

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



**Universidad de El Salvador**

*Hacia la libertad por la cultura*

PRACTICA 14 DE R

CARRERA:

LICENCIATURA EN ESTADÍSTICA

DOCENTE:

LIC. JAIME ISAAC PEÑA

PRESENTADO POR:

CRISTIAN ALBERTO ZALDAÑA ALVARADO

## Índice

1. CÁLCULO DE PROBABILIDADES.	3
2. GENERACIÓN DE MUESTRAS ALEATORIAS DE LAS DISTRIBUCIONES	7

## 1. CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

### ■ Ejemplo 1:

Si un estudiante responde al azar a un examen de 8 preguntas de verdadero o falso.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte 4?  $P[X = 4]$

La variable  $X$ ="número de aciertos" sigue una distribución Binomial de parámetros  $n = 8$  y  $p = 1/2$  ( $p$  probabilidad de éxito)

$$\text{Para } P[X = 4] = \binom{8}{4} \cdot (0,5)^4 \cdot (0,5)^{(8-4)} = 0,2734375$$

> *#usando la funciones propias de R*

> `dbinom(4,8,0.5)`

[1] 0.2734375

> *# dbinom calcula la probabilidad en un valor concreto*

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte a lo sumo 2?  $P[X \leq 2]$

> `x <- 2`

> `n=8`

> `p=1/2`

> `pbinom(x, size = n, prob = p, lower.tail=TRUE)`

[1] 0.1445313

> *# pbinom es la función de distribución acumulada*

- c) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte 5 o más?  $P[X \geq 5]$

> `x <- 4`

> `n=8`

> `p=1/2`

> *#primera forma*

> `F <- 1 - pbinom(x, n, p, lower.tail=TRUE)`

> `F`

[1] 0.3632813

> *#segunda forma*

> `pbinom(4, size=8, prob=0.5, lower.tail=FALSE)`

[1] 0.3632813

### ■ Ejemplo 2:

Una cierta área de Estados Unidos es afectada, en promedio, por 6 huracanes al año. Encuentre la probabilidad de que en un determinado año esta área sea afectada por:

- a) Menos de 4 huracanes.  $P[X < 4] = F(3)$

Se define la variable  $X$  = "número de huracanes por año" asumiendo que dicha variable tiene una distribución de Poisson de parámetro  $\lambda = 6$ , porque describe el número de éxitos por unidad de tiempo y porque son independientes del tiempo desde el último evento. Se calcularán ahora las probabilidades:

> `x <- 3`

> `mu <- 6`

> `ppois(x, lambda = mu, lower.tail=TRUE)`

[1] 0.1512039

- b) Entre 6 y 8 huracanes.  $P[6 \leq X \leq 8] = P[X \leq 8] - P[X \leq 5] = F(8) - F(5)$  Para calcular la probabilidad de que ocurran entre 6 y 8 huracanes, se pueden sumar las probabilidades  $P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8)$

```
> #primera forma
> sum(dpois(c(6,7,8),lambda = 6))
```

```
[1] 0.4015579
```

O restar las probabilidades acumuladas, con la opción Cola izquierda,  $P(X \leq 8) - P(X \leq 5)$ . Como antes se realizan en primer lugar las probabilidades acumuladas y se restan los resultados obtenidos:

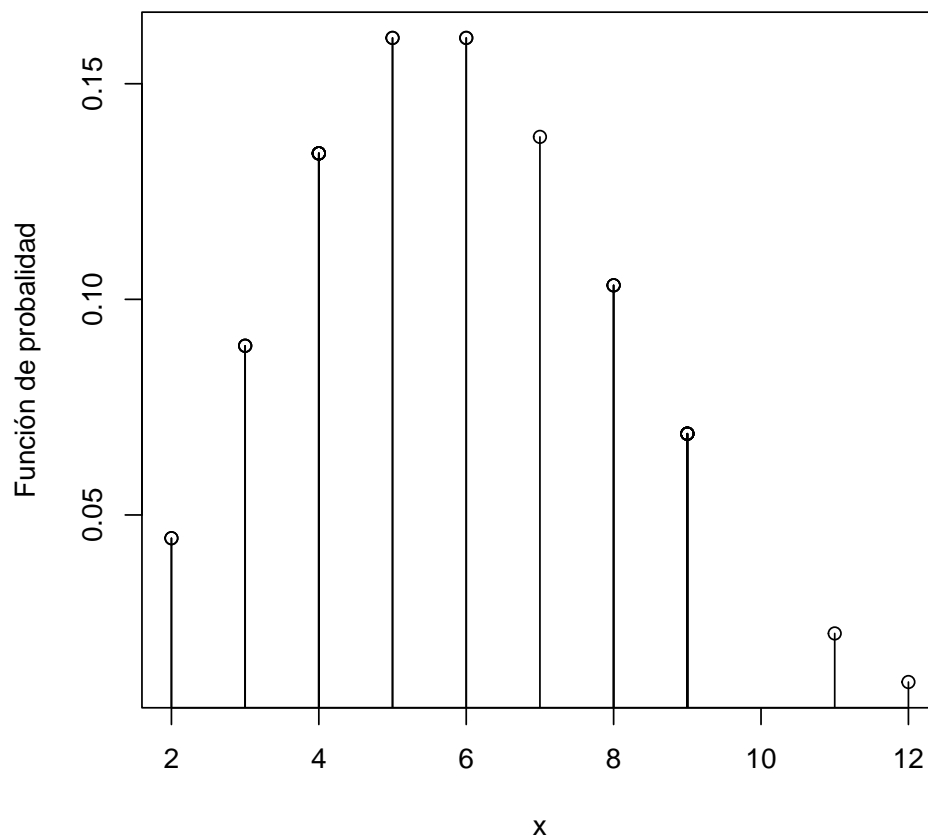
```
> F8 <- ppois(8, lambda = 6, lower.tail=TRUE)
> F5 <- ppois(5,lambda = 6, lower.tail=TRUE)
> F8 - F5
```

```
[1] 0.4015579
```

- c) Represente gráficamente la función de probabilidad de la variable aleatoria X que mide el número de huracanes por año.

```
> n <- 30
> #genera 30 valores de una distribución de Poisson con lambda = 6
> x <- rpois(n, lambda=mu)
> #calcula las probabilidades para cada valor generado
> y <- dpois(x, lambda=mu)
> #genera el gráfico de distribución
> plot(x, y, xlab="x", ylab="Función de probabilidad",
+      main="Distribución de Poisson: lambda = 6",
+      type="h")
> #une los puntos a las líneas
> points(x, y, pch=21)
>
```

### Distribución de Poisson: $\lambda = 6$



- **Ejemplo 3:** En un juego se disponen 15 globos llenos de agua, de los que 4 tienen premio. Los participantes en el juego, con los ojos vendados, golpean los globos con un bate por orden hasta que cada uno consigue romper 2.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el primer participante consiga un premio?

Para el primer participante la variable  $X$ ="número de premios conseguidos entre 2 posibles" sigue una distribución hipergeométrica de parámetros  $m=11$ ,  $n=4$ ,  $K=2$ .

```
> x <- 0:2
> m = 11
> n <- 4
> k=2
> # x define el número de globos con premio
> # se construye la distribución de frecuencias del número de premios
> Tabla <- data.frame(Probabilidad=dhyper(x, m, n, k))
> rownames(Tabla) <- c("Ningún premio", "Solamente uno", "Dos premios")
> Tabla
```

	Probabilidad
Ningún premio	0.05714286
Solamente uno	0.41904762
Dos premios	0.52380952

- b) Si el primer participante ha conseguido sólo un premio, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo participante consiga otro? Para el segundo participante la variable seguirá una hipergeométrica de parámetros  $m=10$ ,  $n=3$  y  $k=2$ .

```
> x = 1
> m= 10
> n= 3
> k= 2
> dhyper(x, m, n, k)
[1] 0.3846154
```

#### ■ Ejemplo 4:

Un vendedor de alarmas de hogar tiene éxito en una casa de cada diez que visita. Calcula:

- a) La probabilidad de que en un día determinado consiga vender la primera alarma en la sexta casa que visita. Se define la variable  $X$ ="número de casas que visita antes de conseguir vender la primera alarma", que sigue una distribución Geométrica con Probabilidad de éxito= 0.1

Habría que calcular la probabilidad de que tenga 5 fracasos antes del primer éxito, obteniendo de la tabla la probabilidad  $P(X = 5) = 0,059049$

```
> # x define el número de intentos fallidos
> x <- 0:5
> p=0.1
> # creando la tabla de distribución de frecuencias del número de intentos fallidos
> # antes de obtener la primera venta.
> Tabla <- data.frame(Probabilidad=dgeom(x, prob=p))
> # nombrando las filas de la distribución de frecuencias
> rownames(Tabla) <- c("Venta en el primer intento", "Venta en el segundo intento",
+ "Venta en el
+ tercer intento", "Venta en el cuarto intento", "Venta en el quinto intento",
+ "Venta en el sexto
+ intento")
> Tabla
```

	Probabilidad
Venta en el primer intento	0.100000
Venta en el segundo intento	0.090000
Venta en el \ntercer intento	0.081000
Venta en el cuarto intento	0.072900
Venta en el quinto intento	0.065610
Venta en el sexto \nintento	0.059049

- b) La probabilidad de que no venda ninguna después de siete viviendas visitadas.

La variable  $X$  = "número de alarmas vendidas en 7 viviendas" sigue una distribución Binomial con  $n = 7$  Ensayos binomiales y Probabilidad de éxito  $p = 0,1$ , luego en nuestro caso se tiene  $P(X = 0) = 0,4782969$

```
> x=0; n=7
> p=0.1
> dbinom(x, n, p, log = FALSE)
[1] 0.4782969
```

- c) Si se plantea vender tres alarmas, ¿cuál es la probabilidad de que consiga su objetivo en la octava vivienda que visita?

Para abordar esta cuestión, se define la variable  $Y$  = "número de casas que visita antes de conseguir vender la tercera alarma". Esta variable sigue una distribución Binomial Negativa de parámetros Número de éxitos= 3, Probabilidad de éxito  $p = 0,1$ , de donde:  $P(Y = 5) = 0,01240029$

```
> y <- 0:5
> r=3
> p <- 0.1
> Tabla <- data.frame(Probabilidad=dnbinom(y, size=r, prob=p))
> rownames(Tabla) <- 0:5
> Tabla
```

	Probabilidad
0	0.00100000
1	0.00270000
2	0.00486000
3	0.00729000
4	0.00984150
5	0.01240029

## 2. GENERACIÓN DE MUESTRAS ALEATORIAS DE LAS DISTRIBUCIONES

### ■ Ejemplo 1:

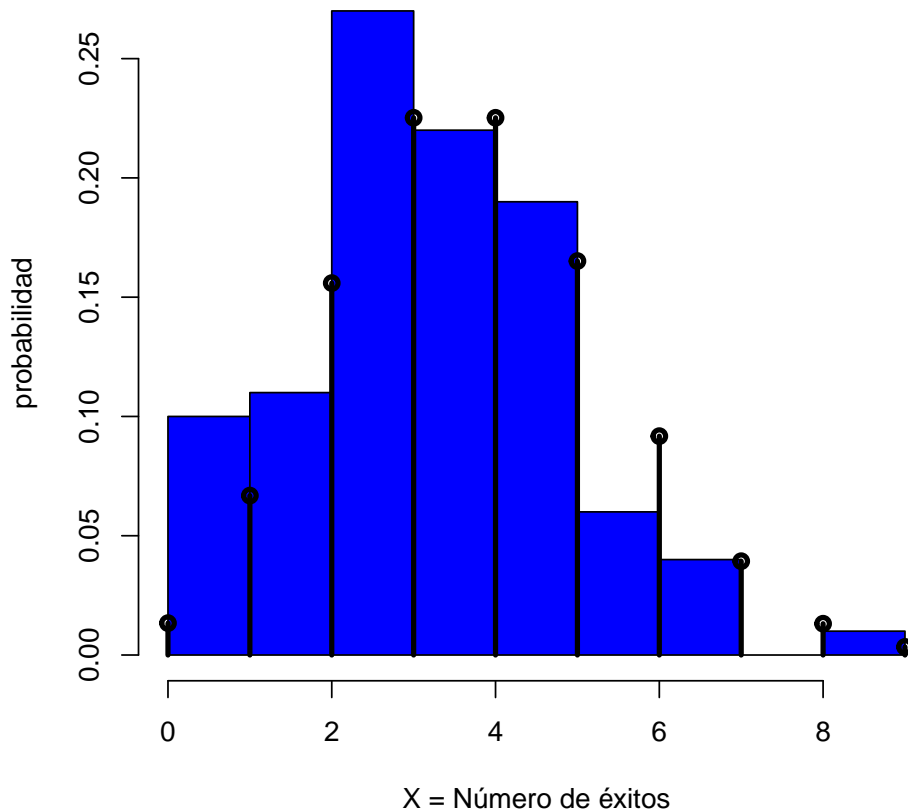
Generar 100 números aleatorios de una distribución Binomial de parámetros  $n=15$  ensayos o pruebas y una probabilidad de éxito de 0.25.

```
> # Definir los parámetros apropiados
> n <- 15
> p <- 0.25
> # generar 100 números aleatorios binomiales
> x = rbinom(100, n, p)
> x
```

```
[1] 6 5 4 2 4 3 1 2 1 5 5 5 7 9 5 3 6 3 3 4 3 7 4 2 3 4 3 3 5 4 5 1 2 3 5 4 3
[38] 3 6 3 3 3 1 2 4 3 3 3 5 4 4 5 3 4 4 5 4 6 4 3 5 2 3 3 4 3 1 7 4 3 3 4 3 5
[75] 6 5 1 1 4 5 4 5 6 2 1 4 2 2 3 2 3 0 7 5 4 1 4 2 5 5
```

```
> # Histograma para la muestra aleatoria de tamaño 100
> hist(x, main="X ~ Binomial(n=15, p=0.25)", xlab="X = Número de éxitos", ylab="masa de
+ probabilidad", probability=TRUE, col="blue")
> # Graficar la función de probabilidad teórica, use la función points(),
> # no debe cerrar el gráfico obtenido con la instrucción anterior
> xvals=0:n; points(xvals, dbinom(xvals, n, p), type="h", lwd=3)
> points(xvals, dbinom(xvals, n, p), type="p", lwd=3)
```

**$X \sim \text{Binomial}(n=15, p=0.25)$**



■ **Ejemplo 2:**

Generar 100 números aleatorios de una distribución Poisson con 200000 ensayos o pruebas y una probabilidad de éxito de 3/100000

```
> # Definir los parámetros apropiados
> n <- 200000; p <- 3/100000; lambda=n*p
> # generar 100 números aleatorios de la distribución
> x = rpois(100, lambda); x

[1] 8 5 8 7 1 8 7 5 9 1 6 3 9 13 4 9 4 3 4 6 4 9 6 8 2
[26] 5 10 11 7 9 2 5 8 9 7 5 5 6 7 8 8 4 5 7 3 4 10 7 6 4
[51] 2 7 8 4 2 6 9 6 5 5 6 8 6 0 1 9 5 10 6 6 5 6 5 5 8
[76] 1 7 3 5 6 5 5 9 5 5 6 5 5 5 5 9 5 6 7 1 8 8 8 10 7

> # Histograma para la muestra aleatoria de tamaño 100
> hist(x, main=expression(paste("X ~ Poisson( ", lambda, " = 6 )")),
+ xlab="X = Número de eventos a
+ una tasa constante", ylab="masa de probabilidad", probability=TRUE, col="blue")
> # Graficar la función de probabilidad teórica, use la función points()
> xvals=0:n; points(xvals, dpois(xvals, lambda), type="h", lwd=3)
> points(xvals, dpois(xvals, lambda), type="p", lwd=3)
```



$X \sim \text{Poisson}(\lambda = 6)$

