MÉTODO DE BISECCIÓN

2 de octubre de 2025

Contenido

Definición del Método de Bisección

El metodo de biseccion es un procedimiento numerico e iterativo que se utiliza para encontrar una raız de una funcion, es decir, un valor de x que hace que f (x) = 0. Este metodo se basa en un principio sencillo: si una funcion continua cambia de signo en un intervalo cerrado [a, b], entonces existe al menos una ra ́ız dentro de ese intervalo. En otras palabras, si:

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \quad \Rightarrow \quad \exists \xi \in (a, b) : f(\xi) = 0$$

entonces hay al menos una raíz entre a y b.
El método consiste en **dividir repetidamente el intervalo por la mitad** y elegir el subintervalo en el que la función cambia de signo. Con cada iteración, el intervalo se hace más pequeño y la aproximación a la raíz se vuelve más precisa.

En palabras simples: El método de bisección es como un proceso de búsqueda donde se reduce el rango a la mitad en cada paso, acercándose cada vez más al punto donde la función cruza el eje x.

Ejemplo intuitivo: Si $f(2) > 0$ y $f(5) < 0$, significa que hay al menos una raíz entre 2 y 5. Calculamos el punto medio $c = \frac{2+5}{2} = 3{,}5$ y evaluamos $f(3{,}5)$. Luego elegimos el nuevo intervalo donde ocurre el cambio de signo y repetimos el proceso hasta aproximar la raíz con la precisión deseada.

Explicación Intuitiva

En palabras simples: El método de bisección es como un proceso de búsqueda donde se reduce el rango a la mitad en cada paso, acercándose cada vez más al punto donde la función cruza el eje x.

Ejemplo intuitivo: Si $f(2) > 0$ y $f(5) < 0$, hay una raíz entre 2 y 5. Calculamos $c = \frac{2+5}{2} = 3{,}5$, evaluamos $f(3{,}5)$, y repetimos el proceso.

Procedimiento

1. **PASO 1:** Calcular el punto medio:
$$m = \frac{a+b}{2}$$
2. **PASO 2:** Evaluar la función en $f(a)$, $f(b)$ y $f(m)$.
3. **PASO 3:** Determinar el nuevo intervalo:
   - Si $f(a) \cdot f(m) < 0 \;\Rightarrow\; [a, m]$
   - Si $f(m) \cdot f(b) < 0 \;\Rightarrow\; [m, b]$
4. **PASO 4:** Calcular el error:
$$e = \frac{b-a}{2}$$

Ejemplo

ENUNCIADO: Metodo de Biseccion con funcion exponencial Un ingeniero en control de procesos necesita calcular el tiempo x en horas que tarda en estabilizarse la temperatura de un horno industrial. El comportamiento de la temperatura se modela con la funci´on:

$$f(x) = e^{3x} - 4$$

Se sabe que la raız de la ecuacion (cuando el horno alcanza el nivel de equilibrio) se encuentra en el intervalo [0, 1]. Se pide aplicar el Metodo de Biseccion hasta obtener un error menor a 0,1. Aplicar el método de bisección hasta $e < 0{,}1$.

Iteraciones Paso a Paso

Iteración 1: $m = 0{,}5,\ f(0) = -3,\ f(1) = 16{,}0855,\ f(0{,}5) = 0{,}4816$
$\Rightarrow [0, 0{,}5],\ e = 0{,}5$

Iteración 2: $m = 0{,}25,\ f(0{,}25) = -1{,}8829 \Rightarrow [0{,}25, 0{,}5],\ e = 0{,}25$

Iteración 3: $m = 0{,}375,\ f(0{,}375) = -0{,}919 \Rightarrow [0{,}375, 0{,}5],\ e = 0{,}125$

Iteración 4: $m = 0{,}4375,\ f(0{,}4375) = -0{,}284$
$\Rightarrow [0{,}4375, 0{,}5],\ e = 0{,}0625\ (< 0{,}1)$

Resultado Final

La raíz aproximada de

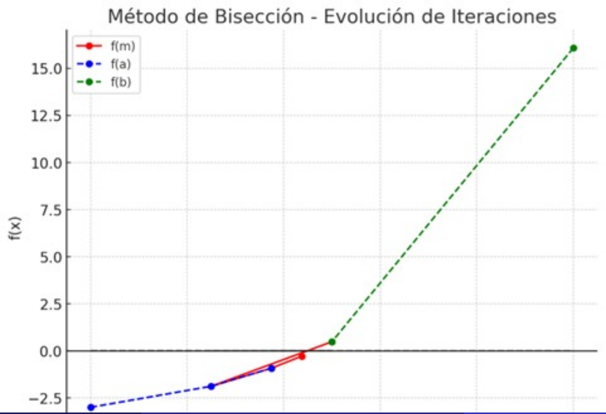
$$f(x) = e^{3x} - 4$$

es:

$$x \approx 0{,}44 \quad \text{con un error menor a } 0{,}1$$

Tabla de Iteraciones

a	b	m	$f(a)$	$f(b)$	$f(m)$	e
0	1	0.5	-3	16.0855	0.4816	0.5
0	0.5	0.25	-3	0.4816	-1.8829	0.25
0.25	0.5	0.375	-1.8829	0.4816	-0.919	0.125
0.375	0.5	0.4375	-0.919	0.4816	-0.284	0.0625



Conclusiones

- El método de bisección es **sencillo y garantiza convergencia**.
- Aunque es más **lento** que otros métodos, es confiable y robusto.
- Es ideal cuando se conoce un intervalo con cambio de signo y la función es continua.

¡Gracias!