | 0.401 | 0.372 | 1.188 | 0.595 | 0.794 | 1.180 | 0.490 | 1.231 |
| 71  | V71  | 1.550 | 0.400 | 0.379 | 0.480 | 0.372 | 0.794 | 1.161 | 2.994 | 0.593 | 0.099 | 0.862 | 0.860 | 0.345 | 0.379 | 1.755 | 0.475 | 0.219 | 0.612 | 0.209 | 1.800 |
| 72  | V72  | 1.370 | 0.414 | 0.407 | 0.753 | 0.511 | 0.917 | 0.899 | 2.940 | 0.806 | 0.306 | 1.090 | 1.087 | 0.057 | 0.073 | 1.539 | 0.460 | 0.477 | 0.850 | 0.324 | 1.564 |
| 73  | V73  | 1.331 | 0.423 | 0.419 | 0.800 | 0.555 | 0.940 | 0.853 | 2.928 | 0.853 | 0.343 | 1.136 | 1.133 | 0.074 | 0.059 | 1.496 | 0.471 | 0.522 | 0.896 | 0.349 | 1.519 |
| 74  | V74  | 2.096 | 0.894 | 0.868 | 0.243 | 0.330 | 0.931 | 1.670 | 3.189 | 0.031 | 0.622 | 0.366 | 0.364 | 0.781 | 0.822 | 2.298 | 0.827 | 0.376 | 0.215 | 0.714 | 2.329 |
| 75  | V75  | 2.236 | 1.024 | 0.997 | 0.340 | 0.483 | 1.027 | 1.842 | 3.361 | 0.204 | 0.779 | 0.366 | 0.366 | 0.961 | 1.001 | 2.460 | 1.004 | 0.555 | 0.336 | 0.866 | 2.497 |
| 76  | V76  | 2.494 | 1.274 | 1.246 | 0.513 | 0.738 | 1.201 | 2.081 | 3.357 | 0.404 | 1.013 | 0.220 | 0.222 | 1.196 | 1.238 | 2.702 | 1.181 | 0.767 | 0.417 | 1.096 | 2.734 |
| 77  | V77  | 2.457 | 1.238 | 1.211 | 0.480 | 0.696 | 1.168 | 2.039 | 3.334 | 0.361 | 0.975 | 0.195 | 0.197 | 1.153 | 1.194 | 2.662 | 1.145 | 0.726 | 0.379 | 1.060 | 2.694 |
| 78  | V78  | 1.303 | 0.287 | 0.286 | 0.734 | 0.608 | 0.816 | 0.961 | 2.950 | 0.885 | 0.282 | 1.124 | 1.122 | 0.345 | 0.353 | 1.518 | 0.504 | 0.486 | 0.862 | 0.270 | 1.573 |
| 79  | V79  | 0.299 | 1.251 | 1.278 | 1.983 | 1.783 | 1.815 | 0.566 | 3.091 | 2.090 | 1.468 | 2.365 | 2.362 | 1.323 | 1.286 | 0.330 | 1.463 | 1.723 | 2.117 | 1.403 | 0.497 |
| 80  | V80  | 1.871 | 0.918 | 0.906 | 0.750 | 0.676 | 1.258 | 1.337 | 2.447 | 0.778 | 0.668 | 0.834 | 0.831 | 0.686 | 0.705 | 1.941 | 0.435 | 0.608 | 0.714 | 0.704 | 1.927 |
| 81  | V81  | 1.869 | 0.918 | 0.906 | 0.753 | 0.678 | 1.259 | 1.334 | 2.444 | 0.782 | 0.669 | 0.838 | 0.835 | 0.685 | 0.704 | 1.938 | 0.434 | 0.611 | 0.718 | 0.704 | 1.923 |
| 82  | V82  | 2.232 | 1.020 | 0.993 | 0.337 | 0.479 | 1.025 | 1.837 | 3.359 | 0.201 | 0.775 | 0.368 | 0.368 | 0.956 | 0.997 | 2.456 | 1.000 | 0.551 | 0.335 | 0.862 | 2.493 |
| 83  | V83  | 2.195 | 0.999 | 0.974 | 0.265 | 0.502 | 0.105 | 1.772 | 3.066 | 0.265 | 0.717 | 0.240 | 0.238 | 0.905 | 0.946 | 2.382 | 0.839 | 0.478 | 0.197 | 0.794 | 2.410 |
| 84  | V84  | 1.107 | 0.367 | 0.381 | 0.948 | 0.788 | 0.940 | 0.761 | 2.882 | 1.062 | 0.459 | 1.327 | 1.324 | 0.406 | 0.391 | 1.306 | 0.566 | 0.685 | 1.068 | 0.425 | 1.360 |
| 85  | V85  | 0.527 | 1.052 | 1.077 | 1.753 | 1.513 | 1.668 | 0.391 | 3.051 | 1.835 | 1.237 | 2.122 | 2.119 | 1.070 | 1.033 | 0.612 | 1.221 | 1.489 | 1.881 | 1.172 | 0.657 |
| 86  | V86  | 2.234 | 1.127 | 1.107 | 0.581 | 0.664 | 1.237 | 1.748 | 2.713 | 0.549 | 0.836 | 0.451 | 0.448 | 0.950 | 0.983 | 2.358 | 0.771 | 0.626 | 0.430 | 0.891 | 2.362 |
| 87  | V87  | 2.282 | 1.064 | 1.037 | 0.317 | 0.541 | 1.074 | 1.885 | 3.317 | 0.234 | 0.809 | 0.276 | 0.276 | 1.004 | 1.045 | 2.499 | 1.011 | 0.577 | 0.299 | 0.893 | 2.536 |
| 88  | V88  | 1.946 | 0.749 | 0.723 | 0.227 | 0.223 | 0.850 | 1.532 | 3.162 | 0.184 | 0.480 | 0.504 | 0.503 | 0.646 | 0.687 | 2.154 | 0.729 | 0.249 | 0.294 | 0.579 | 2.189 |
| 89  | V89  | 0.537 | 1.043 | 1.068 | 1.742 | 1.501 | 1.656 | 0.402 | 3.072 | 1.824 | 1.228 | 2.112 | 2.109 | 1.060 | 1.023 | 0.636 | 1.219 | 1.479 | 1.871 | 1.164 | 0.682 |
| 90  | V90  | 2.088 | 0.887 | 0.861 | 0.240 | 0.323 | 0.925 | 1.663 | 3.187 | 0.039 | 0.615 | 0.373 | 0.372 | 0.774 | 0.815 | 2.291 | 0.822 | 0.369 | 0.217 | 0.707 | 2.322 |
| 91  | V91  | 1.713 | 0.630 | 0.614 | 0.511 | 0.269 | 1.003 | 1.224 | 2.853 | 0.520 | 0.347 | 0.759 | 0.757 | 0.379 | 0.413 | 1.862 | 0.369 | 0.297 | 0.552 | 0.398 | 1.873 |
| 92  | V92  | 2.166 | 1.275 | 1.264 | 1.017 | 0.992 | 1.540 | 1.623 | 2.191 | 1.022 | 1.036 | 0.968 | 0.965 | 1.047 | 1.064 | 2.191 | 0.744 | 0.939 | 0.916 | 1.053 | 2.161 |
| 93  | V93  | 3.538 | 2.310 | 2.283 | 1.567 | 1.795 | 2.132 | 3.150 | 4.107 | 1.479 | 2.079 | 1.240 | 1.243 | 2.269 | 2.310 | 3.765 | 2.230 | 1.844 | 1.480 | 2.157 | 3.800 |
| 94  | V94  | 2.456 | 1.239 | 1.212 | 0.478 | 0.698 | 1.173 | 2.032 | 3.288 | 0.364 | 0.971 | 0.149 | 0.152 | 1.148 | 1.189 | 2.655 | 1.127 | 0.719 | 0.359 | 1.056 | 2.685 |
| 95  | V95  | 2.453 | 1.236 | 1.209 | 0.475 | 0.695 | 1.171 | 2.029 | 3.286 | 0.361 | 0.968 | 0.147 | 0.150 | 1.145 | 1.186 | 2.652 | 1.124 | 0.716 | 0.356 | 1.053 | 2.682 |
| 96  | V96  | 2.205 | 0.987 | 0.960 | 0.219 | 0.528 | 1.010 | 1.828 | 3.286 | 0.258 | 0.742 | 0.335 | 0.335 | 0.952 | 0.993 | 2.428 | 0.960 | 0.514 | 0.269 | 0.818 | 2.472 |
| 97  | V97  | 2.148 | 0.939 | 0.914 | 0.328 | 0.449 | 1.070 | 1.777 | 3.364 | 0.281 | 0.717 | 0.473 | 0.472 | 0.914 | 0.954 | 2.380 | 0.947 | 0.533 | 0.413 | 0.795 | 2.422 |
| 98  | V98  | 1.224 | 0.271 | 0.280 | 0.836 | 0.630 | 1.013 | 0.914 | 3.084 | 0.934 | 0.380 | 1.231 | 1.229 | 0.393 | 0.392 | 1.459 | 0.584 | 0.607 | 0.988 | 0.335 | 1.517 |
| 99  | V99  | 0.712 | 1.105 | 1.127 | 1.748 | 1.518 | 1.675 | 0.175 | 2.690 | 1.826 | 1.236 | 2.074 | 2.071 | 0.306 | 0.996 | 0.604 | 1.125 | 1.468 | 1.842 | 1.182 | 0.548 |
| 100 | V100 | 0.313 | 1.281 | 1.308 | 2.011 | 1.813 | 1.836 | 0.582 | 3.075 | 2.118 | 1.496 | 2.391 | 2.389 | 1.349 | 1.312 | 0.300 | 1.486 | 1.749 | 2.144 | 1.431 | 0.474 |
| 101 | V101 | 2.549 | 1.328 | 1.301 | 0.599 | 0.875 | 1.141 | 2.187 | 3.553 | 0.553 | 1.106 | 0.456 | 0.458 | 1.306 | 1.348 | 2.789 | 1.339 | 0.869 | 0.548 | 1.186 | 2.838 |
| 102 | V102 | 2.133 | 0.934 | 0.908 | 0.260 | 0.361 | 0.973 | 1.698 | 3.170 | 0.038 | 0.654 | 0.321 | 0.319 | 0.809 | 0.850 | 2.329 | 0.836 | 0.406 | 0.202 | 0.743 | 2.356 |
| 103 | V103 | 1.482 | 0.417 | 0.406 | 0.598 | 0.433 | 0.896 | 1.048 | 2.851 | 0.690 | 0.165 | 0.942 | 0.939 | 0.264 | 0.290 | 0.653 | 0.335 | 0.319 | 0.700 | 0.190 | 1.683 |
| 104 | V104 | 2.078 | 0.877 | 0.851 | 0.238 | 0.315 | 0.917 | 1.653 | 3.186 | 0.050 | 0.605 | 0.383 | 0.381 | 0.764 | 0.805 | 2.281 | 0.815 | 0.360 | 0.219 | 0.698 | 2.312 |
| 105 | V105 | 0.667 | 1.776 | 1.803 | 2.494 | 2.284 | 2.331 | 0.968 | 3.115 | 2.598 | 1.977 | 2.861 | 2.859 | 1.821 | 1.782 | 0.380 | 1.914 | 2.231 | 2.621 | 1.912 | 0.376 |
| 106 | V106 | 2.124 | 0.924 | 0.898 | 0.247 | 0.346 | 1.015 | 1.706 | 3.204 | 0.102 | 0.652 | 0.354 | 0.353 | 0.823 | 0.864 | 2.329 | 0.838 | 0.421 | 0.246 | 0.734 | 2.359 |
| 107 | V107 | 0.439 | 1.137 | 1.162 | 1.848 | 1.644 | 1.738 | 0.415 | 2.970 | 1.951 | 1.333 | 2.219 | 2.217 | 1.176 | 1.139 | 0.435 | 1.306 | 1.585 | 1.976 | 1.268 | 0.519 |
| 108 | V108 | 0.418 | 0.951 | 0.976 | 1.678 | 1.488 | 1.531 | 0.424 | 2.992 | 1.789 | 1.165 | 2.062 | 2.060 | 1.031 | 0.997 | 0.587 | 1.174 | 1.416 | 1.809 | 1.103 | 0.701 |
| 109 | V109 | 2.199 | 1.003 | 0.978 | 0.267 | 0.505 | 1.087 | 1.    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.21: Matriz de Distancias**

| d   | V121 | V122  | V123  | V124  | V125  | V126  | V127  | V128  | V129  | V130  | V131  | V132  | V133  | V134  | V135  | V136  | V137  | V138  | V139  | V140  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 0.000 | 1.253 | 1.281 | 1.998 | 1.817 | 1.801 | 0.724 | 3.228 | 2.119 | 1.495 | 2.401 | 2.398 | 1.383 | 1.350 | 0.482 | 1.524 | 1.753 | 2.146 | 1.429 | 0.666 |
| 122 | V122 | 1.253 | 0.000 | 0.041 | 0.788 | 0.667 | 0.910 | 0.974 | 3.098 | 0.917 | 0.351 | 1.197 | 1.195 | 0.437 | 0.445 | 1.499 | 0.622 | 0.580 | 0.950 | 0.327 | 1.571 |
| 123 | V123 | 1.281 | 0.041 | 0.000 | 0.762 | 0.645 | 0.896 | 0.995 | 3.104 | 0.891 | 0.331 | 1.171 | 1.169 | 0.431 | 0.441 | 1.526 | 0.619 | 0.556 | 0.925 | 0.319 | 1.597 |
| 124 | V124 | 1.998 | 0.788 | 0.762 | 0.000 | 0.378 | 0.901 | 1.619 | 3.162 | 0.249 | 0.533 | 0.455 | 0.453 | 0.752 | 0.793 | 2.216 | 0.767 | 0.314 | 0.248 | 0.610 | 2.260 |
| 125 | V125 | 1.817 | 0.667 | 0.645 | 0.378 | 0.000 | 0.933 | 1.379 | 3.076 | 0.348 | 0.393 | 0.649 | 0.647 | 0.509 | 0.547 | 2.011 | 0.590 | 0.248 | 0.447 | 0.483 | 2.034 |
| 126 | V126 | 1.801 | 0.910 | 0.896 | 0.901 | 0.933 | 0.000 | 1.539 | 3.447 | 0.953 | 0.853 | 1.183 | 1.182 | 0.922 | 0.943 | 2.057 | 1.178 | 0.808 | 0.954 | 0.894 | 2.139 |
| 127 | V127 | 0.724 | 0.974 | 0.995 | 1.619 | 1.379 | 1.539 | 0.000 | 2.792 | 1.691 | 1.104 | 1.954 | 1.951 | 0.898 | 0.858 | 0.713 | 1.033 | 1.339 | 1.718 | 1.054 | 0.684 |
| 128 | V128 | 3.228 | 3.098 | 3.104 | 3.162 | 3.076 | 3.447 | 2.792 | 0.000 | 3.187 | 2.991 | 3.141 | 3.139 | 2.892 | 2.880 | 2.963 | 2.601 | 3.012 | 3.087 | 2.964 | 2.838 |
| 129 | V129 | 2.119 | 0.917 | 0.891 | 0.249 | 0.348 | 0.953 | 1.691 | 3.187 | 0.000 | 0.643 | 0.342 | 0.340 | 0.803 | 0.844 | 2.319 | 0.838 | 0.396 | 0.209 | 0.732 | 2.349 |
| 130 | V130 | 1.495 | 0.351 | 0.331 | 0.533 | 0.393 | 0.853 | 1.104 | 2.991 | 0.643 | 0.000 | 0.915 | 0.913 | 0.309 | 0.341 | 1.699 | 0.445 | 0.283 | 0.675 | 1.163 | 1.741 |
| 131 | V131 | 2.401 | 1.197 | 1.171 | 0.455 | 0.649 | 1.183 | 1.954 | 3.141 | 0.342 | 0.915 | 0.000 | 0.003 | 1.078 | 1.118 | 2.580 | 1.024 | 0.663 | 0.302 | 0.998 | 2.602 |
| 132 | V132 | 2.398 | 1.195 | 1.169 | 0.453 | 0.647 | 1.182 | 1.951 | 3.139 | 0.340 | 0.913 | 0.003 | 0.000 | 1.076 | 1.116 | 2.577 | 1.021 | 0.660 | 0.300 | 0.996 | 2.599 |
| 133 | V133 | 1.383 | 0.437 | 0.431 | 0.752 | 0.509 | 0.922 | 0.898 | 2.892 | 0.803 | 0.309 | 1.078 | 1.076 | 0.000 | 0.042 | 1.542 | 0.425 | 0.468 | 0.839 | 0.326 | 1.562 |
| 134 | V134 | 1.350 | 0.445 | 0.441 | 0.793 | 0.547 | 0.943 | 0.858 | 2.880 | 0.844 | 0.341 | 1.118 | 1.116 | 0.042 | 0.000 | 1.503 | 0.433 | 0.508 | 0.879 | 0.348 | 1.523 |
| 135 | V135 | 0.482 | 1.499 | 1.526 | 2.216 | 2.011 | 2.057 | 0.713 | 2.963 | 2.319 | 1.699 | 2.580 | 2.577 | 1.542 | 1.503 | 0.000 | 1.630 | 1.948 | 2.336 | 1.627 | 0.289 |
| 136 | V136 | 1.524 | 0.622 | 0.619 | 0.767 | 0.590 | 1.178 | 1.033 | 2.601 | 0.838 | 0.445 | 1.024 | 1.021 | 0.425 | 0.433 | 1.630 | 0.000 | 0.547 | 0.826 | 0.421 | 1.630 |
| 137 | V137 | 1.753 | 0.580 | 0.556 | 0.314 | 0.248 | 0.808 | 1.339 | 3.012 | 0.396 | 0.283 | 0.663 | 0.660 | 0.468 | 0.508 | 1.948 | 0.547 | 0.000 | 0.413 | 0.376 | 1.986 |
| 138 | V138 | 2.146 | 0.950 | 0.925 | 0.248 | 0.447 | 0.954 | 1.718 | 3.087 | 0.209 | 0.675 | 0.302 | 0.300 | 0.839 | 0.879 | 2.336 | 0.826 | 0.413 | 0.000 | 0.754 | 2.367 |
| 139 | V139 | 1.429 | 0.327 | 0.319 | 0.610 | 0.483 | 0.894 | 1.054 | 2.964 | 0.732 | 0.163 | 0.998 | 0.996 | 0.326 | 0.348 | 1.627 | 0.421 | 0.376 | 0.754 | 0.000 | 1.675 |
| 140 | V140 | 0.666 | 1.571 | 1.597 | 2.260 | 2.034 | 2.139 | 0.684 | 2.838 | 2.349 | 1.741 | 2.602 | 2.599 | 1.562 | 1.523 | 0.289 | 1.630 | 1.986 | 2.367 | 1.675 | 0.000 |
| 141 | V141 | 2.665 | 1.441 | 1.414 | 0.683 | 0.926 | 1.389 | 2.252 | 3.367 | 0.607 | 1.185 | 0.334 | 0.337 | 1.378 | 1.419 | 2.864 | 1.316 | 0.944 | 0.583 | 1.262 | 2.895 |
| 142 | V142 | 2.908 | 1.688 | 1.660 | 0.938 | 1.194 | 1.462 | 2.528 | 3.719 | 0.863 | 1.451 | 0.665 | 0.668 | 1.643 | 1.684 | 3.140 | 1.650 | 1.209 | 0.851 | 1.534 | 3.183 |
| 143 | V143 | 0.599 | 1.696 | 1.724 | 2.419 | 2.213 | 2.243 | 0.912 | 3.072 | 2.523 | 1.900 | 2.786 | 2.783 | 1.750 | 1.712 | 0.269 | 1.841 | 2.153 | 2.543 | 1.833 | 0.360 |
| 144 | V144 | 1.497 | 0.350 | 0.330 | 0.530 | 0.391 | 0.851 | 1.107 | 2.996 | 0.640 | 0.005 | 0.914 | 0.911 | 0.312 | 0.343 | 1.701 | 0.449 | 0.282 | 0.673 | 0.164 | 1.744 |
| 145 | V145 | 0.618 | 1.721 | 1.748 | 2.443 | 2.236 | 2.271 | 0.936 | 3.084 | 2.548 | 1.925 | 2.810 | 2.808 | 1.775 | 1.737 | 0.297 | 1.864 | 2.178 | 2.568 | 1.857 | 0.372 |
| 146 | V146 | 0.625 | 1.645 | 1.671 | 2.354 | 2.162 | 2.163 | 0.868 | 2.940 | 2.462 | 1.841 | 2.713 | 2.710 | 1.687 | 1.649 | 0.266 | 1.771 | 2.084 | 2.470 | 1.774 | 0.383 |
| 147 | V147 | 0.622 | 1.725 | 1.753 | 2.447 | 2.240 | 2.276 | 0.939 | 3.084 | 2.552 | 1.929 | 2.815 | 2.812 | 1.778 | 1.740 | 0.298 | 1.867 | 2.182 | 2.572 | 1.861 | 0.372 |
| 148 | V148 | 2.666 | 1.442 | 1.415 | 0.683 | 0.927 | 1.389 | 2.254 | 3.370 | 0.608 | 1.186 | 0.336 | 0.339 | 1.379 | 1.420 | 2.865 | 1.318 | 0.945 | 0.585 | 1.263 | 2.897 |
| 149 | V149 | 3.465 | 2.245 | 2.216 | 1.515 | 1.757 | 1.957 | 3.098 | 4.195 | 1.431 | 2.024 | 1.228 | 1.231 | 2.215 | 2.257 | 3.711 | 2.228 | 1.787 | 1.432 | 2.109 | 3.757 |
| 150 | V150 | 1.692 | 0.539 | 0.517 | 0.445 | 0.216 | 0.859 | 1.289 | 3.169 | 0.468 | 0.315 | 0.790 | 0.788 | 0.440 | 0.477 | 1.908 | 0.618 | 0.287 | 0.572 | 0.393 | 1.944 |
| 151 | V151 | 0.631 | 0.836 | 0.861 | 1.529 | 1.302 | 1.432 | 0.297 | 2.910 | 1.617 | 1.007 | 1.894 | 1.891 | 0.852 | 0.815 | 0.756 | 0.987 | 1.258 | 1.648 | 0.953 | 0.788 |
| 152 | V152 | 0.580 | 1.746 | 1.774 | 2.481 | 2.275 | 2.283 | 1.000 | 3.220 | 2.588 | 1.964 | 2.860 | 2.858 | 1.821 | 1.783 | 0.383 | 1.928 | 2.219 | 2.612 | 1.897 | 0.486 |
| 153 | V153 | 1.623 | 0.480 | 0.462 | 0.504 | 0.350 | 0.904 | 1.292 | 3.254 | 0.580 | 0.340 | 0.893 | 0.891 | 0.520 | 0.550 | 1.870 | 0.684 | 0.388 | 0.682 | 0.387 | 1.922 |
| 154 | V154 | 3.538 | 2.310 | 2.283 | 1.567 | 1.795 | 2.132 | 3.150 | 4.107 | 1.479 | 2.079 | 1.240 | 1.243 | 2.269 | 2.310 | 3.765 | 2.230 | 1.844 | 1.480 | 2.157 | 3.800 |
| 155 | V155 | 2.498 | 1.281 | 1.253 | 0.590 | 0.815 | 1.256 | 2.122 | 3.562 | 0.536 | 1.057 | 0.481 | 0.483 | 1.261 | 1.303 | 2.732 | 1.283 | 0.859 | 0.592 | 1.143 | 2.772 |
| 156 | V156 | 0.472 | 1.278 | 1.304 | 1.983 | 1.767 | 1.868 | 0.513 | 2.950 | 2.079 | 1.468 | 2.348 | 2.345 | 1.300 | 1.262 | 0.331 | 1.412 | 1.713 | 2.103 | 1.392 | 0.418 |
| 157 | V157 | 3.214 | 1.988 | 1.960 | 1.237 | 1.485 | 1.796 | 2.828 | 3.872 | 1.159 | 1.752 | 0.921 | 0.924 | 1.946 | 1.988 | 3.441 | 1.919 | 1.514 | 1.149 | 1.833 | 3.480 |
| 158 | V158 | 0.420 | 1.515 | 1.542 | 2.247 | 2.050 | 2.049 | 0.781 | 3.142 | 2.355 | 1.731 | 2.626 | 2.623 | 1.585 | 1.547 | 0.242 | 1.712 | 1.986 | 2.380 | 1.665 | 0.429 |
| 159 | V159 | 2.109 | 0.895 | 0.868 | 0.116 | 0.453 | 0.955 | 1.728 | 3.210 | 0.228 | 0.642 | 0.370 | 0.369 | 0.857 | 0.898 | 2.328 | 0.859 | 0.417 | 0.222 | 0.718 | 2.370 |
| 160 | V160 | 2.361 | 1.143 | 1.116 | 0.383 | 0.614 | 1.146 | 1.949 | 3.278 | 0.298 | 0.878 | 0.187 | 0.188 | 1.070 | 1.111 | 2.566 | 1.046 | 0.319 | 0.961 | 2.598 | 3.375 |
| 161 | V161 | 0.619 | 1.726 | 1.753 | 2.449 | 2.244 | 2.275 | 0.947 | 3.093 | 2.555 | 1.931 | 2.817 | 2.815 | 1.782 | 1.744 | 0.303 | 1.873 | 2.184 | 2.575 | 1.863 | 0.389 |
| 162 | V162 | 2.048 | 0.836 | 0.810 | 0.065 | 0.415 | 0.918 | 1.668 | 3.186 | 0.237 | 0.581 | 0.419 | 0.417 | 0.801 | 0.842 | 2.266 | 0.809 | 0.363 | 0.232 | 0.657 | 2.310 |
| 163 | V163 | 2.115 | 0.901 | 0.874 | 0.201 | 0.400 | 0.980 | 1.731 | 3.282 | 0.178 | 0.653 | 0.396 | 0.395 | 0.855 | 0.896 | 2.339 | 0.884 | 0.438 | 0.287 | 0.736 | 2.379 |
| 164 | V164 | 2.770 | 1.551 | 1.524 | 0.835 | 1.022 | 1.502 | 2.373 | 3.632 | 0.729 | 1.316 | 0.568 | 0.571 | 1.500 | 1.541 | 2.992 | 1.482 | 1.098 | 0.776 | 1.397 | 3.023 |
| 165 | V165 | 3.109 | 1.883 | 1.855 | 1.131 | 1.383 | 1.711 | 2.725 | 3.797 | 1.058 | 1.648 | 0.822 | 0.825 | 1.843 | 1.885 | 3.336 | 1.816 | 1.410 | 1.047 | 1.729 | 3.375 |
| 166 | V166 | 2.179 | 0.983 | 0.959 | 0.253 | 0.483 | 1.075 | 1.755 | 3.062 | 0.251 | 0.700 | 0.251 | 0.248 | 0.887 | 0.927 | 2.366 | 0.824 | 0.460 | 0.188 | 0.777 | 2.394 |
| 167 | V167 | 1.951 | 0.795 | 0.774 | 0.299 | 0.386 | 1.033 | 1.517 | 2.877 | 0.376 | 0.507 | 0.492 | 0.489 | 0.679 | 0.716 | 2.120 | 0.570 | 0.309 | 0.312 | 0.575 | 2.144 |
| 168 | V168 | 1.812 | 0.654 | 0.632 | 0.358 | 0.054 | 0.931 | 1.374 | 3.057 | 0.344 | 0.368 | 0.638 | 0.636 | 0.505 | 0.544 | 2.003 | 0.569 | 0.220 | 0.434 | 0.460 | 2.028 |
|     |      |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.22: Matriz de Distancias**

| d   | V141  | V142  | V143  | V144  | V145  | V146  | V147  | V148  | V149  | V150  | V151  | V152  | V153  | V154  | V155  | V156  | V157  | V158  | V159  | V160  |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 3.097 | 3.371 | 0.058 | 1.934 | 0.039 | 0.289 | 0.038 | 3.098 | 3.939 | 2.140 | 0.981 | 0.204 | 2.091 | 3.993 | 2.958 | 0.562 | 3.671 | 0.304 | 2.561 | 2.799 |
| V2  | 2.339 | 2.596 | 0.785 | 1.169 | 0.810 | 0.738 | 0.814 | 2.340 | 3.163 | 1.375 | 0.328 | 0.839 | 1.331 | 3.228 | 2.192 | 0.411 | 2.902 | 0.605 | 1.791 | 2.037 |
| V3  | 2.249 | 2.525 | 0.916 | 1.104 | 0.940 | 0.871 | 0.943 | 2.251 | 3.096 | 1.287 | 0.298 | 1.004 | 1.290 | 3.147 | 2.119 | 0.516 | 2.826 | 0.785 | 1.725 | 1.947 |
| V4  | 1.418 | 1.665 | 1.724 | 0.331 | 1.749 | 1.671 | 1.753 | 1.419 | 2.231 | 0.430 | 0.826 | 1.787 | 0.485 | 2.293 | 1.269 | 1.273 | 1.971 | 1.549 | 0.885 | 1.105 |
| V5  | 1.472 | 1.719 | 1.675 | 0.375 | 1.699 | 1.622 | 1.703 | 1.473 | 2.285 | 0.481 | 0.778 | 1.737 | 0.528 | 2.347 | 1.323 | 1.222 | 2.026 | 1.499 | 0.939 | 1.159 |
| V6  | 0.794 | 1.038 | 2.327 | 0.447 | 2.352 | 2.267 | 2.356 | 0.795 | 1.608 | 0.292 | 1.423 | 2.390 | 0.413 | 1.667 | 0.675 | 1.886 | 1.343 | 2.154 | 0.290 | 0.479 |
| V7  | 0.552 | 0.801 | 2.583 | 0.696 | 2.607 | 2.521 | 2.611 | 0.553 | 1.369 | 0.523 | 1.677 | 2.647 | 0.631 | 1.418 | 0.483 | 2.139 | 1.097 | 2.413 | 0.224 | 0.245 |
| V8  | 1.225 | 1.510 | 1.861 | 0.163 | 1.886 | 1.795 | 1.890 | 1.227 | 2.089 | 0.395 | 0.971 | 1.933 | 0.448 | 2.135 | 1.138 | 1.428 | 1.809 | 1.704 | 0.700 | 0.927 |
| V9  | 1.643 | 1.888 | 1.522 | 0.540 | 1.546 | 1.487 | 1.550 | 1.643 | 2.439 | 0.694 | 0.703 | 1.577 | 0.656 | 2.499 | 1.451 | 1.102 | 2.182 | 1.335 | 1.111 | 1.341 |
| V10 | 0.508 | 0.701 | 2.694 | 0.810 | 2.718 | 2.642 | 2.722 | 0.508 | 1.248 | 0.607 | 1.787 | 2.749 | 0.673 | 1.303 | 0.358 | 2.252 | 0.993 | 2.519 | 0.297 | 0.240 |
| V11 | 0.691 | 0.890 | 2.491 | 0.616 | 2.515 | 2.437 | 2.519 | 0.691 | 1.447 | 0.418 | 1.583 | 2.545 | 0.493 | 1.517 | 0.545 | 2.050 | 1.199 | 2.315 | 0.263 | 0.385 |
| V12 | 1.138 | 1.397 | 1.955 | 0.098 | 1.980 | 1.889 | 1.985 | 1.139 | 1.973 | 0.316 | 1.063 | 2.020 | 0.361 | 2.034 | 1.023 | 1.522 | 1.703 | 1.785 | 0.592 | 0.832 |
| V13 | 0.677 | 0.398 | 3.635 | 1.751 | 3.659 | 3.581 | 3.664 | 0.675 | 0.348 | 1.571 | 2.743 | 3.691 | 1.614 | 0.380 | 0.725 | 3.202 | 0.203 | 3.458 | 1.138 | 0.915 |
| V14 | 1.147 | 1.419 | 1.940 | 0.089 | 1.964 | 1.877 | 1.968 | 1.148 | 1.996 | 0.310 | 1.046 | 2.006 | 0.360 | 2.047 | 1.038 | 1.502 | 1.721 | 1.775 | 0.607 | 0.842 |
| V15 | 3.071 | 3.346 | 0.026 | 1.908 | 0.050 | 0.266 | 0.051 | 3.072 | 3.915 | 2.114 | 0.952 | 0.206 | 2.068 | 3.969 | 2.934 | 0.536 | 3.647 | 0.288 | 2.535 | 2.773 |
| V16 | 0.485 | 0.674 | 2.716 | 0.833 | 2.740 | 2.661 | 2.744 | 0.485 | 1.226 | 0.656 | 1.815 | 2.777 | 0.742 | 1.281 | 0.288 | 2.273 | 0.963 | 2.541 | 0.305 | 0.235 |
| V17 | 1.425 | 1.673 | 1.714 | 0.331 | 1.739 | 1.660 | 1.742 | 1.426 | 2.239 | 0.441 | 0.816 | 1.778 | 0.495 | 2.301 | 1.276 | 1.263 | 1.979 | 1.538 | 0.891 | 1.112 |
| V18 | 1.484 | 1.733 | 1.659 | 0.380 | 1.684 | 1.606 | 1.687 | 1.485 | 2.299 | 0.497 | 0.763 | 1.723 | 0.544 | 2.361 | 1.336 | 1.207 | 2.039 | 1.484 | 0.951 | 1.171 |
| V19 | 0.170 | 0.299 | 3.158 | 1.266 | 3.182 | 3.096 | 3.186 | 0.167 | 0.812 | 1.105 | 2.265 | 3.222 | 1.166 | 0.818 | 0.351 | 2.720 | 0.500 | 2.989 | 0.649 | 0.401 |
| V20 | 2.636 | 2.884 | 0.556 | 1.464 | 0.581 | 0.536 | 0.584 | 2.637 | 3.445 | 1.659 | 0.575 | 0.587 | 1.605 | 3.517 | 2.476 | 0.331 | 3.192 | 0.332 | 2.085 | 2.331 |
| V21 | 0.595 | 0.847 | 2.527 | 0.639 | 2.551 | 2.473 | 2.555 | 0.595 | 1.411 | 0.472 | 1.626 | 2.586 | 0.535 | 1.452 | 0.471 | 2.086 | 1.135 | 2.357 | 0.169 | 0.282 |
| V22 | 0.594 | 0.215 | 3.455 | 1.571 | 3.479 | 3.392 | 3.484 | 0.591 | 0.465 | 1.395 | 2.559 | 3.508 | 1.447 | 0.646 | 0.613 | 3.022 | 0.353 | 3.271 | 0.966 | 0.771 |
| V23 | 1.414 | 1.660 | 1.724 | 0.330 | 1.748 | 1.671 | 1.753 | 1.415 | 2.216 | 0.517 | 0.861 | 1.774 | 0.462 | 2.283 | 1.253 | 1.304 | 1.960 | 1.542 | 0.868 | 1.116 |
| V24 | 1.412 | 1.658 | 1.726 | 0.329 | 1.750 | 1.673 | 1.755 | 1.413 | 2.214 | 0.515 | 0.862 | 1.776 | 0.460 | 2.280 | 1.251 | 1.306 | 1.957 | 1.544 | 0.866 | 1.113 |
| V25 | 0.203 | 0.466 | 2.933 | 1.046 | 2.958 | 2.871 | 2.962 | 0.202 | 1.018 | 0.904 | 2.045 | 2.998 | 0.965 | 1.042 | 0.268 | 2.502 | 0.717 | 2.765 | 0.435 | 0.219 |
| V26 | 0.686 | 0.428 | 3.659 | 1.773 | 3.683 | 3.604 | 3.687 | 0.684 | 0.361 | 1.593 | 2.766 | 3.717 | 1.641 | 0.351 | 0.739 | 3.222 | 0.202 | 3.483 | 1.161 | 0.930 |
| V27 | 0.416 | 0.660 | 2.711 | 0.817 | 2.735 | 2.653 | 2.739 | 0.416 | 1.225 | 0.652 | 1.812 | 2.772 | 0.718 | 1.267 | 0.324 | 2.271 | 0.947 | 2.540 | 0.228 | 0.116 |
| V28 | 0.727 | 0.978 | 2.390 | 0.506 | 2.415 | 2.330 | 2.419 | 0.728 | 1.547 | 0.348 | 1.485 | 2.453 | 0.463 | 1.601 | 0.615 | 1.950 | 1.278 | 2.219 | 0.245 | 0.413 |
| V29 | 0.166 | 0.301 | 3.155 | 1.263 | 3.179 | 3.093 | 3.183 | 0.163 | 0.815 | 1.103 | 2.262 | 3.219 | 1.164 | 0.821 | 0.351 | 2.718 | 0.503 | 2.986 | 0.646 | 0.398 |
| V30 | 0.771 | 1.015 | 2.356 | 0.477 | 2.380 | 2.295 | 2.385 | 0.772 | 1.582 | 0.318 | 1.449 | 2.418 | 0.433 | 1.642 | 0.658 | 1.916 | 1.319 | 2.184 | 0.282 | 0.455 |
| V31 | 2.809 | 3.069 | 0.334 | 1.639 | 0.360 | 0.334 | 0.363 | 2.810 | 3.635 | 1.842 | 0.714 | 0.408 | 1.793 | 3.699 | 2.659 | 0.340 | 3.374 | 0.107 | 2.265 | 2.507 |
| V32 | 0.631 | 0.886 | 2.471 | 0.581 | 2.495 | 2.406 | 2.500 | 0.632 | 1.464 | 0.486 | 1.580 | 2.534 | 0.548 | 1.515 | 0.542 | 2.036 | 1.184 | 2.300 | 0.062 | 0.335 |
| V33 | 1.117 | 1.373 | 1.992 | 0.156 | 2.016 | 1.939 | 2.020 | 1.117 | 1.943 | 0.184 | 1.090 | 2.052 | 0.252 | 1.996 | 0.977 | 1.548 | 1.674 | 1.821 | 0.579 | 0.801 |
| V34 | 2.377 | 2.666 | 0.810 | 1.246 | 0.834 | 0.746 | 0.836 | 2.379 | 3.241 | 1.445 | 0.423 | 0.923 | 1.450 | 3.284 | 2.267 | 0.459 | 2.962 | 0.718 | 1.862 | 2.082 |
| V35 | 2.376 | 2.663 | 0.805 | 1.241 | 0.829 | 0.743 | 0.832 | 2.377 | 3.238 | 1.440 | 0.411 | 0.916 | 1.443 | 3.282 | 2.263 | 0.451 | 2.960 | 0.709 | 1.859 | 2.080 |
| V36 | 0.593 | 0.859 | 2.534 | 0.653 | 2.558 | 2.479 | 2.562 | 0.594 | 1.424 | 0.471 | 1.629 | 2.597 | 0.563 | 1.457 | 0.506 | 2.089 | 1.145 | 2.368 | 0.222 | 0.280 |
| V37 | 0.594 | 0.858 | 2.538 | 0.657 | 2.561 | 2.483 | 2.565 | 0.594 | 1.422 | 0.472 | 1.632 | 2.600 | 0.564 | 1.455 | 0.505 | 2.092 | 1.143 | 2.371 | 0.229 | 0.282 |
| V38 | 2.873 | 3.162 | 0.383 | 1.725 | 0.396 | 0.382 | 0.397 | 2.875 | 3.737 | 1.928 | 0.777 | 0.515 | 1.908 | 3.780 | 2.755 | 0.422 | 3.459 | 0.448 | 2.350 | 2.577 |
| V39 | 2.423 | 2.684 | 0.698 | 1.255 | 0.725 | 0.636 | 0.728 | 2.424 | 3.254 | 1.468 | 0.386 | 0.762 | 1.427 | 3.319 | 2.287 | 0.351 | 2.991 | 0.531 | 1.878 | 2.123 |
| V40 | 2.418 | 2.695 | 0.729 | 1.265 | 0.754 | 0.685 | 0.757 | 2.420 | 3.267 | 1.460 | 0.366 | 0.826 | 1.451 | 3.319 | 2.289 | 0.373 | 2.996 | 0.613 | 1.890 | 2.118 |
| V41 | 0.686 | 0.428 | 3.659 | 1.773 | 3.683 | 3.604 | 3.687 | 0.684 | 0.361 | 1.593 | 2.766 | 3.717 | 1.641 | 0.351 | 0.739 | 3.222 | 0.202 | 3.483 | 1.161 | 0.930 |
| V42 | 0.508 | 0.261 | 3.526 | 1.635 | 3.550 | 3.462 | 3.555 | 0.506 | 0.459 | 1.473 | 2.637 | 3.588 | 1.527 | 0.464 | 0.652 | 3.090 | 0.120 | 3.353 | 1.010 | 0.778 |
| V43 | 0.504 | 0.787 | 2.589 | 0.701 | 2.613 | 2.530 | 2.617 | 0.504 | 1.356 | 0.557 | 1.695 | 2.653 | 0.626 | 1.386 | 0.431 | 2.149 | 1.067 | 2.422 | 0.147 | 0.193 |
| V44 | 0.445 | 0.727 | 2.649 | 0.760 | 2.673 | 2.589 | 2.677 | 0.445 | 1.296 | 0.620 | 1.757 | 2.714 | 0.686 | 1.325 | 0.379 | 2.210 | 1.005 | 2.482 | 0.166 | 0.144 |
| V45 | 0.444 | 0.729 | 2.647 | 0.758 | 2.671 | 2.586 | 2.675 | 0.444 | 1.299 | 0.622 | 1.755 | 2.712 | 0.689 | 1.328 | 0.384 | 2.208 | 1.007 | 2.480 | 0.164 | 0.144 |
| V46 | 0.903 | 1.135 | 2.278 | 0.463 | 2.303 | 2.223 | 2.307 | 0.904 | 1.696 | 0.280 | 1.371 | 2.343 | 0.453 | 1.754 | 0.770 | 1.831 | 1.437 | 2.108 | 0.455 | 0.593 |
| V47 | 0.759 | 0.393 | 3.714 | 1.825 | 3.738 | 3.652 | 3.743 | 0.757 | 0.204 | 1.649 | 2.820 | 3.769 | 1.699 | 0.406 | 0.834 | 3.280 | 0.227 | 3.533 | 1.209 | 0.993 |
| V48 | 3.136 | 3.404 | 0.136 | 1.967 | 0.122 | 0.352 | 0.122 | 3.137 | 3.970 | 2.169 | 1.004 | 0.082 | 2.116 | 4.029 | 2.990 | 0.596 | 3.706 | 0.329 | 2.594 | 2.835 |
| V49 | 3.186 | 3.439 | 0.412 | 2.020 | 0.407 | 0.530 | 0.407 | 3.187 | 3.997 | 2.217 | 1.083 | 0.273 | 2.153 | 4.067 | 3.029 | 0.733 | 3.744 | 0.460 | 2.639 | 2.885 |
| V50 | 2.392 | 2.652 | 0.812 | 1.232 | 0.831 | 0.847 | 0.832 | 2.393 | 3.212 | 1.384 | 0.370 | 0.846 | 1.341 | 3.264 | 2.224 | 0.384 | 2.952 | 0.661 | 1.853 | 2.082 |
| V51 | 1.177 | 1.    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.23: Matriz de Distancias**

| d   | V141 | V142  | V143  | V144  | V145  | V146  | V147  | V148  | V149  | V150  | V151  | V152  | V153  | V154  | V155  | V156  | V157  | V158  | V159  | V160  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 2.620 | 2.880 | 0.505 | 1.451 | 0.530 | 0.503 | 0.533 | 2.621 | 3.446 | 1.646 | 0.539 | 0.571 | 1.599 | 3.506 | 2.466 | 0.240 | 3.184 | 0.309 | 2.076 | 2.316 |
| 62  | V62  | 0.168 | 0.299 | 3.158 | 1.266 | 3.182 | 3.096 | 3.187 | 0.165 | 0.812 | 1.106 | 2.265 | 3.223 | 1.167 | 0.818 | 0.354 | 2.721 | 0.500 | 2.989 | 0.649 | 0.401 |
| 63  | V63  | 3.137 | 3.400 | 0.190 | 1.966 | 0.178 | 0.401 | 0.179 | 3.138 | 3.963 | 2.164 | 1.006 | 0.006 | 2.107 | 4.025 | 2.985 | 0.611 | 3.704 | 0.332 | 2.593 | 2.835 |
| 64  | V64  | 0.644 | 0.882 | 2.487 | 0.601 | 2.511 | 2.424 | 2.516 | 0.645 | 1.450 | 0.440 | 1.582 | 2.549 | 0.547 | 1.511 | 0.546 | 2.047 | 1.185 | 2.315 | 0.216 | 0.333 |
| 65  | V65  | 0.692 | 0.901 | 2.474 | 0.595 | 2.498 | 2.421 | 2.502 | 0.693 | 1.457 | 0.389 | 1.569 | 2.530 | 0.478 | 1.521 | 0.516 | 2.031 | 1.203 | 2.296 | 0.252 | 0.382 |
| 66  | V66  | 0.673 | 0.934 | 2.449 | 0.571 | 2.474 | 2.386 | 2.478 | 0.674 | 1.505 | 0.414 | 1.543 | 2.515 | 0.537 | 1.554 | 0.603 | 2.006 | 1.232 | 2.281 | 0.246 | 0.365 |
| 67  | V67  | 2.837 | 3.096 | 0.317 | 1.667 | 0.343 | 0.320 | 0.346 | 2.838 | 3.662 | 1.869 | 0.740 | 0.388 | 1.819 | 3.726 | 2.686 | 0.360 | 3.401 | 0.081 | 2.292 | 2.534 |
| 68  | V68  | 2.669 | 2.951 | 0.495 | 1.513 | 0.517 | 0.488 | 0.518 | 2.671 | 3.523 | 1.711 | 0.567 | 0.599 | 1.689 | 3.570 | 2.539 | 0.312 | 3.250 | 0.446 | 2.142 | 2.371 |
| 69  | V69  | 0.409 | 0.744 | 2.703 | 0.836 | 2.728 | 2.637 | 2.732 | 0.411 | 1.306 | 0.715 | 1.812 | 2.778 | 0.822 | 1.309 | 0.468 | 2.266 | 0.994 | 2.546 | 0.329 | 0.200 |
| 70  | V70  | 1.709 | 1.977 | 1.400 | 0.553 | 1.424 | 1.345 | 1.428 | 1.710 | 2.547 | 0.743 | 0.517 | 1.464 | 0.736 | 2.600 | 1.571 | 0.952 | 2.278 | 1.231 | 1.168 | 1.404 |
| 71  | V71  | 1.135 | 1.395 | 1.958 | 0.098 | 1.983 | 1.891 | 1.987 | 1.136 | 1.970 | 0.314 | 1.065 | 2.022 | 0.360 | 2.031 | 1.020 | 1.525 | 1.701 | 1.788 | 0.590 | 0.830 |
| 72  | V72  | 1.384 | 1.642 | 1.747 | 0.307 | 1.771 | 1.688 | 1.775 | 1.385 | 2.212 | 0.423 | 0.848 | 1.815 | 0.495 | 2.268 | 1.252 | 1.295 | 1.946 | 1.577 | 0.857 | 1.074 |
| 73  | V73  | 1.431 | 1.690 | 1.703 | 0.345 | 1.728 | 1.645 | 1.732 | 1.432 | 2.260 | 0.466 | 0.806 | 1.772 | 0.531 | 2.315 | 1.299 | 1.251 | 1.994 | 1.534 | 0.905 | 1.121 |
| 74  | V74  | 0.631 | 0.881 | 2.502 | 0.620 | 2.526 | 2.440 | 2.530 | 0.632 | 1.449 | 0.447 | 1.595 | 2.566 | 0.561 | 1.500 | 0.550 | 2.059 | 1.179 | 2.332 | 0.233 | 0.321 |
| 75  | V75  | 0.522 | 0.732 | 2.660 | 0.776 | 2.684 | 2.608 | 2.688 | 0.522 | 1.284 | 0.575 | 1.753 | 2.717 | 0.646 | 1.335 | 0.387 | 2.218 | 1.023 | 2.487 | 0.273 | 0.237 |
| 76  | V76  | 0.230 | 0.487 | 2.905 | 1.011 | 2.929 | 2.840 | 2.934 | 0.230 | 1.052 | 0.852 | 2.006 | 2.971 | 0.931 | 1.086 | 0.316 | 2.465 | 0.762 | 2.736 | 0.406 | 0.149 |
| 77  | V77  | 0.270 | 0.524 | 2.866 | 0.972 | 2.890 | 2.800 | 2.895 | 0.271 | 1.091 | 0.812 | 1.966 | 2.932 | 0.896 | 1.128 | 0.331 | 2.425 | 0.804 | 2.697 | 0.376 | 0.128 |
| 78  | V78  | 1.395 | 1.648 | 1.716 | 0.284 | 1.741 | 1.654 | 1.746 | 1.396 | 2.219 | 0.526 | 0.836 | 1.775 | 0.519 | 2.288 | 1.280 | 1.306 | 1.956 | 1.551 | 0.846 | 1.097 |
| 79  | V79  | 2.641 | 2.898 | 0.495 | 1.470 | 0.520 | 0.495 | 0.523 | 2.642 | 3.462 | 1.665 | 0.556 | 0.550 | 1.616 | 3.526 | 2.484 | 0.265 | 3.203 | 0.285 | 2.095 | 2.337 |
| 80  | V80  | 1.131 | 1.484 | 2.146 | 0.671 | 2.171 | 2.055 | 2.175 | 1.133 | 2.049 | 0.783 | 1.335 | 2.250 | 0.895 | 2.039 | 1.195 | 1.736 | 1.730 | 2.026 | 0.808 | 0.922 |
| 81  | V81  | 1.135 | 1.488 | 2.143 | 0.672 | 2.168 | 2.052 | 2.172 | 1.138 | 2.054 | 0.785 | 1.333 | 2.247 | 0.897 | 2.043 | 1.199 | 1.733 | 1.734 | 2.023 | 0.812 | 0.926 |
| 82  | V82  | 0.526 | 0.736 | 2.656 | 0.772 | 2.680 | 2.603 | 2.684 | 0.526 | 1.288 | 0.571 | 1.749 | 2.712 | 0.641 | 1.339 | 0.389 | 2.213 | 1.028 | 2.483 | 0.271 | 0.239 |
| 83  | V83  | 0.501 | 0.827 | 2.586 | 0.716 | 2.610 | 2.516 | 2.614 | 0.503 | 1.402 | 0.632 | 1.701 | 2.659 | 0.716 | 1.420 | 0.546 | 2.151 | 1.097 | 2.427 | 0.214 | 0.251 |
| 84  | V84  | 1.606 | 1.865 | 1.504 | 0.462 | 1.529 | 1.439 | 1.534 | 1.608 | 2.437 | 0.704 | 0.628 | 1.566 | 0.691 | 2.505 | 1.493 | 1.099 | 2.174 | 1.343 | 1.061 | 1.307 |
| 85  | V85  | 2.401 | 2.663 | 0.792 | 1.239 | 0.812 | 0.818 | 0.813 | 2.402 | 3.225 | 1.396 | 0.636 | 0.834 | 1.357 | 3.276 | 2.237 | 0.352 | 2.963 | 0.640 | 1.862 | 2.091 |
| 86  | V86  | 0.721 | 1.071 | 2.566 | 0.837 | 2.591 | 2.479 | 2.595 | 0.724 | 1.623 | 0.823 | 1.708 | 2.654 | 0.940 | 1.609 | 0.893 | 2.140 | 1.304 | 2.432 | 0.574 | 0.583 |
| 87  | V87  | 0.422 | 0.671 | 2.701 | 0.807 | 2.725 | 2.642 | 2.729 | 0.422 | 1.237 | 0.643 | 1.801 | 2.762 | 0.710 | 1.277 | 0.334 | 2.260 | 0.957 | 2.530 | 0.219 | 0.117 |
| 88  | V88  | 0.771 | 1.015 | 2.356 | 0.477 | 2.380 | 2.295 | 2.385 | 0.772 | 1.582 | 0.318 | 1.449 | 2.418 | 0.433 | 1.642 | 0.658 | 1.916 | 1.319 | 2.184 | 0.282 | 0.455 |
| 89  | V89  | 2.391 | 2.649 | 0.814 | 1.230 | 0.833 | 0.842 | 0.835 | 2.391 | 3.210 | 1.382 | 0.371 | 0.853 | 1.343 | 2.363 | 2.223 | 0.375 | 2.950 | 0.658 | 1.851 | 2.080 |
| 90  | V90  | 0.638 | 0.888 | 2.494 | 0.612 | 2.519 | 2.433 | 2.523 | 0.639 | 1.456 | 0.440 | 1.587 | 2.558 | 0.555 | 1.508 | 0.556 | 2.051 | 1.187 | 2.325 | 0.234 | 0.328 |
| 91  | V91  | 1.063 | 1.365 | 2.072 | 0.348 | 2.096 | 2.009 | 2.099 | 1.064 | 1.939 | 0.335 | 1.173 | 2.147 | 0.477 | 1.961 | 0.999 | 1.621 | 1.649 | 1.920 | 0.595 | 0.768 |
| 92  | V92  | 1.221 | 1.585 | 2.398 | 1.039 | 2.422 | 2.295 | 2.425 | 1.224 | 2.115 | 1.126 | 1.635 | 2.510 | 1.244 | 2.069 | 1.385 | 2.002 | 1.786 | 2.303 | 1.047 | 1.097 |
| 93  | V93  | 0.931 | 0.694 | 3.964 | 2.076 | 3.987 | 3.907 | 3.992 | 0.929 | 0.346 | 1.896 | 3.071 | 4.025 | 1.947 | 0.002 | 1.062 | 3.526 | 0.359 | 3.793 | 1.455 | 1.212 |
| 94  | V94  | 0.261 | 0.541 | 2.859 | 0.969 | 2.884 | 2.791 | 2.888 | 0.626 | 1.110 | 0.821 | 1.962 | 2.927 | 0.909 | 1.142 | 0.370 | 2.420 | 0.816 | 2.692 | 0.375 | 0.132 |
| 95  | V95  | 0.263 | 0.544 | 2.856 | 0.966 | 2.881 | 2.788 | 2.885 | 0.264 | 1.113 | 0.818 | 1.959 | 2.924 | 0.906 | 1.145 | 0.371 | 2.417 | 0.819 | 2.689 | 0.373 | 0.130 |
| 96  | V96  | 0.491 | 0.728 | 2.630 | 0.740 | 2.654 | 2.568 | 2.658 | 0.491 | 1.303 | 0.607 | 1.740 | 2.692 | 0.662 | 1.352 | 0.404 | 2.192 | 1.023 | 2.457 | 0.118 | 0.210 |
| 97  | V97  | 0.608 | 0.840 | 2.579 | 0.714 | 2.602 | 2.536 | 2.606 | 0.608 | 1.379 | 0.512 | 1.681 | 2.633 | 0.551 | 1.410 | 0.428 | 2.137 | 1.110 | 2.407 | 0.291 | 0.332 |
| 98  | V98  | 1.484 | 1.739 | 1.656 | 0.380 | 1.679 | 1.625 | 1.682 | 1.485 | 2.298 | 0.509 | 0.775 | 1.701 | 0.435 | 2.349 | 1.325 | 1.217 | 2.036 | 1.486 | 0.943 | 1.176 |
| 99  | V99  | 2.374 | 2.661 | 0.803 | 1.239 | 0.828 | 0.742 | 0.830 | 2.376 | 3.236 | 1.437 | 0.405 | 0.913 | 1.440 | 3.280 | 2.261 | 0.448 | 2.958 | 0.706 | 1.857 | 2.078 |
| 100 | V100 | 2.669 | 2.927 | 0.465 | 1.498 | 0.491 | 0.451 | 0.494 | 2.670 | 3.492 | 1.697 | 0.582 | 0.527 | 1.649 | 3.557 | 2.515 | 0.268 | 3.232 | 0.250 | 2.123 | 2.366 |
| 101 | V101 | 0.367 | 0.374 | 2.989 | 1.103 | 3.014 | 2.923 | 3.019 | 0.366 | 0.935 | 0.949 | 2.098 | 3.045 | 1.002 | 1.037 | 0.335 | 2.555 | 0.696 | 2.809 | 0.496 | 0.360 |
| 102 | V102 | 0.595 | 0.858 | 2.533 | 0.652 | 2.558 | 2.470 | 2.562 | 0.596 | 1.427 | 0.484 | 1.628 | 2.599 | 0.601 | 1.471 | 0.537 | 2.088 | 1.151 | 2.365 | 0.234 | 0.289 |
| 103 | V103 | 1.230 | 1.516 | 1.857 | 0.169 | 1.882 | 1.790 | 1.886 | 1.232 | 2.095 | 0.401 | 0.967 | 1.929 | 0.454 | 2.141 | 1.145 | 1.423 | 1.815 | 1.700 | 0.706 | 0.932 |
| 104 | V104 | 0.649 | 0.897 | 2.484 | 0.603 | 2.509 | 2.423 | 2.513 | 0.649 | 1.465 | 0.431 | 1.577 | 2.548 | 0.547 | 1.518 | 0.563 | 2.041 | 1.197 | 2.314 | 0.236 | 0.338 |
| 105 | V105 | 3.143 | 3.415 | 0.187 | 1.979 | 0.167 | 0.370 | 0.167 | 3.145 | 3.982 | 2.180 | 1.019 | 0.233 | 2.133 | 4.036 | 2.997 | 0.602 | 3.715 | 0.364 | 2.606 | 2.843 |
| 106 | V106 | 0.594 | 0.861 | 2.532 | 0.649 | 2.555 | 2.476 | 2.559 | 0.595 | 1.427 | 0.469 | 1.627 | 2.594 | 0.562 | 1.460 | 0.508 | 2.086 | 1.147 | 2.365 | 0.219 | 0.280 |
| 107 | V107 | 2.500 | 2.766 | 0.626 | 1.336 | 0.651 | 0.608 | 0.654 | 2.501 | 3.333 | 1.531 | 0.453 | 0.706 | 1.494 | 3.389 | 2.349 | 0.219 | 3.067 | 0.458 | 1.959 | 2.197 |
| 108 | V108 | 2.339 | 2.595 | 0.786 | 1.168 | 0.811 | 0.739 | 0.815 | 2.340 | 3.216 | 1.374 | 0.327 | 0.839 | 1.330 | 3.228 | 2.191 | 0.411 | 2.901 | 0.605 | 1.790 | 2.036 |
| 109 | V109 | 0.496 | 0.822 | 2.591 | 0.720 | 2.615 | 2.521 | 2.    |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.24: Matriz de Distancias**

| d   | V141 | V142  | V143  | V144  | V145  | V146  | V147  | V148  | V149  | V150  | V151  | V152  | V153  | V154  | V155  | V156  | V157  | V158  | V159  | V160  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 2.665 | 2.908 | 0.599 | 1.497 | 0.618 | 0.625 | 0.622 | 2.666 | 3.465 | 1.692 | 0.631 | 0.580 | 1.623 | 3.538 | 2.498 | 0.472 | 3.214 | 0.420 | 2.109 | 2.361 |
| 122 | V122 | 1.441 | 1.688 | 1.696 | 0.350 | 1.721 | 1.645 | 1.725 | 1.442 | 2.245 | 0.539 | 0.836 | 1.746 | 0.480 | 2.310 | 1.281 | 1.278 | 1.988 | 1.515 | 0.895 | 1.143 |
| 123 | V123 | 1.414 | 1.660 | 1.724 | 0.330 | 1.748 | 1.671 | 1.753 | 1.415 | 2.216 | 0.517 | 0.861 | 1.774 | 0.462 | 2.283 | 1.253 | 1.304 | 1.960 | 1.542 | 0.868 | 1.116 |
| 124 | V124 | 0.683 | 0.938 | 2.419 | 0.530 | 2.443 | 2.354 | 2.447 | 0.683 | 1.515 | 0.445 | 1.529 | 2.481 | 0.504 | 1.567 | 0.590 | 1.983 | 1.237 | 2.247 | 0.116 | 0.383 |
| 125 | V125 | 0.926 | 1.194 | 2.213 | 0.391 | 2.236 | 2.162 | 2.240 | 0.927 | 1.757 | 0.216 | 1.302 | 2.275 | 0.350 | 1.795 | 0.815 | 1.767 | 1.485 | 2.050 | 0.453 | 0.614 |
| 126 | V126 | 1.389 | 1.462 | 2.243 | 0.851 | 2.271 | 2.163 | 2.276 | 1.389 | 1.957 | 0.859 | 1.432 | 2.283 | 0.904 | 2.132 | 1.256 | 1.868 | 1.796 | 2.049 | 0.955 | 1.146 |
| 127 | V127 | 2.252 | 2.528 | 0.912 | 1.107 | 0.936 | 0.868 | 0.939 | 2.254 | 3.098 | 1.289 | 0.297 | 1.000 | 1.292 | 3.150 | 2.122 | 0.513 | 2.828 | 0.781 | 1.728 | 1.949 |
| 128 | V128 | 3.367 | 3.719 | 3.072 | 2.996 | 3.084 | 2.940 | 3.084 | 3.370 | 4.195 | 3.169 | 2.910 | 3.220 | 3.254 | 4.107 | 3.562 | 2.950 | 3.872 | 3.142 | 3.210 | 3.278 |
| 129 | V129 | 0.607 | 0.863 | 2.523 | 0.640 | 2.548 | 2.462 | 2.552 | 0.608 | 1.431 | 0.468 | 1.617 | 2.588 | 0.580 | 1.479 | 0.536 | 2.079 | 1.159 | 2.355 | 0.228 | 0.298 |
| 130 | V130 | 1.185 | 1.451 | 1.900 | 0.005 | 1.925 | 1.841 | 1.929 | 1.186 | 2.024 | 0.315 | 1.007 | 1.964 | 0.340 | 2.079 | 1.057 | 1.468 | 1.752 | 1.731 | 0.642 | 0.878 |
| 131 | V131 | 0.334 | 0.665 | 2.786 | 0.914 | 2.810 | 2.713 | 2.815 | 0.336 | 1.228 | 0.790 | 1.894 | 2.860 | 0.893 | 1.240 | 0.481 | 2.348 | 0.921 | 2.626 | 0.370 | 0.187 |
| 132 | V132 | 0.337 | 0.668 | 2.783 | 0.911 | 2.808 | 2.710 | 2.812 | 0.339 | 1.231 | 0.788 | 1.891 | 2.858 | 0.891 | 1.243 | 0.483 | 2.345 | 0.924 | 2.623 | 0.369 | 0.188 |
| 133 | V133 | 1.378 | 1.643 | 1.750 | 0.312 | 1.775 | 1.687 | 1.778 | 1.379 | 2.215 | 0.440 | 0.852 | 1.821 | 0.520 | 2.269 | 1.261 | 1.300 | 1.946 | 1.585 | 0.857 | 1.070 |
| 134 | V134 | 1.419 | 1.684 | 1.712 | 0.343 | 1.737 | 1.649 | 1.740 | 1.420 | 2.257 | 0.477 | 0.815 | 1.783 | 0.550 | 2.310 | 1.303 | 1.262 | 1.988 | 1.547 | 0.898 | 1.111 |
| 135 | V135 | 2.864 | 3.140 | 0.269 | 1.701 | 0.297 | 0.266 | 0.298 | 2.865 | 3.711 | 1.908 | 0.756 | 0.383 | 1.870 | 3.765 | 2.732 | 0.331 | 3.441 | 0.242 | 2.328 | 2.566 |
| 136 | V136 | 1.316 | 1.650 | 1.841 | 0.449 | 1.864 | 1.771 | 1.867 | 1.318 | 2.228 | 0.618 | 0.987 | 1.928 | 0.684 | 2.230 | 1.283 | 1.412 | 1.919 | 1.712 | 0.859 | 1.046 |
| 137 | V137 | 0.944 | 1.209 | 2.153 | 0.282 | 2.178 | 2.084 | 2.182 | 0.945 | 1.787 | 0.287 | 1.258 | 2.219 | 0.388 | 1.844 | 0.859 | 1.713 | 1.514 | 1.986 | 0.417 | 0.640 |
| 138 | V138 | 0.583 | 0.851 | 2.543 | 0.673 | 2.568 | 2.470 | 2.572 | 0.585 | 1.432 | 0.572 | 1.648 | 2.612 | 0.682 | 1.480 | 0.592 | 2.103 | 1.149 | 2.380 | 0.222 | 0.319 |
| 139 | V139 | 1.262 | 1.534 | 1.833 | 0.164 | 1.857 | 1.774 | 1.861 | 1.263 | 2.109 | 0.393 | 0.953 | 1.897 | 0.387 | 2.157 | 1.143 | 1.392 | 1.833 | 1.665 | 0.718 | 0.961 |
| 140 | V140 | 2.895 | 3.183 | 0.360 | 1.744 | 0.372 | 0.383 | 0.372 | 2.897 | 3.757 | 1.944 | 0.788 | 0.486 | 1.922 | 3.800 | 2.772 | 0.418 | 3.480 | 0.429 | 2.370 | 2.598 |
| 141 | V141 | 0.000 | 0.420 | 3.067 | 1.183 | 3.091 | 3.000 | 3.096 | 0.004 | 0.943 | 1.046 | 2.179 | 3.137 | 1.116 | 0.931 | 0.397 | 2.632 | 0.617 | 2.905 | 0.574 | 0.324 |
| 142 | V142 | 0.420 | 0.000 | 3.340 | 1.449 | 3.365 | 3.274 | 3.369 | 0.418 | 0.592 | 1.284 | 2.448 | 3.399 | 1.343 | 0.694 | 0.519 | 2.904 | 0.347 | 3.162 | 0.828 | 0.620 |
| 143 | V143 | 3.067 | 3.340 | 0.000 | 1.903 | 0.043 | 0.274 | 0.046 | 3.068 | 3.908 | 2.109 | 0.948 | 0.194 | 2.061 | 3.964 | 2.928 | 0.534 | 3.641 | 0.276 | 2.530 | 2.768 |
| 144 | V144 | 1.183 | 1.449 | 1.903 | 0.000 | 1.927 | 1.843 | 1.931 | 1.184 | 2.021 | 0.312 | 1.010 | 1.967 | 0.336 | 2.076 | 1.054 | 1.470 | 1.750 | 1.733 | 0.639 | 0.876 |
| 145 | V145 | 3.091 | 3.365 | 0.043 | 1.927 | 0.000 | 0.296 | 0.010 | 3.093 | 3.933 | 2.133 | 0.971 | 1.082 | 2.084 | 3.987 | 2.952 | 0.555 | 3.666 | 0.301 | 2.555 | 2.793 |
| 146 | V146 | 3.000 | 3.274 | 0.274 | 1.843 | 0.296 | 0.000 | 0.297 | 3.001 | 3.847 | 2.066 | 0.919 | 0.405 | 2.028 | 3.907 | 2.879 | 0.524 | 3.578 | 0.305 | 2.466 | 2.705 |
| 147 | V147 | 3.096 | 3.369 | 0.046 | 1.931 | 0.101 | 0.297 | 0.000 | 3.097 | 3.938 | 2.137 | 0.974 | 1.083 | 2.088 | 3.992 | 2.956 | 0.556 | 3.670 | 0.304 | 2.559 | 2.797 |
| 148 | V148 | 0.004 | 0.418 | 3.068 | 1.184 | 3.093 | 3.001 | 3.097 | 0.000 | 0.941 | 1.047 | 2.180 | 3.138 | 1.116 | 0.929 | 0.396 | 2.633 | 0.615 | 2.906 | 0.575 | 0.325 |
| 149 | V149 | 0.943 | 0.592 | 3.908 | 2.021 | 3.933 | 3.847 | 3.938 | 0.941 | 0.000 | 1.842 | 3.014 | 3.963 | 1.891 | 0.346 | 1.020 | 3.474 | 0.364 | 3.727 | 1.405 | 1.188 |
| 150 | V150 | 1.046 | 1.284 | 2.109 | 0.312 | 2.133 | 2.066 | 2.137 | 1.047 | 1.842 | 0.000 | 1.201 | 2.164 | 0.222 | 1.896 | 0.878 | 1.660 | 1.584 | 1.935 | 0.530 | 0.730 |
| 151 | V151 | 2.179 | 2.448 | 0.948 | 1.010 | 0.971 | 0.974 | 2.180 | 3.014 | 1.201 | 0.000 | 1.006 | 1.176 | 3.071 | 2.037 | 0.556 | 2.751 | 0.801 | 1.639 | 1.872 |       |
| 152 | V152 | 3.137 | 3.399 | 0.194 | 1.967 | 0.182 | 0.405 | 0.183 | 3.138 | 3.963 | 2.164 | 1.006 | 0.000 | 2.106 | 4.025 | 2.985 | 0.613 | 3.704 | 0.333 | 2.593 | 2.835 |
| 153 | V153 | 1.116 | 1.343 | 2.061 | 0.336 | 2.084 | 2.028 | 2.088 | 1.116 | 1.891 | 0.222 | 1.176 | 2.106 | 0.000 | 1.947 | 0.926 | 1.624 | 1.639 | 1.883 | 0.593 | 0.804 |
| 154 | V154 | 0.931 | 0.694 | 3.964 | 2.076 | 3.987 | 3.907 | 3.992 | 0.929 | 0.346 | 1.896 | 3.071 | 4.025 | 1.947 | 0.000 | 1.062 | 3.526 | 0.359 | 3.793 | 1.455 | 1.212 |
| 155 | V155 | 0.397 | 0.519 | 2.928 | 1.054 | 2.952 | 2.879 | 2.956 | 0.396 | 1.020 | 0.878 | 2.037 | 2.985 | 0.926 | 1.062 | 0.000 | 2.492 | 0.760 | 2.751 | 0.490 | 0.332 |
| 156 | V156 | 2.632 | 2.904 | 0.534 | 1.470 | 0.555 | 0.524 | 0.556 | 2.633 | 3.474 | 1.660 | 0.556 | 0.613 | 1.624 | 3.526 | 2.492 | 0.000 | 3.206 | 0.411 | 2.094 | 2.330 |
| 157 | V157 | 0.617 | 0.347 | 3.641 | 1.750 | 3.666 | 3.578 | 3.670 | 0.615 | 0.364 | 1.584 | 2.751 | 3.704 | 1.639 | 0.359 | 0.760 | 3.206 | 0.000 | 3.468 | 1.124 | 0.891 |
| 158 | V158 | 2.905 | 3.162 | 0.276 | 1.733 | 0.301 | 0.305 | 0.304 | 2.906 | 3.727 | 1.935 | 0.801 | 0.333 | 1.883 | 3.793 | 2.751 | 0.411 | 3.468 | 0.000 | 2.359 | 2.602 |
| 159 | V159 | 0.574 | 0.828 | 2.530 | 0.639 | 2.555 | 2.466 | 2.559 | 0.575 | 1.405 | 0.530 | 1.639 | 2.593 | 0.593 | 1.455 | 0.490 | 2.094 | 1.124 | 2.359 | 0.000 | 0.279 |
| 160 | V160 | 0.324 | 0.620 | 2.768 | 0.876 | 2.793 | 2.705 | 2.797 | 0.325 | 1.188 | 0.730 | 1.872 | 2.835 | 0.804 | 1.212 | 0.332 | 2.330 | 0.891 | 2.602 | 0.279 | 0.000 |
| 161 | V161 | 3.098 | 3.370 | 0.056 | 1.933 | 0.036 | 0.289 | 0.035 | 3.099 | 3.938 | 2.140 | 0.981 | 0.189 | 2.090 | 3.993 | 2.957 | 0.562 | 3.671 | 0.295 | 2.561 | 2.799 |
| 162 | V162 | 0.635 | 0.889 | 2.469 | 0.579 | 2.494 | 2.404 | 2.498 | 0.636 | 1.466 | 0.483 | 1.578 | 2.532 | 0.545 | 1.518 | 0.544 | 2.034 | 1.187 | 2.298 | 0.066 | 0.338 |
| 163 | V163 | 0.587 | 0.829 | 2.540 | 0.650 | 2.564 | 2.485 | 2.568 | 0.587 | 1.393 | 0.485 | 1.640 | 2.598 | 0.544 | 1.438 | 0.450 | 2.100 | 1.120 | 2.368 | 0.159 | 0.273 |
| 164 | V164 | 0.344 | 0.410 | 3.191 | 1.314 | 3.214 | 3.143 | 3.218 | 0.342 | 0.821 | 1.119 | 2.292 | 3.250 | 1.177 | 0.797 | 0.340 | 2.752 | 0.539 | 3.023 | 0.729 | 0.488 |
| 165 | V165 | 0.517 | 0.270 | 3.536 | 1.645 | 3.560 | 3.472 | 3.565 | 0.515 | 0.451 | 1.483 | 2.647 | 3.598 | 1.537 | 0.454 | 0.661 | 3.100 | 0.111 | 3.363 | 1.020 | 0.788 |
| 166 | V166 | 0.517 | 0.840 | 2.570 | 0.699 | 2.594 | 2.500 | 2.598 | 0.518 | 1.417 | 0.613 | 1.684 | 2.642 | 0.699 | 1.435 | 0.554 | 2.134 | 1.112 | 2.411 | 0.209 | 0.259 |
| 167 | V167 | 0.775 | 1.103 | 2.325 | 0.507 | 2.349 | 2.252 | 2.353 | 0.777 | 1.682 | 0.511 | 1.449 | 2.402 | 0.601 | 1.697 | 0.788 | 1.895 | 1.376 | 2.175 | 0.355 | 0.517 |
| 168 | V168 | 0.917 | 1.192 | 2.206 | 0.366 | 2.230 | 2.153 | 2.234 | 0.918 | 1.758 | 0.220 | 1.296 | 2.269 | 0.352 | 1.795 | 0.809 | 1.761 | 1.482 | 2.043 | 0.436 | 0.604 |
| 169 | V16  |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.25:** Matriz de Distancias

| d   | V161  | V162  | V163  | V164  | V165  | V166  | V167  | V168  | V169  | V170  | V171  | V172  | V173    | V174  | V175  | V176  | V177  | V178  | V179  |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V1  | 0.028 | 2.500 | 2.570 | 3.220 | 3.566 | 2.599 | 2.355 | 2.237 | 2.618 | 0.407 | 3.671 | 2.061 | 1.724   | 1.766 | 1.730 | 2.389 | 3.472 | 2.542 | 2.620 |
| V2  | 0.815 | 1.730 | 1.802 | 2.461 | 2.797 | 1.847 | 1.613 | 1.482 | 1.845 | 0.704 | 2.902 | 1.302 | 0.945   | 1.022 | 0.990 | 1.618 | 2.700 | 1.777 | 1.868 |
| V3  | 0.951 | 1.666 | 1.728 | 2.370 | 2.722 | 1.752 | 1.514 | 1.371 | 1.769 | 0.681 | 2.826 | 1.255 | 0.929   | 0.877 | 0.840 | 1.548 | 2.626 | 1.676 | 1.774 |
| V4  | 1.756 | 0.829 | 0.873 | 1.519 | 1.868 | 0.940 | 0.750 | 0.542 | 0.900 | 1.544 | 1.971 | 0.455 | 0.298   | 0.147 | 0.156 | 0.701 | 1.765 | 0.824 | 0.962 |
| V5  | 1.706 | 0.883 | 0.927 | 1.573 | 1.923 | 0.993 | 0.799 | 0.592 | 0.954 | 1.493 | 2.026 | 0.497 | 0.313   | 0.159 | 0.154 | 0.754 | 1.819 | 0.877 | 1.015 |
| V6  | 2.359 | 0.254 | 0.265 | 0.909 | 1.241 | 0.366 | 0.347 | 0.215 | 0.296 | 2.150 | 1.343 | 0.415 | 0.686   | 0.639 | 0.678 | 0.134 | 1.137 | 0.199 | 0.386 |
| V7  | 2.614 | 0.249 | 0.175 | 0.672 | 0.997 | 0.248 | 0.415 | 0.405 | 0.191 | 2.398 | 1.097 | 0.640 | 0.942   | 0.881 | 0.920 | 0.266 | 0.894 | 0.080 | 0.257 |
| V8  | 1.893 | 0.641 | 0.722 | 1.379 | 1.705 | 0.723 | 0.497 | 0.404 | 0.789 | 1.675 | 1.809 | 0.403 | 0.351   | 0.281 | 0.308 | 0.532 | 1.612 | 0.674 | 0.745 |
| V9  | 1.550 | 1.055 | 1.106 | 1.730 | 2.078 | 1.189 | 1.001 | 0.831 | 1.134 | 1.395 | 2.182 | 0.636 | 0.346   | 0.519 | 0.511 | 0.947 | 1.980 | 1.100 | 1.209 |
| V10 | 2.724 | 0.337 | 0.192 | 0.547 | 0.894 | 0.377 | 0.571 | 0.524 | 0.132 | 2.525 | 0.993 | 0.694 | 1.036   | 0.107 | 1.056 | 0.371 | 0.782 | 0.246 | 0.379 |
| V11 | 2.522 | 0.260 | 0.173 | 0.768 | 1.099 | 0.380 | 0.474 | 0.355 | 0.139 | 2.326 | 1.199 | 0.511 | 0.840   | 0.822 | 0.860 | 0.202 | 0.985 | 0.169 | 0.394 |
| V12 | 1.986 | 0.531 | 0.612 | 1.281 | 1.599 | 0.652 | 0.465 | 0.346 | 0.672 | 1.786 | 1.704 | 0.329 | 0.354   | 0.369 | 0.401 | 0.417 | 1.501 | 0.584 | 0.673 |
| V13 | 3.665 | 1.200 | 1.116 | 0.510 | 0.228 | 1.151 | 1.414 | 1.487 | 1.079 | 3.473 | 0.203 | 1.641 | 1.969   | 1.975 | 2.015 | 1.308 | 0.261 | 1.183 | 1.132 |
| V14 | 1.971 | 0.546 | 0.625 | 1.289 | 1.616 | 0.653 | 0.451 | 0.334 | 0.690 | 1.763 | 1.721 | 0.321 | 0.355   | 0.338 | 0.370 | 0.435 | 1.520 | 0.592 | 0.674 |
| V15 | 0.665 | 2.474 | 2.545 | 3.196 | 3.541 | 2.573 | 2.328 | 2.210 | 2.593 | 0.377 | 3.647 | 2.037 | 1.698   | 1.737 | 1.701 | 2.363 | 3.448 | 2.515 | 2.594 |
| V16 | 2.746 | 0.348 | 0.265 | 0.541 | 0.863 | 0.371 | 0.579 | 0.575 | 0.237 | 2.539 | 0.963 | 0.761 | 1.069   | 1.038 | 1.077 | 0.424 | 0.754 | 0.307 | 0.366 |
| V17 | 1.746 | 0.835 | 0.882 | 1.528 | 1.876 | 0.945 | 0.753 | 0.550 | 0.910 | 1.532 | 1.979 | 0.464 | 0.294   | 0.144 | 0.151 | 0.708 | 1.773 | 0.832 | 0.967 |
| V18 | 1.691 | 0.894 | 0.941 | 1.587 | 1.936 | 1.002 | 0.805 | 0.605 | 0.969 | 1.476 | 2.039 | 0.512 | 0.313   | 0.158 | 0.149 | 0.767 | 1.833 | 0.891 | 1.024 |
| V19 | 3.188 | 0.712 | 0.639 | 0.230 | 0.400 | 0.633 | 0.897 | 0.995 | 0.633 | 2.981 | 0.501 | 1.185 | 1.502   | 1.484 | 1.523 | 0.822 | 0.333 | 0.691 | 0.614 |
| V20 | 0.580 | 2.024 | 2.092 | 2.748 | 3.087 | 2.147 | 1.918 | 1.776 | 2.129 | 0.605 | 3.192 | 1.579 | 1.234   | 1.315 | 1.281 | 1.909 | 2.987 | 2.070 | 2.168 |
| V21 | 2.557 | 0.186 | 0.041 | 0.690 | 1.032 | 0.268 | 0.400 | 0.372 | 0.169 | 2.355 | 1.136 | 0.548 | 0.873   | 0.860 | 0.899 | 0.217 | 0.934 | 0.168 | 0.278 |
| V22 | 3.484 | 1.024 | 0.954 | 0.503 | 0.319 | 1.002 | 1.262 | 1.320 | 0.899 | 3.297 | 0.353 | 1.475 | 1.789   | 1.791 | 1.830 | 1.122 | 0.200 | 1.003 | 0.985 |
| V23 | 1.753 | 0.810 | 0.874 | 1.524 | 1.855 | 0.959 | 0.774 | 0.632 | 0.918 | 1.593 | 1.960 | 0.437 | 0.104   | 0.451 | 0.462 | 0.707 | 1.757 | 0.878 | 0.978 |
| V24 | 1.755 | 0.808 | 0.872 | 1.521 | 1.853 | 0.956 | 0.772 | 0.630 | 0.916 | 1.595 | 1.958 | 0.434 | 0.104   | 0.451 | 0.462 | 0.705 | 1.755 | 0.875 | 0.976 |
| V25 | 2.963 | 0.497 | 0.440 | 0.361 | 0.613 | 0.433 | 0.687 | 0.795 | 0.453 | 2.760 | 0.717 | 0.981 | 1.280   | 1.274 | 1.313 | 0.614 | 0.541 | 0.502 | 0.416 |
| V26 | 3.688 | 1.223 | 1.140 | 0.519 | 0.237 | 1.167 | 1.431 | 1.505 | 1.105 | 3.491 | 0.203 | 1.668 | 1.995   | 1.993 | 2.032 | 1.332 | 0.282 | 1.203 | 1.148 |
| V27 | 2.741 | 0.284 | 0.183 | 0.523 | 0.843 | 0.279 | 0.511 | 0.546 | 0.212 | 2.537 | 0.947 | 0.734 | 1.055   | 1.035 | 1.075 | 0.370 | 0.745 | 0.254 | 0.274 |
| V28 | 2.421 | 0.221 | 0.213 | 0.843 | 1.176 | 0.313 | 0.337 | 0.250 | 0.249 | 2.211 | 1.278 | 0.467 | 0.747   | 0.700 | 0.739 | 0.140 | 1.074 | 0.141 | 0.332 |
| V29 | 3.185 | 0.709 | 0.636 | 0.233 | 0.403 | 0.629 | 0.893 | 0.992 | 0.631 | 2.978 | 0.504 | 1.183 | 1.499   | 1.481 | 1.520 | 0.819 | 0.336 | 0.688 | 0.611 |
| V30 | 2.387 | 0.251 | 0.244 | 0.884 | 1.217 | 0.351 | 0.351 | 0.217 | 0.276 | 2.179 | 1.319 | 0.437 | 0.717   | 0.668 | 0.707 | 0.132 | 1.113 | 0.168 | 0.371 |
| V31 | 0.356 | 2.204 | 2.274 | 2.928 | 3.269 | 2.315 | 2.078 | 1.949 | 2.317 | 0.444 | 3.374 | 1.764 | 1.421   | 1.477 | 1.442 | 2.091 | 3.172 | 2.248 | 2.335 |
| V32 | 2.501 | 0.013 | 0.179 | 0.786 | 1.079 | 0.228 | 0.322 | 0.395 | 0.284 | 2.300 | 1.184 | 0.553 | 0.820   | 0.827 | 0.865 | 0.183 | 0.986 | 0.235 | 0.238 |
| V33 | 2.023 | 0.523 | 0.564 | 1.225 | 1.571 | 0.644 | 0.483 | 0.258 | 0.612 | 1.820 | 1.675 | 0.220 | 0.388   | 0.356 | 0.391 | 0.389 | 1.470 | 0.537 | 0.666 |
| V34 | 0.845 | 1.804 | 1.873 | 2.513 | 2.858 | 1.877 | 1.629 | 1.516 | 1.922 | 0.530 | 2.962 | 1.412 | 1.076   | 1.021 | 0.984 | 1.692 | 2.768 | 1.819 | 1.898 |
| V35 | 0.840 | 1.800 | 1.870 | 2.510 | 2.855 | 1.875 | 1.628 | 1.513 | 1.917 | 0.531 | 2.960 | 1.406 | 1.069   | 1.018 | 0.981 | 1.688 | 2.765 | 1.816 | 1.897 |
| V36 | 2.565 | 0.237 | 0.136 | 0.695 | 1.043 | 0.252 | 0.385 | 0.346 | 0.201 | 2.352 | 1.145 | 0.571 | 0.898   | 0.845 | 0.883 | 0.241 | 0.945 | 0.112 | 0.265 |
| V37 | 2.569 | 0.244 | 0.139 | 0.692 | 1.042 | 0.260 | 0.393 | 0.348 | 0.199 | 2.355 | 1.144 | 0.572 | 0.901   | 0.848 | 0.886 | 0.247 | 0.943 | 0.115 | 0.272 |
| V38 | 0.412 | 2.289 | 2.361 | 3.005 | 3.354 | 2.371 | 2.120 | 2.009 | 2.412 | 0.022 | 3.459 | 1.873 | 1.533   | 1.524 | 1.486 | 2.180 | 3.263 | 2.318 | 2.392 |
| V39 | 0.729 | 1.816 | 1.892 | 2.553 | 2.886 | 1.927 | 1.687 | 1.567 | 1.937 | 0.616 | 2.991 | 1.396 | 1.039   | 1.102 | 1.068 | 1.706 | 2.791 | 1.864 | 1.948 |
| V40 | 0.764 | 1.830 | 1.898 | 2.544 | 2.891 | 1.919 | 1.676 | 1.547 | 1.942 | 0.498 | 2.996 | 1.417 | 1.074   | 1.055 | 1.018 | 1.716 | 2.797 | 1.852 | 1.940 |
| V41 | 3.689 | 1.223 | 1.140 | 0.519 | 0.237 | 1.167 | 1.431 | 1.505 | 1.105 | 3.491 | 0.203 | 1.668 | 1.995   | 1.993 | 2.032 | 1.332 | 0.282 | 1.203 | 1.148 |
| V42 | 3.556 | 1.073 | 1.007 | 0.444 | 0.010 | 0.999 | 1.262 | 1.370 | 0.985 | 3.353 | 0.120 | 1.549 | 1.864   | 1.854 | 1.893 | 1.190 | 0.169 | 1.060 | 0.978 |
| V43 | 2.619 | 0.190 | 0.126 | 0.638 | 0.962 | 0.185 | 0.381 | 0.439 | 0.231 | 2.411 | 1.067 | 0.635 | 0.944   | 0.921 | 0.960 | 0.277 | 0.873 | 0.196 | 0.189 |
| V44 | 2.680 | 0.222 | 0.169 | 0.586 | 0.899 | 0.200 | 0.427 | 0.507 | 0.254 | 2.472 | 1.005 | 0.697 | 1.001   | 0.983 | 1.022 | 0.334 | 0.812 | 0.247 | 0.195 |
| V45 | 2.677 | 0.220 | 0.176 | 0.591 | 0.901 | 0.191 | 0.420 | 0.507 | 0.262 | 2.469 | 1.007 | 0.700 | 1.000   | 0.981 | 1.020 | 0.334 | 0.815 | 0.248 | 0.185 |
| V46 | 2.310 | 0.424 | 0.415 | 0.996 | 1.339 | 0.493 | 0.452 | 0.223 | 0.414 | 2.088 | 1.437 | 0.452 | 0.703   | 0.576 | 0.613 | 0.309 | 1.231 | 0.315 | 0.513 |
| V47 | 3.743 | 1.269 | 1.198 | 0.649 | 0.288 | 1.221 | 1.487 | 1.563 | 1.152 | 3.551 | 0.227 | 1.727 | 2.049   | 2.042 | 2.082 | 1.374 | 0.304 | 1.247 | 1.203 |
| V48 | 0.133 | 2.533 | 2.602 | 3.254 | 3.601 | 2.638 | 2.395 | 2.270 | 2.648 | 0.468 | 3.707 | 2.086 | 1.752   | 1.803 | 1.768 | 2.421 | 3.506 | 2.576 | 2.659 |
| V49 | 0.407 | 2.577 | 2.644 | 3.296 | 3.639 | 2.697 | 2.460 | 2.327 | 2.685 | 0.691 | 3.744 | 2.126 | 1.785   | 1.875 | 1.840 | 2.466 | 3.542 | 2.627 | 2.718 |
| V50 | 0.841 | 1.793 | 1.840 | 2.480 | 2.848 | 1.907 | 1.683 | 1.502 | 1.876 | 0.713 | 2.952 | 1.314 | 1.021   | 1.056 | 1.021 | 1.672 | 2.746 | 1.815 | 1.929 |
| V51 | 2.018 | 0.694 | 0.806 | 1.389 | 1.668 | 0.691 | 0.443 | 0.569 | 0.888 | 1.768 | 1.771 | 0.695 | 0.609   | 0.505 | 0.526 | 0.648 | 1.601 | 0.737 | 0.709 |
| V52 | 2.003 | 0.959 | 1.074 | 1.607 | 1.857 | 0.912 | 0.675 | 0.843 | 1.161 | 1.726 | 1.958 | 0.978 | 0.849   | 0.712 | 0.720 | 0.928 | 1.807 | 0.995 | 0.927 |
| V53 | 2.536 | 0.156 | 0.066 | 0.722 | 1.048 | 0.263 | 0.388 | 0.359 | 0.167 | 2.335 | 1.152 | 0.540 | 0.853</ |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.26:** Matriz de Distancias

| d   | V161 | V162  | V163  | V164  | V165  | V166  | V167  | V168  | V169  | V170  | V171  | V172  | V173  | V174  | V175  | V176  | V177  | V178  | V179  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 61  | V61  | 0.531 | 2.015 | 2.082 | 2.734 | 3.078 | 2.128 | 1.893 | 1.756 | 2.123 | 0.506 | 3.184 | 1.570 | 1.231 | 1.287 | 1.252 | 1.902 | 2.982 | 2.057 | 2.148 |
| 62  | V62  | 3.188 | 0.712 | 0.639 | 0.233 | 0.400 | 0.632 | 0.896 | 0.995 | 0.634 | 2.981 | 0.501 | 1.186 | 1.502 | 1.484 | 1.523 | 0.822 | 0.334 | 0.691 | 0.614 |
| 63  | V63  | 0.184 | 2.531 | 2.598 | 3.250 | 3.598 | 2.642 | 2.402 | 2.269 | 2.642 | 0.521 | 3.704 | 2.078 | 1.747 | 1.807 | 1.771 | 2.419 | 3.501 | 2.575 | 2.663 |
| 64  | V64  | 2.518 | 0.216 | 0.173 | 0.763 | 1.084 | 0.283 | 0.382 | 0.329 | 0.192 | 2.308 | 1.185 | 0.556 | 0.841 | 0.795 | 0.834 | 0.180 | 0.981 | 0.077 | 0.297 |
| 65  | V65  | 2.505 | 0.247 | 0.157 | 0.759 | 1.103 | 0.376 | 0.466 | 0.344 | 0.120 | 2.306 | 1.203 | 0.497 | 0.817 | 0.801 | 0.840 | 0.201 | 0.991 | 0.174 | 0.389 |
| 66  | V66  | 2.481 | 0.236 | 0.217 | 0.804 | 1.131 | 0.266 | 0.328 | 0.282 | 0.255 | 2.262 | 1.232 | 0.539 | 0.817 | 0.747 | 0.786 | 0.185 | 1.032 | 0.071 | 0.285 |
| 67  | V67  | 0.338 | 2.231 | 2.301 | 2.956 | 3.296 | 2.342 | 2.105 | 1.976 | 2.343 | 0.449 | 3.401 | 1.790 | 1.448 | 1.504 | 1.469 | 2.118 | 3.199 | 2.275 | 2.363 |
| 68  | V68  | 0.528 | 2.082 | 2.149 | 2.794 | 3.146 | 2.173 | 1.927 | 1.801 | 2.195 | 0.308 | 3.250 | 1.655 | 1.318 | 1.323 | 1.286 | 1.969 | 3.051 | 2.109 | 2.194 |
| 69  | V69  | 2.735 | 0.371 | 0.346 | 0.598 | 0.894 | 0.219 | 0.432 | 0.562 | 0.409 | 2.503 | 0.994 | 0.824 | 1.090 | 1.020 | 1.058 | 0.459 | 0.827 | 0.324 | 0.209 |
| 70  | V70  | 1.431 | 1.108 | 1.172 | 1.826 | 2.173 | 1.218 | 0.992 | 0.844 | 1.218 | 1.225 | 2.278 | 0.700 | 0.345 | 0.396 | 0.370 | 0.995 | 2.076 | 1.140 | 1.240 |
| 71  | V71  | 1.989 | 0.529 | 0.610 | 1.278 | 1.597 | 0.650 | 0.463 | 0.344 | 0.669 | 1.789 | 1.701 | 0.327 | 0.355 | 0.371 | 0.403 | 0.415 | 1.499 | 0.581 | 0.671 |
| 72  | V72  | 1.779 | 0.802 | 0.851 | 1.497 | 1.843 | 0.898 | 0.698 | 0.508 | 0.885 | 1.555 | 1.946 | 0.461 | 0.319 | 0.080 | 0.101 | 0.676 | 1.743 | 0.794 | 0.921 |
| 73  | V73  | 1.736 | 0.849 | 0.898 | 1.543 | 1.891 | 0.944 | 0.741 | 0.552 | 0.932 | 1.510 | 1.994 | 0.495 | 0.329 | 0.080 | 0.080 | 0.723 | 1.790 | 0.840 | 0.966 |
| 74  | V74  | 2.533 | 0.236 | 0.181 | 0.749 | 1.079 | 0.268 | 0.375 | 0.327 | 0.204 | 2.318 | 1.180 | 0.568 | 0.863 | 0.801 | 0.840 | 0.206 | 0.977 | 0.012 | 0.283 |
| 75  | V75  | 2.691 | 0.310 | 0.163 | 0.577 | 0.924 | 0.348 | 0.534 | 0.486 | 0.121 | 2.489 | 1.023 | 0.665 | 1.005 | 0.981 | 1.020 | 0.338 | 0.815 | 0.209 | 0.352 |
| 76  | V76  | 2.936 | 0.466 | 0.396 | 0.395 | 0.661 | 0.383 | 0.647 | 0.732 | 0.399 | 2.722 | 0.762 | 0.945 | 1.254 | 1.216 | 1.255 | 0.563 | 0.572 | 0.417 | 0.369 |
| 77  | V77  | 2.897 | 0.435 | 0.364 | 0.429 | 0.704 | 0.353 | 0.613 | 0.691 | 0.364 | 2.682 | 0.804 | 0.910 | 1.217 | 1.172 | 1.211 | 0.525 | 0.613 | 0.374 | 0.340 |
| 78  | V78  | 1.747 | 0.785 | 0.870 | 1.536 | 1.852 | 0.907 | 0.693 | 0.594 | 0.925 | 1.562 | 1.957 | 0.484 | 0.253 | 0.363 | 0.373 | 0.683 | 1.755 | 0.845 | 0.927 |
| 79  | V79  | 0.521 | 2.034 | 2.101 | 2.754 | 3.098 | 2.150 | 1.917 | 1.777 | 2.141 | 0.522 | 3.203 | 1.588 | 1.247 | 1.311 | 1.276 | 1.920 | 2.999 | 2.077 | 2.170 |
| 80  | V80  | 2.179 | 0.778 | 0.865 | 1.356 | 1.631 | 0.692 | 0.479 | 0.649 | 0.956 | 1.900 | 1.730 | 0.857 | 0.857 | 0.683 | 0.702 | 0.751 | 1.580 | 0.777 | 0.706 |
| 81  | V81  | 2.176 | 0.782 | 0.869 | 1.360 | 1.636 | 0.696 | 0.483 | 0.652 | 0.959 | 1.897 | 1.735 | 0.858 | 0.857 | 0.683 | 0.701 | 0.754 | 1.584 | 0.781 | 0.710 |
| 82  | V82  | 2.686 | 0.307 | 0.160 | 0.581 | 0.928 | 0.348 | 0.531 | 0.482 | 0.117 | 2.485 | 1.028 | 0.661 | 1.001 | 0.977 | 1.016 | 0.334 | 0.819 | 0.206 | 0.351 |
| 83  | V83  | 2.617 | 0.243 | 0.287 | 0.715 | 0.993 | 0.023 | 0.284 | 0.483 | 0.389 | 2.395 | 1.097 | 0.714 | 0.972 | 0.924 | 0.962 | 0.344 | 0.920 | 0.276 | 0.006 |
| 84  | V84  | 1.536 | 0.999 | 1.082 | 1.749 | 2.070 | 1.111 | 0.882 | 0.776 | 1.135 | 1.348 | 2.174 | 0.653 | 0.332 | 0.411 | 0.399 | 0.893 | 1.973 | 1.049 | 1.132 |
| 85  | V85  | 0.821 | 1.802 | 1.852 | 2.493 | 2.859 | 1.913 | 1.686 | 1.511 | 1.888 | 0.679 | 2.963 | 1.329 | 1.031 | 1.056 | 1.021 | 1.681 | 2.757 | 1.823 | 1.934 |
| 86  | V86  | 2.599 | 0.577 | 0.644 | 0.985 | 1.211 | 0.399 | 0.377 | 0.643 | 0.732 | 2.339 | 1.304 | 0.918 | 1.083 | 0.959 | 0.990 | 0.622 | 1.166 | 0.558 | 0.404 |
| 87  | V87  | 2.731 | 0.275 | 0.174 | 0.532 | 0.854 | 0.269 | 0.499 | 0.535 | 0.209 | 2.526 | 0.957 | 0.725 | 1.046 | 1.024 | 1.064 | 0.361 | 0.756 | 0.244 | 0.264 |
| 88  | V88  | 2.387 | 0.251 | 0.244 | 0.884 | 1.217 | 0.351 | 0.351 | 0.217 | 0.276 | 2.179 | 1.319 | 0.437 | 0.717 | 0.668 | 0.707 | 0.132 | 1.113 | 0.168 | 0.371 |
| 89  | V89  | 0.843 | 1.791 | 1.839 | 2.479 | 2.846 | 1.903 | 1.679 | 1.500 | 1.874 | 0.706 | 2.950 | 1.315 | 1.022 | 1.046 | 1.011 | 1.670 | 2.744 | 1.812 | 1.925 |
| 90  | V90  | 2.526 | 0.235 | 0.183 | 0.757 | 1.086 | 0.272 | 0.373 | 0.320 | 0.205 | 2.311 | 1.187 | 0.561 | 0.855 | 0.793 | 0.832 | 0.200 | 0.984 | 0.020 | 0.288 |
| 91  | V91  | 2.104 | 0.550 | 0.594 | 1.200 | 1.547 | 0.579 | 0.383 | 0.254 | 0.657 | 1.860 | 1.649 | 0.440 | 0.561 | 0.388 | 0.421 | 0.453 | 1.457 | 0.513 | 0.601 |
| 92  | V92  | 2.431 | 1.031 | 1.115 | 1.476 | 1.696 | 0.888 | 0.739 | 0.969 | 1.211 | 2.128 | 1.786 | 1.207 | 1.217 | 1.043 | 1.058 | 1.044 | 1.671 | 1.026 | 0.896 |
| 93  | V93  | 3.993 | 1.518 | 1.438 | 0.797 | 0.454 | 1.435 | 1.697 | 1.795 | 1.411 | 3.789 | 0.359 | 1.971 | 2.303 | 2.288 | 2.327 | 1.630 | 0.563 | 1.491 | 1.415 |
| 94  | V94  | 2.890 | 0.433 | 0.379 | 0.460 | 0.716 | 0.329 | 0.589 | 0.691 | 0.392 | 2.672 | 0.816 | 0.920 | 1.216 | 1.167 | 1.206 | 0.528 | 0.633 | 0.377 | 0.314 |
| 95  | V95  | 2.887 | 0.431 | 0.377 | 0.462 | 0.719 | 0.326 | 0.586 | 0.688 | 0.390 | 2.669 | 0.819 | 0.917 | 1.213 | 1.164 | 1.203 | 0.525 | 0.636 | 0.375 | 0.311 |
| 96  | V96  | 2.660 | 0.179 | 0.166 | 0.632 | 0.918 | 0.241 | 0.443 | 0.517 | 0.240 | 2.461 | 1.023 | 0.675 | 0.973 | 0.975 | 1.014 | 0.306 | 0.824 | 0.264 | 0.237 |
| 97  | V97  | 2.609 | 0.313 | 0.162 | 0.635 | 1.009 | 0.386 | 0.522 | 0.451 | 0.185 | 2.415 | 1.110 | 0.572 | 0.926 | 0.934 | 0.972 | 0.328 | 0.909 | 0.284 | 0.392 |
| 98  | V98  | 1.685 | 0.886 | 0.926 | 1.574 | 1.932 | 1.015 | 0.822 | 0.627 | 0.970 | 1.516 | 2.036 | 0.403 | 0.247 | 0.401 | 0.402 | 0.764 | 1.832 | 0.922 | 1.037 |
| 99  | V99  | 0.838 | 1.798 | 1.867 | 2.508 | 2.854 | 1.874 | 1.627 | 1.511 | 1.915 | 0.532 | 2.958 | 1.403 | 1.065 | 1.016 | 0.979 | 1.686 | 2.763 | 1.815 | 1.895 |
| 100 | V100 | 0.491 | 2.062 | 2.131 | 2.786 | 3.127 | 2.176 | 1.942 | 1.807 | 2.172 | 0.497 | 3.232 | 1.621 | 1.277 | 1.337 | 1.303 | 1.949 | 3.029 | 2.105 | 2.197 |
| 101 | V101 | 3.020 | 0.552 | 0.503 | 0.453 | 0.600 | 0.559 | 0.804 | 0.871 | 0.470 | 2.828 | 0.697 | 1.025 | 1.322 | 1.330 | 1.369 | 0.654 | 0.488 | 0.560 | 0.546 |
| 102 | V102 | 2.565 | 0.247 | 0.196 | 0.723 | 1.051 | 0.236 | 0.369 | 0.356 | 0.227 | 2.345 | 1.151 | 0.606 | 0.900 | 0.828 | 0.867 | 0.242 | 0.952 | 0.050 | 0.250 |
| 103 | V103 | 1.889 | 0.646 | 0.728 | 1.385 | 1.710 | 0.728 | 0.500 | 0.410 | 0.795 | 1.669 | 1.815 | 0.409 | 0.353 | 0.280 | 0.306 | 0.538 | 1.618 | 0.680 | 0.750 |
| 104 | V104 | 2.516 | 0.235 | 0.186 | 0.766 | 1.096 | 0.277 | 0.370 | 0.312 | 0.208 | 2.301 | 1.197 | 0.553 | 0.845 | 0.784 | 0.823 | 0.193 | 0.993 | 0.032 | 0.294 |
| 105 | V105 | 0.175 | 2.545 | 2.613 | 3.262 | 3.610 | 2.645 | 2.402 | 2.278 | 2.661 | 0.411 | 3.715 | 2.103 | 1.769 | 1.806 | 1.769 | 2.435 | 3.516 | 2.586 | 2.666 |
| 106 | V106 | 2.562 | 0.233 | 0.136 | 0.698 | 1.045 | 0.248 | 0.380 | 0.343 | 0.203 | 2.349 | 1.147 | 0.570 | 0.895 | 0.842 | 0.880 | 0.238 | 0.947 | 0.110 | 0.261 |
| 107 | V107 | 0.656 | 1.899 | 1.967 | 2.616 | 2.961 | 2.006 | 1.770 | 1.637 | 2.010 | 0.533 | 3.067 | 1.464 | 1.122 | 1.163 | 1.128 | 1.788 | 2.866 | 1.939 | 2.026 |
| 108 | V108 | 0.816 | 1.729 | 1.800 | 2.460 | 2.796 | 1.846 | 1.612 | 1.481 | 1.843 | 0.706 | 2.901 | 1.300 | 0.944 | 1.022 | 0.989 | 1.617 | 2.699 | 1.776 | 1.867 |
| 109 | V109 | 2.621 | 0.244 | 0.286 | 0.710 | 0.987 | 0.028 | 0.290 | 0.486 | 0.388 | 2.400 | 1.091 | 0.716 | 0.977 | 0.929 | 0.967 | 0.346 | 0.915 | 0.277 | 0.001 |
| 110 | V110 | 1.718 | 0.817 | 0.903 | 1.569 | 1.884 | 0.941 | 0.728 | 0.625 | 0.955 | 1.535 | 1.988 | 0.508 | 0.250 | 0.371 | 0.378 | 0.715 | 1.787 | 0.878 | 0.962 |
| 111 | V111 | 2.341 | 0.316 | 0.291 | 0.916 | 1.259 | 0.431 | 0.416 | 0.229 | 0.309 | 2.142 | 1.361 | 0.391 | 0.687 | 0.647 |       |       |       |       |       |

**Tabla B.27: Matriz de Distancias**

| d   | V161 | V162  | V163  | V164  | V165  | V166  | V167  | V168  | V169  | V170  | V171  | V172  | V173  | V174  | V175  | V176  | V177  | V178  | V179  |       |
|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 121 | V121 | 0.619 | 2.048 | 2.115 | 2.770 | 3.109 | 2.179 | 1.951 | 1.812 | 2.156 | 0.691 | 3.214 | 1.598 | 1.263 | 1.376 | 1.344 | 1.938 | 3.010 | 2.105 | 2.199 |
| 122 | V122 | 1.726 | 0.836 | 0.901 | 1.551 | 1.883 | 0.983 | 0.795 | 0.654 | 0.945 | 1.568 | 1.988 | 0.453 | 0.107 | 0.456 | 0.465 | 0.733 | 1.785 | 0.904 | 1.003 |
| 123 | V123 | 1.753 | 0.810 | 0.874 | 1.524 | 1.855 | 0.959 | 0.774 | 0.632 | 0.918 | 1.593 | 1.960 | 0.437 | 0.104 | 0.451 | 0.462 | 0.707 | 1.757 | 0.878 | 0.978 |
| 124 | V124 | 2.449 | 0.065 | 0.201 | 0.835 | 1.131 | 0.253 | 0.299 | 0.358 | 0.305 | 2.248 | 1.237 | 0.507 | 0.769 | 0.776 | 0.815 | 0.152 | 1.038 | 0.245 | 0.267 |
| 125 | V125 | 2.244 | 0.415 | 0.400 | 1.022 | 1.383 | 0.483 | 0.386 | 0.054 | 0.443 | 2.026 | 1.485 | 0.338 | 0.621 | 0.524 | 0.561 | 0.286 | 1.285 | 0.337 | 0.505 |
| 126 | V126 | 2.275 | 0.918 | 0.980 | 1.502 | 1.711 | 1.075 | 1.033 | 0.931 | 0.950 | 2.132 | 1.796 | 0.909 | 0.904 | 0.947 | 0.967 | 0.847 | 1.583 | 0.939 | 1.087 |
| 127 | V127 | 0.947 | 1.668 | 1.731 | 2.373 | 2.725 | 1.755 | 1.517 | 1.374 | 1.772 | 0.678 | 2.829 | 1.257 | 0.931 | 0.880 | 0.842 | 1.551 | 2.629 | 1.679 | 1.777 |
| 128 | V128 | 3.093 | 3.186 | 3.282 | 3.632 | 3.797 | 3.062 | 2.877 | 3.057 | 3.378 | 2.784 | 3.872 | 3.206 | 3.046 | 2.872 | 2.860 | 3.176 | 3.802 | 3.189 | 3.069 |
| 129 | V129 | 2.555 | 0.237 | 0.178 | 0.729 | 1.058 | 0.251 | 0.376 | 0.344 | 0.207 | 2.338 | 1.159 | 0.587 | 0.885 | 0.822 | 0.861 | 0.222 | 0.957 | 0.019 | 0.266 |
| 130 | V130 | 1.931 | 0.581 | 0.653 | 1.316 | 1.648 | 0.700 | 0.507 | 0.368 | 0.712 | 1.732 | 1.753 | 0.302 | 0.300 | 0.334 | 0.364 | 0.468 | 1.551 | 0.631 | 0.721 |
| 131 | V131 | 2.817 | 0.419 | 0.396 | 0.568 | 0.822 | 0.251 | 0.492 | 0.638 | 0.439 | 2.586 | 0.921 | 0.896 | 1.168 | 1.095 | 1.133 | 0.507 | 0.755 | 0.357 | 0.237 |
| 132 | V132 | 2.815 | 0.417 | 0.395 | 0.571 | 0.825 | 0.248 | 0.489 | 0.636 | 0.439 | 2.583 | 0.924 | 0.894 | 1.165 | 1.092 | 1.130 | 0.505 | 0.758 | 0.355 | 0.235 |
| 133 | V133 | 1.782 | 0.801 | 0.855 | 1.500 | 1.843 | 0.887 | 0.679 | 0.505 | 0.893 | 1.552 | 1.946 | 0.482 | 0.343 | 0.037 | 0.070 | 0.677 | 1.745 | 0.790 | 0.910 |
| 134 | V134 | 1.744 | 0.842 | 0.896 | 1.541 | 1.885 | 0.927 | 0.716 | 0.544 | 0.934 | 1.512 | 1.988 | 0.512 | 0.351 | 0.034 | 0.036 | 0.718 | 1.786 | 0.831 | 0.950 |
| 135 | V135 | 0.303 | 2.266 | 2.339 | 2.992 | 3.336 | 2.366 | 2.120 | 2.003 | 2.388 | 0.312 | 3.441 | 1.837 | 1.489 | 1.526 | 1.490 | 2.156 | 3.242 | 2.307 | 2.386 |
| 136 | V136 | 1.873 | 0.809 | 0.884 | 1.482 | 1.816 | 0.824 | 0.570 | 0.569 | 0.975 | 1.611 | 1.919 | 0.636 | 0.554 | 0.418 | 0.427 | 0.738 | 1.742 | 0.833 | 0.843 |
| 137 | V137 | 2.184 | 0.363 | 0.438 | 1.098 | 1.410 | 0.460 | 0.309 | 0.220 | 0.500 | 1.973 | 1.514 | 0.368 | 0.539 | 0.490 | 0.528 | 0.239 | 1.314 | 0.384 | 0.482 |
| 138 | V138 | 2.575 | 0.232 | 0.287 | 0.776 | 1.047 | 0.188 | 0.312 | 0.434 | 0.348 | 2.352 | 1.149 | 0.680 | 0.919 | 0.858 | 0.897 | 0.297 | 0.961 | 0.213 | 0.200 |
| 139 | V139 | 1.863 | 0.657 | 0.736 | 1.397 | 1.729 | 0.777 | 0.575 | 0.460 | 0.804 | 1.667 | 1.833 | 0.345 | 0.278 | 0.346 | 0.367 | 0.554 | 1.631 | 0.722 | 0.798 |
| 140 | V140 | 0.389 | 2.310 | 2.379 | 3.023 | 3.375 | 2.394 | 2.144 | 2.028 | 2.429 | 0.065 | 3.480 | 1.887 | 1.549 | 1.544 | 1.506 | 2.199 | 3.283 | 2.338 | 2.415 |
| 141 | V141 | 3.098 | 0.635 | 0.587 | 0.344 | 0.517 | 0.517 | 0.775 | 0.917 | 0.608 | 2.881 | 0.617 | 1.128 | 1.425 | 1.396 | 1.435 | 0.752 | 0.474 | 0.621 | 0.497 |
| 142 | V142 | 3.370 | 0.889 | 0.829 | 0.410 | 0.270 | 0.840 | 1.103 | 1.192 | 0.793 | 3.171 | 0.347 | 1.366 | 1.678 | 1.665 | 1.704 | 0.998 | 0.166 | 0.873 | 0.822 |
| 143 | V143 | 0.056 | 2.469 | 2.540 | 3.191 | 3.536 | 2.570 | 2.325 | 2.206 | 2.587 | 0.390 | 3.641 | 2.030 | 1.692 | 1.735 | 1.699 | 2.358 | 3.442 | 2.511 | 2.590 |
| 144 | V144 | 1.933 | 0.579 | 0.650 | 1.314 | 1.645 | 0.699 | 0.507 | 0.366 | 0.709 | 1.735 | 1.750 | 0.299 | 0.301 | 0.337 | 0.367 | 0.465 | 1.548 | 0.629 | 0.720 |
| 145 | V145 | 0.036 | 2.494 | 2.564 | 3.214 | 3.560 | 2.594 | 2.349 | 2.230 | 2.611 | 0.403 | 3.666 | 2.053 | 1.717 | 1.760 | 1.724 | 2.383 | 3.466 | 2.535 | 2.614 |
| 146 | V146 | 0.289 | 2.404 | 2.485 | 3.143 | 3.472 | 2.500 | 2.252 | 2.153 | 2.535 | 0.385 | 3.578 | 1.995 | 1.638 | 1.672 | 1.636 | 2.296 | 3.381 | 2.449 | 2.520 |
| 147 | V147 | 0.035 | 2.498 | 2.568 | 3.218 | 3.565 | 2.598 | 2.353 | 2.234 | 2.616 | 0.403 | 3.670 | 2.057 | 1.721 | 1.763 | 1.727 | 2.387 | 3.471 | 2.539 | 2.619 |
| 148 | V148 | 3.099 | 0.636 | 0.587 | 0.342 | 0.515 | 0.518 | 0.777 | 0.918 | 0.608 | 2.882 | 0.615 | 1.129 | 1.426 | 1.397 | 1.436 | 0.753 | 0.472 | 0.622 | 0.498 |
| 149 | V149 | 3.938 | 1.466 | 1.393 | 0.821 | 0.451 | 1.417 | 1.682 | 1.758 | 1.344 | 3.747 | 0.363 | 1.920 | 2.241 | 2.237 | 2.277 | 1.570 | 0.494 | 1.441 | 1.398 |
| 150 | V150 | 2.140 | 0.483 | 0.485 | 1.119 | 1.483 | 0.613 | 0.511 | 0.220 | 0.501 | 1.939 | 1.584 | 0.215 | 0.495 | 0.462 | 0.497 | 0.349 | 1.374 | 0.456 | 0.635 |
| 151 | V151 | 0.981 | 1.578 | 1.640 | 2.292 | 2.647 | 1.684 | 1.449 | 1.296 | 1.683 | 0.790 | 2.751 | 1.143 | 0.812 | 0.839 | 0.805 | 1.461 | 2.546 | 1.604 | 1.705 |
| 152 | V152 | 0.189 | 2.532 | 2.598 | 3.250 | 3.598 | 2.642 | 2.402 | 2.269 | 2.642 | 0.524 | 3.704 | 2.078 | 1.747 | 1.807 | 1.772 | 2.419 | 3.501 | 2.575 | 2.663 |
| 153 | V153 | 2.090 | 0.545 | 0.544 | 1.177 | 1.537 | 0.699 | 0.601 | 0.352 | 0.575 | 1.920 | 1.639 | 0.053 | 0.469 | 0.541 | 0.570 | 0.420 | 1.429 | 0.569 | 0.718 |
| 154 | V154 | 3.993 | 1.518 | 1.438 | 0.797 | 0.454 | 1.435 | 1.697 | 1.795 | 1.411 | 3.789 | 0.359 | 1.971 | 2.303 | 2.288 | 2.327 | 1.630 | 0.563 | 1.491 | 1.415 |
| 155 | V155 | 2.957 | 0.544 | 0.450 | 0.340 | 0.661 | 0.554 | 0.788 | 0.809 | 0.423 | 2.765 | 0.761 | 0.951 | 1.271 | 1.284 | 1.323 | 0.642 | 0.560 | 0.544 | 0.541 |
| 156 | V156 | 0.562 | 2.034 | 2.100 | 2.752 | 3.100 | 2.134 | 1.895 | 1.761 | 2.145 | 0.438 | 3.206 | 1.592 | 1.261 | 1.285 | 1.249 | 1.919 | 3.004 | 2.067 | 2.155 |
| 157 | V157 | 3.671 | 1.187 | 1.120 | 0.539 | 0.111 | 1.112 | 1.376 | 1.482 | 1.095 | 3.468 | 0.001 | 1.662 | 1.979 | 1.966 | 2.006 | 1.303 | 0.241 | 1.171 | 1.092 |
| 158 | V158 | 0.295 | 2.298 | 2.368 | 3.023 | 3.363 | 2.411 | 2.175 | 2.043 | 2.409 | 0.463 | 3.468 | 1.855 | 1.513 | 1.572 | 1.285 | 3.265 | 2.342 | 2.431 |       |
| 159 | V159 | 2.561 | 0.066 | 0.159 | 0.729 | 1.020 | 0.209 | 0.355 | 0.436 | 0.263 | 2.359 | 1.124 | 0.600 | 0.878 | 0.880 | 0.919 | 0.224 | 0.926 | 0.231 | 0.214 |
| 160 | V160 | 2.799 | 0.338 | 0.273 | 0.488 | 0.788 | 0.259 | 0.517 | 0.604 | 0.316 | 2.586 | 0.891 | 0.816 | 1.122 | 1.090 | 1.129 | 0.439 | 0.703 | 0.311 | 0.246 |
| 161 | V161 | 0.000 | 2.500 | 2.570 | 3.221 | 3.566 | 2.601 | 2.356 | 2.237 | 2.618 | 0.419 | 3.671 | 2.059 | 1.722 | 1.767 | 1.731 | 2.389 | 3.472 | 2.542 | 2.621 |
| 162 | V162 | 2.500 | 0.000 | 0.180 | 0.789 | 1.083 | 0.234 | 0.326 | 0.394 | 0.285 | 2.299 | 1.187 | 0.550 | 0.818 | 0.825 | 0.864 | 0.181 | 0.988 | 0.237 | 0.245 |
| 163 | V163 | 2.570 | 0.180 | 0.000 | 0.679 | 1.017 | 0.279 | 0.421 | 0.393 | 0.154 | 2.370 | 1.120 | 0.559 | 0.883 | 0.877 | 0.916 | 0.220 | 0.916 | 0.180 | 0.286 |
| 164 | V164 | 3.221 | 0.789 | 0.679 | 0.000 | 0.452 | 0.726 | 0.978 | 1.023 | 0.655 | 3.015 | 0.539 | 1.200 | 1.537 | 1.519 | 1.558 | 0.884 | 0.383 | 0.741 | 0.710 |
| 165 | V165 | 3.566 | 1.083 | 1.017 | 0.452 | 0.000 | 1.008 | 1.271 | 1.380 | 0.995 | 3.363 | 0.111 | 1.559 | 1.874 | 1.863 | 1.903 | 1.199 | 0.175 | 1.070 | 0.988 |
| 166 | V166 | 2.601 | 0.234 | 0.279 | 0.726 | 1.008 | 0.000 | 0.269 | 0.464 | 0.382 | 2.378 | 1.112 | 0.696 | 0.956 | 0.906 | 0.944 | 0.328 | 0.935 | 0.262 | 0.028 |
| 167 | V167 | 2.356 | 0.326 | 0.421 | 0.978 | 1.271 | 0.269 | 0.000 | 0.357 | 0.530 | 2.127 | 1.376 | 0.580 | 0.759 | 0.695 | 0.730 | 0.335 | 1.201 | 0.376 | 0.289 |
| 168 | V168 | 2.237 | 0.394 | 0.393 | 1.023 | 1.380 | 0.464 | 0.357 | 0.000 | 0.447 | 2.018 | 1.482 | 0.337 | 0.608 | 0.521 | 0.558 | 0.266 | 1.283 | 0.334 | 0.486 |
| 169 | V169 | 2.618 | 0.285 | 0.154 | 0.655 | 0.995 | 0.382 | 0.530 | 0.447 | 0.000 | 2.422 | 1.095 | 0.597 | 0.927 | 0.915 | 0.954 | 0.287 | 0.882 | 0.203 | 0.389 |
| 170 | V170 | 0.419 | 2.299 | 2.370 | 3.015 | 3.363 | 2.378 | 2.127 | 2.018 | 2.422 | 0.000 | 3.468 | 1.884 | 1.544 | 1.533 | 1.495 | 2.189 | 3.273 | 2.327 | 2.399 |
| 171 | V171 | 3.671 | 1.187 | 1.120 | 0.539 | 0.111 | 1.112 | 1.376 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

**Tabla B.28: Nombre de Estaciones (Caudales)**

| V   | Estación                                | V.   | Estación.                                 | .V.  | .Estación.                      |
|-----|---|------|---|------|---------------------------------|
| V1  | [SEGREDO + DESVIO] ARTIFICIAL (75)      | V61  | FOZ DO CHAPECÓ (94)                       | V121 | PEDRA DO CAVALO (254)           |
| V2  | 14 DE JULHO (284)                       | V62  | FOZ DO RIO CLARO (261)                    | V122 | PEDRAS (116)                    |
| V3  | A.A. LAYDNER (47)                       | V63  | FUNDÃO (72)                               | V123 | PEDREIRA (109)                  |
| V4  | A.S. LIMA (238)                         | V64  | FUNIL-GRANDE (211)                        | V124 | PEIXE ANGICAL (257)             |
| V5  | A.S. LIMA ARTIFICIAL (38)               | V65  | FUNIL (123)                               | V125 | PICADA (197)                    |
| V6  | A.S.OLIVEIRA (16)                       | V66  | FURNAS (6)                                | V126 | PIMENTAL ARTIFICIAL (302)       |
| V7  | ÁGUA VERMELHA (18)                      | V67  | GARIBALDI (89)                            | V127 | PIRAJU (48)                     |
| V8  | AIMORÉS (148)                           | V68  | GOVERNADOR PARIGOT DE SOUZA (115)         | V128 | PONTE DE PEDRA (281)            |
| V9  | ALTO TIETÊ (160)                        | V69  | GUAPORÉ (296)                             | V129 | PORTO COLÔMBIA (12)             |
| V10 | ANTA (129)                              | V70  | GUARAPIRANGA (117)                        | V130 | PORTO ESTRELA (263)             |
| V11 | ANTA ARTIFICIAL (127)                   | V71  | GUILMAN-AMORIM (262)                      | V131 | PORTO PRIMAVERA (246)           |
| V12 | ANTÔNIO DIAS + SÁ CARVALHO (183)        | V72  | IBITINGA (239)                            | V132 | PORTO PRIMAVERA ARTIFICIAL (46) |
| V13 | B MONTE PRINCIPAL (292)                 | V73  | IBITINGA ARTIFICIAL (39)                  | V133 | PROMISSÃO (240)                 |
| V14 | BAGUARI (141)                           | V74  | IGARAPAVA (10)                            | V134 | PROMISSÃO ARTIFICIAL (40)       |
| V15 | BAIXO IGUAÇU (81)                       | V75  | ILHA DOS POMBOS (130)                     | V135 | QUEBRA QUEIXO (286)             |
| V16 | BALBINA (269)                           | V76  | ILHA SOLTEIRA (34)                        | V136 | QUEIMADO (158)                  |
| V17 | BARRA BONITA (237)                      | V77  | ILHA SOLTEIRA EQUIVALENTE ARTIFICIAL (44) | V137 | RETIRO BAIXO (155)              |
| V18 | BARRA BONITA ARTIFICIAL (37)            | V78  | IRAPÉ (255)                               | V138 | RONDON 2 (145)                  |
| V19 | BARRA DOS COQUEIROS (248)               | V79  | ITÁ (92)                                  | V139 | ROSAL (196)                     |
| V20 | BARRA GRANDE (215)                      | V80  | ITAIPU (266)                              | V140 | ROSANA (63)                     |
| V21 | BATALHA (22)                            | V81  | ITAIPU ARTIFICIAL (66)                    | V141 | SALTO (294)                     |
| V22 | BELO MONTE (288)                        | V82  | ITAOCARA (199)                            | V142 | SALTO APIACÁS (225)             |
| V23 | BILLINGS (118)                          | V83  | ITAPARICA (172)                           | V143 | SALTO CAXIAS (222)              |
| V24 | BILLINGS+PEDRAS (119)                   | V84  | ITAPEBI (188)                             | V144 | SALTO GRANDE (134)              |
| V25 | BOA ESPERANÇA (190)                     | V85  | ITAUBA (113)                              | V145 | SALTO OSORIO (78)               |
| V26 | CACHOEIRA CALDEIRÃO (204)               | V86  | ITIQUIRA I e II (259)                     | V146 | SALTO PILÃO (101)               |
| V27 | CACHOEIRA DOURADA (32)                  | V87  | ITUMBIAIRA (31)                           | V147 | SALTO SANTIAGO (77)             |
| V28 | CACONDE (14)                            | V88  | ITUTINGA (2)                              | V148 | SALTO VERDINHO (241)            |
| V29 | CAÇU (247)                              | V89  | JACUÍ (112)                               | V149 | SAMUEL (279)                    |
| V30 | CAMARGOS (1)                            | V90  | JAGUARA (9)                               | V150 | SANTA BRANCA (122)              |
| V31 | CAMPOS NOVOS (216)                      | V91  | JAGUARI (120)                             | V151 | SANTA CLARA MG (283)            |
| V32 | CANA BRAVA (191)                        | V92  | JAUU (295)                                | V152 | SANTA CLARA PR (71)             |
| V33 | CANDONGA (149)                          | V93  | JIRAU (285)                               | V153 | SANTANA (203)                   |
| V34 | CANOAS I (52)                           | V94  | JUPIÁ (245)                               | V154 | SANTO ANTONIO (287)             |
| V35 | CANOAS II (51)                          | V95  | JUPIÁ ARTIFICIAL (45)                     | V155 | SANTO ANTÔNIO DO JARI (290)     |
| V36 | CAPIM BRANCO I (207)                    | V96  | LAJEADO (273)                             | V156 | SÃO JOSÉ (102)                  |
| V37 | CAPIM BRANCO II (28)                    | V97  | LAJES ARTIFICIAL (132)                    | V157 | SÃO MANOEL (230)                |
| V38 | CAPIVARA (61)                           | V98  | LAJES/P.PASSOS/FONTES NOVA (202)          | V158 | SÃO ROQUE (88)                  |
| V39 | CASTRO ALVES (98)                       | V99  | LUCAS NOGUEIRA GARCEZ (50)                | V159 | SÃO SALVADOR (253)              |
| V40 | CHAVANTES (49)                          | V100 | MACHADINHO (217)                          | V160 | SÃO SIMÃO (33)                  |
| V41 | COARACY NUNES (280)                     | V101 | MANSO (278)                               | V161 | SEGREDO (76)                    |
| V42 | COLIDER (228)                           | V102 | MARIMBONDO (17)                           | V162 | SERRA DA MESA (270)             |
| V43 | CORUMBÁ I (209)                         | V103 | MASCARENHAS (144)                         | V163 | SERRA DO FACÃO (251)            |
| V44 | CORUMBÁ III (23)                        | V104 | MASCARENHAS DE MORAES (7)                 | V164 | SIMPLÍCIO ARTIFICIAL (126)      |
| V45 | CORUMBÁ IV (205)                        | V105 | MAUÁ (57)                                 | V165 | SINOP (227)                     |
| V46 | CURUÁ-UNA (277)                         | V106 | MIRANDA (206)                             | V166 | SOBRADINHO (169)                |
| V47 | DARDANELOS (291)                        | V107 | MONJOLINHO (220)                          | V167 | SOBRADINHO INCREMENTAL (168)    |
| V48 | DESVIO JORDAO (73)                      | V108 | MONTE CLARO (97)                          | V168 | SOBRAGI (198)                   |
| V49 | DESVIO JORDÃO ARTIFICIAL (70)           | V109 | MOXOTÓ (173)                              | V169 | STA CECILIA (125)               |
| V50 | DONA FRANCISCA (114)                    | V110 | MURTA (258)                               | V170 | TAQUARUÇU (62)                  |
| V51 | EDGARD DE SOUZA COM TRIBUTÁRIOS (161)   | V111 | NILO PEÇANHA (131)                        | V171 | TELES PIRES (229)               |
| V52 | EDGARD DE SOUZA MENOS TRIBUTÁRIOS (164) | V112 | NOVA AVANHANDAVA (242)                    | V172 | TOCOS (201)                     |
| V53 | EMBORCAÇÃO (24)                         | V113 | NOVA AVANHANDAVA ARTIFICIAL (42)          | V173 | TRAIÇÃO (104)                   |
| V54 | ERNESTINA (110)                         | V114 | NOVA PONTE (25)                           | V174 | TRÊS IRMÃOS (243)               |
| V55 | ESPORA (99)                             | V115 | OURINHOS (249)                            | V175 | TRÊS IRMAOS ARTIFICIAL (43)     |
| V56 | ESTREITO (8)                            | V116 | PARAIBUNA (121)                           | V176 | TRÊS MARIAS (156)               |
| V57 | ESTREITO TOCANTINS (271)                | V117 | PASSO FUNDO (93)                          | V177 | TUCURUI (275)                   |
| V58 | EUCLIDES DA CUNHA (15)                  | V118 | PASSO REAL (111)                          | V178 | VOLTA GRANDE (11)               |
| V59 | FERREIRA GOMES (297)                    | V119 | PASSO SÃO JOÃO (103)                      | V179 | XINGÓ (178)                     |
| V60 | FOZ DO AREIA (74)                       | V120 | PAULO AFONSO (175)                        | V180 | -                               |

# Apéndice C

## Modelamiento de Series Temporales

### C.1. Modelo SARIMA del clúster

#### C.1.1. Modelo del clúster 1

El modelo SARIMA que representa al clúster 1, sus coeficientes y residuos se resumen en la tabla C.1.

Mientras que los coeficientes estimados del modelo, para cada una de las series del clúster se muestran en la tabla C.2 .

Luego, en el gráfico C.2, vemos varias de las predicciones de caudales del clúster 1.

**Tabla C.1:** Modelo SARIMA(4, 0, 0)(1, 1, 0)<sub>12</sub>

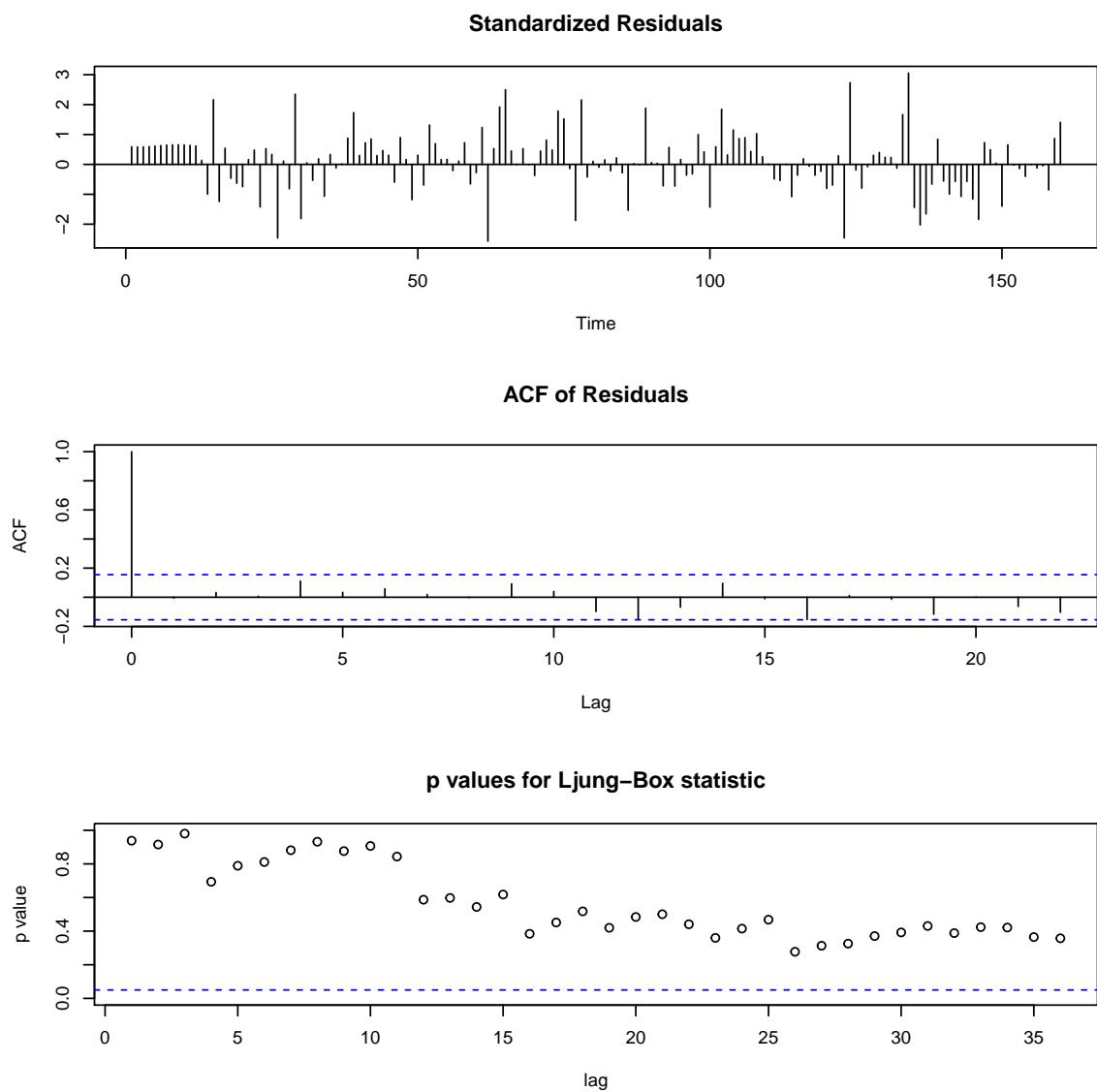
| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 2.6590   | 0.0806    | 32.970  | 0.0000   | ***    |
| ar2  | -2.6100  | 0.2147    | -12.155 | 0.0000   | ***    |
| ar3  | 1.1814   | 0.2148    | 5.499   | 0.0000   | ***    |
| ar4  | -0.2390  | 0.0810    | -2.950  | 0.0032   | **     |
| sar1 | -0.7377  | 0.0534    | -13.813 | 0.0000   | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 6.07$ , loglikelihood = -353.63, AIC = 719.26,  
BIC = 737.24, Hannan-Quinn = 727.53

**Tabla C.2:** Modelo SARIMA(4,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 1

| Estación-Caudal                  | ar1       | ar2      | ar3      | ar4    | sar1       | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    |
|----------------------------------|-----------|----------|----------|--------|------------|--------------------|-------------|--------|--------|
| LAJES/P.PASSOS/FONTES NOVA (202) | 0.399 *** | 0.087    | 0.057    | 0.021  | -0.384 *** | 1.155e+01          | -360.5      | 733.0  | 750.4  |
| 14 DE JULHO (284)                | 0.36 ***  | 0.067    | -0.082   | 0.125  | -0.569 *** | 6.655e+04          | -950.6      | 1913.2 | 1930.7 |
| CASTRO ALVES (98)                | 0.315 *** | 0.092    | -0.094   | 0.131  | -0.573 *** | 2.125e+04          | -873.0      | 1758.0 | 1775.5 |
| BAIXO IGUAÇU (81)                | 0.586 *** | -0.173 . | 0.027    | -0.044 | -0.424 *** | 1.367e+06          | -1155.1     | 2322.1 | 2339.6 |
| BARRA GRANDE (215)               | 0.423 *** | 0.03     | -0.049   | 0.099  | -0.538 *** | 5.915e+04          | -942.3      | 1896.6 | 1914.1 |
| CAMPOS NOVOS (216)               | 0.551 *** | -0.101   | 0.029    | 0.05   | -0.524 *** | 7.836e+04          | -961.4      | 1934.7 | 1952.2 |
| DESVIO JORDÃO ARTIFICIAL (70)    | 0.226 **  | -0.133   | 0.091    | -0.076 | -0.503 *** | 4.526e+03          | -767.2      | 1546.3 | 1563.8 |
| GARIBALDI (89)                   | 0.551 *** | -0.103   | 0.032    | 0.05   | -0.526 *** | 6.388e+04          | -947.5      | 1907.0 | 1924.5 |
| MACHADINHO (217)                 | 0.592 *** | -0.122   | 0.031    | 0.072  | -0.531 *** | 3.140e+05          | -1055.8     | 2123.7 | 2141.2 |
| PEDREIRA (109)                   | 0.229 **  | 0.08     | 0.252 ** | 0.064  | -0.532 *** | 7.163e+01          | -485.6      | 983.2  | 1000.7 |
| PIMENTAL ARTIFICIAL (302)        | 0.295 *** | -0.225 * | 0.098    | -0.05  | -0.511 *** | 2.369e+06          | -1193.0     | 2397.9 | 2415.4 |
| SÃO ROQUE (88)                   | 0.539 *** | -0.102   | 0.051    | 0.046  | -0.531 *** | 4.350e+04          | -921.4      | 1854.8 | 1872.3 |
| TRAIÇÃO (104)                    | 0.29 ***  | 0.066    | 0.236 ** | 0.065  | -0.524 *** | 1.955e+02          | -553.8      | 1119.6 | 1137.1 |
| SEGREDO Y DESVIO ARTIFICIAL (75) | 0.641 *** | -0.166   | -0.009   | -0.025 | -0.421 *** | 3.925e+05          | -1070.2     | 2152.4 | 2169.9 |
| ITÁ (92)                         | 0.54 ***  | -0.096   | 0.047    | 0.059  | -0.534 *** | 6.723e+05          | -1107.6     | 2227.2 | 2244.7 |
| MONJOLINHO (220)                 | 0.467 *** | -0.014   | 0.123    | -0.009 | -0.516 *** | 5.723e+03          | -783.3      | 1578.7 | 1596.2 |
| PASSO FUNDO (93)                 | 0.529 *** | -0.04    | 0.096    | -0.011 | -0.508 *** | 1.593e+03          | -696.4      | 1404.7 | 1422.2 |
| QUEBRA QUEIXO (286)              | 0.47 ***  | -0.029   | -0.028   | 0.03   | -0.454 *** | 4.057e+03          | -759.4      | 1530.8 | 1548.3 |
| SALTO OSORIO (78)                | 0.61 ***  | -0.177 . | 0.016    | -0.04  | -0.415 *** | 6.763e+05          | -1107.2     | 2226.3 | 2243.8 |
| SALTO SANTIAGO (77)              | 0.615 *** | -0.181 . | 0.019    | -0.042 | -0.417 *** | 6.109e+05          | -1100.3     | 2212.5 | 2230.0 |
| SEGREDO (76)                     | 0.626 *** | -0.167   | -0.006   | -0.023 | -0.422 *** | 3.412e+05          | -1060.7     | 2133.4 | 2150.8 |
| JACUÍ (112)                      | 0.536 *** | 0.083    | -0.045   | 0.107  | -0.504 *** | 2.097e+04          | -871.6      | 1755.3 | 1772.7 |
| PASSO REAL (111)                 | 0.536 *** | 0.083    | -0.045   | 0.108  | -0.505 *** | 2.055e+04          | -870.2      | 1752.5 | 1770.0 |
| PEDRA DO CAVALO (254)            | 0.293 *** | -0.114   | -0.092   | 0.129  | -0.701 *** | 8.109e+03          | -809.2      | 1630.4 | 1647.8 |
| ALTO TIETÉ (160)                 | 0.385 *** | 0.036    | 0.282 ** | 0.02   | -0.598 *** | 1.026e+01          | -354.2      | 720.3  | 737.8  |
| FOZ DO CHAPECÓ (94)              | 0.535 *** | -0.064   | 0.036    | 0.053  | -0.541 *** | 1.023e+06          | -1136.2     | 2284.5 | 2302.0 |
| SALTO CAXIAS (222)               | 0.586 *** | -0.173 . | 0.027    | -0.044 | -0.424 *** | 1.171e+06          | -1144.5     | 2301.0 | 2318.5 |
| FOZ DO AREIA (74)                | 0.614 *** | -0.137   | -0.028   | -0.018 | -0.43 ***  | 2.532e+05          | -1040.5     | 2092.9 | 2110.4 |
| DESVIO JORDAO (73)               | 0.548 *** | -0.143   | 0.057    | -0.086 | -0.445 *** | 1.102e+04          | -827.4      | 1666.8 | 1684.2 |
| FUNDÃO (72)                      | 0.51 ***  | -0.102   | 0.037    | -0.091 | -0.44 ***  | 8.156e+03          | -806.9      | 1625.7 | 1643.2 |
| MAUÁ (57)                        | 0.583 *** | -0.105   | 0.069    | -0.083 | -0.5 ***   | 3.649e+04          | -909.2      | 1830.5 | 1847.9 |
| MONTE CLARO (97)                 | 0.353 *** | 0.072    | -0.083   | 0.124  | -0.566 *** | 6.189e+04          | -945.6      | 1903.3 | 1920.8 |
| DONA FRANCISCA (114)             | 0.443 *** | 0.218 *  | -0.078   | 0.067  | -0.512 *** | 5.928e+04          | -942.3      | 1896.7 | 1914.2 |
| ITAUBA (113)                     | 0.486 *** | 0.156 .  | -0.067   | 0.098  | -0.508 *** | 3.651e+04          | -909.3      | 1830.7 | 1848.2 |
| PASSO SÃO JOÃO (103)             | 0.523 *** | 0.129    | -0.022   | 0.048  | -0.483 *** | 4.345e+04          | -921.0      | 1854.0 | 1871.5 |
| SÃO JOSÉ (102)                   | 0.52 ***  | 0.129    | -0.022   | 0.049  | -0.484 *** | 4.053e+04          | -916.3      | 1844.5 | 1862.0 |
| SANTA CLARA MG (283)             | 0.453 *** | -0.096   | 0.113    | -0.002 | -0.465 *** | 4.825e+03          | -771.3      | 1554.6 | 1572.1 |
| SANTA CLARA PR (71)              | 0.5 ***   | -0.089   | 0.031    | -0.092 | -0.441 *** | 7.481e+03          | -801.0      | 1614.0 | 1631.5 |
| BILLINGS (118)                   | 0.229 **  | 0.08     | 0.252 ** | 0.064  | -0.532 *** | 7.163e+01          | -485.6      | 983.2  | 1000.7 |
| BILLINGS+PEDRAS (119)            | 0.24 **   | 0.078    | 0.244 ** | 0.063  | -0.536 *** | 1.093e+02          | -514.4      | 1040.7 | 1058.2 |
| PEDRAS (116)                     | 0.281 **  | 0.068    | 0.21 *   | 0.058  | -0.549 *** | 4.100e+00          | -291.1      | 594.3  | 611.8  |



**Figura C.1:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(4,0,0)(1,1,0)

### C.1.2. Modelo del clúster 2

El modelo SARIMA que representa al clúster 2, sus coeficientes y residuos se resumen en la tabla C.3.

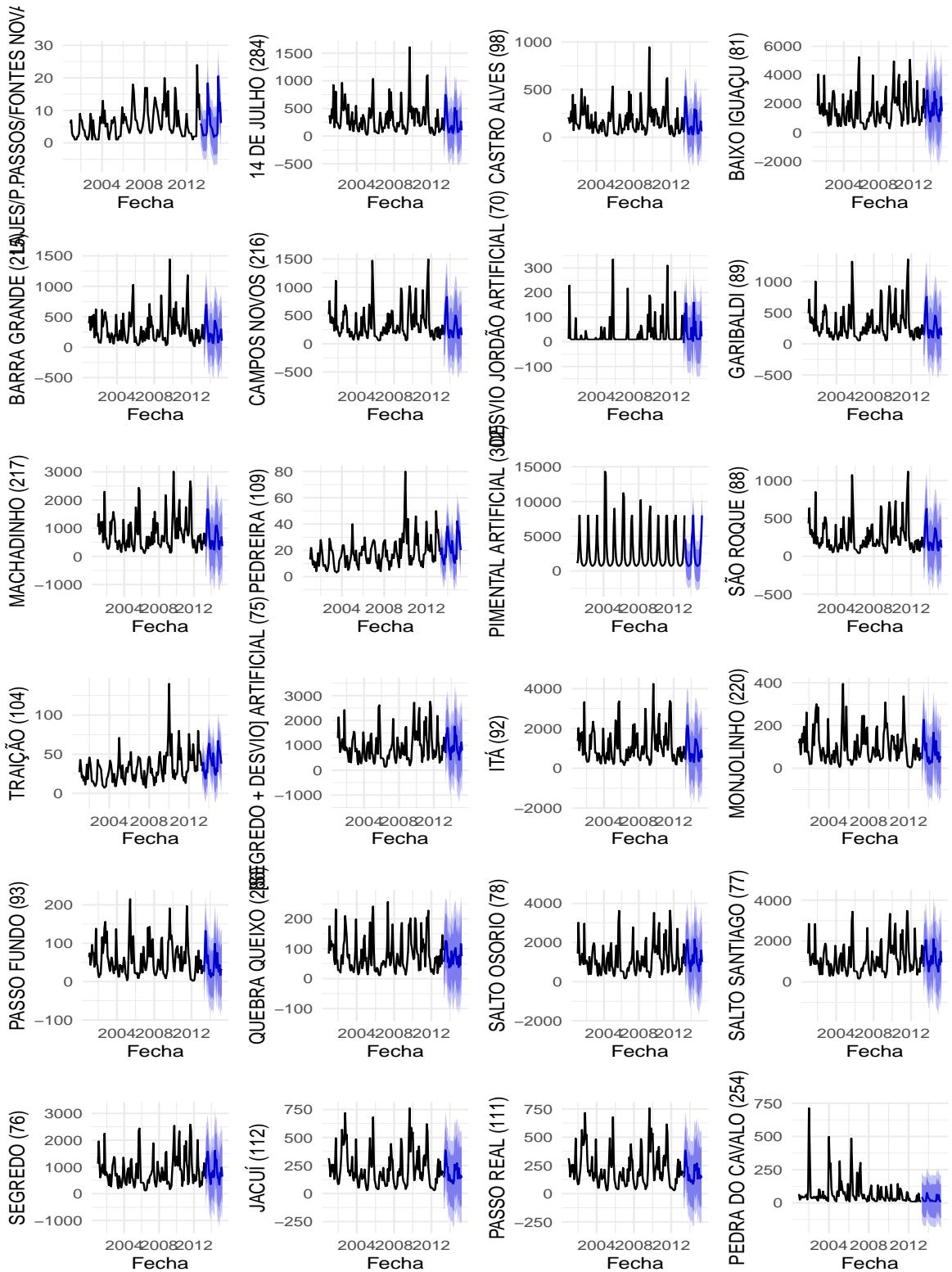
Además, los coeficientes estimados del modelo, para cada una de las series del clúster se muestran en la tabla C.4.

**Tabla C.3:** Modelo SARIMA(4,0,3)(1,1,0)<sub>12</sub>

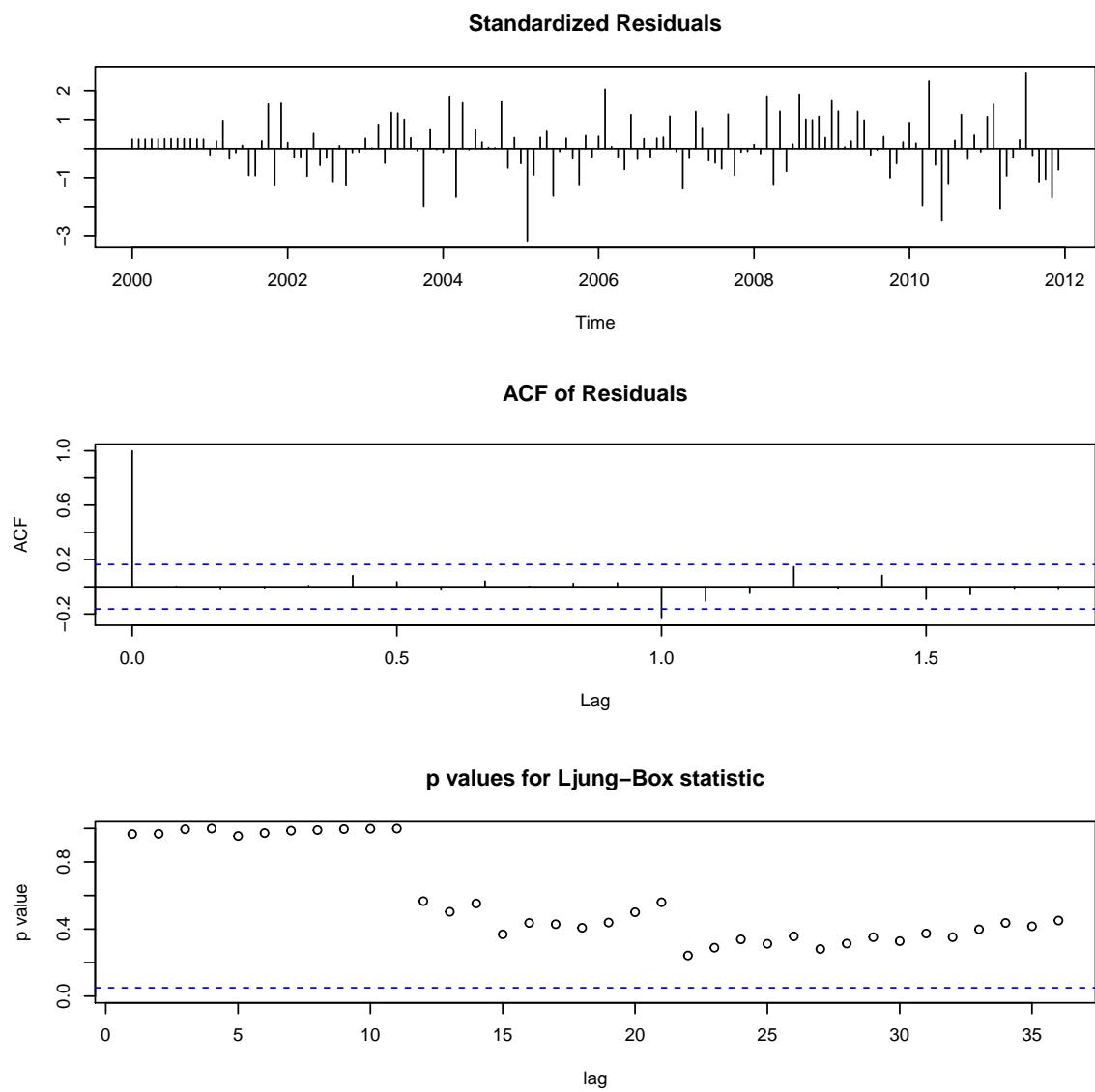
| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 1.7863   | 0.0893    | 20.000  | 0        | ***    |
| ar2  | -1.4941  | 0.1760    | -8.487  | 0        | ***    |
| ar3  | 1.4852   | 0.1374    | 10.805  | 0        | ***    |
| ar4  | -0.7983  | 0.0608    | -13.124 | 0        | ***    |
| ma1  | 0.5822   | 0.1097    | 5.308   | 0        | ***    |
| ma2  | 1.0567   | 0.0573    | 18.440  | 0        | ***    |
| ma3  | 0.4581   | 0.0975    | 4.697   | 0        | ***    |
| sar1 | -0.7961  | 0.0507    | -15.708 | 0        | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 1.32$ , loglikelihood = -219.24, AIC = 456.48,  
BIC = 482.42, Hannan-Quinn = 468.45



**Figura C.2:** Predicción SARIMA de Caudales del clúster 1



**Figura C.3:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(4,0,3)(1,1,0)

**Tabla C.4:** Modelo SARIMA(4,0,3)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 2

| Estación-Caudal                   | ar1        | ar2        | ar3       | ar4       | ma1        | ma2       | ma3      | sar1       | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    |
|-----------------------------------|------------|------------|-----------|-----------|------------|-----------|----------|------------|--------------------|-------------|--------|--------|
| A.A. LAYDNER (47)                 | -0.124     | -0.148     | 0.71 ***  | 0.082     | 0.649 **   | 0.726 *** | -0.291   | -0.513 *** | 9997.34            | -727.1      | 1472.2 | 1497.3 |
| CHAVANTES (49)                    | -0.172     | 0.693 **   | 0.171     | -0.078    | 0.582      | -0.245    | -0.005   | -0.523 *** | 24969.14           | -780.1      | 1578.3 | 1603.3 |
| LUCAS NOGUEIRA GARCEZ (50)        | -0.289     | -0.157     | 0.706 *** | 0.134     | 0.706 ***  | 0.755 *** | -0.255   | -0.522 *** | 35468.68           | -802.8      | 1623.6 | 1648.7 |
| OURINHOS (249)                    | -1.307 *** | 0.349      | 0.896 *** | 0.184     | 1.757 ***  | 0.59      | -0.201   | -0.503 *** | 24450.20           | -779.8      | 1577.6 | 1602.7 |
| PIRAJU (48)                       | -0.132     | -0.151     | 0.711 *** | 0.085     | 0.648 **   | 0.726 *** | -0.292   | -0.513 *** | 10477.58           | -729.9      | 1477.8 | 1502.8 |
| GOVERNADOR PARIGOT DE SOUZA (115) | -0.404 *** | -0.204 *   | -0.262 ** | 0.253 *   | 0.933 ***  | 0.933 *** | 1 ***    | -0.472 *** | 51.66              | -413.3      | 844.7  | 869.8  |
| SALTO PILÃO (101)                 | 1.145 ***  | -1.026 *** | 1.278 *** | -0.42 *** | -0.675 *** | 0.675 *** | -1 ***   | -0.559 *** | 10084.43           | -727.7      | 1473.5 | 1498.5 |
| ROSANA (63)                       | -0.337     | -0.119     | 0.699 *** | 0.037     | 0.841 *    | 0.781 *   | -0.209   | -0.527 *** | 275471.66          | -926.0      | 1870.0 | 1895.0 |
| CANOAS I (52)                     | -0.307     | -0.159     | 0.703 *** | 0.134     | 0.728 **   | 0.771 *** | -0.237   | -0.521 *** | 39838.53           | -809.8      | 1637.6 | 1662.7 |
| CANOAS II (51)                    | -0.296     | -0.158     | 0.705 *** | 0.135     | 0.714 ***  | 0.761 *** | -0.248   | -0.522 *** | 36843.77           | -805.1      | 1628.2 | 1653.3 |
| ERNESTINA (110)                   | -0.137     | -0.22      | 0.543 *** | 0.023     | 0.614 *    | 0.611 *   | -0.388   | -0.478 *** | 991.68             | -588.8      | 1195.5 | 1220.6 |
| CAPIVARA (61)                     | -0.292     | -0.089     | 0.711     | 0.001     | 0.8 ***    | 0.734 *** | -0.251 * | -0.533     | 233410.14          | -916.1      | 1850.2 | 1875.3 |
| TAQUARUÇU (62)                    | -0.342     | -0.112     | 0.697 *** | 0.042     | 0.85 *     | 0.793 *   | -0.198   | -0.527 *** | 247820.48          | -919.7      | 1857.5 | 1882.5 |

**Tabla C.5:** Modelo SARIMA(2,0,1)(1,1,0)<sub>12</sub>

| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 1.8978   | 0.0361    | 52.541  | 0        | NA     |
| ar2  | -0.9150  | 0.0359    | -25.493 | 0        | ***    |
| ma1  | 0.4377   | 0.0798    | 5.486   | 0        | ***    |
| sar1 | -0.7571  | 0.0548    | -13.803 | 0        | ***    |

*Resumen:*

$\sigma^2 = 6.43$ , loglikelihood = -303.18, AIC = 616.36,  
BIC = 630.5, Hannan-Quinn = 622.89

Luego, en el gráfico C.4, vemos varias de las predicciones de caudales del clúster 2.

### C.1.3. Modelo del clúster 3

El modelo SARIMA que representa al clúster 3, sus coeficientes y residuos se resumen en la tabla C.5.

Además, los coeficientes estimados del modelo, para cada una de las series del clúster se muestran en la tabla C.6.

Luego, en el gráfico C.6, vemos varias de las predicciones de caudales del clúster 3.

### C.1.4. Modelo del clúster 4

El modelo SARIMA que representa al clúster 4, sus coeficientes y residuos se resumen en la tabla C.9.

Mientras que los coeficientes estimados del modelo, para cada una de las series del clúster se muestran en la tabla C.10.

**Tabla C.6:** Modelo SARIMA(2,0,1)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 3

| Estación-Caudal                  | ar1        | ar2       | ma1        | sar1       | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    |
|----------------------------------|------------|-----------|------------|------------|--------------------|-------------|--------|--------|
| XINGÓ (178)                      | 0.381      | -0.105    | 0.339      | -0.501 *** | 8.379e+05          | -932.9      | 1875.8 | 1889.5 |
| AIMORÉS (148)                    | -0.252     | 0.244 .   | 0.789 ***  | -0.422 *** | 1.816e+05          | -845.9      | 1701.8 | 1715.4 |
| MASCARENHAS (144)                | -0.249     | 0.241 .   | 0.785 ***  | -0.417 *** | 2.519e+05          | -864.4      | 1738.7 | 1752.3 |
| BARRA BONITA (237)               | 0.655 .    | 0.044     | -0.328     | -0.48 ***  | 3.377e+04          | -751.2      | 1512.3 | 1526.0 |
| BARRA BONITA ARTIFICIAL (37)     | 0.594      | 0.068     | -0.284     | -0.474 *** | 2.991e+04          | -744.3      | 1498.5 | 1512.2 |
| LAJES ARTIFICIAL (132)           | -0.472 *** | 0.417 *** | 1 ***      | -0.497 *** | 3.876e+01          | -369.9      | 749.7  | 763.4  |
| STA CECILIA (125)                | -0.281     | 0.154     | 0.646 .    | -0.365 *** | 1.166e+04          | -690.3      | 1390.7 | 1404.3 |
| PORTO ESTRELA (263)              | -0.61 ***  | 0.294 **  | 1 ***      | -0.492 *** | 9.098e+03          | -678.1      | 1366.3 | 1379.9 |
| SALTO GRANDE (134)               | -0.612 *** | 0.295 **  | 1 ***      | -0.495 *** | 8.371e+03          | -673.4      | 1356.9 | 1370.5 |
| GUAPORÉ (296)                    | 1.272 ***  | -0.353 *  | -0.736 *** | -0.403 *** | 5.880e+00          | -261.7      | 533.4  | 547.0  |
| CACONDE (14)                     | 0.62       | -0.06     | -0.324     | -0.511 *** | 4.800e+02          | -511.0      | 1032.0 | 1045.7 |
| CACHOEIRA DOURADA (32)           | 0.267      | 0.125     | 0.231      | -0.502 *** | 5.212e+05          | -906.0      | 1822.0 | 1835.6 |
| BAGUARI (141)                    | -0.306     | 0.336 .   | 0.832 **   | -0.442 *** | 7.513e+04          | -796.2      | 1602.3 | 1616.0 |
| GUILMAN-AMORIM (262)             | 0.105      | 0.136     | 0.313      | -0.405 *** | 1.311e+03          | -567.1      | 1144.2 | 1157.8 |
| IRAPÉ (255)                      | 0.116      | 0.044     | 0.324      | -0.485 *** | 1.287e+04          | -696.7      | 1403.4 | 1417.0 |
| ESTREITO TOCANTINS (271)         | 0.333      | -0.193    | 0.277      | -0.419 *** | 3.538e+06          | -1013.7     | 2037.4 | 2051.0 |
| ANTÔNIO DIAS + SÁ CARVALHO (183) | -0.261     | 0.277     | 0.693      | -0.41 ***  | 1.590e+03          | -578.0      | 1166.1 | 1179.7 |
| B MONTE PRINCIPAL (292)          | 0.47 *     | -0.022    | 0.528 *    | -0.529 *** | 3.328e+06          | -1011.3     | 2032.7 | 2046.3 |
| BELO MONTE (288)                 | 0.459 **   | -0.118    | 0.458 **   | -0.571 *** | 6.819e+06          | -1052.2     | 2114.4 | 2128.0 |
| CAPIM BRANCO I (207)             | -0.464 *** | 0.477 *** | 0.906 ***  | -0.56 ***  | 1.480e+04          | -705.2      | 1420.5 | 1434.1 |
| CAPIM BRANCO II (28)             | -0.481 *** | 0.463 *** | 0.905 ***  | -0.557 *** | 1.604e+04          | -709.7      | 1429.4 | 1443.1 |
| COLIDER (228)                    | 0.784 *    | -0.056    | -0.536     | -0.393 *** | 1.158e+05          | -820.2      | 1650.3 | 1664.0 |
| EMBORCAÇÃO (24)                  | -0.427 *   | 0.479 *** | 0.906 ***  | -0.506 *** | 7.700e+04          | -797.9      | 1605.8 | 1619.5 |
| ITAOCARA (199)                   | 1.139 ***  | -0.212 .  | -0.826 *** | -0.436 *** | 4.885e+04          | -771.6      | 1553.2 | 1566.9 |
| MIRANDA (206)                    | -0.454 *** | 0.485 *** | 0.904 ***  | -0.562 *** | 1.430e+04          | -703.3      | 1416.6 | 1430.2 |
| MURTA (258)                      | 0.091      | 0.049     | 0.385      | -0.479 *** | 1.646e+04          | -710.6      | 1431.2 | 1444.8 |
| NILO PEÇANHA (131)               | 0.006      | 0.438 *   | 0.568 .    | -0.461 *** | 2.397e+02          | -471.6      | 953.2  | 966.9  |
| SALTO APIACÁS (225)              | -0.012     | -0.01     | 0.609 ***  | -0.455 *** | 8.056e+03          | -670.1      | 1350.3 | 1363.9 |
| SÃO MANOEL (230)                 | -0.022     | -0.055    | 0.627 ***  | -0.467 *** | 4.100e+05          | -892.3      | 1794.6 | 1808.2 |
| SERRA DO FACÃO (251)             | 1.139      | -0.28     | -0.666     | -0.526 *** | 8.853e+03          | -675.9      | 1361.8 | 1375.5 |
| SIMPLÍCIO ARTIFICIAL (126)       | -0.025     | 0.52      | 0.69       | -0.384 *** | 1.697e+03          | -581.8      | 1173.6 | 1187.2 |
| SINOP (227)                      | 0.778 *    | -0.054    | -0.531     | -0.392 *** | 9.700e+04          | -810.1      | 1630.3 | 1643.9 |
| IBITINGA (239)                   | 0.678 .    | 0.035     | -0.344     | -0.485 *** | 5.448e+04          | -778.2      | 1566.5 | 1580.1 |
| IBITINGA ARTIFICIAL (39)         | 0.64 .     | 0.05      | -0.32      | -0.482 *** | 4.991e+04          | -773.3      | 1556.5 | 1570.2 |
| PROMISSÃO (240)                  | 0.709 .    | 0.009     | -0.347     | -0.524 *** | 7.977e+04          | -800.1      | 1610.2 | 1623.8 |
| PROMISSÃO ARTIFICIAL (40)        | 0.678      | 0.022     | -0.327     | -0.522 *** | 7.481e+04          | -796.5      | 1602.9 | 1616.5 |
| ANTA (129)                       | 1.133 ***  | -0.201    | -0.839 *** | -0.446 *** | 3.838e+04          | -758.0      | 1526.1 | 1539.7 |
| ANTA ARTIFICIAL (127)            | 1.113 ***  | -0.166    | -0.877 *** | -0.443 *** | 3.391e+04          | -751.0      | 1512.0 | 1525.7 |
| ILHA DOS POMBOS (130)            | 1.135 ***  | -0.208 .  | -0.827 *** | -0.443 *** | 4.435e+04          | -766.2      | 1542.4 | 1556.1 |
| BALBINA (269)                    | 0.202      | 0.346     | 0.493      | -0.476 *** | 6.163e+04          | -785.3      | 1580.7 | 1594.3 |

**Tabla C.7:** Modelo SARIMA(2,0,1)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 3

| Estación-Caudal                              | ar1       | ar2        | ma1        | sar1       | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    |
|--|-----------|------------|------------|------------|--------------------|-------------|--------|--------|
| 41 MANSO (278)                               | 0.764 *   | -0.038     | -0.574     | -0.538 *** | 8638.6             | -674.5      | 1359.1 | 1372.7 |
| 42 BOA ESPERANÇA (190)                       | 0.252     | -0.244 .   | 0.05       | -0.607 *** | 34055.2            | -752.8      | 1515.6 | 1529.3 |
| 43 ESTREITO (8)                              | 0.325     | 0.098      | -0.08      | -0.621 *** | 158181.5           | -839.7      | 1689.4 | 1703.1 |
| 44 JAGUARA (9)                               | 0.332     | 0.093      | -0.081     | -0.619 *** | 160102.7           | -840.4      | 1690.7 | 1704.4 |
| 45 MASCARENHAS DE MORAES (7)                 | 0.321     | 0.105      | -0.084     | -0.624 *** | 152788.7           | -837.8      | 1685.6 | 1699.2 |
| 46 MARIMBONDO (17)                           | 1.253 *** | -0.356 *** | -0.866 *** | -0.558 *** | 426755.6           | -895.2      | 1800.3 | 1814.0 |
| 47 PORTO COLÔMBIA (12)                       | 0.409     | 0.052      | -0.092     | -0.604 *** | 228735.2           | -860.4      | 1730.7 | 1744.4 |
| 48 ITAPEBI (188)                             | 0.034     | -0.025     | 0.41       | -0.501 *** | 65967.8            | -789.2      | 1588.3 | 1602.0 |
| 49 CORUMBÁ I (209)                           | 0.278     | 0.051      | 0.362      | -0.485 *** | 54828.1            | -778.7      | 1567.4 | 1581.0 |
| 50 ROSAL (196)                               | -0.266    | 0.191      | 0.719 .    | -0.538 *** | 712.5              | -533.6      | 1077.3 | 1090.9 |
| 51 SÃO SIMÃO (33)                            | 0.25      | 0.122      | 0.232      | -0.481 *** | 1093199.7          | -947.7      | 1905.3 | 1919.0 |
| 52 ITUMBIARA (31)                            | 0.289     | 0.113      | 0.216      | -0.504 *** | 486811.0           | -902.1      | 1814.3 | 1827.9 |
| 53 PORTO PRIMAVERA (246)                     | -0.319    | 0.348      | 0.774      | -0.549 *** | 5621101.8          | -1040.7     | 2091.5 | 2105.1 |
| 54 PORTO PRIMAVERA ARTIFICIAL (46)           | -0.316    | 0.346      | 0.771      | -0.55 ***  | 5592962.5          | -1040.5     | 2090.9 | 2104.6 |
| 55 PICADA (197)                              | 0.6       | 0.084      | -0.256     | -0.517 *** | 179.6              | -455.6      | 921.3  | 934.9  |
| 56 SOBRAGI (198)                             | 0.781 .   | 0.025      | -0.44      | -0.468 *** | 594.3              | -522.9      | 1055.7 | 1069.4 |
| 57 JIRAU (285)                               | 0.715     | -0.026     | 0.129      | -0.561 *** | 6280047.3          | -1047.4     | 2104.8 | 2118.5 |
| 58 RONDON 2 (145)                            | 0.291     | 0.084      | 0.194      | -0.526 *** | 195.7              | -460.5      | 931.0  | 944.7  |
| 59 SAMUEL (279)                              | -0.107    | 0.35 .     | 0.538      | -0.604 *** | 14959.1            | -706.3      | 1422.7 | 1436.3 |
| 60 SANTO ANTONIO (287)                       | 0.743     | -0.046     | 0.098      | -0.561 *** | 6491385.2          | -1049.3     | 2108.6 | 2122.2 |
| 61 CAMARGOS (1)                              | 0.018     | 0.205      | 0.29       | -0.513 *** | 2198.4             | -597.0      | 1204.1 | 1217.7 |
| 62 FUNIL (123)                               | 1.087 *** | -0.19      | -0.785 *** | -0.399 *** | 7324.9             | -664.2      | 1338.4 | 1352.1 |
| 63 FUNIL-GRANDE (211)                        | 1.018 **  | -0.134     | -0.734 *   | -0.62 ***  | 9559.8             | -681.1      | 1372.2 | 1385.8 |
| 64 ITUTINGA (2)                              | 0.018     | 0.205      | 0.29       | -0.513 *** | 2198.4             | -597.0      | 1204.1 | 1217.7 |
| 65 CACHOEIRA CALDEIRÃO (204)                 | -0.046    | 0.007      | 0.548 *    | -0.409 *** | 83760.4            | -802.1      | 1614.1 | 1627.8 |
| 66 COARACY NUNES (280)                       | -0.047    | 0.007      | 0.549 *    | -0.409 *** | 84227.9            | -802.4      | 1614.8 | 1628.4 |
| 67 FERREIRA GOMES (297)                      | -0.048    | 0.008      | 0.551 *    | -0.409 *** | 85634.4            | -803.3      | 1616.6 | 1630.3 |
| 68 TELES PIRES (229)                         | -0.022    | -0.055     | 0.627 ***  | -0.467 *** | 402554.7           | -891.2      | 1792.5 | 1806.1 |
| 69 LAJEADO (273)                             | 0.241     | -0.209     | 0.165      | -0.465 *** | 1866871.9          | -977.8      | 1965.5 | 1979.2 |
| 70 BATALHA (22)                              | 0.19      | 0.078      | 0.201      | -0.39 ***  | 4605.4             | -638.0      | 1286.0 | 1299.6 |
| 71 FOZ DO RIO CLARO (261)                    | -0.06     | 0.156      | 0.397      | -0.551 *** | 4071.1             | -632.2      | 1274.4 | 1288.0 |
| 72 ILHA SOLTEIRA (34)                        | 1.282 *** | -0.398 *** | -0.837 *** | -0.529 *** | 3659168.7          | -1016.3     | 2042.7 | 2056.3 |
| 73 ILHA SOLTEIRA EQUIVALENTE ARTIFICIAL (44) | -0.465 .  | 0.409 **   | 0.877 ***  | -0.549 *** | 4523775.9          | -1028.4     | 2066.8 | 2080.4 |
| 74 JUPIÁ (245)                               | -0.442    | 0.399 *    | 0.856 *    | -0.543 *** | 4934954.7          | -1033.3     | 2076.5 | 2090.2 |
| 75 JUPIÁ ARTIFICIAL (45)                     | -0.438    | 0.397 *    | 0.853 *    | -0.543 *** | 4910588.2          | -1033.0     | 2076.0 | 2089.6 |
| 76 SALTO (294)                               | 0.74      | -0.099     | -0.268     | -0.489 *** | 1747.7             | -584.0      | 1177.9 | 1191.5 |
| 77 SALTO VERDINHO (241)                      | 0.375     | 0.085      | 0.082      | -0.477 *** | 2101.3             | -594.3      | 1198.5 | 1212.2 |
| 78 TRÊS IRMÃOS (243)                         | 0.716 .   | -0.013     | -0.333     | -0.528 *** | 98164.7            | -811.9      | 1633.7 | 1647.3 |
| 79 TRÊS IRMÃOS ARTIFICIAL (43)               | 0.692     | -0.004     | -0.319     | -0.525 *** | 93177.5            | -808.9      | 1627.8 | 1641.4 |
| 80 ITAPARICA (172)                           | 0.381     | -0.102     | 0.339      | -0.501 *** | 839462.6           | -933.0      | 1876.0 | 1889.7 |

**Tabla C.8:** Modelo SARIMA(2,0,1)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 3

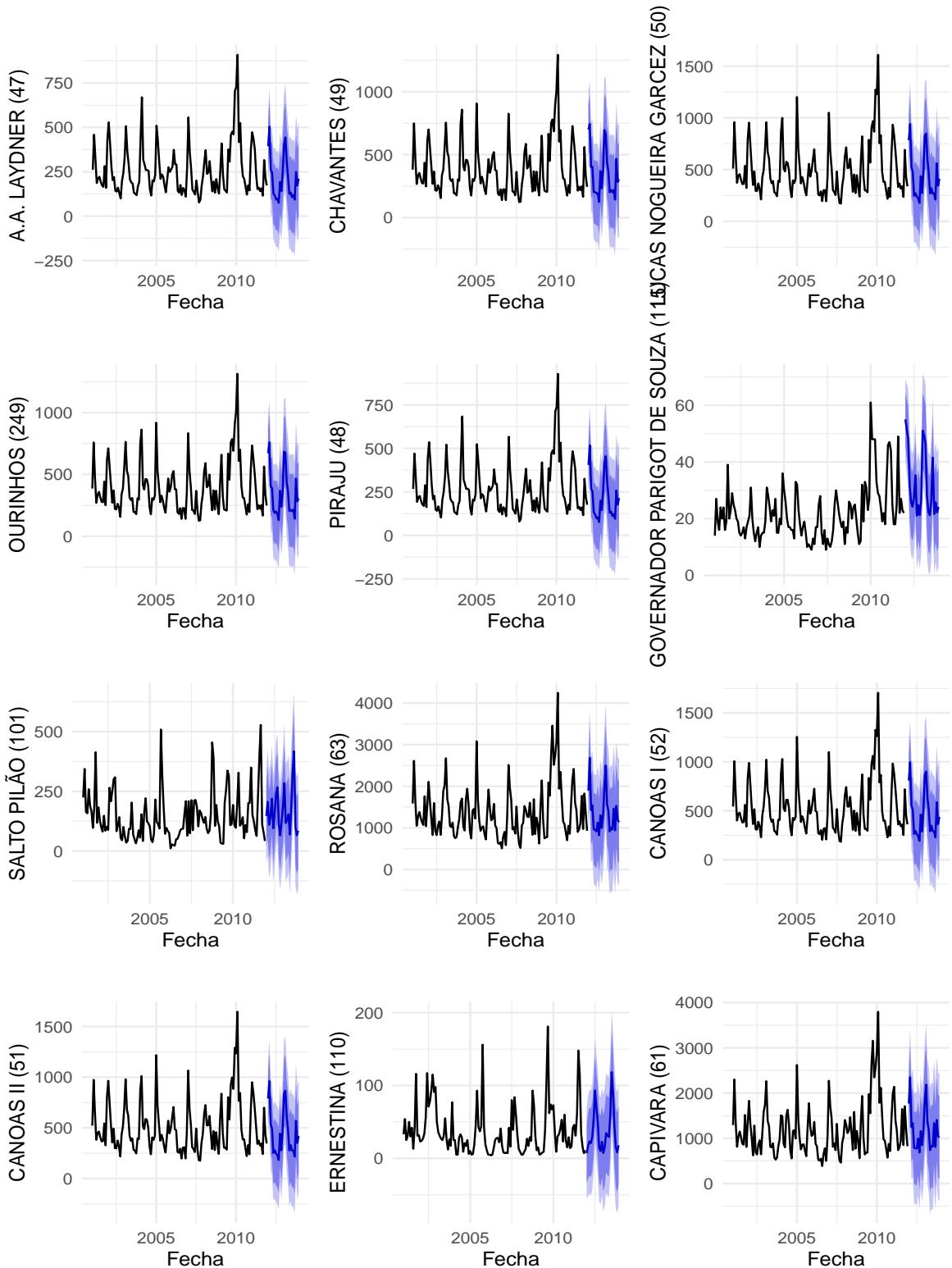
|     | Estación-Caudal                  | ar1        | ar2        | ma1        | sar1       | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    |
|-----|----------------------------------|------------|------------|------------|------------|--------------------|-------------|--------|--------|
| 81  | MOXOTÓ (173)                     | 0.381      | -0.105     | 0.339      | -0.501 *** | 8.379e+05          | -932.9      | 1875.8 | 1889.5 |
| 82  | PAULO AFONSO (175)               | 0.381      | -0.105     | 0.339      | -0.501 *** | 8.379e+05          | -932.9      | 1875.8 | 1889.5 |
| 83  | CANA BRAVA (191)                 | 0.421      | -0.127     | -0.031     | -0.472 *** | 1.906e+05          | -848.9      | 1707.7 | 1721.4 |
| 84  | PEIXE ANGICAL (257)              | 0.253      | -0.169     | 0.15       | -0.468 *** | 8.407e+05          | -932.7      | 1875.4 | 1889.0 |
| 85  | SÃO SALVADOR (253)               | 0.4        | -0.144     | -0.008     | -0.464 *** | 2.364e+05          | -861.0      | 1731.9 | 1745.6 |
| 86  | SERRA DA MESA (270)              | 0.527      | -0.133     | -0.149     | -0.482 *** | 1.505e+05          | -835.6      | 1681.1 | 1694.8 |
| 87  | SOBRADINHO (169)                 | 0.297      | -0.041     | 0.46 *     | -0.474 *** | 7.594e+05          | -927.2      | 1864.4 | 1878.0 |
| 88  | SOBRADINHO INCREMENTAL (168)     | 0.274      | -0.029     | 0.307      | -0.384 *** | 4.135e+05          | -892.1      | 1794.3 | 1807.9 |
| 89  | TRÊS MARIAS (156)                | 1.333 ***  | -0.447 *** | -0.865 *** | -0.486 *** | 1.686e+05          | -842.2      | 1694.3 | 1708.0 |
| 90  | RETIRO BAIXO (155)               | 0.95       | -0.255     | -0.442     | -0.5 ***   | 5.533e+03          | -649.1      | 1308.3 | 1321.9 |
| 91  | SANTO ANTÔNIO DO JARI (290)      | -0.059     | 0.643 .    | 0.851 *    | -0.539 *** | 1.255e+05          | -826.1      | 1662.3 | 1675.9 |
| 92  | TOCOS (201)                      | -0.34 **   | 0.335 **   | 0.914 ***  | -0.53 ***  | 4.041e+01          | -371.7      | 753.5  | 767.1  |
| 93  | BARRA DOS COQUEIROS (248)        | -0.046     | 0.155      | 0.393      | -0.554 *** | 3.443e+03          | -622.7      | 1255.5 | 1269.1 |
| 94  | CAÇU (247)                       | 0.027      | 0.129      | 0.323      | -0.557 *** | 3.147e+03          | -617.7      | 1245.4 | 1259.0 |
| 95  | CORUMBÁ III (23)                 | 0.151      | 0.187      | 0.555      | -0.524 *** | 4.242e+03          | -634.5      | 1278.9 | 1292.6 |
| 96  | CORUMBÁ IV (205)                 | 0.043      | 0.307      | 0.712 *    | -0.535 *** | 2.294e+03          | -599.9      | 1209.8 | 1223.4 |
| 97  | A.S. LIMA (238)                  | 0.659 .    | 0.045      | -0.332     | -0.48 ***  | 4.020e+04          | -761.0      | 1532.0 | 1545.7 |
| 98  | A.S. LIMA ARTIFICIAL (38)        | 0.608      | 0.065      | -0.298     | -0.475 *** | 3.610e+04          | -754.9      | 1519.8 | 1533.4 |
| 99  | SANTANA (203)                    | -0.414 *** | 0.34 **    | 0.942 ***  | -0.514 *** | 9.070e+01          | -417.3      | 844.6  | 858.3  |
| 100 | DARDANELOS (291)                 | 0.023      | 0.051      | 0.513 .    | -0.492 *** | 1.267e+04          | -695.9      | 1401.8 | 1415.4 |
| 101 | CURUÁ-UNA (277)                  | 1.757 ***  | -0.803 *** | -0.903 *** | -0.477 *** | 6.152e+03          | -655.8      | 1321.7 | 1335.3 |
| 102 | GUARAPIRANGA (117)               | 0.939 ***  | -0.047     | -0.619 *** | -0.565 *** | 3.145e+01          | -357.6      | 725.2  | 738.8  |
| 103 | FURNAS (6)                       | 0.318      | 0.122      | -0.107     | -0.632 *** | 1.314e+05          | -829.4      | 1668.7 | 1682.3 |
| 104 | A.S.OLIVEIRA (16)                | 0.667      | -0.045     | -0.365     | -0.546 *** | 1.233e+03          | -564.6      | 1139.3 | 1152.9 |
| 105 | EUCLIDES DA CUNHA (15)           | 0.662      | -0.043     | -0.361     | -0.546 *** | 1.201e+03          | -563.2      | 1136.3 | 1150.0 |
| 106 | PARAIBUNA (121)                  | -0.197     | 0.209      | 0.717 ***  | -0.458 *** | 7.037e+02          | -532.3      | 1074.7 | 1088.3 |
| 107 | SANTA BRANCA (122)               | -0.188     | 0.171      | 0.658 **   | -0.436 *** | 9.380e+02          | -548.4      | 1106.8 | 1120.4 |
| 108 | TUCURUI (275)                    | 0.442      | -0.215     | 0.241      | -0.579 *** | 1.492e+07          | -1096.3     | 2202.7 | 2216.3 |
| 109 | JAGUARI (120)                    | 0.973 ***  | -0.085     | -0.731 *** | -0.48 ***  | 1.077e+02          | -426.3      | 862.6  | 876.2  |
| 110 | IGARAPAVA (10)                   | 0.351      | 0.081      | -0.087     | -0.615 *** | 1.666e+05          | -842.6      | 1695.1 | 1708.8 |
| 111 | NOVA PONTE (25)                  | 0.335      | 0.072      | 0.15       | -0.536 *** | 1.198e+04          | -693.1      | 1396.2 | 1409.8 |
| 112 | VOLTA GRANDE (11)                | 0.388      | 0.063      | -0.104     | -0.61 ***  | 1.830e+05          | -847.8      | 1705.7 | 1719.3 |
| 113 | CANDONGA (149)                   | 0.925 .    | -0.165     | -0.477     | -0.523 *** | 3.519e+03          | -623.8      | 1257.5 | 1271.2 |
| 114 | ÁGUA VERMELHA (18)               | 1.246 ***  | -0.354 **  | -0.847 *** | -0.553 *** | 5.180e+05          | -906.1      | 1822.1 | 1835.8 |
| 115 | NOVA AVANHANDAVA (242)           | 0.729 .    | -0.005     | -0.357     | -0.531 *** | 9.111e+04          | -807.7      | 1625.3 | 1639.0 |
| 116 | NOVA AVANHANDAVA ARTIFICIAL (42) | 0.7        | 0.006      | -0.339     | -0.529 *** | 8.604e+04          | -804.4      | 1618.8 | 1632.5 |

**Tabla C.9:** Modelo SARIMA(3,0,2)(1,1,0)<sub>12</sub>

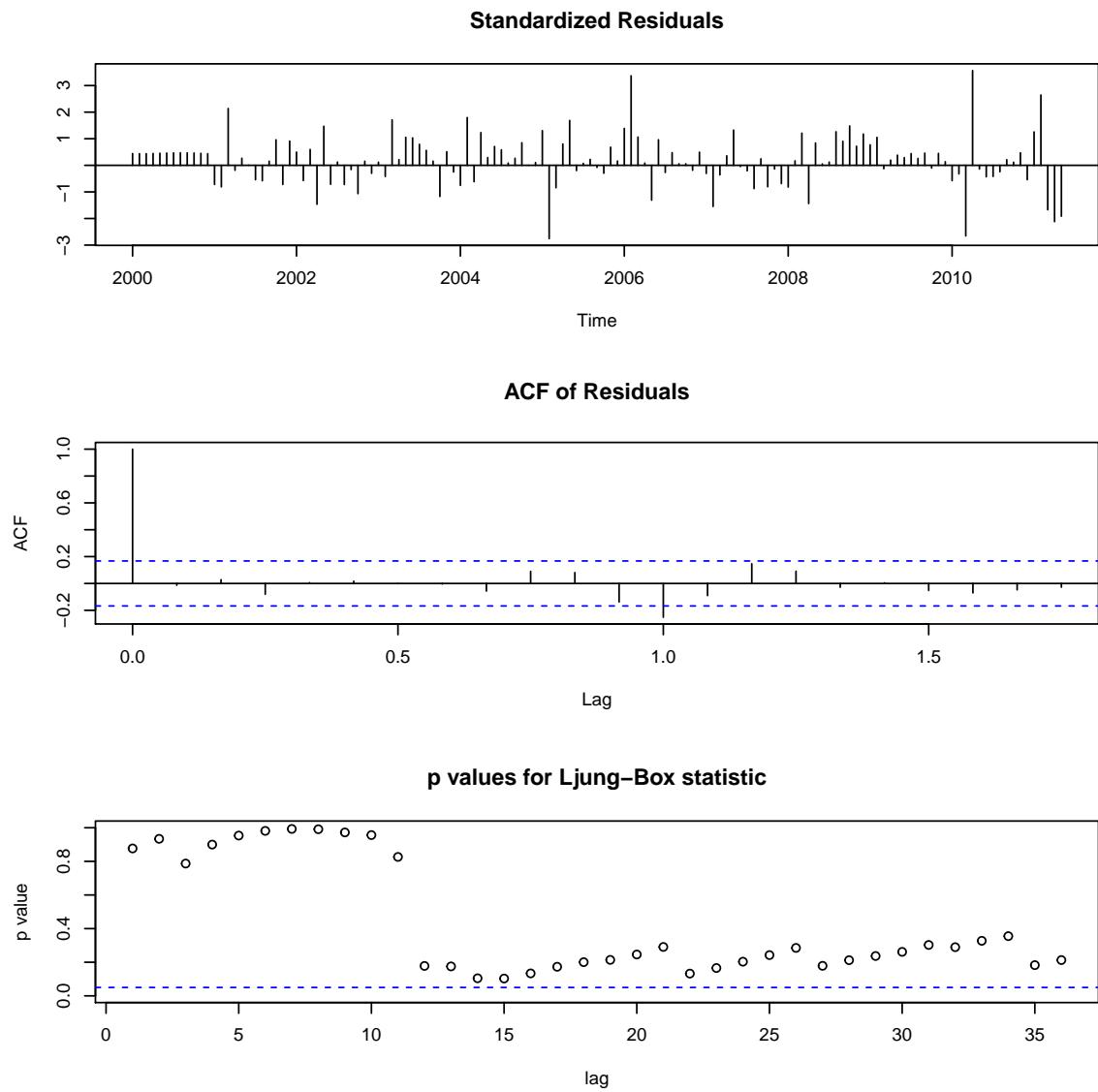
| Coef | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1  | 0.9291   | 0.0411    | 22.614  | 0e+00    | ***    |
| ar2  | 0.9363   | 0.0492    | 19.015  | 0e+00    | ***    |
| ar3  | -0.8932  | 0.0376    | -23.766 | 0e+00    | ***    |
| ma1  | 1.3079   | 0.0844    | 15.497  | 0e+00    | ***    |
| ma2  | 0.3079   | 0.0822    | 3.746   | 2e-04    | ***    |
| sar1 | -0.7479  | 0.0480    | -15.568 | 0e+00    | ***    |

*Resumen:*

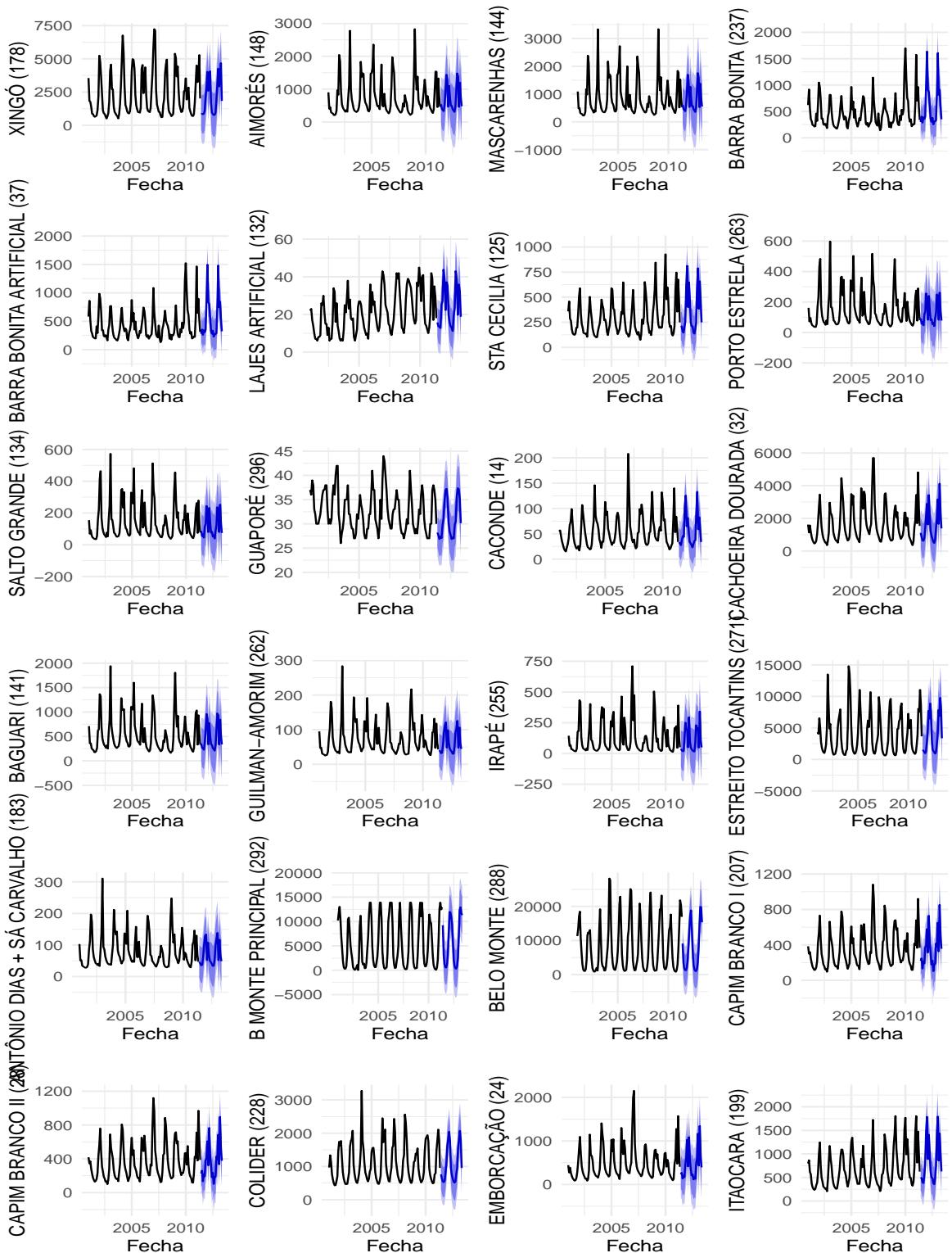
sigma<sup>2</sup> = 5.26, loglikelihood = -367.35, AIC = 748.71, BIC = 770.19, Hannan-Quinn = 758.57



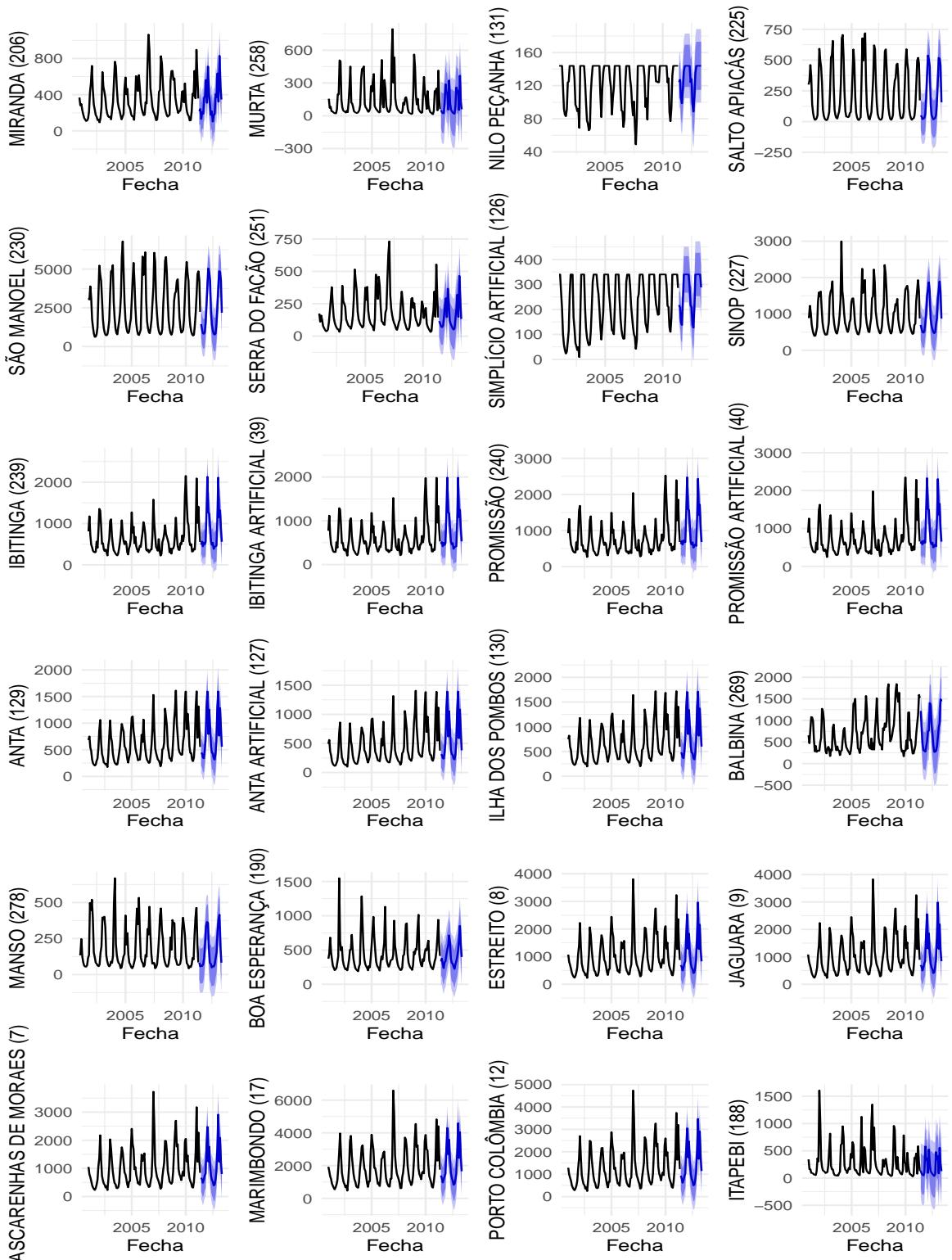
**Figura C.4:** Predicción SARIMA de Caudales del clúster 2



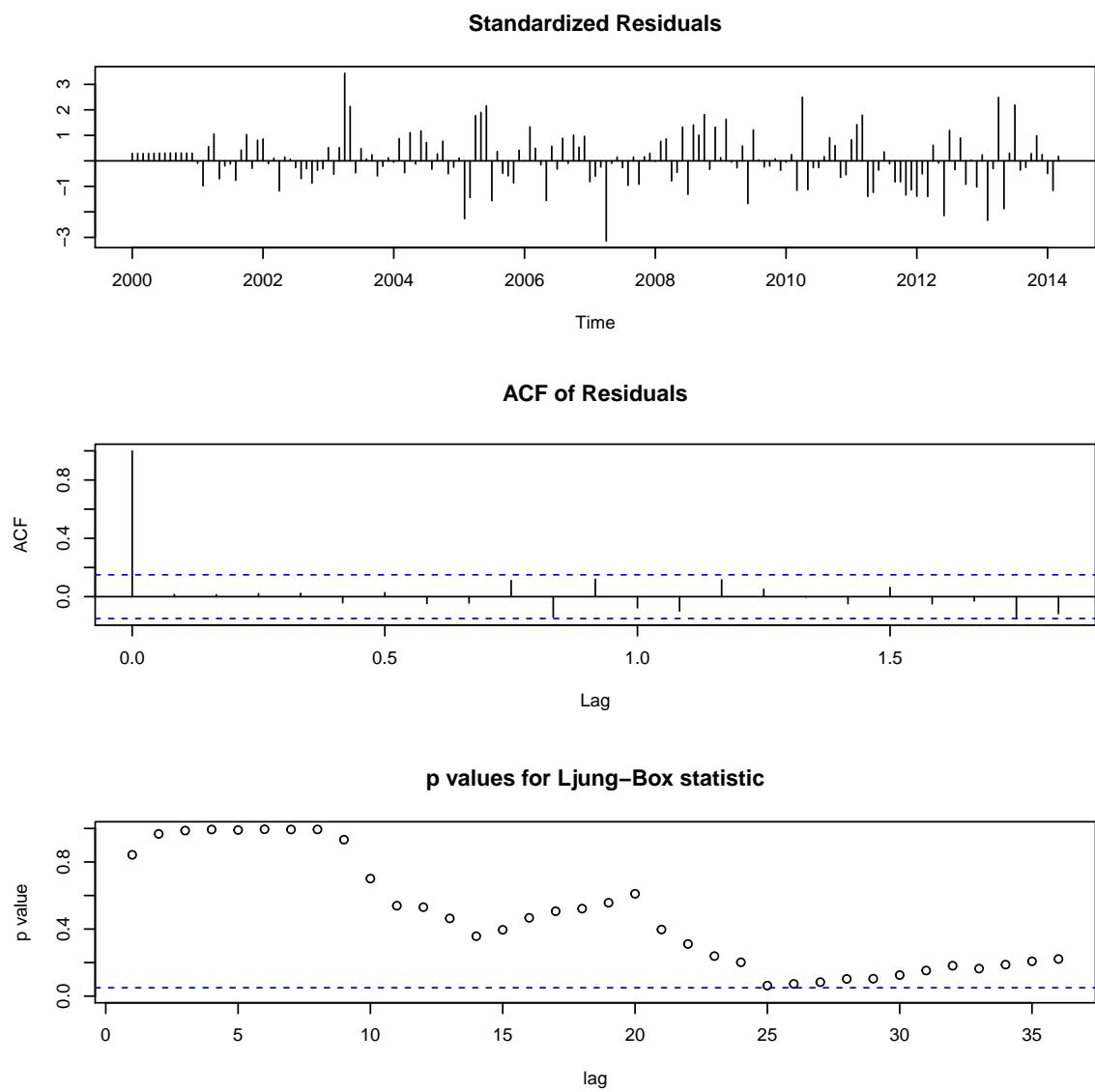
**Figura C.5:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(2,0,1)(1,1,0)



**Figura C.6:** Predicción SARIMA de Caudales del clúster 3



**Figura C.7:** Predicción SARIMA de Caudales del clúster 3

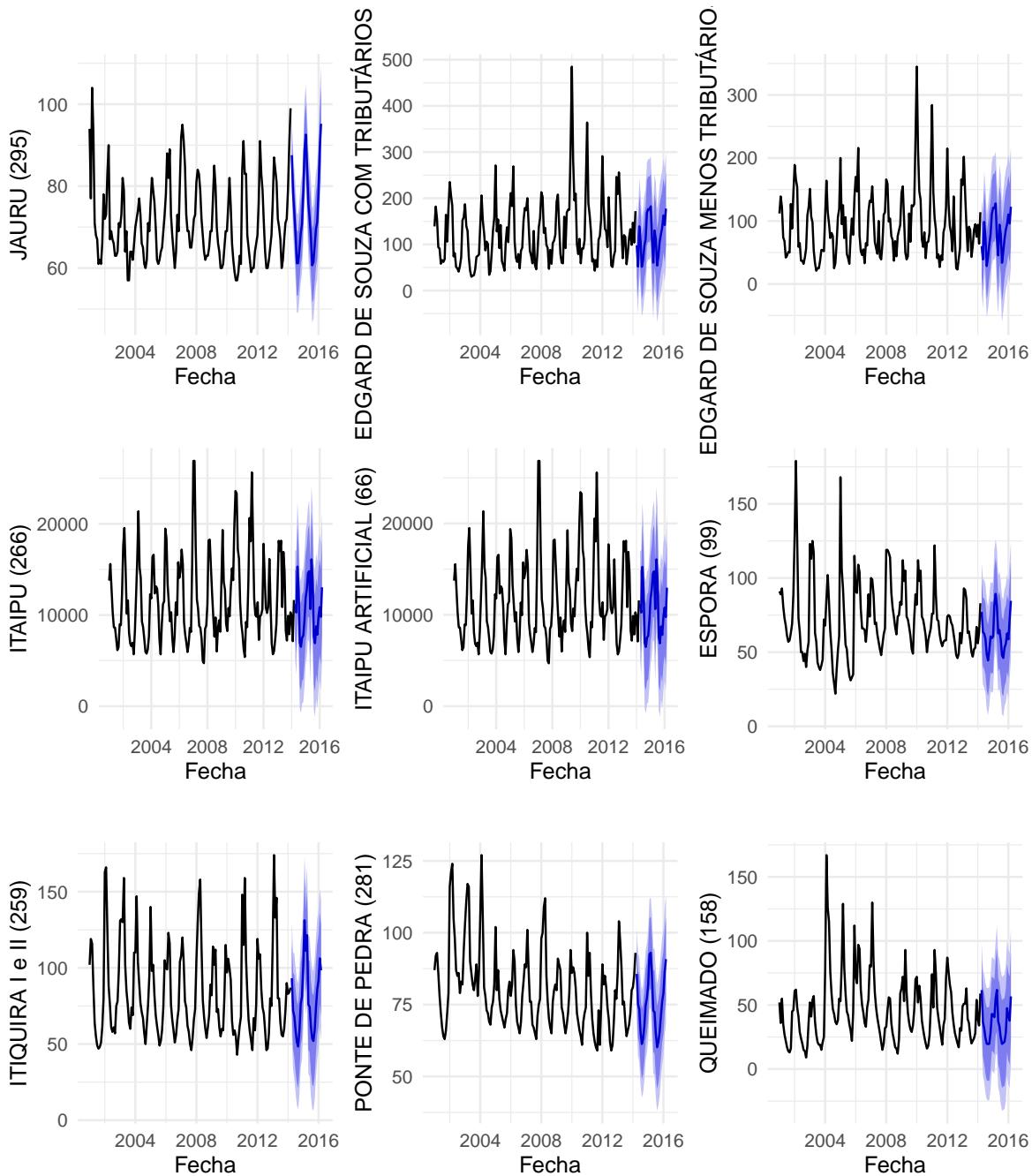


**Figura C.8:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMA(3,0,2)(1,1,0)

**Tabla C.10:** Modelo SARIMA(3,0,2)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 4

| Estación-Caudal                         | ar1        | ar2        | ar3       | ma1        | ma2       | sar1       | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    |
|---|------------|------------|-----------|------------|-----------|------------|--------------------|-------------|--------|--------|
| JAURU (295)                             | 1.347 ***  | -1.15 ***  | 0.406 *** | -0.959 *** | 1 ***     | -0.417 *** | 2.310e+01          | -443.9      | 901.7  | 922.6  |
| EDGARD DE SOUZA COM TRIBUTÁRIOS (161)   | 1.408      | -0.697 *** | 0.115     | -1.103     | 0.489 **  | -0.468 *** | 2.464e+03          | -784.2      | 1582.4 | 1603.4 |
| EDGARD DE SOUZA MENOS TRIBUTÁRIOS (164) | -0.407     | 0.614 *    | 0.098     | 0.766      | -0.234    | -0.423 *** | 1.386e+03          | -742.5      | 1499.1 | 1520.0 |
| ITAIPU (266)                            | -0.491     | 0.447 *    | 0.133     | 1.118 .    | 0.118     | -0.529 *** | 8.781e+06          | -1387.5     | 2789.1 | 2810.0 |
| ITAIPU ARTIFICIAL (66)                  | -0.495     | 0.446 *    | 0.134     | 1.121 .    | 0.121     | -0.53 ***  | 8.736e+06          | -1387.2     | 2788.3 | 2809.2 |
| ESPORA (99)                             | 0.221 **   | -0.84 ***  | 0.433 *** | 0.167 ***  | 1 ***     | -0.591 *** | 2.823e+02          | -628.3      | 1270.7 | 1291.6 |
| ITIQUIRA I e II (259)                   | -0.618 *** | -0.086     | 0.343 **  | 0.965 ***  | 0.711 *   | -0.529 *** | 3.423e+02          | -639.9      | 1293.8 | 1314.8 |
| PONTE DE PEDRA (281)                    | 2.308 ***  | -1.643 *** | 0.328 **  | -1.871 *** | 0.881 *** | -0.482 *** | 6.912e+01          | -522.3      | 1058.7 | 1079.6 |
| QUEIMADO (158)                          | 0.948      | -0.259     | 0.124     | -0.406     | -0.024    | -0.419 *** | 3.435e+02          | -639.1      | 1292.2 | 1313.2 |

Luego, en el gráfico C.9, vemos varias de las predicciones de caudales del clúster 4.



**Figura C.9:** Predicción de Caudales del clúster 4

**Tabla C.11:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)<sub>12</sub>

| Coef                | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|---------------------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1                 | 0.5542   | 0.0746    | 7.428   | 0.0000   | ***    |
| sar1                | -0.7186  | 0.0860    | -8.360  | 0.0000   | ***    |
| sar2                | -0.3867  | 0.0843    | -4.585  | 0.0000   | ***    |
| Precipitacion-AR1   | -1.7641  | 0.0529    | -33.338 | 0.0000   | ***    |
| Precipitacion-AR2   | -0.9481  | 0.0494    | -19.174 | 0.0000   | ***    |
| Precipitacion-MA0   | 0.1475   | 0.0882    | 1.673   | 0.0943   | .      |
| HumedadRelativa-AR2 | 0.7495   | 0.2187    | 3.428   | 0.0006   | ***    |
| HumedadRelativa-MA0 | -7.3258  | 4.3291    | -1.692  | 0.0906   | .      |

*Resumen:*

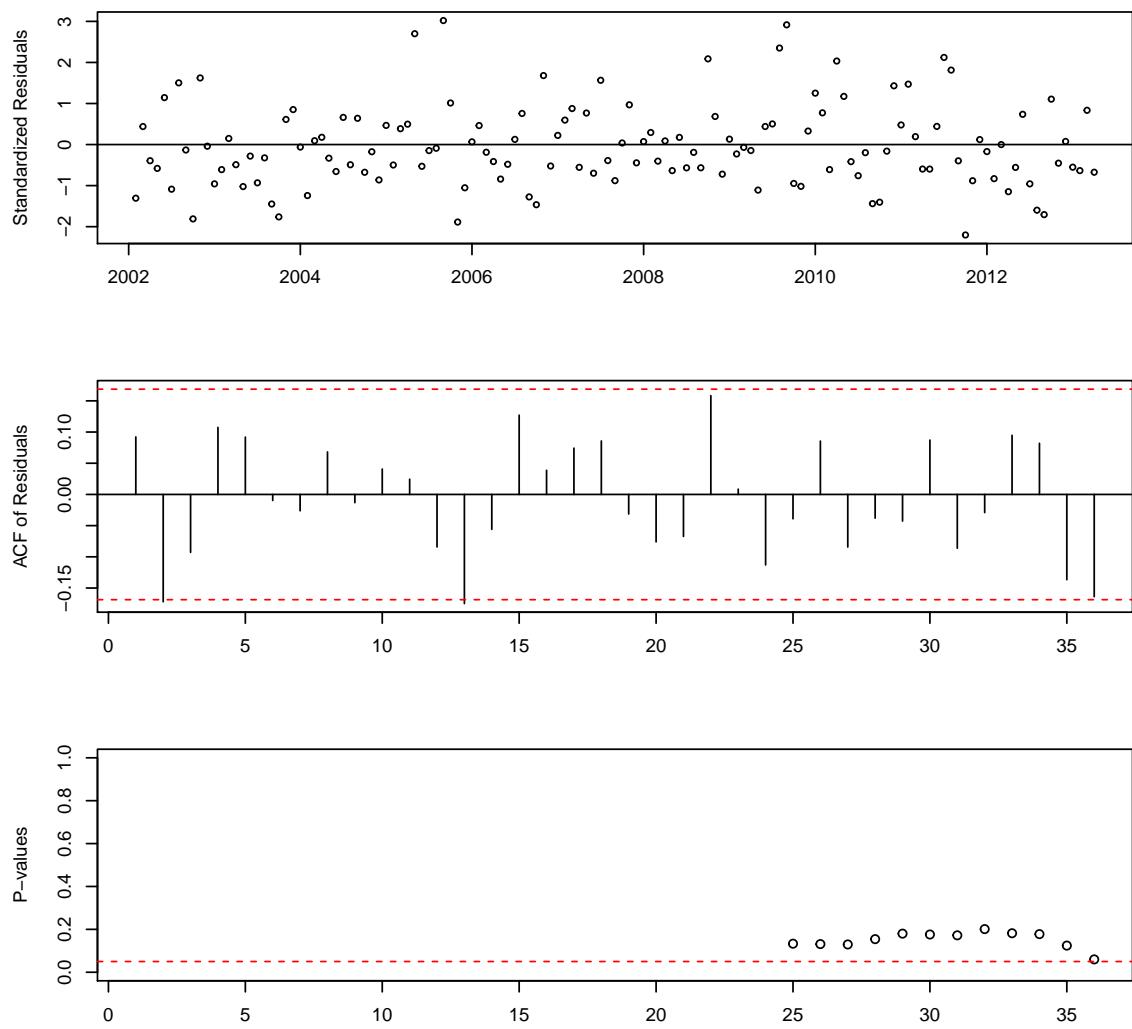
$\sigma^2 = 254742.56$ , loglikelihood = -1043.44, AIC = 2104.89, BIC = 2131.86, Hannan-Quinn = 2117.29

## C.2. Modelo SARIMAX del clúster

### C.2.1. Modelo del clúster 1

El modelo SARIMAX que representa al clúster 1, sus coeficientes y residuos se resumen en la tabla C.11.

Además, los coeficientes estimados del modelo, para cada una de las series del clúster se muestran en la tabla C.12.



**Figura C.10:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)<sub>12</sub>

**Tabla C.12:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)<sub>12</sub> - clúster 1

| Estación-Caudal                  | ar1       | sar1       | sar2       | Precipitacion-AR1 | Precipitacion-AR2 | Precipitacion-MA0 | HumedadRelativa-AR2 | HumedadRelativa-MA0 | $\sigma^2$ | Log-Verosim | AIC    | BIC    | Estacion-Clima                  |
|----------------------------------|-----------|------------|------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|---------------------|------------|-------------|--------|--------|---------------------------------|
| LAJES/P.PASSOS/FONTES NOVA (202) | 0.393 *** | -0.523 *** | -0.293 **  | 0.382             | 0.399             | 0.011 *           | 0.141               | -0.115              | 1.059e+01  | -355.7      | 729.4  | 756.3  | AVELAR P DO ALFERES(83049)      |
| 14 DE JULHO (284)                | 0.368 *** | -0.82 ***  | -0.439 *** | 1.65 ***          | -0.876 ***        | -0.198 **         | -0.167              | 10.392 *            | 4.884e+04  | -932.1      | 1882.2 | 1909.2 | BENTO GONCALVES(83941)          |
| CASTRO ALVES (98)                | 0.459 *** | -0.858 *** | -0.461 *** | 0.078             | -0.883 ***        | 0.202 **          | -0.914 ***          | 1.626               | 1.556e+04  | -854.9      | 1727.7 | 1754.7 | BENTO GONCALVES(83941)          |
| BAIXO IGUAÇU (81)                | 0.501 *** | -0.694 *** | -0.524 *** | 0.737             | -0.73 ***         | -0.538            | 0.651 ***           | -7.434              | 1.023e+06  | -1139.4     | 2296.7 | 2323.7 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| BARRA GRANDE (215)               | 0.443 *** | -0.806 *** | -0.454 *** | 0.805             | -0.969 ***        | -0.118            | 0.653 **            | -2.018              | 4.144e+04  | -921.0      | 1860.1 | 1887.1 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| CAMPOS NOVOS (216)               | 0.486 *** | -0.718 *** | -0.372 *** | -0.844 ***        | -0.948 ***        | 0.258 .           | 0.62 **             | -3.549              | 6.371e+04  | -949.0      | 1916.1 | 1943.1 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| DEVISIO JORDÃO ARTIFICIAL (70)   | 0.213 *   | -0.645 *** | -0.352 *** | -0.336            | 0.465             | -0.073 .          | -0.53 **            | 1.805 .             | 3.864e+03  | -757.8      | 1533.6 | 1560.5 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| GARIBALDI (89)                   | 0.483 *** | -0.718 *** | -0.369 *** | -0.84 ***         | -0.946 ***        | 0.23 *            | 0.632 ***           | -3.19               | 5.206e+04  | -935.3      | 1888.6 | 1915.5 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| MACHADINHO (217)                 | 0.518 *** | -0.755 *** | -0.406 *** | 0.882 ***         | -0.904 ***        | -0.595 **         | 0.687 ***           | -4.045              | 2.411e+05  | -1040.1     | 2098.1 | 2125.1 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| PEDREIRA (109)                   | 0.322 *** | -0.65 ***  | -0.329 *** | -0.385            | 0.553 .           | -0.012 *          | 0.352               | 0.172               | 6.656e+01  | -481.5      | 981.0  | 1008.0 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| PIMENTAL ARTIFICIAL (302)        | 0.386 *** | -0.862 *** | -0.308 **  | 1.037             | -0.169            | 0.56              | 0.266 .             | -21.902             | 2.180e+06  | -1190.1     | 2398.2 | 2425.2 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| SÃO ROQUE (88)                   | 0.471 *** | -0.726 *** | -0.379 *** | -0.836 ***        | -0.939 ***        | 0.197 *           | 0.633 ***           | -2.826              | 3.500e+04  | -908.4      | 1834.8 | 1861.8 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| TRAIÁO (104)                     | 0.412 *** | -0.647 *** | -0.294 *** | -0.383            | 0.56 .            | -0.016 *          | -0.338              | 0.347               | 1.852e+02  | -550.9      | 1119.9 | 1146.9 | CAMPOS NOVOS(83887)             |
| SEGREDO Y DESVIO ARTIFICIAL (75) | 0.547 *** | -0.654 *** | -0.478 *** | 0.192             | -0.839 ***        | 0.701 .           | -0.909              | 0.078               | 3.052e+05  | -1056.3     | 2130.7 | 2157.6 | CHAPECO(83883)                  |
| ITÁ (92)                         | 0.523 *** | -0.745 *** | -0.431 *** | -1.456 ***        | -0.936 ***        | 0.138             | -0.748 ***          | 16.543 *            | 5.273e+05  | -1093.4     | 2204.8 | 2231.8 | CHAPECO(83883)                  |
| MONJOLINHO (220)                 | 0.55 ***  | -0.736 *** | -0.455 *** | 0.186 **          | -0.873 ***        | 0.084 *           | 0.545 .             | -0.94               | 4.214e+03  | -765.2      | 1548.5 | 1575.5 | CHAPECO(83883)                  |
| PASSO FUNDO (93)                 | 0.58 ***  | -0.685 *** | -0.411 **  | -1.252 ***        | -0.886 ***        | 0.013             | -0.724 ***          | 0.516               | 1.258e+03  | -682.4      | 1382.7 | 1409.7 | CHAPECO(83883)                  |
| QUEBRA QUEIXO (286)              | 0.475 *** | -0.641 *** | -0.445 *** | 0.115             | -0.907 ***        | 0.066 .           | -0.612              | 0.226               | 3.097e+03  | -743.7      | 1505.3 | 1532.3 | CHAPECO(83883)                  |
| SALTO OSORIO (78)                | 0.515 *** | -0.651 *** | -0.508 *** | 0.528             | -0.442 *          | 0.719             | -0.675 *            | 10.371              | 5.412e+05  | -1095.6     | 2209.3 | 2236.3 | CHAPECO(83883)                  |
| SALTO SANTIAGO (77)              | 0.518 *** | -0.65 ***  | -0.475 *** | 0.208             | -0.841 ***        | 0.858 .           | -0.844              | 0.742               | 4.738e+03  | -1086.2     | 2190.3 | 2217.3 | CHAPECO(83883)                  |
| SEGREDO (76)                     | 0.536 *** | -0.653 *** | -0.467 *** | 0.197             | -0.838 ***        | 0.643 .           | -0.808              | 0.691               | 2.689e+05  | -1047.6     | 2113.2 | 2140.1 | CHAPECO(83883)                  |
| JACUÍ (112)                      | 0.61 ***  | -0.738 *** | -0.494 *** | 1.703 ***         | -0.905 ***        | -0.085 *          | -0.754 ***          | 2.325 *             | 1.382e+04  | -846.5      | 1711.1 | 1738.0 | CRUZ ALTA(83912)                |
| PASSO REAL (111)                 | 0.611 *** | -0.738 *** | -0.493 *** | 1.702 ***         | -0.905 ***        | -0.085 *          | -0.753 ***          | 2.298 *             | 1.354e+04  | -845.2      | 1708.3 | 1735.3 | CRUZ ALTA(83912)                |
| PEDRA DO CAVALO (254)            | 0.221 *   | -0.831 *** | -0.228 *   | 0.472 ***         | -0.46 ***         | 0.544 ***         | -0.243              | -0.533              | 6.178e+03  | -790.9      | 1599.7 | 1626.7 | CRUZ DAS ALMAS(83222)           |
| ALTO TIETÊ (160)                 | 0.441 *** | -0.736 *** | -0.316 *** | 0.095             | -0.079            | 0.007 *           | 0.255               | 0.206 *             | 8.810e+00  | -344.6      | 707.1  | 734.1  | GUARULHOS(83075)                |
| FOZ DO CHAPECÓ (94)              | 0.549 *** | -0.768 *** | -0.424 *** | 0.09              | 0.133             | -0.263            | 0.751 ***           | -3.08               | 8.488e+05  | -1125.9     | 2269.8 | 2296.8 | IRAI(83881)                     |
| SALTO CAXIAS (222)               | 0.499 *** | -0.688 *** | -0.532 *** | -0.342 ***        | -0.889 ***        | -1.097 *          | 0.503 *             | -13.236             | 8.203e+05  | -1124.5     | 2266.9 | 2293.9 | IRAI(83881)                     |
| FOZ DO AREIA (74)                | 0.488 *** | -0.666 *** | -0.439 *** | 0.083             | 0.739 ***         | 0.613 .           | 0.464 *             | -16.179 .           | 1.974e+05  | -1026.3     | 2070.5 | 2097.5 | IRATI(83836)                    |
| DESVIO JORDAO (73)               | 0.436 *** | -0.685 *** | -0.526 *** | -1.086            | -0.135            | 0.023             | 0.271               | -4.832 *            | 7.909e+03  | -808.7      | 1635.3 | 1662.3 | IVAI(83811)                     |
| FUNDÃO (72)                      | 0.415 *** | -0.684 *** | -0.526 *** | -1.152            | -0.191            | 0.018             | 0.281 .             | -4.058 *            | 5.855e+03  | -788.2      | 1594.4 | 1621.4 | IVAI(83811)                     |
| MAUÁ (57)                        | 0.571 *** | -0.698 *** | -0.434 *** | -1.274 ***        | -0.961 ***        | 0.057             | -0.916 ***          | 2.158               | 2.820e+04  | -894.1      | 1806.2 | 1833.2 | LONDRINA(83766)                 |
| MONTE CLARO (97)                 | 0.458 *** | -0.825 *** | -0.475 *** | -0.021            | -0.913 ***        | 0.307             | -0.855 ***          | 3.848               | 4.709e+04  | -930.1      | 1878.2 | 1905.2 | PORTO ALEGRE(83967)             |
| DONA FRANCISA (114)              | 0.594 *** | -0.747 *** | -0.517 *** | 0.202 *           | -0.807 ***        | 0.383 **          | 0.363               | -2.89               | 4.192e+04  | -922.4      | 1862.7 | 1889.7 | SANTA MARIA(83936)              |
| ITAUBA (113)                     | 0.641 *** | -0.717 *** | -0.544 *** | 0.39 ***          | -0.963 ***        | 0.157 *           | -0.901 ***          | 2.882 *             | 2.386e+04  | -884.3      | 1786.7 | 1813.7 | SANTA MARIA(83936)              |
| PASSO SÃO JOÃO (103)             | 0.557 *** | -0.713 *** | -0.529 *** | 1.694 ***         | -0.901 ***        | -0.168 *          | -0.796 ***          | 2.458               | 2.712e+04  | -892.7      | 1803.4 | 1830.4 | SAO LUIZ GONZAGA(83907)         |
| SÃO JOSÉ (102)                   | 0.556 *** | -0.715 *** | -0.532 *** | 1.695 ***         | -0.902 ***        | -0.161 *          | -0.796 ***          | 2.337               | 2.519e+04  | -887.8      | 1793.5 | 1820.5 | SAO LUIZ GONZAGA(83907)         |
| SANTA CLARA MG (283)             | 0.317 *** | -0.614 *** | -0.323 *** | 0.693 ***         | -0.027            | 0.388 ***         | 0.516 ***           | -1.531              | 2.930e+03  | -738.6      | 1495.3 | 1522.3 | SAO MATEUS(83550)               |
| SANTA CLARA PR (71)              | 0.445 *** | -0.641 *** | -0.519 *** | 0.48 ***          | -1.072 ***        | 0.001             | 0.302 .             | -3.758 .            | 5.326e+03  | -781.5      | 1581.0 | 1608.0 | SAO MATEUS(83550)               |
| BILLINGS (118)                   | 0.164 .   | -0.787 *** | -0.374 *** | 0.33 **           | 0.226 *           | 0.057 ***         | -0.312              | 0.268 .             | 3.993e+01  | -447.9      | 913.8  | 940.8  | SAO PAULO MIR de SANTANA(83781) |
| BILLINGS+PEDRAS (119)            | 0.173 *   | -0.783 *** | -0.365 *** | 0.339 **          | 0.219 *           | 0.07 ***          | -0.299              | 0.342 *             | 6.047e+01  | -476.1      | 970.1  | 997.1  | SAO PAULO MIR de SANTANA(83781) |
| PEDRAS (116)                     | 0.248 *   | -0.766 *** | -0.338 *** | 0.223             | 0.141             | 0.014 ***         | -0.327              | 0.042               | 2.310e+00  | -253.8      | 525.5  | 552.5  | SAO PAULO MIR de SANTANA(83781) |

**Tabla C.13:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)<sub>12</sub>

| Coef                | Estimate | Std.Error | z-value  | Pr(> z ) | Signif |
|---------------------|----------|-----------|----------|----------|--------|
| ar1                 | 0.5443   | 0.0774    | 7.0311   | 0.0000   | ***    |
| sar1                | -0.7539  | 0.0839    | -8.9811  | 0.0000   | ***    |
| sar2                | -0.5459  | 0.0811    | -6.7272  | 0.0000   | ***    |
| HumedadRelativa-AR2 | -0.8291  | 0.0248    | -33.3981 | 0.0000   | ***    |
| HumedadRelativa-AR3 | -0.4682  | 0.0216    | -21.6379 | 0.0000   | ***    |
| HumedadRelativa-MA0 | 0.0479   | 0.0683    | 0.7023   | 0.4825   |        |

*Resumen:*

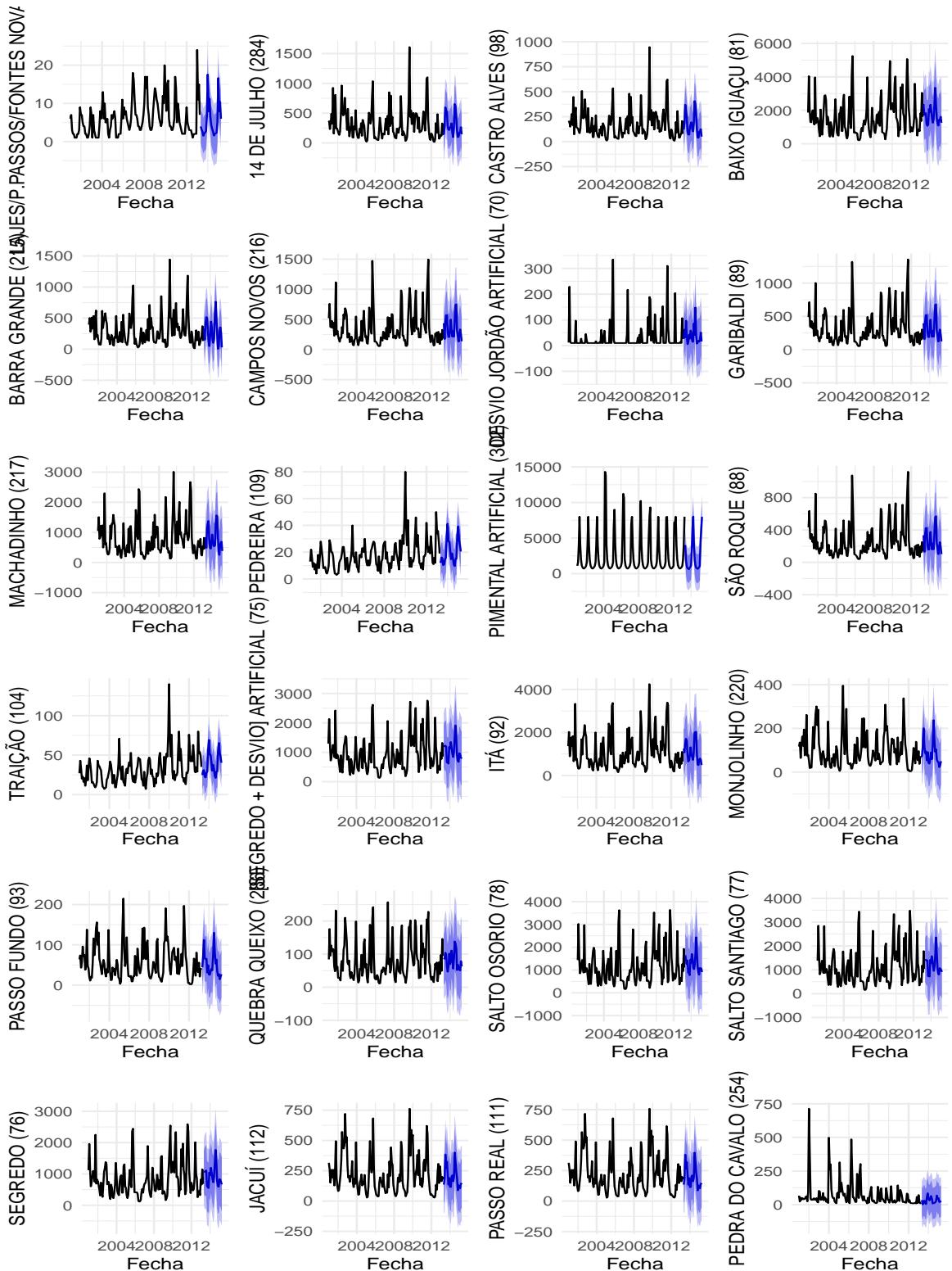
$\sigma^2 = 749.68$ , loglikelihood = -573.5, AIC = 1161, BIC = 1181.18, Hannan-Quinn = 1170.31

Luego, en el gráfico C.11, vemos varias de las predicciones de caudales del clúster 1.

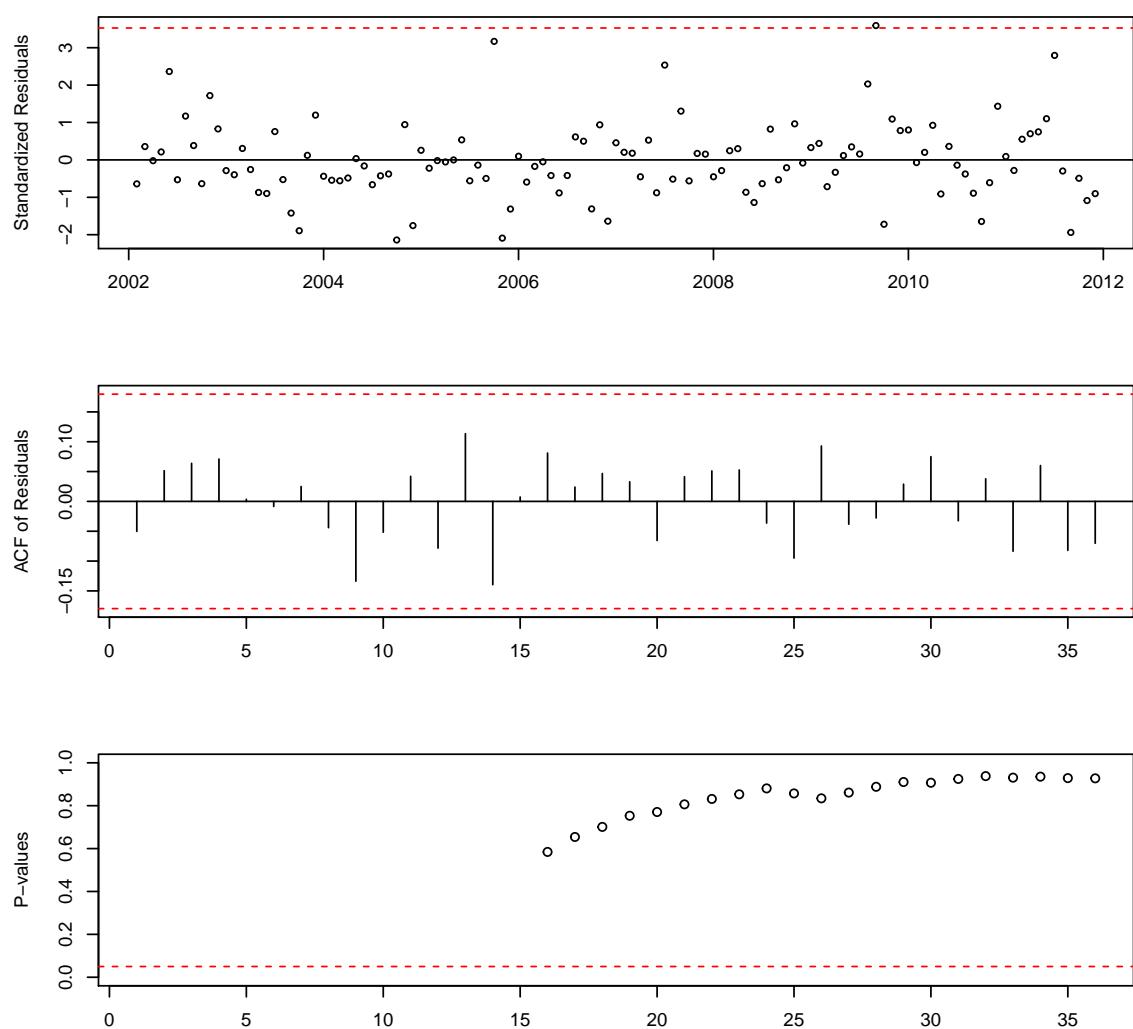
### C.2.2. Modelo del clúster 2

El modelo SARIMAX que representa al clúster 2, sus coeficientes y residuos se resumen en la tabla C.13

Además, los coeficientes estimados del modelo, para cada una de las series del clúster se muestran en la tabla C.14.



**Figura C.11:** Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 1



**Figura C.12:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)<sub>12</sub>

**Tabla C.14:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(2,1,0)<sub>12</sub> - clúster 2

| Estación-Caudal                   | ar1       | sar1       | sar2       | HumedadRelativa-AR2 | HumedadRelativa-AR3 | HumedadRelativa-MA0 | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    | Estacion-Clima             |
|-----------------------------------|-----------|------------|------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|-------------|--------|--------|----------------------------|
| A.A. LAYDNER (47)                 | 0.63 ***  | -0.802 *** | -0.476 *** | 0.516 *             | 0.134               | 1.065               | 8724.10            | -720.1      | 1454.3 | 1474.5 | AVARE(83773)               |
| CHAVANTES (49)                    | 0.586 *** | -0.716 *** | -0.376 *** | -0.522 ***          | -0.671 ***          | 0.877 .             | 21383.86           | -772.4      | 1558.9 | 1579.0 | AVARE(83773)               |
| LUCAS NOGUEIRA GARCEZ (50)        | 0.573 *** | -0.754 *** | -0.384 *** | -0.524 ***          | -0.676 ***          | 0.925               | 31936.26           | -796.8      | 1607.6 | 1627.8 | AVARE(83773)               |
| OURINHOS (249)                    | 0.583 *** | -0.718 *** | -0.386 *** | -0.522 ***          | -0.674 ***          | 0.871 .             | 21819.39           | -773.7      | 1561.5 | 1581.6 | AVARE(83773)               |
| PIRAJU (48)                       | 0.622 *** | -0.798 *** | -0.471 *** | 0.51 *              | 0.137               | 1.09                | 9200.27            | -723.2      | 1460.5 | 1480.7 | AVARE(83773)               |
| GOVERNADOR PARIGOT DE SOUZA (115) | 0.609 *** | -0.705 *** | -0.461 *** | 0.07                | 0.337               | 0.169               | 53.51              | -413.8      | 841.5  | 861.7  | CURITIBA(83842)            |
| SALTO PILÃO (101)                 | 0.413 *** | -0.706 *** | -0.339 *** | -0.04 .             | -0.97               | -2.962 *            | 9472.92            | -723.2      | 1460.3 | 1480.5 | INDAIAL(83872)             |
| ROSANA (63)                       | 0.645 *** | -0.812 *** | -0.495 *** | -0.123              | 0.234               | 24.228 ***          | 212404.63          | -912.0      | 1838.0 | 1858.2 | IVINHEMA(83704)            |
| CANOAS I (52)                     | 0.515 *** | -0.808 *** | -0.456 *** | 0.12                | 0.362 .             | 3.973               | 35738.11           | -804.5      | 1622.9 | 1643.1 | LONDRINA(83766)            |
| CANOAS II (51)                    | 0.513 *** | -0.814 *** | -0.458 *** | 0.122               | 0.359 .             | 3.954               | 32985.79           | -799.7      | 1613.4 | 1633.6 | LONDRINA(83766)            |
| ERNESTINA (110)                   | 0.544 *** | -0.754 *** | -0.546 *** | -0.829 ***          | -0.468 ***          | 0.048               | 749.68             | -573.5      | 1161.0 | 1181.2 | PASSO FUNDO(83914)         |
| CAPIVARA (61)                     | 0.631 *** | -0.829 *** | -0.512 *** | 0.149               | -0.847 ***          | 5.585 ***           | 185380.42          | -904.1      | 1822.3 | 1842.4 | PRESIDENTE PRUDENTE(83716) |
| TAQUARUÇU (62)                    | 0.668 *** | -0.843 *** | -0.558 *** | 0.135               | -0.857 ***          | 5.674 ***           | 195989.41          | -908.3      | 1830.5 | 1850.7 | PRESIDENTE PRUDENTE(83716) |

**Tabla C.15:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub>

| Coef               | Estimate | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|--------------------|----------|-----------|---------|----------|--------|
| ar1                | 0.3825   | 0.0901    | 4.245   | 0e+00    | ***    |
| sar1               | -0.4462  | 0.0854    | -5.223  | 0e+00    | ***    |
| Precipitacion-AR1  | 0.5568   | 0.0683    | 8.149   | 0e+00    | ***    |
| Precipitacion-MA0  | 0.8921   | 0.0826    | 10.802  | 0e+00    | ***    |
| TemperaturaMax-MA0 | -21.7483 | 5.8790    | -3.699  | 2e-04    | ***    |

*Resumen:*

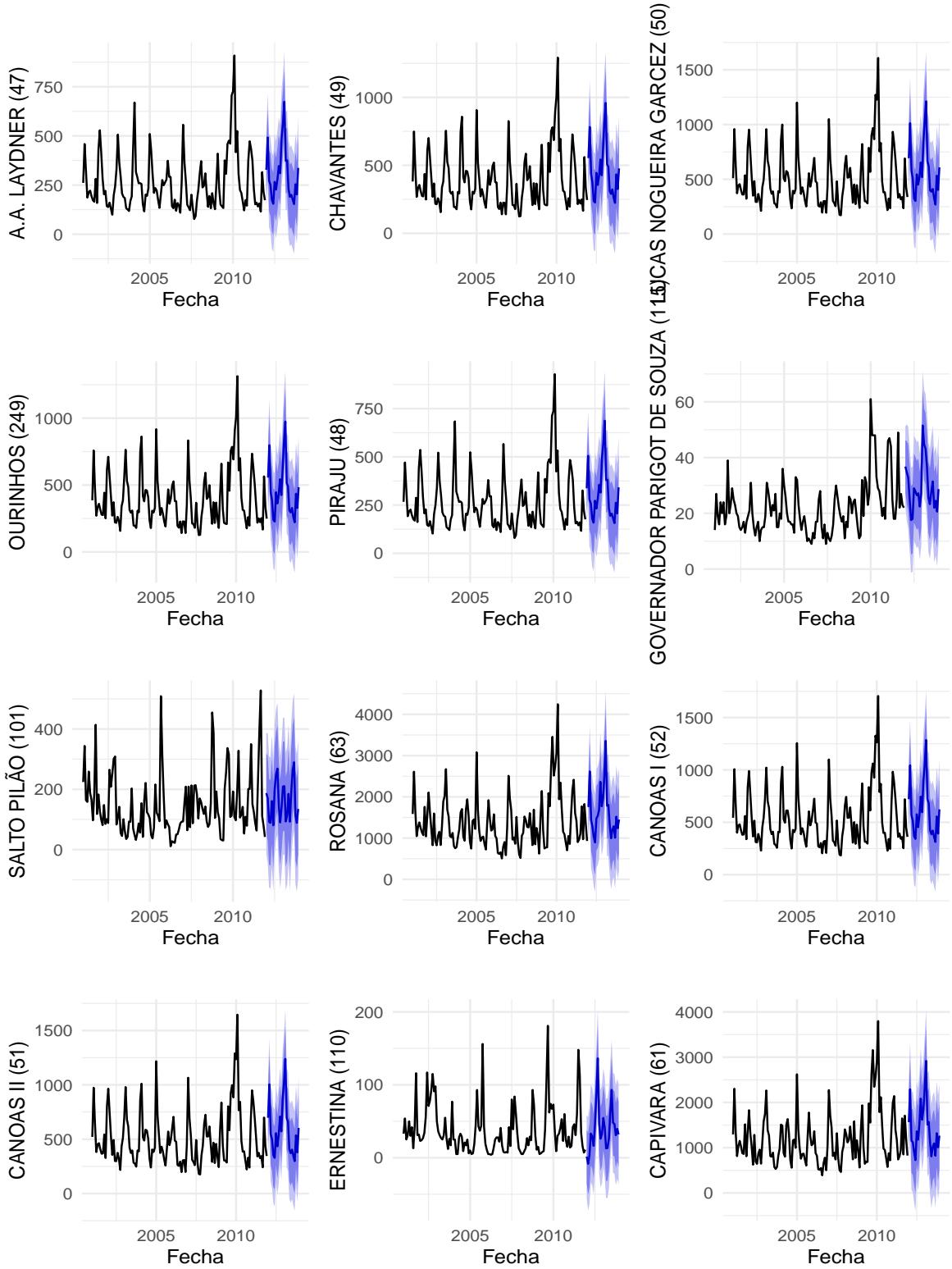
$\sigma^2 = 5286.65$ , loglikelihood = -646.12, AIC = 1304.24, BIC = 1321.21,  
Hannan-Quinn = 1312.08

Luego, en el gráfico C.13, vemos varias de las predicciones de caudales del clúster 2.

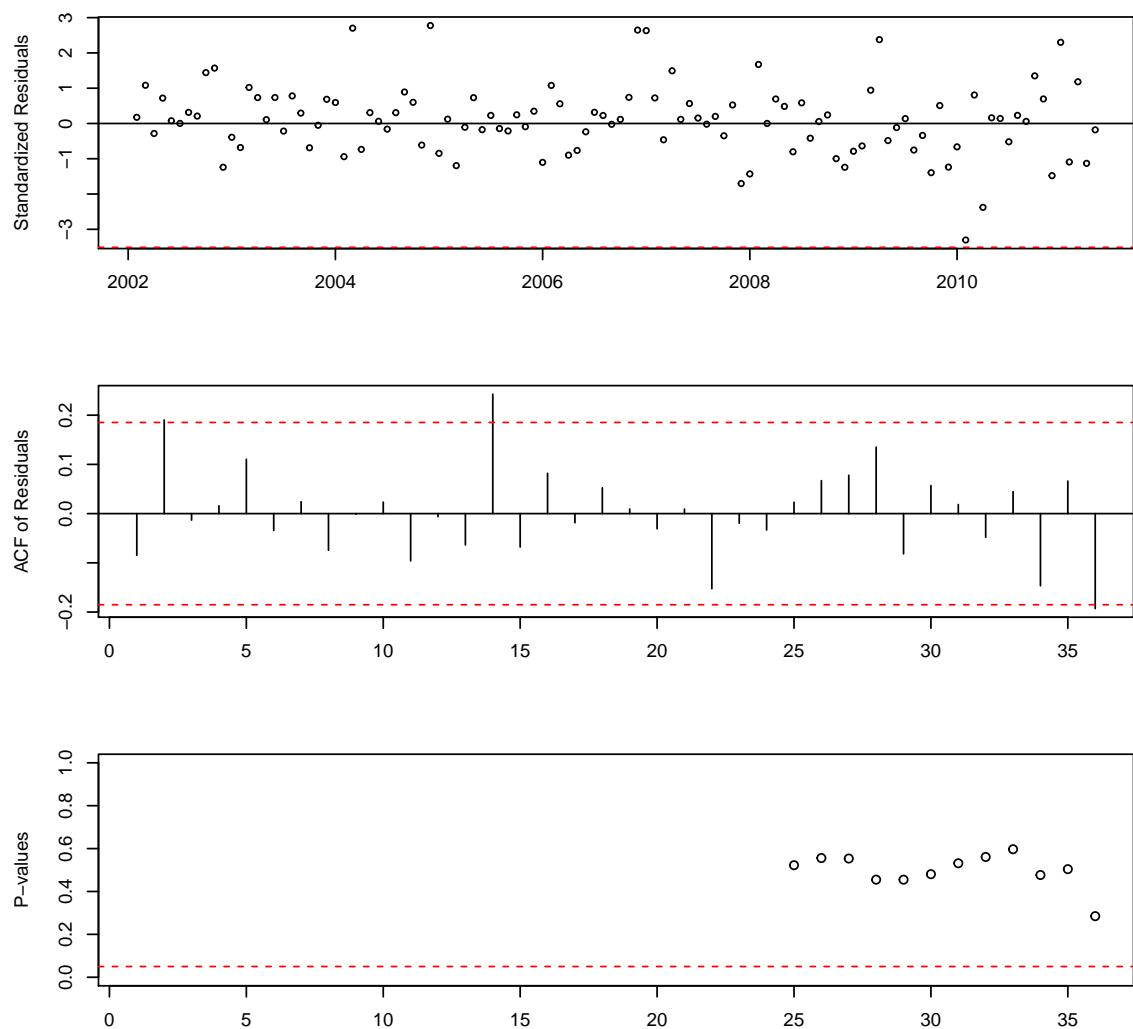
### C.2.3. Modelo del clúster 3

El modelo SARIMAX que representa al clúster 3, sus coeficientes y residuos se resumen en la tabla C.15.

Además, los coeficientes estimados del modelo, para cada una de las series del clúster se muestran en la tabla C.16.



**Figura C.13:** Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 2



**Figura C.14:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX(1,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub>

**Tabla C.16:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 3

| Estación-Caudal                  | ar1       | sar1       | Precipitacion-AR1 | Precipitacion-MA0 | TemperaturaMax-MA0 | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    | Estacion-Clima             |
|----------------------------------|-----------|------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------|--------|--------|----------------------------|
| XINGÓ (178)                      | 0.527 *** | -0.518 *** | 0.44 *            | -2.418 .          | -73.485            | 8.839e+05          | -936.0      | 1884.0 | 1900.9 | AGUA BRANCA(82989)         |
| AIMORÉS (148)                    | 0.29 **   | -0.407 *** | 0.693 ***         | 2.188 ***         | -51.335 .          | 1.208e+05          | -822.6      | 1657.2 | 1674.2 | AIMORES(83595)             |
| MASCARENHAS (144)                | 0.286 **  | -0.413 *** | 0.687 ***         | 2.669 ***         | -56.517 .          | 1.650e+05          | -840.3      | 1692.5 | 1709.5 | AIMORES(83595)             |
| BARRA BONITA (237)               | 0.45 ***  | -0.506 *** | -0.259            | 0.31 .            | 13.786             | 3.316e+04          | -750.3      | 1512.7 | 1529.6 | AVARE(83773)               |
| BARRA BONITA ARTIFICIAL (37)     | 0.432 *** | -0.506 *** | -0.291            | 0.297 *           | 14.118 .           | 2.919e+04          | -743.1      | 1498.2 | 1515.2 | AVARE(83773)               |
| LAJES ARTIFICIAL (132)           | 0.418 *** | -0.498 *** | 0.896 ***         | 0.01              | 0.029              | 3.879e+01          | -368.8      | 749.7  | 766.6  | AVELAR P DO ALFERES(83049) |
| STA CECILIA (125)                | 0.329 *** | -0.367 *** | 0.938 ***         | 0.088             | 11.364 .           | 1.105e+04          | -687.3      | 1386.5 | 1403.5 | AVELAR P DO ALFERES(83049) |
| PORTO ESTRELA (263)              | 0.577 *** | -0.545 *** | -0.557 ***        | -0.43 ***         | -8.793             | 5.625e+03          | -650.5      | 1313.1 | 1330.0 | C DO MATO DENTRO(83589)    |
| SALTO GRANDE (134)               | 0.573 *** | -0.55 ***  | -0.559 ***        | -0.409 ***        | -8.263             | 5.209e+03          | -646.2      | 1304.5 | 1321.4 | C DO MATO DENTRO(83589)    |
| GUAPORÉ (296)                    | 0.651 *** | -0.38 ***  | -0.312 *          | -0.009 ***        | -0.101             | 5.160e+00          | -254.3      | 520.6  | 537.6  | CACERES(83405)             |
| CACONDE (14)                     | 0.243 *   | -0.412 *** | 0.657 ***         | 0.117 ***         | -0.876             | 3.391e+02          | -490.7      | 993.4  | 1010.3 | CATALAO(83526)             |
| CACHOEIRA DOURADA (32)           | 0.458 *** | -0.405 *** | 0.655 ***         | 4.381 ***         | -39.139            | 3.122e+05          | -876.3      | 1764.7 | 1781.6 | CAPINOPOLIS(83514)         |
| BAGUARI (141)                    | 0.59 ***  | -0.443 *** | -0.338 ***        | -1.167 ***        | -7.444             | 6.147e+04          | -784.9      | 1581.7 | 1598.7 | CARATINGA(83592)           |
| GUILMAN-AMORIM (262)             | 0.51 ***  | -0.387 *** | -0.325 **         | -0.138 ***        | -0.302             | 1.125e+03          | -558.4      | 1128.8 | 1145.8 | CARATINGA(83592)           |
| IRAPÉ (255)                      | 0.027     | -0.462 *** | 0.554 ***         | 0.816 ***         | -11.789 *          | 5.365e+03          | -647.0      | 1306.0 | 1322.9 | CARBONITA(83485)           |
| ESTREITO TOCANTINS (271)         | 0.308 **  | -0.195 *   | 0.589 ***         | 12.239 ***        | 84.7               | 2.344e+06          | -989.3      | 1990.7 | 2007.6 | CAROLINA(82765)            |
| ANTÔNIO DIAS + SÁ CARVALHO (183) | 0.549 *** | -0.218 *   | 0.237             | 0.171 ***         | -7.129 **          | 1.057e+03          | -554.2      | 1120.5 | 1137.4 | CATALAO(83526)             |
| B MONTE PRINCIPAL (292)          | 0.712 *** | -0.563 *** | 0.694 .           | 0.911             | 131.491            | 3.843e+06          | -1019.6     | 2051.2 | 2068.2 | CATALAO(83526)             |
| BELO MONTE (288)                 | 0.632 *** | -0.476 *** | 0.686 **          | 2.17              | 143.833            | 8.065e+06          | -1060.7     | 2133.3 | 2150.3 | CATALAO(83526)             |
| CAPIM BRANCO I (207)             | 0.369 *** | -0.438 *** | 0.549 ***         | 0.911 ***         | -21.939 ***        | 5.441e+03          | -647.7      | 1307.4 | 1324.3 | CATALAO(83526)             |
| CAPIM BRANCO II (28)             | 0.347 *** | -0.424 *** | 0.531 ***         | 0.955 ***         | -22.557 ***        | 5.839e+03          | -651.6      | 1315.2 | 1332.1 | CATALAO(83526)             |
| COLIDER (228)                    | 0.103     | -0.552 *** | 0.751 ***         | 1.541 ***         | -31.545            | 8.074e+04          | -800.9      | 1613.8 | 1630.8 | CATALAO(83526)             |
| EMBORCAÇÃO (24)                  | 0.589 *** | -0.241 *   | 0.606 ***         | 2.028 ***         | -38.456 **         | 3.110e+04          | -745.4      | 1502.8 | 1519.8 | CATALAO(83526)             |
| ITAOCARA (199)                   | 0.348 *** | -0.318 *** | 0.532 *           | 0.719 **          | -23.905            | 4.265e+04          | -763.4      | 1538.8 | 1555.7 | CATALAO(83526)             |
| MIRANDA (206)                    | 0.383 *** | -0.446 *** | 0.557 ***         | 0.892 ***         | -21.748 ***        | 5.287e+03          | -646.1      | 1304.2 | 1321.2 | CATALAO(83526)             |
| MURTA (258)                      | 0.271 **  | -0.48 ***  | 0.709 ***         | 0.52 ***          | -22.276 *          | 1.231e+04          | -694.1      | 1400.2 | 1417.1 | CATALAO(83526)             |
| NILO PEÇANHA (131)               | 0.661 *** | -0.428 *** | -0.334            | -0.02             | -5.502 ***         | 1.918e+02          | -458.8      | 929.6  | 946.6  | CATALAO(83526)             |
| SALTO APIACÁS (225)              | 0.378 *** | -0.565 *** | 0.705 ***         | 0.37 ***          | -4.149             | 7.438e+03          | -666.4      | 1344.8 | 1361.7 | CATALAO(83526)             |
| SÃO MANOEL (230)                 | 0.303 **  | -0.562 *** | 0.76 ***          | 2.978 ***         | -9.151             | 3.707e+05          | -887.2      | 1786.3 | 1803.3 | CATALAO(83526)             |
| SERRA DO FACÃO (251)             | 0.538 *** | -0.368 *** | 0.624 ***         | 0.666 ***         | -13.914 **         | 3.851e+03          | -627.9      | 1267.7 | 1284.7 | CATALAO(83526)             |
| SIMPLÍCIO ARTIFICIAL (126)       | 0.702 *** | -0.364 *** | -0.336            | -0.057            | -10.821 ***        | 1.491e+03          | -574.4      | 1160.8 | 1177.7 | CATALAO(83526)             |
| SINOP (227)                      | 0.103     | -0.552 *** | 0.751 ***         | 1.411 ***         | -28.907            | 6.763e+04          | -790.9      | 1593.8 | 1610.8 | CATALAO(83526)             |
| IBITINGA (239)                   | 0.453 *** | -0.435 *** | 0.636 ***         | 1.357 ***         | -15.068            | 4.358e+04          | -765.3      | 1542.5 | 1559.5 | CATANDUVA(83676)           |
| IBITINGA ARTIFICIAL (39)         | 0.435 *** | -0.437 *** | 0.627 ***         | 1.305 ***         | -13.879            | 3.983e+04          | -760.2      | 1532.4 | 1549.3 | CATANDUVA(83676)           |
| PROMISSÃO (240)                  | 0.489 *** | -0.477 *** | 0.609 ***         | 1.77 ***          | -21.591            | 6.114e+04          | -784.7      | 1581.4 | 1598.4 | CATANDUVA(83676)           |
| PROMISSÃO ARTIFICIAL (40)        | 0.475 *** | -0.479 *** | 0.599 ***         | 1.721 ***         | -20.368            | 5.729e+04          | -781.0      | 1574.1 | 1591.0 | CATANDUVA(83676)           |
| ANTA (129)                       | 0.33 ***  | -0.415 *** | 0.14              | -0.21             | -4.012             | 3.886e+04          | -758.6      | 1529.2 | 1546.2 | CORDEIRO(83718)            |
| ANTA ARTIFICIAL (127)            | 0.265 **  | -0.414 *** | 0.127             | -0.226            | -3.261             | 3.427e+04          | -751.5      | 1515.0 | 1531.9 | CORDEIRO(83718)            |
| ILHA DOS POMBOS (130)            | 0.348 *** | -0.41 ***  | 0.144             | -0.24             | -4.476             | 4.489e+04          | -766.7      | 1545.5 | 1562.4 | CORDEIRO(83718)            |
| BALBINA (269)                    | 0.684 *** | -0.42 ***  | -0.826 ***        | 0.362 .           | 25.43 *            | 5.780e+04          | -781.3      | 1574.7 | 1591.6 | CORUMBA(83552)             |

**Tabla C.17:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 3

| Estación-Caudal                              | ar1       | sar1       | Precipitacion-AR1 | Precipitacion-MA0 | TemperaturaMax-MA0 | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    | Estacion-Clima      |
|--|-----------|------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------|--------|--------|---------------------|
| 41 MANSO (278)                               | 0.234 *   | -0.529 *** | -0.888 ***        | -0.114 .          | -15.728 *          | 8128.8             | -671.0      | 1354.0 | 1371.0 | CUIABA(83361)       |
| 42 BOA ESPERANÇA (190)                       | 0.189 .   | -0.6 ***   | 0.857 ***         | 0.21              | 74.205 ***         | 30971.0            | -747.3      | 1506.6 | 1523.5 | FLORIANO(82678)     |
| 43 ESTREITO (8)                              | 0.155     | -0.615 *** | 0.569 ***         | 1.689 ***         | -66.152 *          | 114614.8           | -821.4      | 1654.8 | 1671.8 | FRANCA(83630)       |
| 44 JAGUARA (9)                               | 0.154     | -0.616 *** | 0.576 ***         | 1.686 ***         | -66.358 *          | 116093.9           | -822.1      | 1656.2 | 1673.2 | FRANCA(83630)       |
| 45 MASCARENHAS DE MORAES (7)                 | 0.157     | -0.615 *** | 0.555 ***         | 1.667 ***         | -65.219 *          | 111273.7           | -819.7      | 1651.4 | 1668.4 | FRANCA(83630)       |
| 46 MARIMBONDO (17)                           | 0.314 *** | -0.527 *** | 0.871 ***         | 1.022 *           | -93.469 **         | 359728.7           | -885.2      | 1782.3 | 1799.3 | FRUTAL(83574)       |
| 47 PORTO COLÔMBIA (12)                       | 0.296 **  | -0.551 *** | 0.833 ***         | 0.768 .           | -70.885 **         | 195863.0           | -851.0      | 1714.0 | 1731.0 | FRUTAL(83574)       |
| 48 ITAPEBI (188)                             | 0.118     | -0.553 *** | 0.53 ***          | 1.821 ***         | 11.278             | 45591.8            | -768.6      | 1549.3 | 1566.2 | GUARATINGA(83446)   |
| 49 CORUMBÁ I (209)                           | 0.549 *** | -0.459 *** | 0.591 ***         | 1.686 ***         | -13.377            | 27113.4            | -738.7      | 1489.4 | 1506.3 | IPAMERI(83522)      |
| 50 ROSAL (196)                               | 0.543 *** | -0.497 *** | -0.694 ***        | 0.071 ***         | 3.819 **           | 609.3              | -524.5      | 1061.0 | 1078.0 | ITAPERUNA(83695)    |
| 51 SÃO SIMÃO (33)                            | 0.481 *** | -0.491 *** | 0.556 .           | -0.714            | -44.354            | 1087762.8          | -947.5      | 1906.9 | 1923.9 | ITUIUTABA(83521)    |
| 52 ITUMBIARA (31)                            | 0.402 *** | -0.473 *** | 0.693 ***         | 4.244 ***         | -73.083 .          | 269352.6           | -868.4      | 1748.8 | 1765.8 | ITUMBIARA(83523)    |
| 53 PORTO PRIMAVERA (246)                     | 0.443 *** | -0.572 *** | 0.905 ***         | 2.634             | -323.89 ***        | 4869071.5          | -1032.8     | 2077.7 | 2094.7 | IVINHEMA(83704)     |
| 54 PORTO PRIMAVERA ARTIFICIAL (46)           | 0.444 *** | -0.572 *** | 0.905 ***         | 2.619             | -321.782 ***       | 4849114.6          | -1032.6     | 2077.2 | 2094.2 | IVINHEMA(83704)     |
| 55 PICADA (197)                              | 0.66 ***  | -0.488 *** | -0.547 ***        | -0.051 ***        | 0.091              | 114.0              | -429.9      | 871.7  | 888.7  | JUIZ DE FORA(83692) |
| 56 SOBRAGI (198)                             | 0.683 *** | -0.411 *** | -0.573 ***        | -0.09 ***         | -0.058             | 380.1              | -497.4      | 1006.8 | 1023.8 | JUIZ DE FORA(83692) |
| 57 JIRAU (285)                               | 0.757 *** | -0.56 ***  | 0.761 *           | 1.317             | -320.557           | 6243498.4          | -1047.1     | 2106.1 | 2123.1 | LABREA(82723)       |
| 58 RONDON 2 (145)                            | 0.472 *** | -0.568 *** | -0.57 *           | -0.022 *          | 2.231 .            | 177.8              | -455.5      | 923.0  | 940.0  | LABREA(82723)       |
| 59 SAMUEL (279)                              | 0.577 *** | -0.627 *** | -0.763 ***        | -0.141 .          | -23.97 .           | 14026.1            | -703.0      | 1418.1 | 1435.0 | LABREA(82723)       |
| 60 SANTO ANTONIO (287)                       | 0.757 *** | -0.561 *** | 0.758 *           | 1.35              | -322.391           | 6451490.3          | -1048.9     | 2109.8 | 2126.8 | LABREA(82723)       |
| 61 CAMARGOS (1)                              | 0.446 *** | -0.247 *   | 0.464 ***         | 0.334 ***         | 0.195              | 1375.5             | -569.1      | 1150.3 | 1167.2 | LAVRAS(83687)       |
| 62 FUNIL (123)                               | 0.347 *** | -0.3 ***   | 0.32              | 0.307 **          | -0.619             | 6648.9             | -658.3      | 1328.6 | 1345.6 | LAVRAS(83687)       |
| 63 FUNIL-GRANDE (211)                        | 0.395 *** | -0.406 *** | 0.449 ***         | 0.812 ***         | -2.359             | 4930.2             | -641.9      | 1295.9 | 1312.8 | LAVRAS(83687)       |
| 64 ITUTINGA (2)                              | 0.446 *** | -0.247 *   | 0.464 ***         | 0.334 ***         | 0.195              | 1375.5             | -569.1      | 1150.3 | 1167.2 | LAVRAS(83687)       |
| 65 CACHOEIRA CALDEIRÃO (204)                 | 0.374 *** | -0.401 *** | 0.53 .            | 0.223             | -92.413 .          | 83188.7            | -801.5      | 1615.1 | 1632.1 | MACAPA(82098)       |
| 66 COARACY NUNES (280)                       | 0.374 *** | -0.401 *** | 0.53 .            | 0.224             | -92.528 .          | 83667.9            | -801.9      | 1615.7 | 1632.7 | MACAPA(82098)       |
| 67 FERREIRA GOMES (297)                      | 0.374 *** | -0.4 ***   | 0.53 .            | 0.226             | -93.356 .          | 85066.0            | -802.8      | 1617.6 | 1634.6 | MACAPA(82098)       |
| 68 TELES PIRES (229)                         | 0.296 **  | -0.495 *** | 0.776 ***         | 2.348 ***         | -169.474 *         | 339580.5           | -881.6      | 1775.2 | 1792.2 | MATUPA(83214)       |
| 69 LAJEDAO (273)                             | 0.243 **  | -0.378 *** | 0.681 ***         | 3.597 **          | -348.673 **        | 1528209.5          | -965.8      | 1943.7 | 1960.6 | PALMAS(83033)       |
| 70 BATALHA (22)                              | 0.361 *** | -0.431 *** | 0.559 ***         | 0.431 ***         | -2.409             | 2123.4             | -594.5      | 1201.0 | 1217.9 | PARACATU(83479)     |
| 71 FOZ DO RIO CLARO (261)                    | 0.324 *** | -0.562 *** | 0.838 ***         | 0.051             | 1.946              | 3971.4             | -630.9      | 1273.8 | 1290.7 | PARANAIBA(83565)    |
| 72 ILHA SOLTEIRA (34)                        | 0.351 *** | -0.569 *** | 0.914 ***         | 2.136 *           | 149.052            | 3352226.6          | -1011.7     | 2035.4 | 2052.3 | PARANAIBA(83565)    |
| 73 ILHA SOLTEIRA EQUIVALENTE ARTIFICIAL (44) | 0.344 *** | -0.578 *** | 0.907 ***         | 2.509 *           | 199.512            | 4123320.3          | -1023.5     | 2058.9 | 2075.9 | PARANAIBA(83565)    |
| 74 JUPIÁ (245)                               | 0.348 *** | -0.575 *** | 0.903 ***         | 2.59 *            | 204.083            | 4504196.3          | -1028.4     | 2068.8 | 2085.8 | PARANAIBA(83565)    |
| 75 JUPIÁ ARTIFICIAL (45)                     | 0.345 *** | -0.573 *** | 0.905 ***         | 2.555 *           | 215.814 .          | 4483541.7          | -1028.1     | 2068.3 | 2085.2 | PARANAIBA(83565)    |
| 76 SALTO (294)                               | 0.48 ***  | -0.527 *** | -0.03             | 0.04              | 4.1 .              | 1690.2             | -582.4      | 1176.7 | 1193.7 | PARANAIBA(83565)    |
| 77 SALTO VERDINHO (241)                      | 0.472 *** | -0.516 *** | -0.024            | 0.048             | 4.392              | 2033.4             | -592.7      | 1197.4 | 1214.4 | PARANAIBA(83565)    |
| 78 TRÊS IRMÃOS (243)                         | 0.413 *** | -0.552 *** | 0.838 ***         | 0.321 .           | 45.561 *           | 92494.7            | -808.7      | 1629.4 | 1646.3 | PARANAIBA(83565)    |
| 79 TRÊS IRMÃOS ARTIFICIAL (43)               | 0.397 *** | -0.551 *** | 0.839 ***         | 0.313 .           | 43.912 *           | 87745.7            | -805.7      | 1623.4 | 1640.4 | PARANAIBA(83565)    |
| 80 ITAPARICA (172)                           | 0.588 *** | -0.553 *** | -0.369            | -1.672            | -310.107 ***       | 772832.6           | -928.8      | 1869.5 | 1886.5 | PAULO AFONSO(82986) |

**Tabla C.18:** Modelo SARIMAX(1,0,0)(1,1,0)<sub>12</sub> - clúster 3

| Estación-Caudal                      | ar1       | sar1       | Precipitacion-AR1 | Precipitacion-MA0 | TemperaturaMax-MA0 | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    | Estacion-Clima                  |
|--------------------------------------|-----------|------------|-------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------|--------|--------|---------------------------------|
| 81 MOXOTÓ (173)                      | 0.588 *** | -0.553 *** | -0.364            | -1.729            | -311.934 ***       | 7.706e+05          | -928.6      | 1869.2 | 1886.2 | PAULO AFONSO(82986)             |
| 82 PAULO AFONSO (175)                | 0.588 *** | -0.553 *** | -0.364            | -1.729            | -311.934 ***       | 7.706e+05          | -928.6      | 1869.2 | 1886.2 | PAULO AFONSO(82986)             |
| 83 CANA BRAVA (191)                  | 0.316 *** | -0.498 *** | 0.462 **          | 1.662 ***         | -142.931 ***       | 1.227e+05          | -824.1      | 1660.3 | 1677.2 | PEIXE(83228)                    |
| 84 PEIXE ANGICAL (257)               | 0.28 **   | -0.486 *** | 0.486 **          | 3.671 ***         | -253.06 **         | 6.002e+05          | -913.7      | 1839.5 | 1856.4 | PEIXE(83228)                    |
| 85 SÃO SALVADOR (253)                | 0.307 *** | -0.486 *** | 0.452 **          | 1.854 ***         | -156.155 ***       | 1.554e+05          | -837.4      | 1686.8 | 1703.7 | PEIXE(83228)                    |
| 86 SERRA DA MESA (270)               | 0.322 *** | -0.512 *** | 0.446 *           | 1.443 ***         | -131.151 ***       | 9.528e+04          | -810.0      | 1631.9 | 1648.9 | PEIXE(83228)                    |
| 87 SOBRADINHO (169)                  | 0.503 *** | -0.557 *** | 0.944 ***         | 1.694 .           | -273.668 ***       | 6.753e+05          | -921.1      | 1854.2 | 1871.2 | PETROLINA(82983)                |
| 88 SOBRADINHO INCREMENTAL (168)      | 0.562 *** | -0.498 *** | -0.446 **         | -3.163 ***        | -301.115 ***       | 2.907e+05          | -873.0      | 1758.0 | 1775.0 | PETROLINA(82983)                |
| 89 TRÊS MARIAS (156)                 | 0.434 *** | -0.516 *** | 0.554 ***         | 1.495 ***         | -75.633 **         | 1.094e+05          | -817.9      | 1647.7 | 1664.7 | PIRAPORA(83483)                 |
| 90 RETIRO BAIXO (155)                | 0.603 *** | -0.48 ***  | -0.555 ***        | -0.253 ***        | 3.308              | 4.561e+03          | -638.2      | 1288.3 | 1305.3 | POMPEU(83570)                   |
| 91 SANTO ANTÔNIO DO JARI (290)       | 0.792 *** | -0.559 *** | -0.775 ***        | 0.147             | 125.225 **         | 1.177e+05          | -822.7      | 1657.5 | 1674.4 | PORTO DE MOZ(82184)             |
| 92 TOCOS (201)                       | 0.509 *** | -0.511 *** | 0.23              | -0.015.           | -0.053             | 4.091e+01          | -372.0      | 756.0  | 773.0  | RESENDE(83738)                  |
| 93 BARRA DOS COQUEIROS (248)         | 0.476 *** | -0.449 *** | 0.419 **          | 0.335 ***         | -6.936             | 2.532e+03          | -604.6      | 1221.2 | 1238.2 | RIO VERDE(83470)                |
| 94 CAÇU (247)                        | 0.48 ***  | -0.452 *** | 0.415 **          | 0.323 ***         | -6.589             | 2.307e+03          | -599.4      | 1210.7 | 1227.7 | RIO VERDE(83470)                |
| 95 CORUMBÁ III (23)                  | 0.559 *** | -0.537 *** | 0.725 ***         | 0.398 ***         | -5.098             | 2.925e+03          | -613.5      | 1239.0 | 1256.0 | RONCADOR(83373)                 |
| 96 CORUMBÁ IV (205)                  | 0.626 *** | -0.552 *** | 0.701 ***         | 0.325 ***         | -1.287             | 1.573e+03          | -578.6      | 1169.3 | 1186.2 | RONCADOR(83373)                 |
| 97 A.S. LIMA (238)                   | 0.255 **  | -0.381 *** | 0.595 ***         | 1.158 ***         | -8.307             | 2.921e+04          | -742.3      | 1496.5 | 1513.5 | SAO CARLOS(83726)               |
| 98 A.S. LIMA ARTIFICIAL (38)         | 0.23 *    | -0.374 *** | 0.589 ***         | 1.094 ***         | -7.692             | 2.610e+04          | -735.9      | 1483.7 | 1500.7 | SAO CARLOS(83726)               |
| 99 SANTANA (203)                     | 0.468 *** | -0.468 *** | -0.158            | 0.025 *           | -1.117 *           | 8.368e+01          | -412.1      | 836.1  | 853.1  | SAO CARLOS(83726)               |
| 100 DARDANELOS (291)                 | 0.497 *** | -0.509 *** | -0.302            | -0.185 .          | -21.697 *          | 1.234e+04          | -694.5      | 1401.0 | 1418.0 | SAO JOSE DO RIO CLARO(83267)    |
| 101 CURUÁ-UNA (277)                  | 0.833 *** | -0.506 *** | -0.056            | 0.108 .           | -1.901             | 6.058e+03          | -654.7      | 1321.4 | 1338.4 | SAO LUIZ GONZAGA(83907)         |
| 102 GUARAPIRANGA (117)               | 0.46 ***  | -0.589 *** | 0.445 ***         | 0.036 ***         | -0.102             | 2.386e+01          | -342.2      | 696.5  | 713.5  | SAO PAULO MIR de SANTANA(83781) |
| 103 FURNAS (6)                       | 0.252 **  | -0.617 *** | -0.682 *          | -0.142            | -0.923             | 1.336e+05          | -830.1      | 1672.2 | 1689.2 | SAO S DO PARAISO(83631)         |
| 104 A.S.OLIVEIRA (16)                | 0.212 *   | -0.407 *** | 0.528 ***         | 0.173 ***         | -5.144 **          | 7.984e+02          | -539.0      | 1090.0 | 1107.0 | SAO SIMAO(83669)                |
| 105 EUCLIDES DA CUNHA (15)           | 0.215 *   | -0.409 *** | 0.524 ***         | 0.171 ***         | -5.086 **          | 7.795e+02          | -537.7      | 1087.3 | 1104.3 | SAO SIMAO(83669)                |
| 106 PARAIBUNA (121)                  | 0.481 *** | -0.446 *** | -0.712 ***        | 0.034             | -0.271             | 6.990e+02          | -531.9      | 1075.7 | 1092.7 | TAUBATE(83784)                  |
| 107 SANTA BRANCA (122)               | 0.422 *** | -0.444 *** | 0.322             | -0.009            | -1.607             | 9.456e+02          | -548.9      | 1109.8 | 1126.7 | TAUBATE(83784)                  |
| 108 TUCURUI (275)                    | 0.532 *** | -0.531 *** | 0.838 ***         | 7.445 **          | -1470.128 **       | 1.408e+07          | -1092.5     | 2197.0 | 2214.0 | TUCURUI(82361)                  |
| 109 JAGUARI (120)                    | 0.304 *** | -0.459 *** | -0.12             | 0.024 *           | 4.378 *            | 1.057e+02          | -425.1      | 862.3  | 879.3  | TURIACU(82198)                  |
| 110 IGARAPAVA (10)                   | 0.385 *** | -0.677 *** | -0.271            | 1.643 ***         | -57.581 *          | 1.220e+05          | -825.8      | 1663.6 | 1680.6 | UBERABA(83577)                  |
| 111 NOVA PONTE (25)                  | 0.563 *** | -0.557 *** | 0.224             | 0.588 ***         | -13.354 *          | 7.532e+03          | -667.1      | 1346.3 | 1363.2 | UBERABA(83577)                  |
| 112 VOLTA GRANDE (11)                | 0.388 *** | -0.67 ***  | -0.177            | 1.769 ***         | -58.021 *          | 1.349e+05          | -831.4      | 1674.8 | 1691.8 | UBERABA(83577)                  |
| 113 CANDONGA (149)                   | 0.639 *** | -0.516 *** | -0.568 ***        | -0.262 ***        | -3.262             | 2.494e+03          | -604.4      | 1220.7 | 1237.7 | VICOSA(83642)                   |
| 114 ÁGUA VERMELHA (18)               | 0.204 *   | -0.582 *** | 0.674 ***         | 3.9 ***           | -22.616            | 3.445e+05          | -883.2      | 1778.4 | 1795.4 | VOTUPORANGA(83623)              |
| 115 NOVA AVANHANDAVA (242)           | 0.466 *** | -0.329 **  | 0.52 **           | 1.791 ***         | 7.779              | 7.310e+04          | -793.9      | 1599.9 | 1616.8 | VOTUPORANGA(83623)              |
| 116 NOVA AVANHANDAVA ARTIFICIAL (42) | 0.448 *** | -0.335 **  | 0.509 **          | 1.754 ***         | 9.585              | 6.851e+04          | -790.3      | 1592.6 | 1609.5 | VOTUPORANGA(83623)              |

**Tabla C.19:** Modelo SARIMAX(0,0,3)(1,1,1)<sub>12</sub>

| Coef                | Estimate  | Std.Error | z-value | Pr(> z ) | Signif |
|---------------------|-----------|-----------|---------|----------|--------|
| ma1                 | 0.6583    | 0.0828    | 7.947   | 0.0000   | ***    |
| ma2                 | 0.3129    | 0.1027    | 3.047   | 0.0023   | **     |
| ma3                 | 0.3163    | 0.0824    | 3.840   | 0.0001   | ***    |
| sar1                | -0.2480   | 0.1012    | -2.451  | 0.0142   | *      |
| sma1                | -0.7681   | 0.0964    | -7.965  | 0.0000   | ***    |
| HumedadRelativa-MA0 | -120.5211 | 46.0339   | -2.618  | 0.0088   | **     |

*Resumen:*

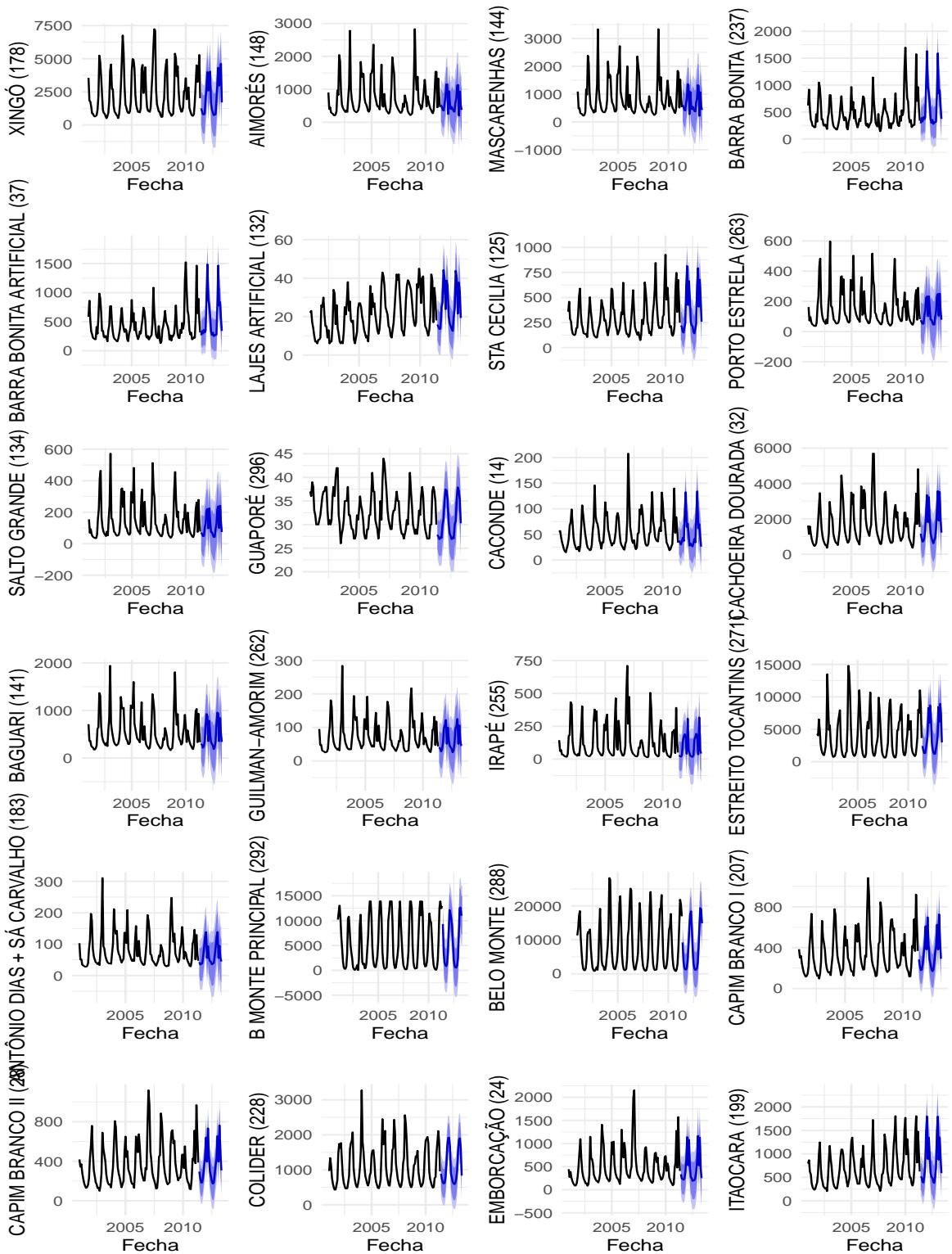
$\sigma^2 = 6396695.62$ , loglikelihood = -1368.65, AIC = 2751.3, BIC = 2772.79,  
Hannan-Quinn = 2761.16

Luego, en el gráfico C.15, vemos varias de las predicciones de caudales del clúster 3.

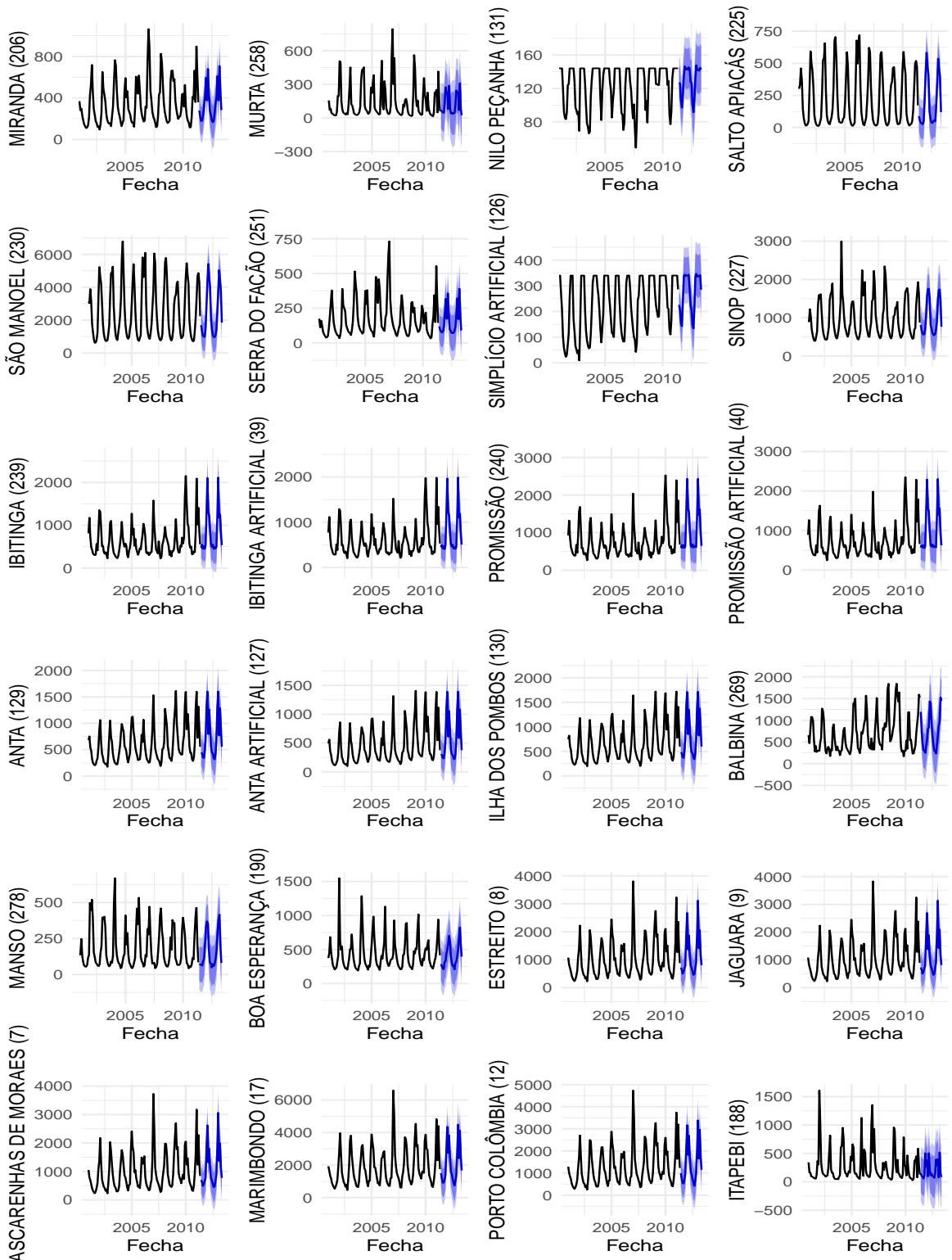
#### C.2.4. Modelo del clúster 4

El modelo SARIMAX que representa al clúster 4, sus coeficientes y residuos se resumen en la tabla C.19.

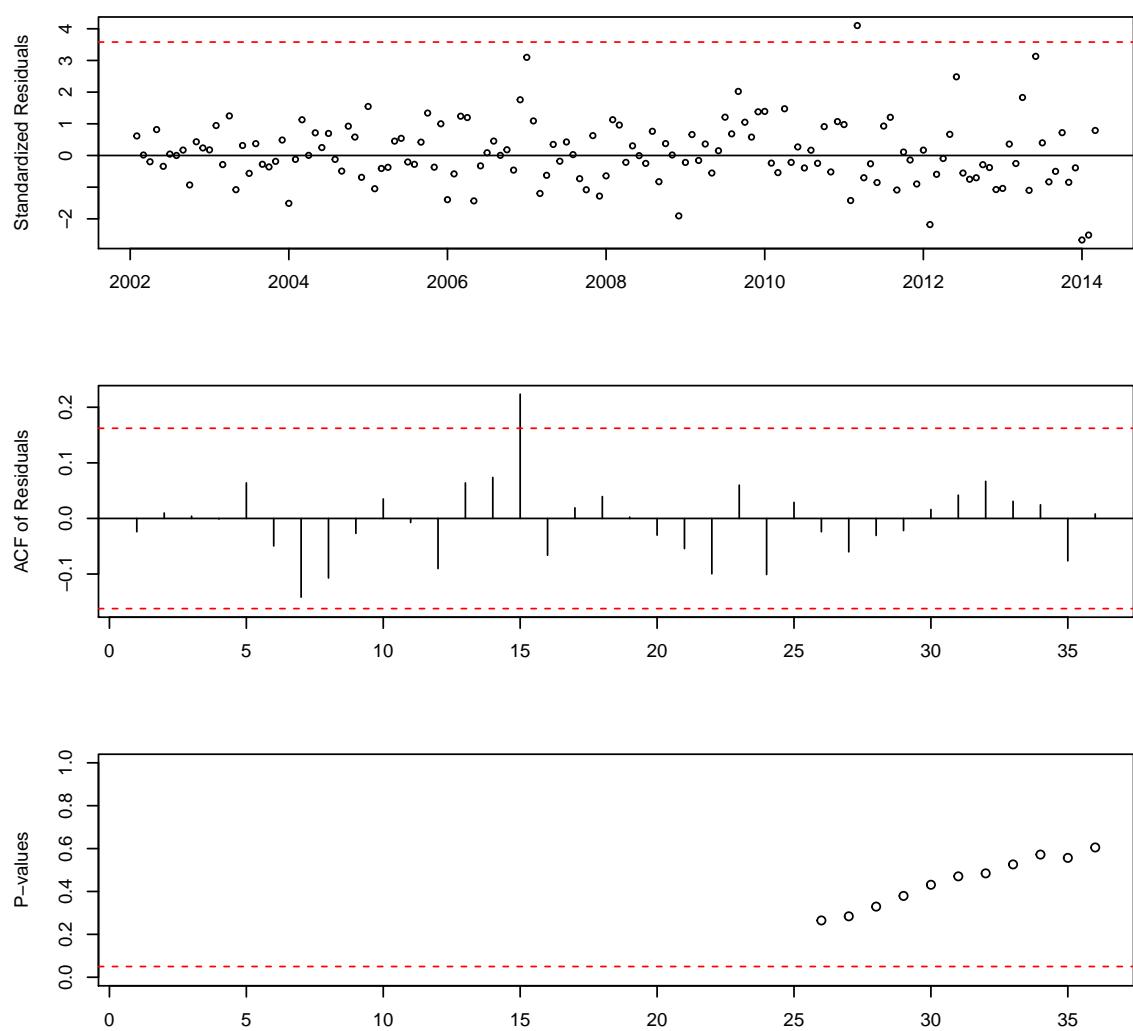
Además, los coeficientes estimados del modelo, para cada una de las series del clúster se muestran en la tabla C.20



**Figura C.15:** Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 3



**Figura C.16:** Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 3

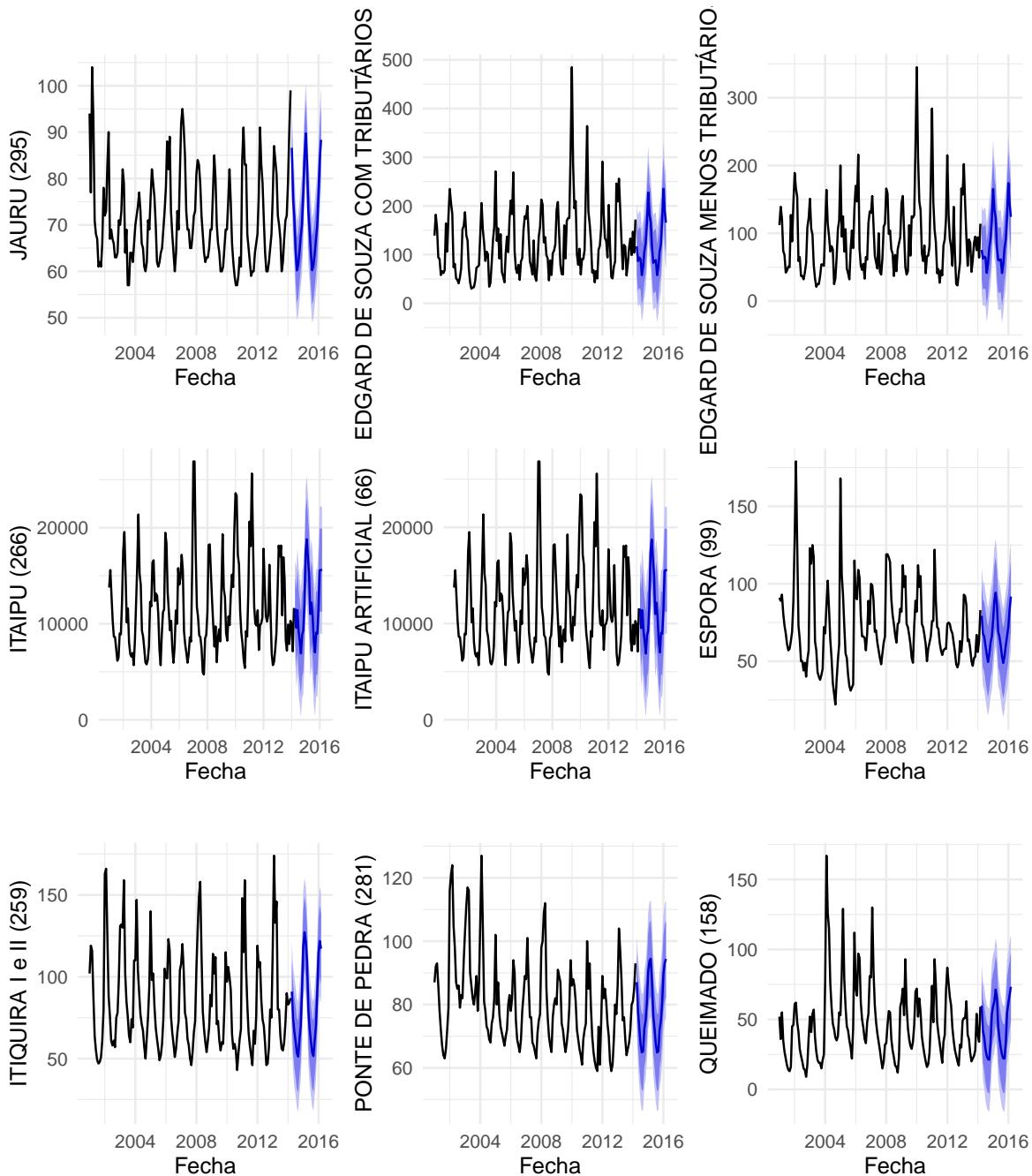


**Figura C.17:** Residuos - Test Portmanteau (Ljung-Box) SARIMAX(0,0,3)(1,1,1)<sub>12</sub>

**Tabla C.20:** Modelo SARIMAX(0,0,3)(1,1,1)<sub>12</sub> - clúster 4

| Estación-Caudal                         | ma1       | ma2       | ma3       | sar1     | sma1       | HumedadRelativa-MA0 | sigma <sup>2</sup> | Log-Verosim | AIC    | BIC    | Estacion-Clima      |
|---|-----------|-----------|-----------|----------|------------|---------------------|--------------------|-------------|--------|--------|---------------------|
| JAURU (295)                             | 0.335 *** | 0.203 **  | 0.282 **  | 0.154    | -0.815 *** | -0.067              | 2.328e+01          | -445.2      | 904.4  | 925.9  | CACERES(83405)      |
| EDGARD DE SOUZA COM TRIBUTÁRIOS (161)   | 0.363 *** | 0.217 **  | 0.103     | 0.115    | -0.939 *** | -0.135              | 1.873e+03          | -772.8      | 1559.6 | 1581.1 | IRAI(83881)         |
| EDGARD DE SOUZA MENOS TRIBUTÁRIOS (164) | 0.385 *** | 0.25 **   | 0.085     | 0.139    | -1 ***     | -0.452              | 9.852e+02          | -729.3      | 1472.6 | 1494.0 | IRAI(83881)         |
| ITAIPU (266)                            | 0.658 *** | 0.312 **  | 0.316 *** | -0.247 * | -0.768 *** | -120.197 **         | 6.436e+06          | -1369.1     | 2752.2 | 2773.7 | IRAI(83881)         |
| ITAIPU ARTIFICIAL (66)                  | 0.658 *** | 0.313 **  | 0.316 *** | -0.248 * | -0.768 *** | -120.521 **         | 6.397e+06          | -1368.7     | 2751.3 | 2772.8 | IRAI(83881)         |
| ESPORA (99)                             | 0.44 ***  | 0.253 **  | 0.12      | -0.266 * | -0.667 *** | 0.995 ***           | 2.281e+02          | -613.7      | 1241.5 | 1262.9 | JATAI(83464)        |
| ITIQUIRA I e II (259)                   | 0.37 ***  | 0.345 *** | 0.022     | -0.118   | -1 ***     | 0.239               | 2.084e+02          | -618.0      | 1250.0 | 1271.5 | RONDONOPOLIS(83410) |
| PONTE DE PEDRA (281)                    | 0.615 *** | 0.423 *** | 0.187 *   | -0.087   | -0.805 *** | 0.152               | 5.416e+01          | -509.4      | 1032.7 | 1054.2 | RONDONOPOLIS(83410) |
| QUEIMADO (158)                          | 0.601 *** | 0.329 *** | 0.191 *   | 0.078    | -1 ***     | 1.114 ***           | 1.837e+02          | -606.6      | 1227.2 | 1248.7 | UNAI(83428)         |

Luego, en el gráfico C.18, vemos varias de las predicciones de caudales del clúster 4.



**Figura C.18:** Predicción SARIMAX de Caudales del clúster 4

## Referencias

- Anderson, T. W. (2003). *An introduction to multivariate statistical analysis* (3.<sup>a</sup> ed.). Wiley series in probability and mathematical statistics.
- Borg, I., y Groenen, P. (2003). Modern multidimensional scaling: Theory and applications. *Journal of Educational Measurement*, 40(3), 277–280.
- Bosq, D. (2012). *Linear processes in function spaces: theory and applications* (Vol. 149). Springer Science & Business Media.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., y Reinsel, G. (1970). Time series analysis: forecasting and control holden-day san francisco. *BoxTime Series Analysis: Forecasting and Control Holden Day1970*.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., y Ljung, G. M. (2015). *Time series analysis: forecasting and control*. John Wiley & Sons.
- Caiado, J., Crato, N., y Peña, D. (2006). A periodogram-based metric for time series classification. *Computational Statistics & Data Analysis*, 50(10), 2668–2684.
- Capa Santos, H. (2016). *Series temporales: la ciencia y el arte de la modelación y los pronósticos*. Escuela Politécnica Nacional.
- Cardot, H., Ferraty, F., y Sarda, P. (1999). Functional linear model. *Statistics & Probability Letters*, 45(1), 11–22.
- Cardot, H., Ferraty, F., y Sarda, P. (2003). Spline estimators for the functional linear model. *Statistica Sinica*, 571–591.
- Chatfield, C. (1996). *The analysis of time series: an introduction* (5.<sup>a</sup> ed.). Chapman and Hall/CRC. Descargado de <http://gen.lib.rus.ec/book/index.php?md5=6544B01C91B53D8C283389551CCA53D2>
- Chouakria, A. D., y Nagabhushan, P. N. (2007). Adaptive dissimilarity index for measuring time series proximity. *Advances in Data Analysis and Classification*, 1(1), 5–21.
- Cleveland, R. B., Cleveland, W. S., McRae, J. E., y Terpenning, I. (1990). Stl: A seasonal-trend decomposition. *Journal of Official Statistics*, 6(1), 3–73.
- Coombs, C. H. (1950). Psychological scaling without a unit of measurement. *Psychological review*, 57(3), 145.
- Corduas, M., y Piccolo, D. (2008). Time series clustering and classification by the autoregressive metric. *Computational statistics & data analysis*, 52(4), 1860–1872.
- Cox, T. F., y Cox, M. A. (2000). *Multidimensional scaling*. Chapman and hall/CRC.
- Dauxois, J., Pousse, A., y Romain, Y. (1982). Asymptotic theory for the principal component analysis of a vector random function: some applications to statis-

- tical inference. *Journal of multivariate analysis*, 12(1), 136–154.
- Diggle, P. J., y Al Wasel, I. (1997). Spectral analysis of replicated biomedical time series. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 46(1), 31–71.
- Diggle, P. J., y Fisher, N. I. (1991). Nonparametric comparison of cumulative periodograms. *Applied Statistics*, 423–434.
- Duda, R. O., Hart, P. E., Stork, D. G., y cols. (2001). Pattern classification. *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, 1, 335–339.
- Fraley, C., y Raftery, A. E. (1998). How many clusters? which clustering method? answers via model-based cluster analysis. *The computer journal*, 41(8), 578–588.
- Fu, T.-c. (2011). A review on time series data mining. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 24(1), 164–181.
- Galeano, P., y Peña, D. P. (2000). Multivariate analysis in vector time series. *Resenhas do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo*, 4(4), 383–403.
- Guttman, L. (1968). A general nonmetric technique for finding the smallest coordinate space for a configuration of points. *Psychometrika*, 33(4), 469–506.
- Hall, P., Horowitz, J. L., y cols. (2007). Methodology and convergence rates for functional linear regression. *The Annals of Statistics*, 35(1), 70–91.
- Hall, P., y Hosseini-Nasab, M. (2006). On properties of functional principal components analysis. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 68(1), 109–126.
- Hall, P., y Hosseini-Nasab, M. (2009). Theory for high-order bounds in functional principal components analysis. En *Mathematical proceedings of the cambridge philosophical society* (Vol. 146, pp. 225–256).
- Hotelling, H. (1933). Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of educational psychology*, 24(6), 417.
- Johnson, R. A., y Wichern, D. W. (2004). Multivariate analysis. *Encyclopedia of Statistical Sciences*, 8.
- Jolliffe, I. (2011). *Principal component analysis*. Springer.
- Kassambara, A., y Mundt, F. (2017). factoextra: Extract and visualize the results of multivariate data analyses [Manual de software informático]. (R package version 1.0.5)
- Kaufman, L., y Rousseeuw, P. J. (1986). Clustering large data sets. En *Pattern recognition in practice, volume ii* (pp. 425–437). Elsevier.
- Kaufman, L., y Rousseeuw, P. J. (1990). *Finding groups in data: An introduction to cluster analysis*. John Wiley & Sons Inc.

- Kerr, M. K., y Churchill, G. A. (2001). Bootstrapping cluster analysis: assessing the reliability of conclusions from microarray experiments. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 98(16), 8961–8965.
- Kruskal, J. B. (1964). Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a nonmetric hypothesis. *Psychometrika*, 29(1), 1–27.
- Liao, T. W. (2005). Clustering of time series data survey. *Pattern recognition*, 38(11), 1857–1874.
- Maechler, M., Rousseeuw, P., Struyf, A., Hubert, M., y Hornik, K. (2019). cluster: Cluster analysis basics and extensions [Manual de software informático]. (R package version 2.0.9 — For new features, see the 'Changelog' file (in the package source))
- Maharaj, E. A. (2000). Cluster of time series. *Journal of Classification*, 17(2), 297–314.
- Novales, A. (1993). *Econometria. segunda edición, editorial mcgraw-hill*. INTERAMERICANA DE ESPAÑA, SA.
- Pankratz, A. (1991). *Forecasting with dynamic regression models* (Vol. 935). John Wiley & Sons.
- Pearson, K. (1901). Liii. on lines and planes of closest fit to systems of points in space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 2(11), 559–572.
- Piccolo, D. (1990). A distance measure for classifying arima models. *Journal of Time Series Analysis*, 11(2), 153–164.
- Ramsey, J. O., y Silverman, B. W. (1997). *Functional data analysis*. Springer.
- Rao, C. R. (1958). Some statistical methods for comparison of growth curves. *Biometrics*, 14(1), 1–17.
- Ross, S. (2006). Simulation.
- Rousseeuw, P. J., y Kaufman, L. (1990). Finding groups in data. *Series in Probability & Mathematical Statistics 1990-34* (1), 111–112.
- RStudio, Inc. (2013). Easy web applications in r. [Manual de software informático]. (URL: <http://www.rstudio.com/shiny/>)
- Salvador, S., y Chan, P. (2004). Determining the number of clusters/segments in hierarchical clustering/segmentation algorithms. En *Tools with artificial intelligence, 2004. ictai 2004. 16th ieee international conference on* (pp. 576–584).
- Shumway, R. H., y Stoffer, D. S. (2017). *Time series analysis and its applications: with r examples*. Springer.
- Stevens, S. S. (1946). On the theory of scales of measurement science. *New series*, 103(2684).

- Struzik, Z. R., y Siebes, A. (1999). The haar wavelet transform in the time series similarity paradigm. En *European conference on principles of data mining and knowledge discovery* (pp. 12–22).
- Tibshirani, R., Walther, G., y Hastie, T. (2001). Estimating the number of clusters in a data set via the gap statistic. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 63(2), 411–423.
- Torgerson, W. S. (1958). Theory and methods of scaling.
- Tucker, L. R. (1958). Determination of parameters of a functional relation by factor analysis. *Psychometrika*, 23(1), 19–23.