PROYECTO FINAL

Christopher Wan-Yat Dorado Woo A01235737
Jorge David Macias Aroyo A01745999
Andrea Hernández Flores A01369439
Ivan Araluce Nava A00949193
Natalia Naranjo Partidas A01377975

Introducción

El propósito de este artículo es describir algunos de los más conocidos métodos numéricos, los cuales son los de Runge Kutta de cuarto orden y Newton Raphson, se usarán para resolver problemas de ingeniería, en este caso para calcular los tiempos necesarios para que una función llegue a X cantidad. Esto es una aplicación que tienen las ecuaciones diferenciales, pero usaremos los métodos numéricos para demostrar que tienen aplicaciones en la vida real, así mismo se podría usar este método para calcular la antigüedad de un objeto por medio del Carbono 14, o la concentración de una medicina en un paciente o incluso para calcular el tiempo que se requiere para que una población llegue a X cantidad.

Métodos

Runge-Kutta

Es el método numérico más utilizado debido a su gran precisión, dando una solución analítica en la mayoría de los casos en que se aplica.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

$$\boxed{y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)}$$

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1 h}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2 h}{2}\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3 h)$$

Métodos

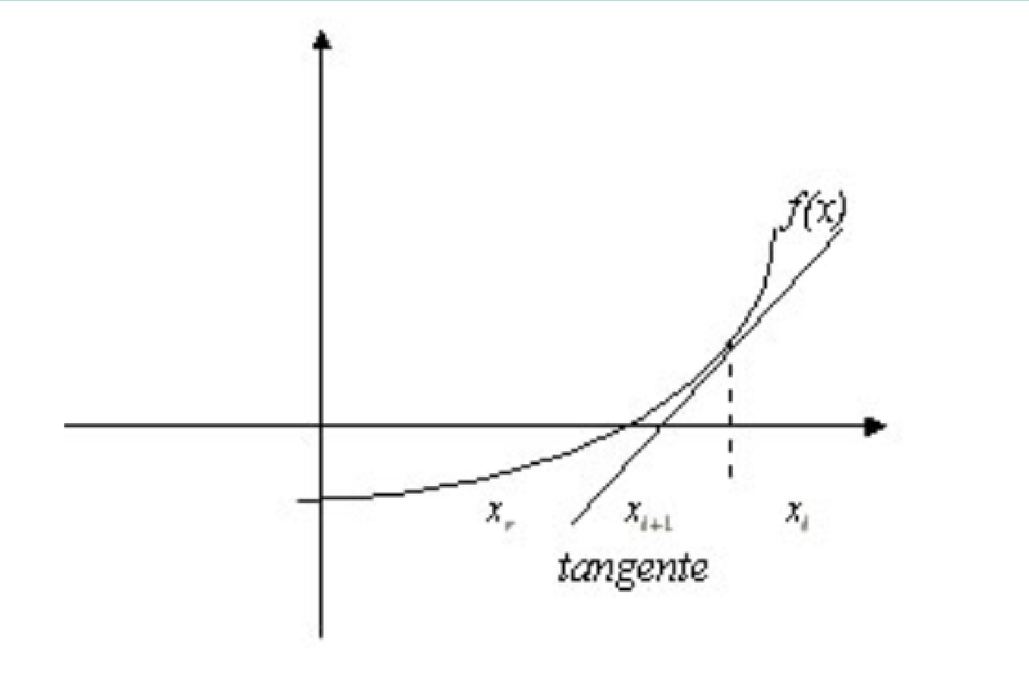
Newton Raphson

Es un método de iterativo el cual es uno de los más usados y efectivos, porque a diferencia de otros métodos no trabaja sobre un intervalo, sino que basa su fórmula en un proceso iterativo.

Se requiere que las funciones sean diferenciables, y, por tanto, continuas, para poder aplicar este método.

Se parte de un valor inicial para la raíz: X0, este puede ser cualquier valor, ya que el método converge a la raíz más cercana.

Si se extiende una tangente desde el punto (x1, f(x1)), el punto donde esta tangente cruza al eje x representa una aproximación mejorada de la raíz



$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} = \frac{0 - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$$

$$m(x_{i+1} - x_i) = -f(x_i)$$

$$x_{i+1} - x_i = \frac{f(x_i)}{m}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{m}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA A RESOLVER

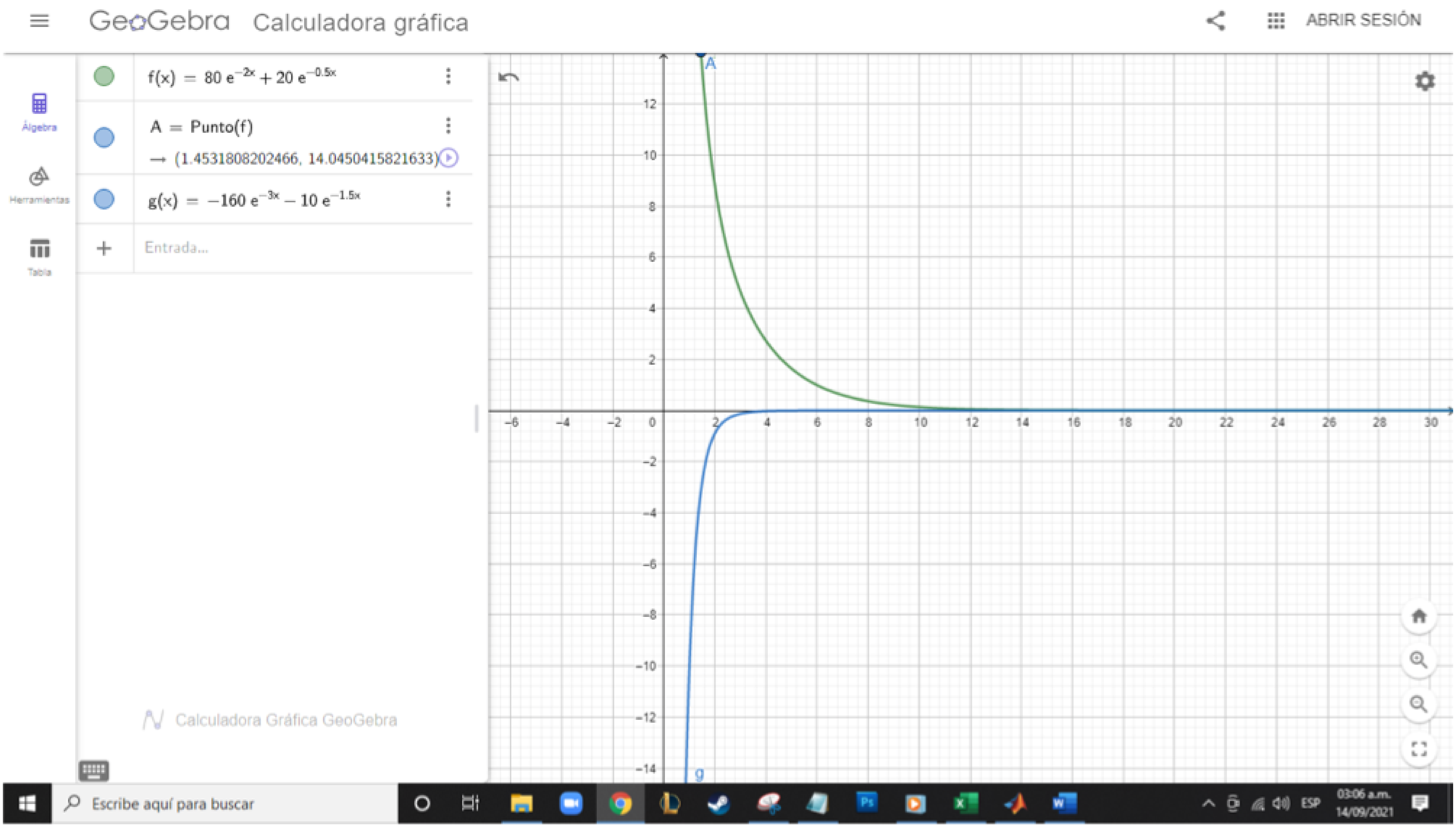
La presencia de microorganismos patógenos en el agua que acostumbramos a beber es un riesgo que se incrementa en áreas donde la contaminación es mayor o en zonas donde la disponibilidad de agua potable es nula.

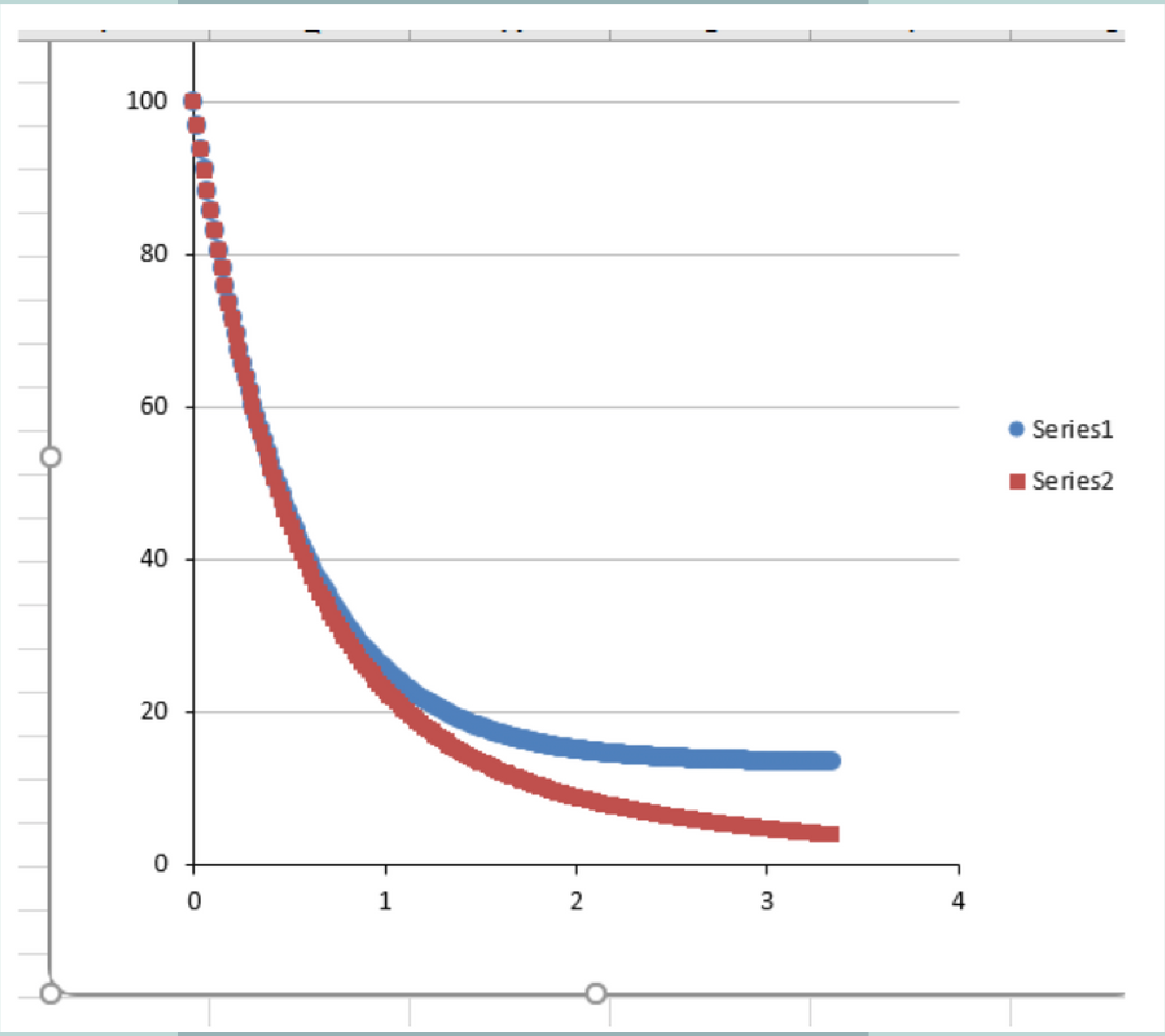
Se encontró un lago que tiene una alta concentración de microorganismos, luego de algunos estudios se determinó que la concentración de bacterias disminuye de acuerdo con la ecuación al ingresar un químico purificador

$$c(t) = 80e^{-2t} + 20e^{-0,5t}$$

Siendo las constantes millones de bacterias. Se requiere saber cuando la cantidad de bacterias será igual a X (usaremos el 7 en el caso de Newton Raphson) millones, lo cual representaría que el agua es apta para la ingesta humana.

Se debe encontrar la raíz de c(t) = 7 y calcular la derivada que tiene que ser igual a f(t) = c(t) – 7 , en dicho caso f será igual a cero. Primero se establece la derivada de c(t) = -160e-2t-10e-1.5t. Al ser negativa se puede observar que c y f son decrecientes.


GeoGebra Calculadora gráfica
ABRIR SESIÓN
Álgebra
Herramientas
Tabla
f(x) = 80 e^{−2x} + 20 e^{−0.5x}
A = Punto(f)
→ (1.4531808202466, 14.0450415821633)
g(x) = −160 e^{−3x} − 10 e^{−1.5x}
Entrada...
Calculadora Gráfica GeoGebra
A
g
Escribe aquí para buscar
ESP
03:06 a.m.
14/09/2021



Resultados

Al elaborar el programa en MatLab y Excel de Runge Kutta se encontró que para que la concentración sea igual a 7 se necesitan 2.32 horas y que la concentración de bacterias será 0 al llegar alrededor de las 11 horas.

2.29	14.3652946	-1.956772708	2.29583	14.35714138	-1.9412	2.29583	14.3572	-1.9412	2.3	14.349118	-1.93	7.17683845
2.3	14.34911777	-1.925750083	2.30417	14.34109381	-1.91043	2.30417	14.3412	-1.9104	2.31	14.333198	-1.9	7.136882247
2.31	14.33319738	-1.89522382	2.3125	14.32530062	-1.88014	2.3125	14.3254	-1.8801	2.32	14.31753	-1.87	7.097259367
2.32	14.31752935	-1.865185918	2.32083	14.30975774	-1.85035	2.32083	14.3098	-1.8503	2.32	14.30211	-1.84	7.05796566
2.32	14.30210962	-1.835628506	2.32917	14.29446117	-1.82103	2.32917	14.2945	-1.821	2.33	14.286934	-1.81	7.01899704

Método de Newton Raphson

biseccion.m | new_rap.m | biseccionv1.m | secante.m | str2sym.m | newtonraphsonb1.m | PROYECTOFINAL.m

```
fprintf("Este programa calcula el tiempo necesario en horas para que las bacterias en un lago decrezcan a X cantidad\n")
fprintf("\nLa ecuación que expresa el decrecimiento es: 80e^(-2t)+20e^(-0.5t) ")
n=input("\n\n¿A cuantas bacterias quieres llegar?: ");
x0=input("\nAproximación inicial: ");
tol=input("\nTolerancia: ");
f = @(x)  (80*exp(-2*x))+(20*exp(-0.5*x))-n;
g = @(x)  (80*(exp(1)^(-2*x)))+(20*(exp(1)^(-0.5*x)));
ezplot(g);
newtonraphsonb1(f,x0,tol,n)
```

ommand Window

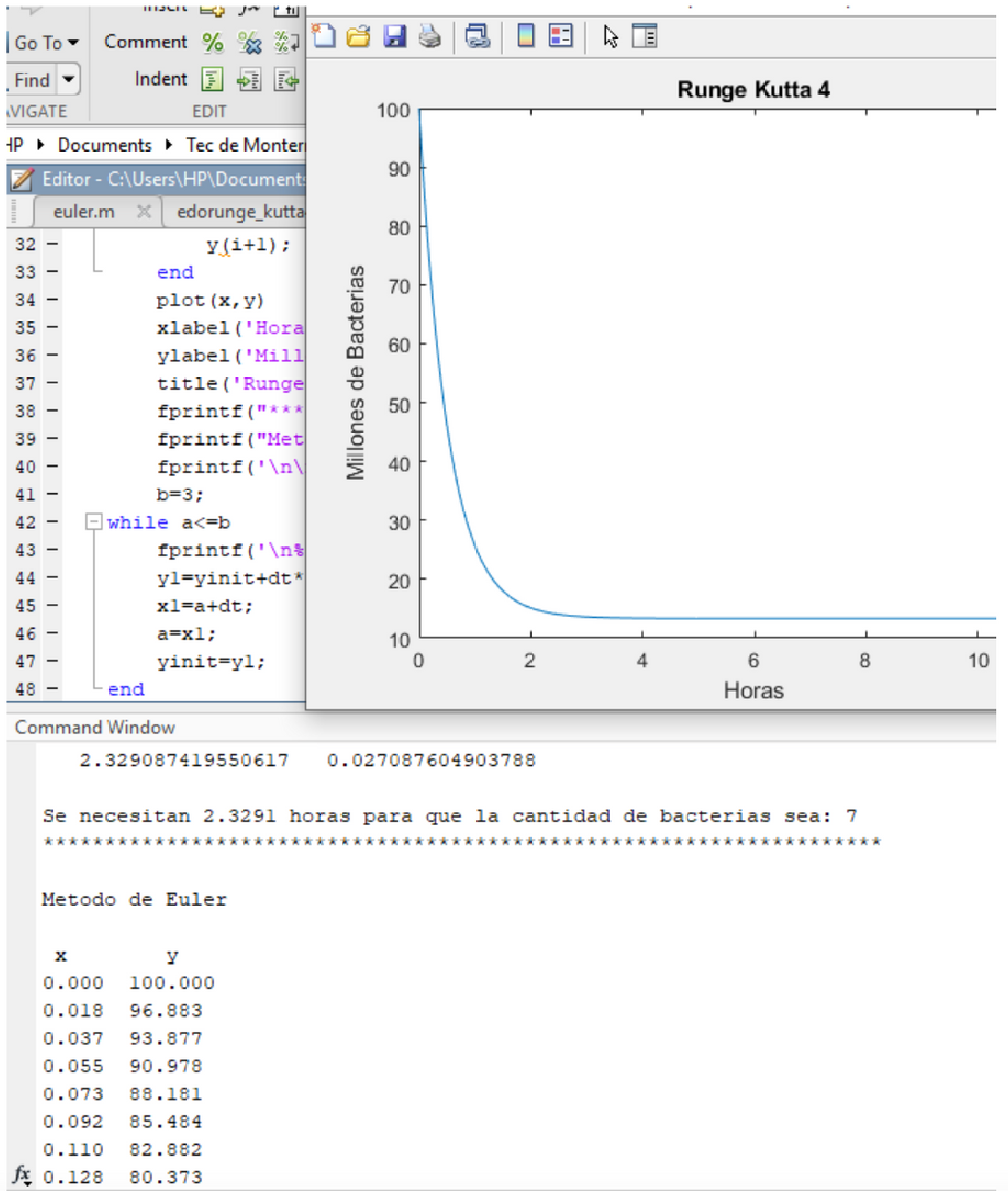
```
El valor de bacterias en la iteracion:1 es: 7.2539
El valor de bacterias en la iteracion:2 es: 7.0065
El valor de bacterias en la iteracion:3 es: 7
El valor de bacterias en la iteracion:4 es: 7

Iteracion Maxima=4

   Raiz                 Error Apro
   2.275799383125687   12.118791540706535
   2.327680959015892    2.228895488844823
   2.329086636655168    0.060353170944906
   2.329087616845625    0.000042084739523

Se necesitan 2.3291 horas para que la cantidad de bacterias sea: 7
>>
```

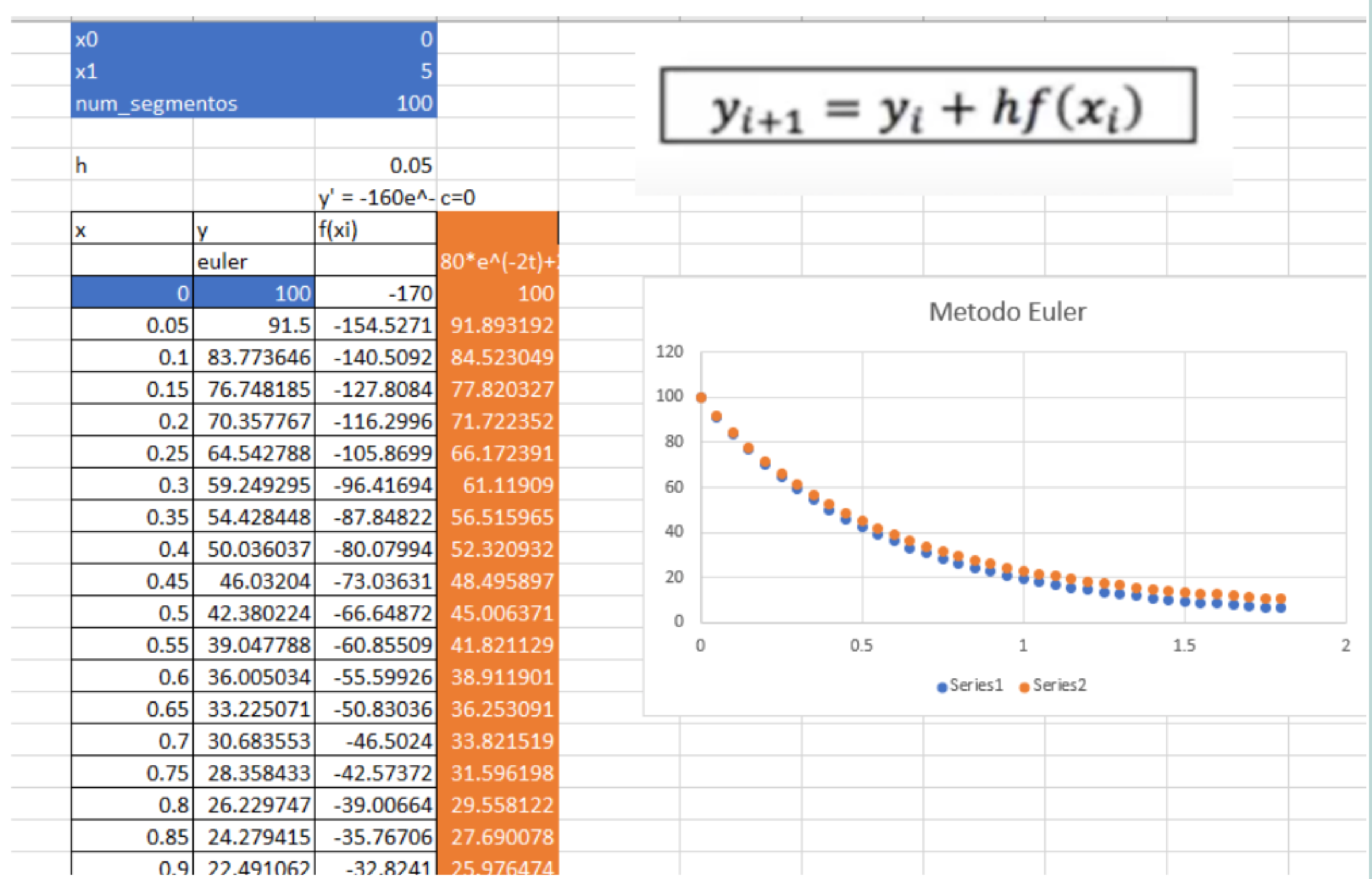
Se pudo apreciar mayor precisión al determinar las variables debido a que se determina que se necesitan 2.3291 horas para llegar a esa cantidad de bacterias, haciendo así que el agua sea bebible.

El programa es funcional para calcular cualquier cantidad de bacterias a la que se quiera estimar cumpliendo con la condición siendo el número de bacterias mayor a 0.

Método de Euler

Se decidió usar el método de Euler para comparar la estimación del crecimiento de las bacterias, los resultados con el método de Euler fueron muy similares a los de Runge Kutta para esta función dada.





x0		0	
x1		5	
num_segmentos		100	
h		0.05	
		y' = -160e^-	c=0
x	y	f(xi)	
	euler		80*e^(-2t)+
0	100	-170	100
0.05	91.5	-154.5271	91.893192
0.1	83.773646	-140.5092	84.523049
0.15	76.748185	-127.8084	77.820327
0.2	70.357767	-116.2996	71.722352
0.25	64.542788	-105.8699	66.172391
0.3	59.249295	-96.41694	61.11909
0.35	54.428448	-87.84822	56.515965
0.4	50.036037	-80.07994	52.320932
0.45	46.03204	-73.03631	48.495897
0.5	42.380224	-66.64872	45.006371
0.55	39.047788	-60.85509	41.821129
0.6	36.005034	-55.59926	38.911901
0.65	33.225071	-50.83036	36.253091
0.7	30.683553	-46.5024	33.821519
0.75	28.358433	-42.57372	31.596198
0.8	26.229747	-39.00664	29.558122
0.85	24.279415	-35.76706	27.690078
0.9	22.491062	-32.8241	25.976474

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i)$$

Conclusión

Este proyecto presentó un reto debido a que se deben estimar los datos de manera manual y proceder a llevarlos a programación para determinar la precisión de los distintos métodos con el uso de herramientas virtuales. Así mismo gracias a la investigación realizada es posible concluir que el método de Newton Raphson es capaz debido a que no alcanza la convergencia en antes de obtener el valor deseado, los otros métodos planteado presentan esta problemática por lo que los valores obtenidos a través de ellos contarían con un porcentaje de error de estimación.

Referencias

- Allen Smith, W., Análisis Numérico, Editorial Prentice-Hall, México, 1988.
- Almeida, P. & Franco, J.. (1996). Eliminación gaussiana para sistemas de ecuaciones lineales. En Educación Matemática(pp 74-88). Universidad de La Laguna: La Laguna, Tenerife España.
- Burden, R. ET Douglas, J., Análisis numérico, Grupo Editorial iberoamericana, México, 1985.
- Glen A. Mazur, American Technical Publishers.. (2021). ¿Qué es la ley de Ohm?. 01/11/2021, de Fulke Sitio web: https://www.fluke.com/es-mx/informacion/blog/electrica/que-es-la-ley-de-ohm
- Mecatrónica latam. (2021). Leyes de Kirchhoff. 01/11/2021, de mecatronica latam Sitio web: https://www.mecatronicalatam.com/es/tutoriales/teoria/leyes-de-kirchhoff/
- Oriol Planas. (2021). ¿Qué es la ley de Ohm? Definición, fórmula y ejemplo. 11/01/2021, de Energia solar Sitio web: https://solar-energia.net/electricidad/leyes/ley-de-ohm