Métodos Numéricos

Proyecto Parcial 1

Cristian Renato Rios Lara

Profesor: Adolfo Centeno Tellez

Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Laguna

13 de septiembre de 2021

Introducción

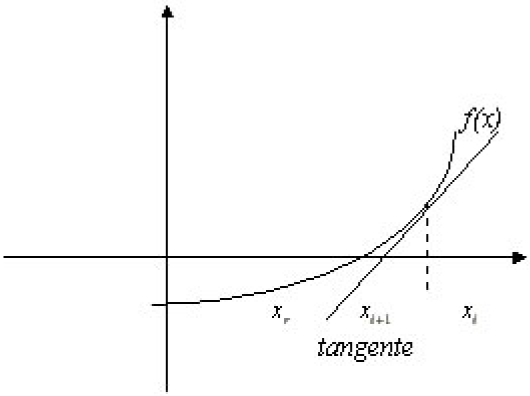
El propósito de este artículo es describir uno de los métodos más conocidos de los métodos numéricos, el cual es el de Newton Raphson, en este caso se usará para resolver problemas de ingeniería, en este caso es para calcular los tiempos necesarios para que una función llegue a X cantidad. Esto es una aplicación que tienen las ecuaciones diferenciales pero en este caso usaremos los métodos numéricos para demostrar que tienen aplicaciones en la vida real, asimismo se podría usar este método para calcular la antigüedad de un objeto por medio del Carbono 14, o la concentración de una medicina en un paciente o incluso para calcular el tiempo que se requiere para que una población llegue a X cantidad.

Método de Newton Raphson

Es un método de iterativo el cual es uno de los más usados y efectivos, porque a diferencia de otros métodos no trabaja sobre un intervalo, sino que basa su fórmula en un proceso iterativo.

Se requiere que las funciones sean diferenciables, y por tanto, continuas, para poder aplicar este método. Se parte de un valor inicial para la raíz: X0, este puede ser cualquier valor, ya que el método convergirá a la raíz más cercana.

Si se extiende una tangente desde el punto (x1,f(x1)), el punto donde esta tangente cruza al eje x representa una aproximación mejorada de la raíz



La formula de Newton Raphson se deduce de la fórmula de la pendiente de una recta.

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i} = \frac{0 - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$$

$$m(x_{i+1} - x_i) = -f(x_i)$$

$$x_{i+1} - x_i = \frac{f(x_i)}{m}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{m}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

La iteración se calcula con el valor actual de x, menos la división entre la función y la derivada de la función.

Descripción del problema a resolver

El agua es un elemento esencial para todos los seres vivos de la tierra, es por este motivo que es capaz de almacenar microorganismos en grandes cantidades. La presencia de microorganismos patógenos en el agua que acostumbramos beber es un riesgo que se incrementa en áreas donde la contaminación es mayor o en zonas donde la disponibilidad de agua potable es nula.

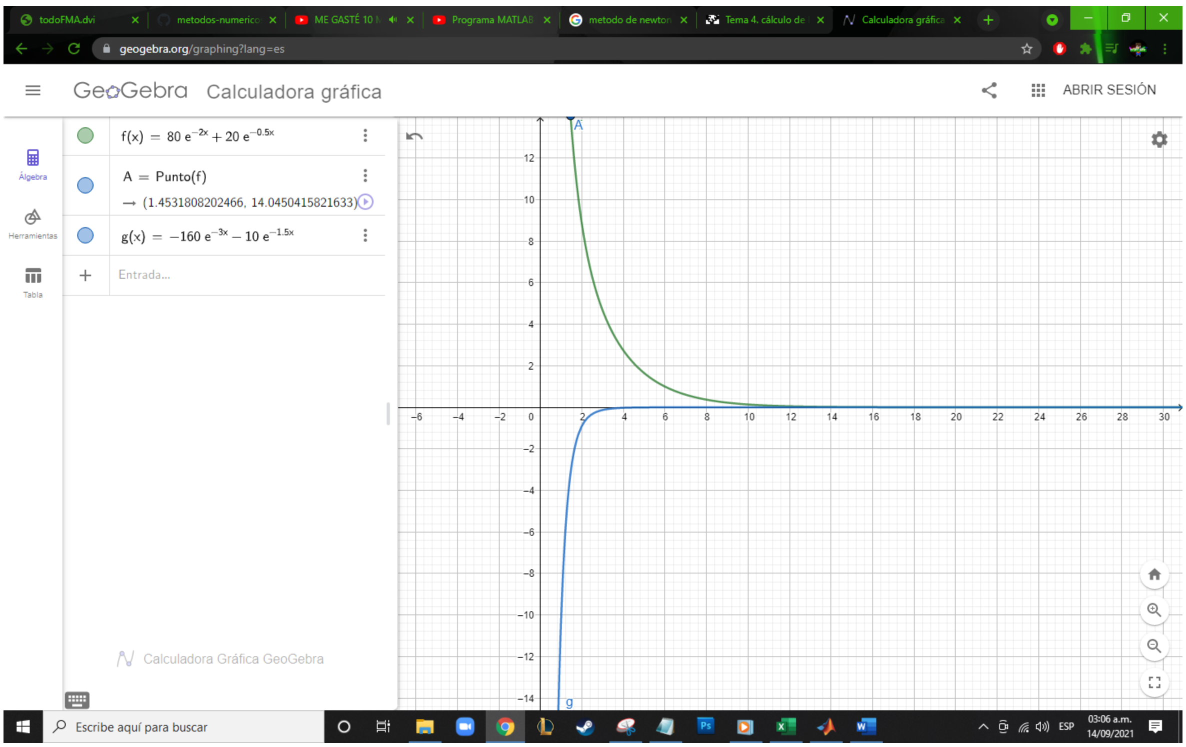
Es sabido que los microorganismos pueden transmitir un sinfín de enfermedades, siendo una de las más famosas la Salmonella.

Se encontró un lago que tiene una alta concentración de microorganismos, luego de algunos estudios se determinó que la concentración de bacterias disminuye de acuerdo a la ecuación al ingresar un químico purificador

$$c(t) = 80e^{-2t} + 20e^{-0,5t}$$

Siendo las constantes millones de bacterias. Se requiere saber cuando la cantidad de bacterias será igual a X(usaremos el 7) millones, lo cual representaría que el agua seria segura para beber.

Debemos encontrar la raíz de c(t) = 7 y calcular la derivada que tiene que ser igual a f(t) = c(t) – 7 , en dicho caso f será igual a cero. Calculamos primero la derivada de c(t) = $-160e^{-2t} - 10e^{-1.5t}$. Al ser negativa sabemos que c y f son decrecientes.



Resultados

Al hacer el programa en MatLab encontramos que para que la concentración sea igual a 7 se necesitan 2.219 horas y que la concentración de bacterias será 0 al llegar alrededor de las 11 horas.

biseccion.m | new_rap.m | biseccionv1.m | secante.m | str2sym.m | newtonraphsonb1.m | PROYECTOFINAL.m

```
fprintf("Este programa calcula el tiempo necesario en horas para que las bacterias en un lago decrezcan a X cantidad\n")
fprintf("\nLa ecuación que expresa el decrecimiento es: 80e^(-2t)+20e^(-0.5t) ")
n=input("\n\n¿A cuantas bacterias quieres llegar?: ");
x0=input("\nAproximación inicial: ");
tol=input("\nTolerancia: ");
f = @(x) (80*exp(-2*x))+(20*exp(-0.5*x))-n;
g = @(x) (80*(exp(1)^(-2*x)))+(20*(exp(1)^(-0.5*x)));
ezplot(g);
newtonraphsonb1(f,x0,tol,n)
```

Command Window

```
El valor de bacterias en la iteracion:1 es: 7.2539
El valor de bacterias en la iteracion:2 es: 7.0065
El valor de bacterias en la iteracion:3 es: 7
El valor de bacterias en la iteracion:4 es: 7

Iteracion Maxima=4

   Raiz               Error Apro
   2.275799383125687  12.118791540706535
   2.327680959015892   2.228895488844823
   2.329086636655168   0.060353170944906
   2.329087616845625   0.000042084739523

Se necesitan 2.3291 horas para que la cantidad de bacterias sea: 7
>>
```

El programa funciona para calcular cualquier cantidad de bacterias a la que se quiera llegar siempre y cuando sea mayor a 0.

Conclusiones

Este proyecto debo decir que se me hizo complicado porque necesita comprender mucho los métodos que se quieren usar, ya que si no se entiende el programa puedes tener muchas dificultades en saber si tus resultados son correctos. Sin embargo, me parece que esta aplicación de los métodos numéricos es sumamente útil, muchas veces nos preguntamos que para que sirven las matemáticas en la vida real y justo en problemas de este tipo podemos encontrar las verdaderas aplicaciones.

Referencias

Universidad autónoma metropolitana (2001). Newton Raphson. Consultado el 13 de septiembre de 2021. Recuperado de: http://test.cua.uam.mx/MN/Methods/Raices/NewtonRaphson/NewtonRaphson.php

Universidad de Huelva (2003). Fundamentos Matemáticos. Pag: 57, consultado el: 13 de septiembre de 2021. Recuperado de: https://personal.us.es/pmr/images/pdfs/0304ita-fmita-apuntes-uhu.pdf