

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS



Universidad de El Salvador

Hacia la libertad por la cultura

PRACTICA SEMANA 9 DE R

CARRERA:

LICENCIATURA EN ESTADÍSTICA

DOCENTE:

LIC. JAIME ISAAC PEÑA

PRESENTADO POR:

CRISTIAN ALBERTO ZALDAÑA ALVARADO

Índice

1. Diseño Completamente Aleatorio con efectos fijos (Diseño unifactorial de efectos fijos)	5
1.1. Supuesto práctico 1	5
1.1.1. Hipótesis de normalidad	11
1.1.2. Hipótesis de homocedasticidad	12
1.1.3. Hipótesis de independencia	14
1.1.4. Comparaciones múltiples	15
2. Diseño Unifactorial de efectos aleatorios	16
2.1. Supuesto práctico 2	16
3. Diseño en Bloques Aleatorizados	17
3.1. Diseño en Bloques Completos Aleatorizados	18
3.1.1. Supuesto práctico 3	18
3.1.2. Hipótesis de aditividad entre los bloques y tratamientos	21
3.1.3. Hipótesis de Normalidad	22
3.1.4. Hipótesis de Homogeneidad de Varianzas	23
3.1.5. Hipótesis de Independencia	24
3.1.6. Comparaciones múltiples	25
3.2. Diseño en bloques Incompletos Aleatorizados	27
3.2.1. Supuesto práctico 4	27
4. Diseño en Cuadrados Latinos	30
4.1. Supuesto práctico 5	30
5. Diseño en Cuadrados Greco-Latinos	33
5.1. Supuesto práctico 6	34
6. Diseño en Cuadrados de Youden	36
6.1. Supuesto práctico 7	36
7. Diseños Factoriales	40
7.1. Diseños factoriales con dos factores	41
7.1.1. El modelo sin replicación	41
7.1.2. Supuesto práctico 8	41
7.1.3. El modelo con replicación	43
7.1.4. Supuesto práctico 9	43
7.2. Diseños factoriales con tres factores	45
7.2.1. El modelo sin replicación	45
7.2.2. Supuesto práctico 10	46
7.2.3. Diseño factorial de tres factores con replicación	49
7.2.4. Supuesto práctico 11	49

Índice de tablas

1.	Tabla de datos del supuesto práctico 1	5
2.	Tabla de datos del supuesto práctico 1	6
3.	Tabla de datos del supuesto práctico 2	16
4.	Tabla de datos del supuesto práctico 3	18
5.	Tabla de datos del Supuesto Práctico 4	27
6.	Tabla de datos del Supuesto Práctico 5	31
7.	Ejemplo de un cuadrado greco-latino para $K=4$	33
8.	Tabla de datos del Supuesto Práctico 6	34
9.	Tabla de datos del Supuesto Práctico 7	37
10.	Tabla de datos del Supuesto Práctico 8	41
11.	Tabla de datos del Supuesto Práctico 9	43
12.	Tabla de datos del Supuesto Práctico 10	46
13.	Tabla de datos del Supuesto Práctico 11	49

Índice de figuras

1.	Gráfico Q-Qplot	12
2.	Estudio gráfico de la hipótesis de independencia	14
3.	Estudio gráfico de la hipótesis de normalidad mediante el gráfico Q-Q Plot	23
4.	Estudio gráfico de la hipótesis de independencia de los residuos	24

1. Diseño Completamente Aleatorio con efectos fijos (Diseño unifactorial de efectos fijos)

1.1. Supuesto práctico 1

La contaminación es uno de los problemas ambientales más importantes que afectan a nuestro mundo. En las grandes ciudades, la contaminación del aire se debe a los escapes de gases de los motores de explosión, a los aparatos domésticos de la calefacción, a las industrias, . . . El aire contaminado nos afecta en nuestro vivir diario, manifestándose de diferentes formas en nuestro organismo. Con objeto de comprobar la contaminación del aire en una determinada ciudad, se ha realizado un estudio en el que se han analizado las concentraciones de monóxido de carbono (CO) durante cinco días de la semana (lunes, martes, miércoles, jueves y viernes).

Días de la semana	Concentraciones de monóxido de carbono							
Lunes	420	390	480	430	440	324	450	460
Martes	450	390	430	521	320	360	342	423
Miércoles	355	462	286	238	344	423	123	196
Jueves	321	254	412	368	340	258	433	489
Viernes	238	255	366	389	198	256	248	324

Tabla 1: Tabla de datos del supuesto práctico 1

En el Supuesto práctico 1:

- Variable respuesta: Concentración de CO.
- Factor: Día de la semana que tiene cinco niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar (5 días de la semana).
- Modelo equilibrado: Los niveles de los factores tienen el mismo número de elementos (8 elementos).
- Tamaño del experimento: Número total de observaciones, en este caso 40 unidades experimentales.

El problema planteado se modeliza a través de un diseño unifactorial totalmente aleatorizado de efectos fijos equilibrado.

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos realizarlo directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

En este caso lo hacemos en un archivo de texto:

Concentracion	Dia
420	Lunes
390	Lunes
480	Lunes
430	Lunes
440	Lunes
324	Lunes
450	Lunes
460	Lunes
450	Martes
390	Martes
430	Martes
521	Martes
320	Martes
360	Martes
342	Martes
423	Martes
355	Miercoles
462	Miercoles
286	Miercoles
238	Miercoles
344	Miercoles
423	Miercoles
123	Miercoles
196	Miercoles
321	Jueves
254	Jueves
412	Jueves
368	Jueves
340	Jueves
258	Jueves
433	Jueves
489	Jueves
238	Viernes
255	Viernes
366	Viernes
389	Viernes
198	Viernes
256	Viernes
248	Viernes
324	Viernes

Tabla 2: Tabla de datos del supuesto práctico 1

En primer lugar describimos los cinco grupos que tenemos que comparar, los cinco días de la semana, la variable respuesta es la concentración de CO en estos días de la semana. Cada día de la semana tiene ocho unidades, en total tenemos 40 observaciones. La hipótesis nula es que el promedio de las concentraciones es igual el día lunes que el martes, que el miércoles. . . Es decir, no hay diferencias en las concentraciones con respecto a los días y la alternativa es que las concentraciones de CO son diferentes al menos en dos días.

Tenemos en cuenta que para que el ejercicio esté realizado de forma correcta los datos tienen que estar

introducidos tal y como vienen en Figura 1, es decir, las observaciones en una sola columna y a continuación especificado su tratamiento y su bloque correspondiente.

Para cargar los datos utilizamos la función `read.table` indicando el nombre del archivo (que debe de estar en el directorio de trabajo) e indicando además que tiene cabecera.

```
> contaminacion <- read.table("supuesto1.txt", header = TRUE)
> head(contaminacion)
```

```
Concentracion  Dia
1             420 Lunes
2             390 Lunes
3             480 Lunes
4             430 Lunes
5             440 Lunes
6             324 Lunes
```

```
>
```

Se puede realizar de dos formas:

Transformar la variable referente a los niveles del factor fijo como factor

```
> contaminacion$dia<-factor(contaminacion$Dia)
> contaminacion$dia
```

```
[1] Lunes    Lunes    Lunes    Lunes    Lunes    Lunes    Lunes
[8] Lunes    Martes   Martes   Martes   Martes   Martes   Martes
[15] Martes    Martes   Miercoles Miercoles Miercoles Miercoles Miercoles
[22] Miercoles Miercoles Miercoles Jueves    Jueves    Jueves    Jueves
[29] Jueves    Jueves    Jueves    Jueves    Viernes   Viernes   Viernes
[36] Viernes   Viernes   Viernes   Viernes   Viernes
```

Levels: Jueves Lunes Martes Miercoles Viernes

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “aov” de la siguiente forma:

```
> mod <- aov(Concentracion ~ Dia, data = contaminacion)
```

donde:

- `Concentracion` = nombre de la columna de las observaciones.
- `Dia` = nombre de la columna en la que están representados los tratamientos.
- `data`= `data.frame` en el que están guardados los datos.

```
> mod <- aov(Concentracion ~ Dia, data = contaminacion)
> mod
```

Call:

```
aov(formula = Concentracion ~ Dia, data = contaminacion)
```

Terms:

		Dia	Residuals
Sum of Squares	119484.4	218948.8	
Deg. of Freedom	4	35	

Residual standard error: 79.09285
Estimated effects may be unbalanced

Se puede mostrar un resumen de los resultados con la función “summary” (verdadera tabla ANOVA)

```
> summary(mod) # TABLA ANOVA
```

```
      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
Dia      4 119484    29871    4.775 0.00352 **
Residuals 35 218949     6256
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Si el valor de F es mayor que uno quiere decir que hay un efecto positivo del factor día. Se observa que el P-valor (Sig.) tiene un valor de 0.003524, que es menor que el nivel de significación 0.05. Por lo tanto, hemos comprobado estadísticamente que estos cinco grupos son distintos. Es decir, existen diferencias significativas en las concentraciones medias de monóxido de carbono entre los cinco días de la semana. Por lo tanto no se puede rechazar la hipótesis alternativa que dice que al menos dos grupos son diferentes, pero ¿Cuáles son esos grupos? ¿Los cinco grupos son distintos o sólo alguno de ellos? Pregunta que resolveremos más adelante mediante los contrastes de comparaciones múltiples.

En la expresión del comando “aov” indicar el factor

```
> mod1 <- aov(Concentracion ~ factor (Dia), data = contaminacion)
> mod1
```

Call:

```
aov(formula = Concentracion ~ factor(Dia), data = contaminacion)
```

Terms:

```
              factor(Dia) Residuals
Sum of Squares      119484.4 218948.8
Deg. of Freedom           4       35
```

```
Residual standard error: 79.09285
Estimated effects may be unbalanced
```

```
> summary(mod1)
```

```
      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
factor(Dia)  4 119484    29871    4.775 0.00352 **
Residuals   35 218949     6256
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

También se puede utilizar el comando “anova” y no es necesario el comando “summary”

```
> mod2 <- anova (lm (Concentracion ~ factor (Dia), data = contaminacion))
> mod2
```

Analysis of Variance Table

Response: Concentracion

```
      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
factor(Dia)  4 119484 29871.1    4.775 0.003518 **
Residuals   35 218949  6255.7
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```


Los datos vienen dados de la siguiente forma:

Lunes: 420, 390, 480, 430, 440, 324, 450, 460

Martes: 450, 390, 430, 521, 320, 360, 342, 423

Miércoles: 355, 462, 286, 238, 344, 423, 123, 196

Jueves: 321, 254, 412, 368, 340, 258, 433, 489

Viernes: 238, 255, 366, 389, 198, 256, 248, 324

Se crean cinco vectores, cada uno de ellos representando la contaminación con un tratamiento.

```
> Lu= c(420, 390, 480, 430, 440, 324, 450, 460)
> Ma = c(450, 390, 430, 521, 320, 360, 342, 423)
> Mi= c(355, 462, 286, 238, 344, 423, 123, 196)
> Ju=c(321, 254, 412, 368, 340, 258, 433, 489)
> Vi= c(238, 255, 366, 389, 198, 256, 248, 324)
> Lu
```

```
[1] 420 390 480 430 440 324 450 460
```

```
> Ma
```

```
[1] 450 390 430 521 320 360 342 423
```

```
> Mi
```

```
[1] 355 462 286 238 344 423 123 196
```

```
> Ju
```

```
[1] 321 254 412 368 340 258 433 489
```

```
> Vi
```

```
[1] 238 255 366 389 198 256 248 324
```

Acontinuación creamos un data.frame para poder resolver el ANOVA

```
> datos = data.frame(Lu, Ma, Mi, Ju, Vi)
> datos
```

	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi
1	420	450	355	321	238
2	390	390	462	254	255
3	480	430	286	412	366
4	430	521	238	368	389
5	440	320	344	340	198
6	324	360	423	258	256
7	450	342	123	433	248
8	460	423	196	489	324

De esta forma hemos creado una nueva base de datos que hemos llamado “datos”. Para resolver el ANOVA tenemos primero que apilar las columnas con el comando “stack”

```
> datos1 = stack(datos)
> datos1
```

```
      values ind
1       420 Lu
2       390 Lu
3       480 Lu
4       430 Lu
5       440 Lu
6       324 Lu
7       450 Lu
8       460 Lu
9       450 Ma
10      390 Ma
11      430 Ma
12      521 Ma
13      320 Ma
14      360 Ma
15      342 Ma
16      423 Ma
17      355 Mi
18      462 Mi
19      286 Mi
20      238 Mi
21      344 Mi
22      423 Mi
23      123 Mi
24      196 Mi
25      321 Ju
26      254 Ju
27      412 Ju
28      368 Ju
29      340 Ju
30      258 Ju
31      433 Ju
32      489 Ju
33      238 Vi
34      255 Vi
35      366 Vi
36      389 Vi
37      198 Vi
38      256 Vi
39      248 Vi
40      324 Vi
```

Resolvemos el ANOVA como en el caso anterior

```
> anova(lm(values ~ ind, data = datos1))
```

Analysis of Variance Table

Response: values

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
ind	4	119484	29871.1	4.775	0.003518 **

```
Residuals 35 218949 6255.7
```

```
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Los datos se muestren en un solo vector que tiene todos los datos de la contaminación tanto si se ha medido el lunes, el martes, el miércoles, el jueves o el viernes

```
> contaminacion = c(Lu, Ma, Mi, Ju, Vi)
> contaminacion
```

```
[1] 420 390 480 430 440 324 450 460 450 390 430 521 320 360 342 423 355 462 286
[20] 238 344 423 123 196 321 254 412 368 340 258 433 489 238 255 366 389 198 256
[39] 248 324
```

Este vector esta formado por los 40 datos que podemos comprobarlo con el comando length

```
> length(contaminacion)
```

```
[1] 40
```

Para realizar el ANOVA, ya tenemos los datos de la variable respuesta y a continuación tenemos que crear el factor tratamiento, para ello vamos a utilizar la función generador de niveles, gl, y le decimos que nos genere 5 niveles que son los cinco tratamientos, cada uno repetido 8 veces con un total de 40 datos y para identificar que nivel es cada uno, creamos las etiquetas L, M, Mi, J y V

```
> trat = gl(5,8,40, labels= c ("L", "M", "Mi", "j", "V"))
> trat
```

```
[1] L L L L L L L L M M M M M M M M Mi Mi Mi Mi Mi Mi Mi Mi j
[26] j j j j j j j j V V V V V V V V
Levels: L M Mi j V
```

```
> anova(lm(contaminacion~trat))
```

Analysis of Variance Table

Response: contaminacion

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
trat	4	119484	29871.1	4.775	0.003518 **
Residuals	35	218949	6255.7		

```
---
```

```
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

El modelo que hemos propuesto hay que validarlo, para ello hay que comprobar si se verifican las hipótesis básicas del modelo, es decir, si las perturbaciones son variables aleatorias independientes con distribución normal de media 0 y varianza constante (homocedasticidad).

1.1.1. Hipótesis de normalidad

En primer lugar, analizamos la normalidad de las concentraciones y continuamos con el análisis de la normalidad de los residuos.

Para analizar la normalidad de las concentraciones utilizamos el test de Shapiro-Wilks

```
> shapiro.test(mod$residuals)
```

Shapiro-Wilk normality test

```
data: mod$residuals  
W = 0.98933, p-value = 0.9654
```

Observamos el contraste de Shapiro-Wilk que es adecuado cuando las muestras son pequeñas ($n < 50$) y es una alternativa más potente que el test de Kolmogorov-Smirnov. El p-valor es mayor que el nivel de significación del 5 %, concluyendo que las muestras de las concentraciones se distribuyen de forma normal en cada día de la semana.

Podemos verlo también gráficamente con la orden “qqnorm”

```
> qqnorm (mod$residuals)
```

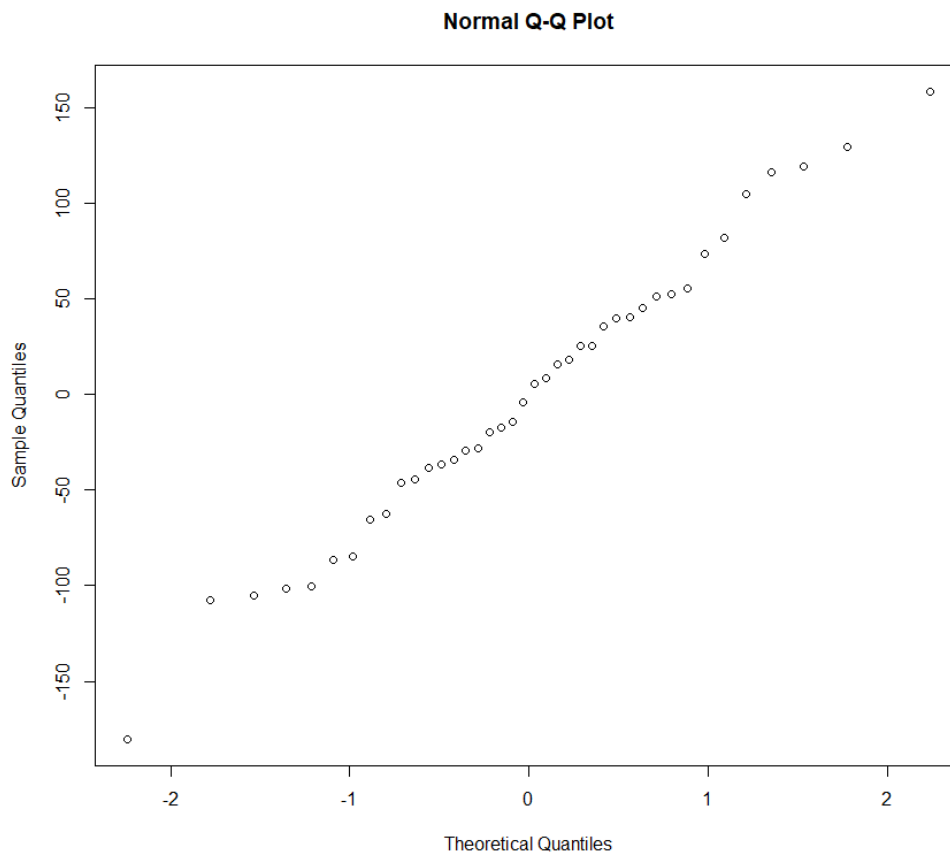


Figura 1: Gráfico Q-Qplot

Podemos apreciar en este gráfico que los puntos aparecen próximos a la línea diagonal. Esta gráfica no muestra una desviación marcada de la normalidad.

1.1.2. Hipótesis de homocedasticidad

Para comprobar la hipótesis de igualdad entre las varianzas del factor utilizamos el Test de Barlett.

```
> contaminacion <- read.table("supuesto1.txt", header = TRUE)
> contaminacion
```

	Concentracion	Dia
1	420	Lunes
2	390	Lunes
3	480	Lunes
4	430	Lunes
5	440	Lunes
6	324	Lunes
7	450	Lunes
8	460	Lunes
9	450	Martes
10	390	Martes
11	430	Martes
12	521	Martes
13	320	Martes
14	360	Martes
15	342	Martes
16	423	Martes
17	355	Miercoles
18	462	Miercoles
19	286	Miercoles
20	238	Miercoles
21	344	Miercoles
22	423	Miercoles
23	123	Miercoles
24	196	Miercoles
25	321	Jueves
26	254	Jueves
27	412	Jueves
28	368	Jueves
29	340	Jueves
30	258	Jueves
31	433	Jueves
32	489	Jueves
33	238	Viernes
34	255	Viernes
35	366	Viernes
36	389	Viernes
37	198	Viernes
38	256	Viernes
39	248	Viernes
40	324	Viernes

```
> bartlett.test(contaminacion$Concentracion, contaminacion$Dia)
```

Bartlett test of homogeneity of variances

```
data:  contaminacion$Concentracion and contaminacion$Dia
Bartlett's K-squared = 5.4942, df = 4, p-value = 0.2402
```

El p-valor es del 0.2402 que al ser mayor del nivel significación usual del 5% no podemos rechazar la hipótesis de igualdad de varianzas, es decir, se acepta la igualdad de varianzas en el factor.

1.1.3. Hipótesis de independencia

Para comprobar que se satisface el supuesto de independencia entre los residuos analizamos el gráfico de los residuos frente a los valores pronosticados o predichos por el modelo. El empleo de este gráfico es útil puesto que la presencia de alguna tendencia en el mismo puede ser indicio de una violación de dicha hipótesis. En R obtenemos varios gráficos a la vez que están incluidos en la estimación del modelo.

Para verlos de forma correcta hacemos uso de las siguientes órdenes:

```
> layout(matrix(c(1,2,3,4),2,2)) # para que salgan en la misma pantalla
> plot(mod)
```

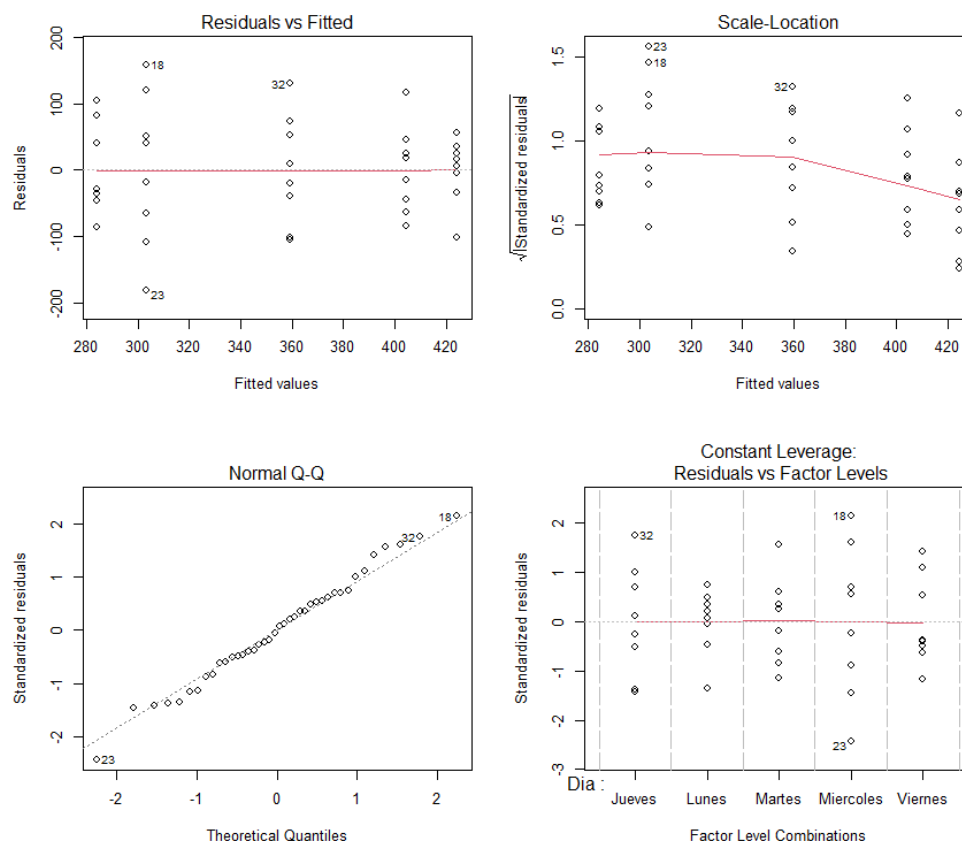


Figura 2: Estudio gráfico de la hipótesis de independencia

En la Figura 5 se muestran cuatro gráficos, en el primero de ellos que se representan los residuos en el eje de ordenadas y los valores pronosticados en el eje de abscisas. No observamos, en dicho gráfico, ninguna tendencia sistemática que haga sospechar del incumplimiento de la suposición de independencia.

Anteriormente, hemos comprobado estadísticamente que estos cinco grupos son distintos. Es decir no se puede rechazar la hipótesis alternativa que dice que al menos dos grupos son diferentes, pero ¿Cuáles son esos grupos? ¿Los cinco grupos son distintos o sólo alguno de ellos? Pregunta que resolveremos más adelante mediante los contrastes de comparaciones múltiples.

1.1.4. Comparaciones múltiples

Para saber entre que parejas de días las diferencias entre concentraciones medias de CO son significativas aplicamos la prueba Post-hoc de Tukey

```
> mod.tukey<- TukeyHSD(mod, ordered = TRUE)
> mod.tukey
```

```
Tukey multiple comparisons of means
 95% family-wise confidence level
factor levels have been ordered
```

```
Fit: aov(formula = Concentracion ~ Dia, data = contaminacion)
```

```
$Dia
```

	diff	lwr	upr	p adj
Miercoles-Viernes	19.125	-94.573356	132.8234	0.9883811
Jueves-Viernes	75.125	-38.573356	188.8234	0.3363682
Martes-Viernes	120.250	6.551644	233.9484	0.0337946
Lunes-Viernes	140.000	26.301644	253.6984	0.0095230
Jueves-Miercoles	56.000	-57.698356	169.6984	0.6217479
Martes-Miercoles	101.125	-12.573356	214.8234	0.1010091
Lunes-Miercoles	120.875	7.176644	234.5734	0.0325284
Martes-Jueves	45.125	-68.573356	158.8234	0.7837763
Lunes-Jueves	64.875	-48.823356	178.5734	0.4826413
Lunes-Martes	19.750	-93.948356	133.4484	0.9868896

Esta salida nos muestra los intervalos de confianza simultáneos contruidos por el método de Tukey. En la tabla se muestra un resumen de las comparaciones de cada tratamiento con los restantes. Es decir, aparecen comparadas dos a dos las cinco medias de los tratamientos.

En esta tabla, las columnas:

- diff: muestra las medias de cada par
- p adj: muestra los p-valores de los contrastes, que permiten conocer si la diferencia entre cada pareja de medias es significativa al nivel de significación considerado (en este caso 0.05)
- lwr y upr: proporcionan los intervalos de confianza al 95 % para cada diferencia.

Así por ejemplo, si comparamos la concentración media de CO del Lunes con el Martes, tenemos una diferencia entre ambas medias de 19.750, un p-valor (Sig.) de 0.9868896 no significativo puesto que la concentración de CO no difiere significativamente el lunes del martes y un intervalo de confianza con un límite inferior negativo y un límite superior positivo y por lo tanto contiene al cero de lo que también deducimos que no hay diferencias significativas entre los dos grupos que se comparan o que ambos grupos son homogéneos.

En cambio si observamos el grupo formado por el Lunes y el Miércoles, vemos que ambos extremos del intervalo son del mismo signo y el p-valor es significativo deduciendo que si hay diferencias significativas entre ambos. Las otras comparaciones se interpretan de forma análoga.

Por lo tanto la tabla se interpreta observando los valores de p adj menores que el 5 %, o si el intervalo de confianza contiene al cero.

Concluimos que se detectan diferencias significativas en las concentraciones de CO entre lunes y miércoles; lunes y viernes; martes y viernes.

2. Diseño Unifactorial de efectos aleatorios

En el modelo de efectos aleatorios, los niveles del factor son una muestra aleatoria de una población de niveles. Este modelo surge ante la necesidad de estudiar un factor que presenta un número elevado de posibles niveles, que en algunas ocasiones puede ser infinito. En este modelo las conclusiones obtenidas se generalizan a toda la población de niveles del factor, ya que los niveles empleados en el experimento fueron seleccionados al azar. El estudio de este diseño lo vamos a realizar mediante el siguiente supuesto práctico.

2.1. Supuesto práctico 2

Los medios de cultivo bacteriológico en los laboratorios de los hospitales proceden de diversos fabricantes. Se sospecha que la calidad de estos medios de cultivo varía de un fabricante a otro. Para comprobar esta teoría, se hace una lista de fabricantes de un medio de cultivo concreto, se seleccionan aleatoriamente los nombres de cinco de los que aparecen en la lista y se comparan las muestras de los instrumentos procedentes de éstos. La comprobación se realiza colocando sobre una placa dos dosis, en gotas, de una suspensión medida de un microorganismo clásico, *Escherichia coli*, dejando al cultivo crecer durante veinticuatro horas, y determinando después el número de colonias (en millares) del microorganismo que aparecen al final del período. Se quiere comprobar si la calidad del instrumental difiere entre fabricantes.

Fabricantes	Número de colonias (en millares)								
Fabricantel	120	240	300	360	240	180	144	300	240
Fabricante2	240	360	180	180	300	240	360	360	360
Fabricante3	240	270	300	360	360	300	360	360	300
Fabricanle4	300	240	300	360	360	360	360	360	300
Fabricanle5	300	360	240	360	360	360	360	300	360

Tabla 3: Tabla de datos del supuesto práctico 2

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

Se quiere comprobar si la calidad del instrumental difiere entre fabricantes.

Tenemos en cuenta que para que el ejercicio esté realizado de forma correcta los datos tienen que estar introducidos tal y como vienen en la imagen, es decir, las observaciones en una sola columna y a continuación especificado su tratamiento y su bloque correspondiente.

Para cargar los datos utilizamos la función `read.table` indicando el nombre del archivo (que debe de estar en el directorio de trabajo) e indicando además que tiene cabecera.

```
> bacterias<-read.table("supuesto2.txt", header = TRUE)
> head(bacterias)
```

	Calidad	Fabricante
1	120	1
2	240	2
3	240	3
4	300	4
5	300	5
6	240	1

Debemos transformar la variable referente a los niveles del factor fijo como factor para poder hacer los cálculos de forma adecuada


```
> bacterias$Fabricante<- factor(bacterias$Fabricante)
> bacterias$Fabricante

[1] 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3
[39] 4 5 1 2 3 4 5
Levels: 1 2 3 4 5
```

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “aov” de la siguiente forma:

```
> mod <- aov(Calidad ~ Fabricante, data = bacterias)

donde:

■ Calidad = nombre de la columna de las observaciones.
■ Fabricante = nombre de la columna en la que están representados los tratamientos.
■ data = data.frame en el que están guardados los datos.

> mod

Call:
aov(formula = Calidad ~ Fabricante, data = bacterias)
```

Terms:

	Fabricante	Residuals
Sum of Squares	57363.2	144272.0
Deg. of Freedom	4	40

Residual standard error: 60.05664
Estimated effects may be unbalanced

y posteriormente mostramos un resumen de los resultados con la función “summary” (verdadera tabla ANOVA):

```
> summary(mod)    # TABLA ANOVA

          Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)    
Fabricante  4  57363   14341   3.976 0.00827 **
Residuals  40 144272    3607
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Esta tabla muestra los resultados del contraste planteado. El valor del estadístico de contraste es igual a 3.976 que deja a la derecha un p-valor de 0.00827, así que la respuesta dependerá del nivel de significación que se fije. Si fijamos un nivel de significación de 0.05 se concluye que hay evidencia suficiente para afirmar la existencia de alguna variabilidad entre la calidad del material de los diferentes fabricantes. Si fijamos un nivel de significación de 0.001, no podemos hacer tal afirmación.

3. Diseño en Bloques Aleatorizados

En los diseños estudiados anteriormente hemos supuesto que existe bastante homogeneidad entre las unidades experimentales. Pero puede suceder que dichas unidades experimentales sean heterogéneas y contribuyan a la variabilidad observada en la variable respuesta. Si en esta situación se utiliza un diseño completamente aleatorizado, no sabremos si la diferencia entre dos unidades experimentales sometidas a distintos tratamientos se debe a una diferencia real entre los efectos de los tratamientos o a la heterogeneidad de dichas unidades.

Como resultado, el error experimental reflejará esta variabilidad. En esta situación se debe sustraer del error experimental la variabilidad producida por las unidades experimentales y para ello el experimentador puede formar bloques de manera que las unidades experimentales de cada bloque sean lo más homogéneas posible y los bloques entre sí sean heterogéneos.

En el diseño en bloques Aleatorizados, primero se clasifican las unidades experimentales en grupos homogéneos, llamados bloques, y los tratamientos son entonces asignados aleatoriamente dentro de los bloques. Esta estrategia de diseño mejora efectivamente la precisión en las comparaciones al reducir la variabilidad residual.

Distinguimos dos tipos de diseños en bloques aleatorizados:

- Los diseños en bloques completos aleatorizados (Todos los tratamientos se prueban en cada bloque exactamente vez).
- Los diseños por bloques incompletos aleatorizados (Todos los tratamientos no están representados en cada bloque, y aquellos que sí están en uno en particular se ensayan en él una sola vez).

3.1. Diseño en Bloques Completos Aleatorizados

En esta sección presentamos el diseño en Bloques Completos Aleatorizados. La palabra bloque se refiere al hecho de que se ha agrupado a las unidades experimentales en función de alguna variable extraña; aleatorizado se refiere al hecho de que los tratamientos se asignan aleatoriamente dentro de los bloques; completo implica que se utiliza cada tratamiento exactamente una vez dentro de cada bloque y el término efectos fijos se aplica a bloques y tratamientos. Es decir, se supone que ni los bloques ni los tratamientos se eligen aleatoriamente. Además una caracterización de este diseño es que los efectos bloque y tratamiento son aditivos; es decir no hay interacción entre los bloques y los tratamientos.

La descripción del diseño así como la terminología subyacente la vamos a introducir mediante el siguiente supuesto práctico.

3.1.1. Supuesto práctico 3

Abeto blanco, Abeto del Pirineo, es un árbol de gran belleza por la elegancia de sus formas y el exquisito perfume balsámico que destilan sus hojas y cortezas. Destilando hojas y madera se obtiene aceite de trementina muy utilizado en medicina contra torceduras y contusiones. En estos últimos años se ha observado que la producción de semillas ha descendido y con objeto de conseguir buenas producciones se proponen tres tratamientos. Se observa que árboles diferentes tienen distintas características naturales de reproducción, este efecto de las diferencias entre los árboles se debe de controlar y este control se realiza mediante bloques. En el experimento se utilizan 10 abetos, dentro de cada abeto se seleccionan tres ramas semejantes. Cada rama recibe exactamente uno de los tres tratamientos que son asignados aleatoriamente. Constituyendo cada árbol un bloque completo. Los datos obtenidos se presentan en la siguiente tabla donde se muestra el número de semillas producidas por rama.

	Abetos (Bloques)									
Tratamientos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tratamiento 1	7	8	9	10	11	8	7	8	7	8
Tratamiento 2	9	9	9	9	12	10	8	8	9	9
Tratamiento 3	10	10	12	12	14	9	7	7	10	10

Tabla 4: Tabla de datos del supuesto practico 3

- Son diez Abetos en los que se aplican cuatro tratamientos distintos
- No hay ningún otro factor que pueda afectar de forma significativa a los resultados

- Los tratamientos se asignan en orden aleatorio a cada abeto
- El número de semillas observadas se muestra en la Tabla 4.
- Variable respuesta: Número de semillas
- Factor: Tratamiento que tiene tres niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar.
- Bloque: Abeto que tiene diez niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar.
- Modelo completo: Los tres tratamientos se prueban en cada bloque exactamente una vez.
- Tamaño del experimento: Número total de observaciones (30).

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

En este caso lo hacemos en un archivo de texto:

Tenemos en cuenta que para que el ejercicio esté realizado de forma correcta los datos tienen que estar introducidos tal y como vienen en la imagen, es decir, las observaciones en una sola columna y a continuación especificado su tratamiento y su bloque correspondiente.

Para cargar los datos utilizamos la función `read.table` indicando el nombre del archivo (que debe de estar en el directorio de trabajo) e indicando además que tiene cabecera.

```
> semillas<-read.table("supuesto3.txt", header = TRUE)
> semillas
```

	y	Tratamiento	Abeto
1	7	1	1
2	9	2	1
3	10	3	1
4	8	1	2
5	9	2	2
6	10	3	2
7	9	1	3
8	9	2	3
9	12	3	3
10	10	1	4
11	9	2	4
12	12	3	4
13	11	1	5
14	12	2	5
15	14	3	5
16	8	1	6
17	10	2	6
18	9	3	6
19	7	1	7
20	8	2	7
21	7	3	7
22	8	1	8
23	8	2	8

24	7	3	8
25	7	1	9
26	9	2	9
27	10	3	9
28	8	1	10
29	9	2	10
30	10	3	10

A continuación debemos transformar tanto la columna de los tratamientos como la de los bloques en un factor para poder realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

```
> semillas$Tratamiento = factor(semillas$Tratamiento)
> semillas$Tratamiento

[1] 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3
Levels: 1 2 3

> semillas$Abeto = factor(semillas$Abeto)
> semillas$Abeto

[1] 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 4 4 5 5 5 6 6 6 7 7 7 8 8 8 9
[26] 9 9 10 10 10
Levels: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “aov” de la siguiente forma:

```
> mod = aov(y ~ Tratamiento + Abeto, data = semillas)
```

donde:

- y es el nombre de la columna de las observaciones
- Tratamiento es el nombre de la columna en la que están representados los tratamientos
- Abeto es el nombre de la columna en la que están representados los bloques
- data = data.frame en el que están guardados los datos

```
> mod
```

Call:

```
aov(formula = y ~ Tratamiento + Abeto, data = semillas)
```

Terms:

	Tratamiento	Abeto	Residuals
Sum of Squares	16.2	54.8	15.8
Deg. of Freedom	2	9	18

Residual standard error: 0.936898

Estimated effects may be unbalanced

y a continuación mostramos un resumen de los resultados con la función “summary” (verdadera tabla ANOVA):

```
> summary(mod) # TABLA ANOVA
```

```

      Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)
Tratamiento  2    16.2    8.100    9.228 0.00174 **
Abeto        9    54.8    6.089    6.937 0.00026 ***
Residuals    18    15.8    0.878
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Puesto que la construcción de bloques se ha diseñado para comprobar el efecto de una variable, nos preguntamos si ha sido eficaz su construcción. En caso afirmativo, la suma de cuadrados de bloques explicaría una parte sustancial de la suma total de cuadrados. También se reduce la suma de cuadrados del error dando lugar a un aumento del valor del estadístico de contraste experimental utilizado para contrastar la igualdad de medias de los tratamientos y posibilitando que se rechace la Hipótesis nula, mejorándose la potencia del contraste.

La construcción de bloques puede ayudar cuando se comprueba su eficacia pero debe evitarse su construcción indiscriminada. Ya que, la inclusión de bloques en un diseño da lugar a una disminución del número de grados de libertad para el error, aumenta el punto crítico para contrastar la Hipótesis nula y es más difícil rechazarla. La potencia del contraste es menor.

La Tabla ANOVA, muestra que:

- El valor del estadístico de contraste de igualdad de bloques, $F = 6.937$ deja a su derecha un p-valor menor que 0.001, menor que el nivel de significación del 5 %, por lo que se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de bloques. La eficacia de este diseño depende de los efectos de los bloques. Un valor grande de F de los bloques (6.937) implica que el factor bloque tiene un efecto grande. En este caso el diseño es más eficaz que el diseño completamente aleatorizado ya que si el cuadrado medio entre bloques es grande (6.089), el término residual será mucho menor (0.878) y el contraste principal de las medias de los tratamientos será más sensible a las diferencias entre tratamientos. Por lo tanto la inclusión del factor bloque en el modelo es acertada. Así, la producción de semillas depende del abeto.

Si los efectos de los bloques son muy pequeños, el análisis de bloque quizás no sea necesario y en caso extremo, cuando el valor de F de los bloques es próximo a 1, puede llegar a ser perjudicial, ya que el número de grados de libertad, $(I-1)(J-1)$, del denominador de la comparación de tratamientos es menor que el número de grados de libertad correspondiente, $IJ-I$, en el diseño completamente aleatorizado. Pero, ¿Cómo saber cuándo se puede prescindir de los bloques? La respuesta la tenemos en el valor de la F experimental de los bloques, se ha comprobado que si dicho valor es mayor que 3, no conviene prescindir de los bloques para efectuar los contrastes.

- El valor del estadístico de contraste de igualdad de tratamiento, $F = 9.228$ deja a su derecha un p-valor de 0.002, menor que el nivel de significación del 5 %, por lo que se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de tratamientos. Así, los tratamientos influyen en el número de semillas. Es decir, existen diferencias significativas en el número de semillas entre los tres tratamientos.

El modelo que hemos propuesto hay que validarlo, para ello hay que comprobar si se verifican los cuatros supuestos expresados anteriormente.

3.1.2. Hipótesis de aditividad entre los bloques y tratamientos

La interacción entre el factor bloque y los tratamientos vamos a estudiarla analíticamente mediante el Test de Interacción de un grado de Tukey

Para realizar este test en R tenemos que utilizar la library “daewr” y dentro de ella la función “Tukey1df”. De la siguiente forma:

Primero hay que instalar el paquete daewr

Para realizar este contraste hay que utilizar la libray daewr, para ello realizamos la siguiente orden

```
> library(daewr)
> Tukey1df(semillas)
```

Source	df	SS	MS	F	Pr>F
A	2	16.2	8.1		
B	9	54.8	6.0889		
Error	18	15.8	71.1		
NonAdditivity	1	3.5573	3.5573	4.94	0.0401
Residual	17	12.2427	0.7202		

Puesto que el p-valor ($Pr > F$) es 1 no rechazamos la hipótesis nula de no interacción, es decir, no hay interacción entre los tratamientos aplicados y los abetos.

3.1.3. Hipótesis de Normalidad

La normalidad las vamos a comprobar analíticamente y gráficamente.

Analíticamente mediante el contraste de Shapiro-Wilk que es adecuado cuando las muestras son pequeñas ($n < 50$)

```
> shapiro.test(mod$residuals)
```

Shapiro-Wilk normality test

```
data: mod$residuals
W = 0.96415, p-value = 0.3935
```

Como podemos observar tenemos un p-valor de 0.3935 que aceptaría la hipótesis de normalidad por ser mayor al 5 % (nivel de significación usual).

Gráficamente mediante el gráfico probabilístico normal. Para ello utilizamos la orden “qqnorm”

```
> qqnorm(mod$residuals)
```

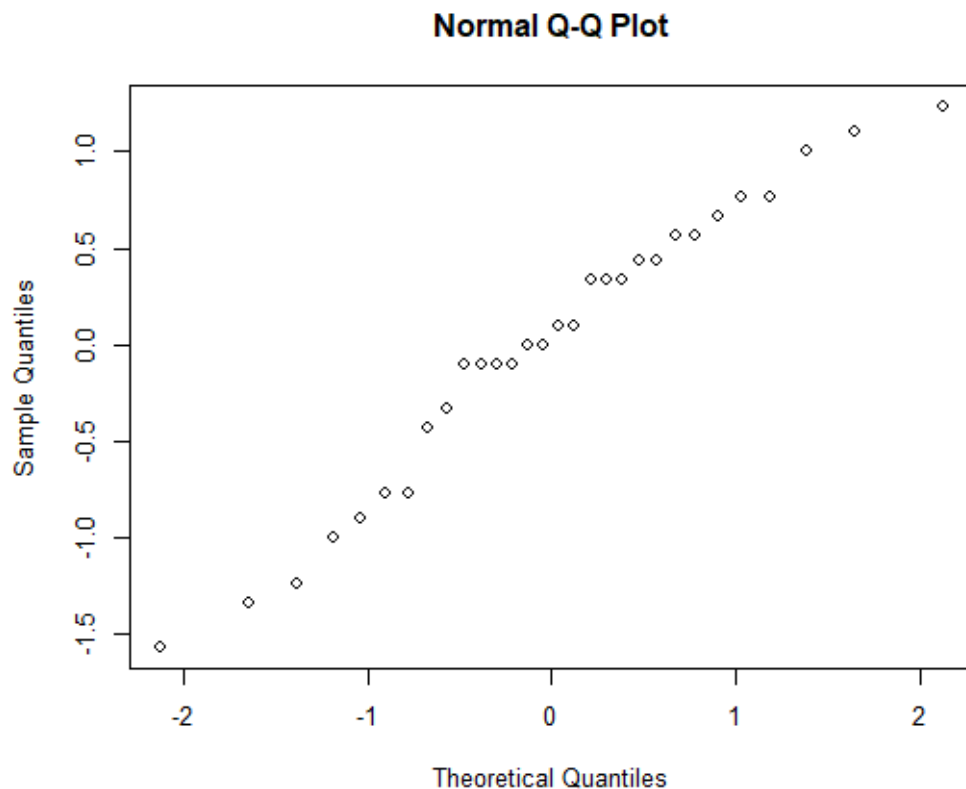


Figura 3: Estudio gráfico de la hipótesis de normalidad mediante el gráfico Q-Q Plot

En esta gráfica observamos que prácticamente todos los puntos se encuentran sobre la diagonal por lo tanto podemos decir que no muestra una desviación marcada de la normalidad.

3.1.4. Hipótesis de Homogeneidad de Varianzas

Para comprobar la hipótesis de homocedasticidad utilizamos el Test de Barlett distinguiendo entre la igualdad entre varianzas del factor principal y la igualdad de varianzas del factor bloque.

En nuestro ejemplo, el test para igualdad de varianzas del factor principal sería:

```
> bartlett.test(semillas$y, semillas$Tratamiento)

Bartlett test of homogeneity of variances

data:  semillas$y and semillas$Tratamiento
Bartlett's K-squared = 4.1729, df = 2, p-value = 0.1241
```

El p-valor es del 0.1241 que al ser mayor del nivel significación usual del 5% no podemos rechazar la hipótesis de igualdad de varianzas en el factor principal.

De la misma manera procedemos para el factor bloque:

```
> bartlett.test(semillas$y, semillas$Abeto)
```

Bartlett test of homogeneity of variances

```
data: semillas$y and semillas$Abeto  
Bartlett's K-squared = 4.0723, df = 9, p-value = 0.9066
```

El p-valor es mayor que 0.05 por lo que no podemos rechazar la hipótesis de igualdad de varianzas en el factor bloque.

3.1.5. Hipótesis de Independencia

Comprobaremos si se satisface el supuesto de independencia entre los residuos. Para ello tenemos que representar un gráfico de los residuos tipificados frente a los pronosticados. En R obtenemos varios gráficos a la vez que están incluidos en la estimación del modelo.

Para verlos de forma correcta hacemos uso de las siguientes órdenes:

```
> layout(matrix(c(1,2,3,4),2,2))  
> plot(mod)
```

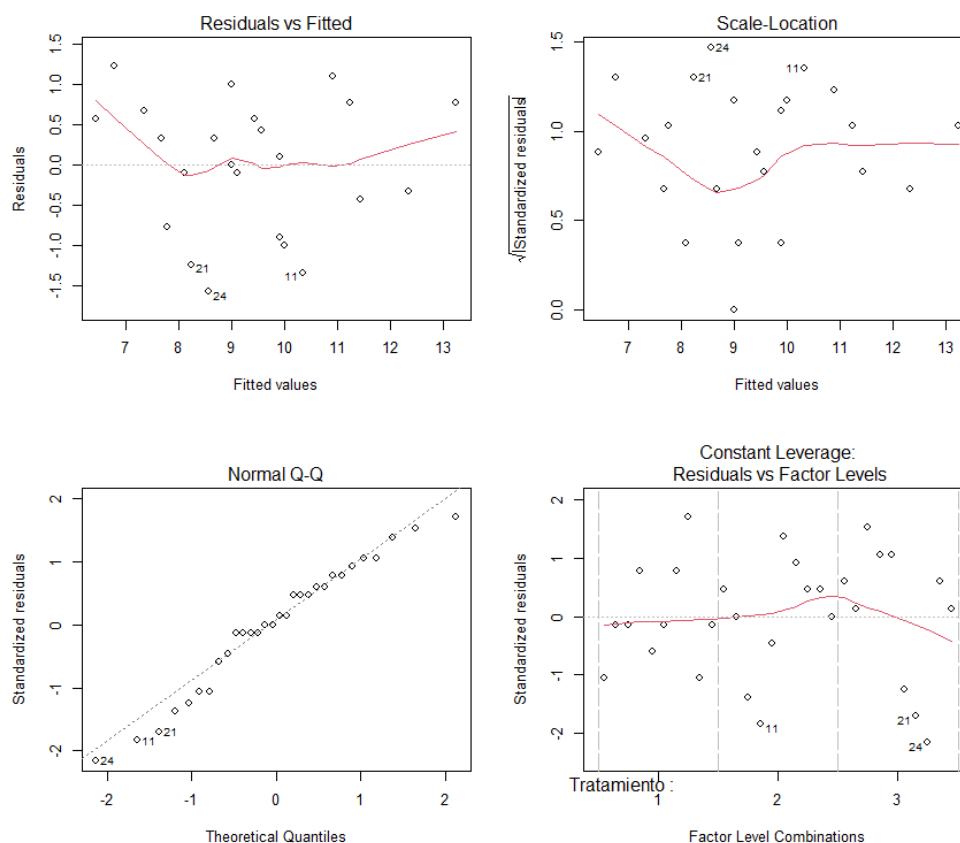


Figura 4: Estudio gráfico de la hipótesis de independencia de los residuos

Nos fijamos en el primer gráfico que representa los residuos frente a los valores ajustados y observamos que no hay ninguna tendencia sistemática. Concluimos que no hay sospechas para que se incumpla la hipótesis de independencia.

3.1.6. Comparaciones múltiples

Hemos probado anteriormente que se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de tratamientos. Así, los tratamientos influyen en el número de semillas. Es decir, existen diferencias significativas en el número de semillas entre los tres tratamientos. Para saber entre que parejas de días estas diferencias son significativas aplicamos una prueba Post-hoc.

El contraste de Comparaciones múltiples que vamos a utilizar es el Test de Duncan. Para poder hacer uso de él en R tenemos que instalar en primer lugar el paquete “agricolae” y dentro de él la función “duncan.test”.

Destacar que este test hace las comparaciones especificándole si es para el factor principal o el factor bloque.

Comenzamos con el factor principal:

```
> library(agricolae)
> (duncan=duncan.test(mod, "Tratamiento" , group = T))
```

```
$statistics
      MSerror Df Mean      CV
0.8777778 18  9.2 10.18367
```

```
$parameters
      test      name.t ntr alpha
Duncan Tratamiento   3  0.05
```

```
$duncan
      Table CriticalRange
2 2.971152      0.8802727
3 3.117384      0.9235973
```

```
$means
      y      std  r Min Max  Q25 Q50  Q75
1  8.3 1.337494 10   7  11  7.25   8  8.75
2  9.2 1.135292 10   8  12  9.00   9  9.00
3 10.1 2.183270 10   7  14  9.25  10 11.50
```

```
$comparison
NULL
```

```
$groups
      y groups
3 10.1      a
2  9.2      b
1  8.3      c
```

```
attr(,"class")
[1] "group"
```

En el apartado “\$groups” concluimos que los tres tratamientos difieren significativamente entre sí.

Se observa que la concentración media del número de semillas es mayor con el Tratamiento3 (10.1) y menor con el Tratamiento1 (8.3).

Para el factor bloque:

```
> (duncan=duncan.test(mod, "Abeto" , group = T))
```

```
$statistics
```

```
      MSerror Df Mean      CV
0.8777778 18  9.2 10.18367
```

```
$parameters
```

```
test name.t ntr alpha
Duncan  Abeto  10  0.05
```

```
$duncan
```

```
      Table CriticalRange
2  2.971152      1.607151
3  3.117384      1.686250
4  3.209655      1.736161
5  3.273593      1.770746
6  3.320327      1.796026
7  3.355651      1.815133
8  3.382941      1.829895
9  3.404326      1.841462
10 3.421226      1.850604
```

```
$means
```

```
      y      std r Min Max  Q25 Q50  Q75
1  8.666667 1.5275252 3   7  10  8.0   9  9.5
10 9.000000 1.0000000 3   8  10  8.5   9  9.5
2  9.000000 1.0000000 3   8  10  8.5   9  9.5
3 10.000000 1.7320508 3   9  12  9.0   9 10.5
4 10.333333 1.5275252 3   9  12  9.5  10 11.0
5 12.333333 1.5275252 3  11  14 11.5  12 13.0
6  9.000000 1.0000000 3   8  10  8.5   9  9.5
7  7.333333 0.5773503 3   7   8  7.0   7  7.5
8  7.666667 0.5773503 3   7   8  7.5   8  8.0
9  8.666667 1.5275252 3   7  10  8.0   9  9.5
```

```
$comparison
```

```
NULL
```

```
$groups
```

```
      y groups
5 12.333333      a
4 10.333333      b
3 10.000000      b
10 9.000000     bc
2  9.000000     bc
6  9.000000     bc
1  8.666667     bc
9  8.666667     bc
8  7.666667      c
7  7.333333      c
```

```
attr(,"class")
```

```
[1] "group"
```

Se observa que la prueba de Duncan ha agrupado los abetos 7, 8, 1, 9, 2, 6 y 10 en un mismo grupo, 1, 9, 2, 6, 10, 3 y 4, en otro grupo y un tercer está formada únicamente por el Abeto5. Inmediatamente se ve que por ejemplo el Abeto5 difiere de todos los demás, siendo en este abeto donde se produce el mayor número de semillas (12.333) y el menor en el Abeto7 (7.333).

3.2. Diseño en bloques Incompletos Aleatorizados

En los diseños en bloques Aleatorizados, puede suceder que no sea posible realizar todos los tratamientos en cada bloque. En estos casos es posible usar diseños en bloques Aleatorizados en los que cada tratamiento no está presente en cada bloque. Estos diseños reciben el nombre de diseño en bloque incompleto aleatorizado siendo uno de los más utilizados el diseño en bloque incompleto balanceado (BIB)

3.2.1. Supuesto práctico 4

Se realiza un estudio para comprobar la efectividad en el retraso del crecimiento de bacterias utilizando cuatro soluciones diferentes para lavar los envases de la leche. El análisis se realiza en el laboratorio y sólo se pueden realizar seis pruebas en un mismo día. Como los días son una fuente de variabilidad potencial, el investigador decide utilizar un diseño aleatorizado por bloques, pero al recopilar las observaciones durante seis días no ha sido posible aplicar todos los tratamientos en cada día, sino que sólo se han podido aplicar dos de las cuatro soluciones cada día. Se decide utilizar un diseño en bloques incompletos balanceado, donde $I = 4$ y $K = 2$.

	Días					
Soluciones	1	2	3	4	5	6
Solución 1	12	24	31			
Solución 2	21				20	21
Solución 3			19	18		19
Solución 4		15		19	47	

Tabla 5: Tabla de datos del Supuesto Práctico 4

El objetivo principal es estudiar la efectividad en el retraso del crecimiento de bacterias utilizando cuatro soluciones, por lo que se trata de un factor con cuatro niveles. Sin embargo, como los días son una fuente de variabilidad potencial, consideramos un factor bloque con seis niveles.

- Variable respuesta: Número de bacterias
- Factor: Soluciones que tiene cuatro niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar.
- Bloque: Días que tiene seis niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar.
- Modelo incompleto: Todos los tratamientos no se prueban en cada bloque.
- Tamaño del experimento: Número total de observaciones (12).

Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

```
> bacterias = read.table("supuesto4.txt", header = TRUE)
> bacterias
```

	y	Soluciones	Dias
1	12	1	1
2	24	1	2
3	31	1	3
4	21	2	1
5	20	2	5
6	21	2	6
7	19	3	3
8	18	3	4
9	19	3	6
10	15	4	2
11	19	4	4
12	47	4	5

A continuación debemos transformar tanto la columna de los tratamientos como la de los bloques en un factor para poder realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

```
> bacterias$Soluciones = factor( bacterias$Soluciones)
> bacterias$Dias = factor( bacterias$Dias)
```

Para poder analizar los datos mediante un diseño BIB debemos instalar y cargar dos paquetes de R especializados en este tipo de diseños:

```
> library(daewr)
> library(AlgDesign)
```

La función “BIBsize(t , k)” de la librería daewr nos permite saber si el diseño puede realizarse. Calcula los parámetros del diseño donde

- t = número de niveles del factor tratamiento.
- k = número de tratamientos por bloque.

Ejecutamos:

```
> BIBsize(t = 4 , k = 2)
```

Posible BIB design with b= 6 and r= 3 lambda= 1

El análisis de este modelo lo podemos realizar en R de dos formas:

```
> mod1 <- aov(y ~ Dias + Soluciones, data = bacterias )
```

donde:

- y = nombre de la columna de las observaciones
- Soluciones = nombre de la columna en la que están representados los tratamientos
- Dias = nombre de la columna en la que están representados los bloques
- data = data.frame en el que están guardados los datos

```
> mod1
```

Call:

```
aov(formula = y ~ Dias + Soluciones, data = bacterias)
```

Terms:

	Dias	Soluciones	Residuals
Sum of Squares	387.6667	123.2500	396.7500
Deg. of Freedom	5	3	3

Residual standard error: 11.5

Estimated effects may be unbalanced

y posteriormente mostramos un resumen de los resultados con la función “summary” (verdadera tabla ANOVA)

```
> summary(mod1)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Dias	5	387.7	77.53	0.586	0.720
Soluciones	3	123.3	41.08	0.311	0.819
Residuals	3	396.7	132.25		

El valor del estadístico de contraste de igualdad de Soluciones, $F = 0.311$, deja a su derecha un p-valor 0.819, mayor que el nivel de significación del 5 %, por lo que no se rechaza la Hipótesis Nula de igualdad de tratamientos. Por lo tanto el tipo de solución para lavar los envases de la leche no influye en el retraso del crecimiento de bacterias.

Para evaluar el efecto de los bloques, la suma de cuadrados de bloques debe ajustarse por los tratamientos, por lo tanto primero se introducen los tratamientos y después los bloques:

```
> mod2 <- aov(y ~ Soluciones + Dias, data = bacterias )  
> mod2
```

Call:

```
aov(formula = y ~ Soluciones + Dias, data = bacterias)
```

Terms:

	Soluciones	Dias	Residuals
Sum of Squares	113.6667	397.2500	396.7500
Deg. of Freedom	3	5	3

Residual standard error: 11.5

Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(mod2)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Soluciones	3	113.7	37.89	0.286	0.834
Dias	5	397.2	79.45	0.601	0.712
Residuals	3	396.7	132.25		

El valor del estadístico de contraste de igualdad de Días, $F = 0.601$, deja a su derecha un p-valor 0.712, mayor que el nivel de significación del 5 %, por lo que no se rechaza la Hipótesis nula de igualdad de bloques. Por lo tanto los días en los que se realiza la prueba para lavar los envases de la leche no influyen en el retraso del crecimiento de bacterias.

Realizaremos el análisis evaluando tanto para los tratamientos como para los bloques ejecutando solo una función.

Para ello necesitamos instalar y cargar el paquete “car”

Una vez instalado y cargado el paquete realizamos el ANOVA

```
> library(car)
> mod3 <- lm(y ~ Soluciones + Dias, data = bacterias)
> mod3
```

Call:

```
lm(formula = y ~ Soluciones + Dias, data = bacterias)
```

Coefficients:

(Intercept)	Soluciones2	Soluciones3	Soluciones4	Dias2	Dias3
20.000	-7.000	-6.750	1.750	-1.375	8.375
Dias4	Dias5	Dias6			
1.000	16.125	6.875			

```
> car::Anova(mod3, type="III")
```

Anova Table (Type III tests)

Response: y

	Sum Sq	Df	F value	Pr(>F)
(Intercept)	533.33	1	4.0328	0.1382
Soluciones	123.25	3	0.3106	0.8187
Dias	397.25	5	0.6008	0.7118
Residuals	396.75	3		

Los resultados obtenidos coinciden con los realizados primero a los tratamientos y después a los bloques.

4. Diseño en Cuadrados Latinos

Hemos estudiado en el apartado anterior que los diseños en bloques completos aleatorizados utilizan un factor de control o variable de bloque con objeto de eliminar su influencia en la variable respuesta y así reducir el error experimental. Los diseños en cuadrados latinos utilizan dos variables de bloque para reducir el error experimental.

En resumen, podemos decir que un diseño en cuadrado latino tiene las siguientes características:

- Se controlan tres fuentes de variabilidad, un factor principal y dos factores de bloque.
- Cada uno de los factores tiene el mismo número de niveles, K .
- Cada nivel del factor principal aparece una vez en cada fila y una vez en cada columna.
- No hay interacción entre los factores.

4.1. Supuesto práctico 5

Se estudia el rendimiento de un proceso químico en seis tiempos de reposo, A, B, C, D, E y F. Para ello, se consideran seis lotes de materia prima que reaccionan con seis concentraciones de ácido distintas, de manera que cada lote de materia prima en cada concentración de ácido se somete a un tiempo de reposo. Tanto la

asignación de los tiempos de reposo a los lotes de materia prima, como la concentración de ácido, se hizo de forma aleatoria. Los datos del rendimiento del proceso químico se muestran en la siguiente tabla.

	concentracion de acido					
Lote	1	2	3	4	5	6
Lote 1	12A	24B	10C	18D	21D	18 F
Lote 2	21B	26C	24D	16D	20F	21A
Lote 3	20C	16D	19 E	18 F	16A	19B
Lote 4	22D	15E	14F	19A	27B	17C
Lote 5	15D	13F	17A	25B	21C	22D
Lote 6	17F	11A	12B	22C	14D	20 E

Tabla 6: Tabla de datos del Supuesto Práctico 5

El objetivo principal es estudiar la influencia de seis tiempos de reposo en el rendimiento de un proceso químico, por lo que se trata de un factor con seis niveles. Sin embargo, como los lotes de materia prima y las concentraciones son dos fuentes de variabilidad potencial, consideramos dos factores de bloque con seis niveles cada uno.

- Variable respuesta: Rendimiento
- Factor: Tiempo de reposo que tiene seis niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido que niveles concretos se van a utilizar.
- Bloques: Lotes y Concentraciones, ambos con seis niveles y ambos son factores de efectos fijos.
- Tamaño del experimento: Número total de observaciones (36).

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

En este caso lo hacemos en un archivo de texto

Tenemos en cuenta que para que el ejercicio esté realizado de forma correcta los datos tienen que estar introducidos tal y como vienen en la imagen, es decir, las observaciones en una sola columna y a continuación especificado su tratamiento, su bloque y después la letra latina correspondiente.

Para cargar los datos utilizamos la función `read.table` indicando el nombre del archivo (que debe de estar en el directorio de trabajo) e indicando además que tiene cabecera.

```
> latino <- read.table("supuesto5.txt", header = TRUE, dec= ",")
> latino
```

Observaciones	Lote	Concentraciones	Tiempo_de_reposo
1	12 Lote1	1	A
2	24 Lote1	2	B
3	10 Lote1	3	C
4	18 Lote1	4	D
5	21 Lote1	5	E
6	18 Lote1	6	F
7	21 Lote2	1	B
8	26 Lote2	2	C
9	24 Lote2	3	D

10	16 Lote2	4	E
11	20 Lote2	5	F
12	21 Lote2	6	A
13	20 Lote3	1	C
14	16 Lote3	2	D
15	19 Lote3	3	E
16	18 Lote3	4	F
17	16 Lote3	5	A
18	19 Lote3	6	B
19	22 Lote4	1	D
20	15 Lote4	2	E
21	14 Lote4	3	F
22	19 Lote4	4	A
23	27 Lote4	5	B
24	17 Lote4	6	C
25	15 Lote5	1	E
26	13 Lote5	2	F
27	17 Lote5	3	A
28	25 Lote5	4	B
29	21 Lote5	5	C
30	22 Lote5	6	D
31	17 Lote6	1	F
32	11 Lote6	2	A
33	12 Lote6	3	B
34	22 Lote6	4	C
35	14 Lote6	5	D
36	20 Lote6	6	E

A continuación debemos transformar tanto la columna de los tratamientos como la de los bloques en un factor para poder realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

```
> latino$Lote <- factor(latino$Lote)
> latino$Concentraciones <- factor(latino$Concentraciones)
> latino$Tiempo_de_reposo <- factor(latino$Tiempo_de_reposo)
```

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “aov” de la siguiente forma:

```
> mod1 <- aov(Observaciones ~ Lote + Concentraciones + Tiempo_de_reposo, data = latino)
```

donde:

- Observaciones: Nombre de la columna de las observaciones
- Lote : Nombre de la columna en la que están representados los tratamientos
- Concentraciones : Nombre de la columna en la que está representado el primer factor bloque
- Tiempo_de_reposo: Nombre de la columna en la que está representado el segundo factor bloque (letras latinas)
- data = data.frame en el que están guardados los datos

```
> mod1
```

Call:

```
aov(formula = Observaciones ~ Lote + Concentraciones + Tiempo_de_reposo,
```



```
data = latino)
```

Terms:

	Lote	Concentraciones	Tiempo_de_reposo	Residuals
Sum of Squares	99.5556	70.5556	117.8889	346.5556
Deg. of Freedom	5	5	5	20

Residual standard error: 4.162665

Estimated effects may be unbalanced

y posteriormente mostramos un resumen de los resultados con la función “summary” (verdadera tabla ANOVA):

```
> summary(mod1)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Lote	5	99.6	19.91	1.149	0.368
Concentraciones	5	70.6	14.11	0.814	0.553
Tiempo_de_reposo	5	117.9	23.58	1.361	0.281
Residuals	20	346.6	17.33		

Observando los valores de los p-valores, 0.281, 0.368 y 0.553; mayores respectivamente que el nivel de significación del 5 %, deducimos que ningún efecto es significativo.

5. Diseño en Cuadrados Greco-Latinos

El modelo en cuadrado greco-latino se puede considerar como una extensión del modelo en cuadrado latino en el que se incluye una tercera variable control o variable de bloque. En este modelo como en el diseño en cuadrado latino, todos los factores deben tener el mismo número de niveles, K , y el número de observaciones necesarias sigue siendo K^2 . Este diseño es, por tanto, una fracción del diseño completo en bloques aleatorizados con un factor principal y tres factores secundarios que requeriría K^4 observaciones.

La Tabla siguiente ilustra un cuadrado greco-latino para $K=4$

Cuadrado G-L 4			
A	B	C	D
α	β	γ	δ
D	C	B	A
γ	δ	α	β
B	A	D	C
δ	γ	β	α
C	D	A	B
β	α	δ	γ

Tabla 7: Ejemplo de un cuadrado greco-latino para $K=4$

Este diseño lo estudiaremos a continuación mediante el supuesto práctico 6.

5.1. Supuesto práctico 6

Para comprobar el rendimiento de un proceso químico en cinco tiempos de reposo, se consideran cinco lotes de materia prima que reaccionan con cinco concentraciones de ácido distintas a cinco temperaturas distintas, de manera que cada lote de materia prima con cada concentración de ácido y cada temperatura se someten a un tiempo de reposo. Tanto la asignación de los tiempos de reposo a los lotes de materia prima, como las concentraciones de ácido, y las temperaturas, se hizo de forma aleatoria. En este estudio el científico considera que tanto los lotes de materia prima, las concentraciones y las temperaturas pueden influir en el rendimiento del proceso, por lo que los considera como variables de bloque cada una con cinco niveles y decide plantear un diseño por cuadrados greco-latinos como el que muestra en la siguiente tabla

rendimiento					
	concentracion de acido				
Lote	1	2	3	4	5
Lote 1	26	21	19	13	21
	A α	B β	C γ	D δ	E η
Lote 2	22	26	24	16	20
	B γ	C δ	D η	E α	A β
Lote 3	29	26	19	18	16
	C η	D α	E β	A γ	B δ
Lote 4	32	15	14	19	27
	D β	E γ	A δ	B η	C α
Lote 5	25	18	19	25	21
	E δ	A η	B α	C β	D γ

Tabla 8: Tabla de datos del Supuesto Práctico 6

La variable respuesta que vamos a estudiar es el rendimiento del proceso químico. El factor principal es tiempo de reposo que se presenta con cinco niveles.

- Variable respuesta: Rendimiento Factor: Tiempos de reposo que tiene cinco niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido que niveles concretos se van a utilizar.
- Bloques: Lotes, Concentraciones y Temperaturas, cada uno con cinco niveles y de efectos fijos.
- Tamaño del experimento: Número total de observaciones (25).

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

En este caso lo hacemos en un archivo de texto.

Tenemos en cuenta que para que el ejercicio esté realizado de forma correcta los datos tienen que estar introducidos tal y como vienen en la imagen, es decir, las observaciones en una sola columna y a continuación especificado su tratamiento, su bloque correspondiente y después la letra latina y griega correspondiente (En este caso hemos cambiado las letras griegas como las últimas del alfabeto latino por facilidad a la hora de escribirlas).

Para cargar los datos utilizamos la función `read.table` indicando el nombre del archivo (que debe de estar en el directorio de trabajo) e indicando además que tiene cabecera.

```
> greco <- read.table("supuesto6.txt", header = TRUE, dec= ",",")
> greco
```

	Observaciones	Lotes	Concentraciones	Tiempo_de_reposo	Temperaturas
1	26	Lote1	1	A	Z
2	21	Lote1	2	B	Y
3	19	Lote1	3	C	X
4	13	Lote1	5	D	W
5	21	Lote1	5	E	V
6	22	Lote2	1	B	X
7	26	Lote2	2	C	W
8	24	Lote2	3	D	V
9	16	Lote2	4	E	Z
10	20	Lote2	5	A	Y
11	29	Lote3	1	C	V
12	26	Lote3	2	D	Z
13	19	Lote3	3	E	Y
14	18	Lote3	4	A	X
15	16	Lote3	5	B	W
16	32	Lote4	1	D	Y
17	15	Lote4	2	E	X
18	14	Lote4	3	A	W
19	19	Lote4	4	B	V
20	27	Lote4	5	C	Z
21	25	Lote5	1	E	W
22	18	Lote5	2	A	V
23	19	Lote5	3	B	Z
24	25	Lote5	4	C	Y
25	21	Lote5	5	D	X

A continuación debemos transformar tanto la columna de los tratamiento como la de los bloques en un factor para poder realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “`aov`” de la siguiente forma:

```
> greco$Lote <- factor(greco$Lote)
> greco$Temperaturas <- factor(greco$Temperaturas)
> greco$Tiempo_de_reposo <- factor(greco$Tiempo_de_reposo)
> greco$Concentraciones <- factor(greco$Concentraciones)
> mod1 <- aov(Observaciones ~ Lote + Concentraciones + Tiempo_de_reposo + Temperaturas, data = greco)
> mod1
```

Call:

```
aov(formula = Observaciones ~ Lote + Concentraciones + Tiempo_de_reposo +
    Temperaturas, data = greco)
```

Terms:

	Lote	Concentraciones	Tiempo_de_reposo	Temperaturas
Sum of Squares	9.7600	207.7607	155.0085	97.2516
Deg. of Freedom	4	4	4	4
Residuals				
Sum of Squares	100.7792			

Deg. of Freedom 8

Residual standard error: 3.549281

Estimated effects may be unbalanced

donde:

- Observaciones: Nombre de la columna de las observaciones
- Lote: Nombre de la columna en la que están representados los tratamientos
- Concentraciones = Nombre de la columna en la que está representado el primer factor bloque
- Tiempo_de_reposo = Nombre de la columna en la que está representado el segundo factor bloque (letras latinas)
- Temperaturas: Nombre de la columna en la que está representado el tercer factor bloque
- Data: data.frame en el que están guardados los datos

y posteriormente mostramos un resumen de los resultados con la función “summary” (verdadera tabla ANOVA):

```
> summary(mod1)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Lote	4	9.76	2.44	0.194	0.9349
Concentraciones	4	207.76	51.94	4.123	0.0420 *
Tiempo_de_reposo	4	155.01	38.75	3.076	0.0825 .
Temperaturas	4	97.25	24.31	1.930	0.1988
Residuals	8	100.78	12.60		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Observando los valores de los p-valores, 0.150, 0.053, 0.912 y 0.020, deducimos que el único efecto significativo, al nivel de significación del 5 %, es el efecto de las distintas concentraciones sobre el rendimiento del proceso químico.

6. Diseño en Cuadrados de Youden

Hemos estudiado que en el diseño en cuadrado latino se tiene que verificar que los tres factores tengan el mismo número de niveles, es decir que hay el mismo número de filas, de columnas y de letras latinas. Sin embargo, puede suceder que el número de niveles disponibles de uno de los factores de control sea menor que el número de tratamientos, en este caso estaríamos ante un diseño en cuadrado latino incompleto. Estos diseños fueron estudiados por W.J. Youden y se conocen con el nombre de cuadrados de Youden.

Este diseño lo estudiaremos a continuación mediante el supuesto práctico 7.

6.1. Supuesto práctico 7

Consideremos de nuevo el experimento sobre el rendimiento de un proceso químico en el que se está interesado en estudiar seis tiempos de reposo, A, B, C, D, E y F y se desea eliminar estadísticamente el efecto de los lotes materia prima y de las concentraciones de ácido distintas. Pero supongamos que sólo se dispone de cinco tipos de concentraciones. Para analizar este experimento se decidió utilizar un cuadrado de Youden con seis filas (los lotes de materia prima), cinco columnas (las distintas concentraciones) y seis letras latinas (los tiempos de reposo). Los datos correspondientes se muestran en la siguiente tabla.

	concentracion de acido				
Lote	1	2	3	4	5
Lote 1	12	24	10	18	21
	A	B	C	D	E
Lote 2	21	26	24	16	20
	B	C	D	E	F
Lote 3	20	16	19	18	16
	C	D	E	F	A
Lote 4	22	15	14	19	27
	D	E	F	A	B
Lote 5	15	13	17	25	21
	E	F	A	B	C
Lote 6	17	11	12	22	14
	F	A	B	C	D

Tabla 9: Tabla de datos del Supuesto Práctico 7

Observamos que este diseño se convierte en un cuadrado latino si se le añade la columna F, A, B, C, D y E. En general, un cuadrado de Youden podemos considerarlo como un cuadrado latino al que le falta al menos una columna. Sin embargo, un cuadrado latino no se convierte en un cuadrado de Youden eliminando arbitrariamente más de una columna.

El objetivo principal es estudiar la influencia de seis tiempos de reposo en el rendimiento de un proceso químico, por lo que se trata de un factor con seis niveles. Sin embargo, como los lotes de materia prima y las concentraciones son dos fuentes de variabilidad potencial, consideramos dos factores de bloque con seis y cinco niveles, respectivamente.

- Variable respuesta: Rendimiento
- Factor: Tiempo de reposo que tiene seis niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido que niveles concretos se van a utilizar.
- Bloques: Lotes y Concentraciones, con seis y cinco niveles, respectivamente y ambos son factores de efectos fijos.
- Tamaño del experimento: Número total de observaciones (30).
- Nombre: Rendimiento ; Tipo: Numérico ; Anchura: 2 ; Decimales: 0

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

En este caso lo hacemos en un archivo de texto.

Para cargar los datos utilizamos la función `read.table` indicando el nombre del archivo (que debe de estar en el directorio de trabajo) e indicando además que tiene cabecera.

```
> youden <- read.table("supuesto7.txt", header = TRUE)
> youden
```

	Observaciones	Lote	Concentraciones	Tiempo_de_reposo
1	12	Lote1	1	A
2	24	Lote1	2	B
3	10	Lote1	3	C
4	18	Lote1	4	D
5	21	Lote1	5	E
6	21	Lote2	1	B
7	26	Lote2	2	C
8	24	Lote2	3	D
9	16	Lote2	4	E
10	20	Lote2	5	F
11	20	Lote3	1	C
12	16	Lote3	2	D
13	19	Lote3	3	E
14	18	Lote3	4	F
15	16	Lote3	5	A
16	22	Lote4	1	D
17	15	Lote4	2	E
18	14	Lote4	3	F
19	19	Lote4	4	A
20	27	Lote4	5	B
21	15	Lote5	1	E
22	13	Lote5	2	F
23	17	Lote5	3	A
24	25	Lote5	4	B
25	21	Lote5	5	C
26	17	Lote6	1	F
27	11	Lote6	2	A
28	12	Lote6	3	B
29	22	Lote6	4	C
30	14	Lote6	5	D

A continuación debemos transformar tanto la columna de los tratamientos como la de los bloques en un factor para poder realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

```
> youden$Lote <- factor(youden$Lote)
> youden$Concentraciones <- factor(youden$Concentraciones)
> youden$Tiempo_de_reposo <- factor(youden$Tiempo_de_reposo)
```

Para cada factor realizamos una tabla ANOVA:

■ Factor principal:

Para evaluar el efecto de los tratamientos, la suma de cuadrados de tratamientos debe ajustarse por bloques, por lo tanto primero se introducen los bloques y después los tratamientos.

Para calcular la tabla ANOVA hacemos uso de la función “aov” (asume suma de cuadrados tipo I) de la siguiente forma:

```
> mod1 <- aov(Observaciones ~ Tiempo_de_reposo + Lote + Concentraciones, data = youden)
> mod1
```

Call:

```
aov(formula = Observaciones ~ Tiempo_de_reposo + Lote + Concentraciones,  
data = youden)
```

Terms:

	Tiempo_de_reposo	Lote	Concentraciones	Residuals
Sum of Squares	151.76667	112.73333	61.66667	282.00000
Deg. of Freedom	5	5	4	15

Residual standard error: 4.335897

Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(mod1)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Tiempo_de_reposo	5	151.77	30.35	1.615	0.216
Lote	5	112.73	22.55	1.199	0.356
Concentraciones	4	61.67	15.42	0.820	0.532
Residuals	15	282.00	18.80		

donde:

- Observaciones: Nombre de la columna de las observaciones.
 - Lote: Nombre de la columna en la que están representados los tratamientos.
 - Concentraciones: Nombre de la columna en la que está representado el primer factor bloque.
 - Tiempo_de_reposo: Nombre de la columna en la que está representado el segundo factor bloque (letras latinas).
 - data = data.frame en el que están guardados los datos.
- El p-valor, 0.532, es mayor que el nivel de significación del 5 %, deducimos que el factor principal: Concentraciones no es significativo.
- Factor Bloque: Lotes.

Para evaluar el efecto del primero de los bloques, la suma de cuadrados de bloques debe ajustarse por los tratamientos, por lo tanto primero se introducen los tratamientos y después los bloques:

```
> mod2 <- aov(Observaciones ~ Concentraciones +Tiempo_de_reposo + Lote , data = youden )  
> mod2
```

Call:

```
aov(formula = Observaciones ~ Concentraciones + Tiempo_de_reposo +  
Lote, data = youden)
```

Terms:

	Concentraciones	Tiempo_de_reposo	Lote	Residuals
Sum of Squares	61.66667	151.76667	112.73333	282.00000
Deg. of Freedom	4	5	5	15

Residual standard error: 4.335897

Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(mod2)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Concentraciones	4	61.67	15.42	0.820	0.532
Tiempo_de_reposo	5	151.77	30.35	1.615	0.216
Lote	5	112.73	22.55	1.199	0.356
Residuals	15	282.00	18.80		

El p-valor, 0.356, es mayor que el nivel de significación del 5 %, deducimos que el Factor Bloque: Lotes no es significativo.

- Factor Bloque:Tiempo_de_reposo

Para evaluar el efecto del segundo bloque, la suma de cuadrados de bloques debe ajustarse también por los tratamientos, por lo tanto primero se introducen los tratamientos y después los bloques:

```
> mod3 <- aov(Observaciones ~ Concentraciones + Lote +Tiempo_de_reposo , data = youden )
> mod3
```

Call:

```
aov(formula = Observaciones ~ Concentraciones + Lote + Tiempo_de_reposo,
     data = youden)
```

Terms:

	Concentraciones	Lote	Tiempo_de_reposo	Residuals
Sum of Squares	61.66667	111.36667	153.13333	282.00000
Deg. of Freedom	4	5	5	15

Residual standard error: 4.335897

Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(mod3)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Concentraciones	4	61.67	15.42	0.820	0.532
Lote	5	111.37	22.27	1.185	0.362
Tiempo_de_reposo	5	153.13	30.63	1.629	0.213
Residuals	15	282.00	18.80		

El p-valor es 0.213; mayor que el nivel de significación del 5 %, deducimos que Factor Bloque:Tiempo_de_reposo no es significativo.

7. Diseños Factoriales

En muchos experimentos es frecuente considerar dos o más factores y estudiar el efecto conjunto que dichos factores producen sobre la variable respuesta. Para resolver esta situación se utiliza el Diseño Factorial.

Se entiende por diseño factorial aquel diseño en el que se investigan todas las posibles combinaciones de los niveles de los factores en cada réplica del experimento. En estos diseños, los factores que intervienen tienen la misma importancia a priori y se supone por tanto, la posible presencia de interacción. En este epígrafe vamos a considerar únicamente modelos de efectos fijos.

7.1. Diseños factoriales con dos factores

En primer lugar vamos a estudiar los diseños más simples, es decir aquellos en los que intervienen sólo dos factores. Supongamos que hay a niveles para el factor A y b niveles del factor B, cada réplica del experimento contiene todas las posibles combinaciones de tratamientos, es decir contiene los ab tratamientos posibles.

7.1.1. El modelo sin replicación

7.1.2. Supuesto práctico 8

En unos laboratorios se está investigando sobre el tiempo de supervivencia de unos animales a los que se les suministra al azar tres tipos de venenos y cuatro antídotos distintos. Se pretende estudiar si los tiempos de supervivencia de los animales varían en función de las combinaciones veneno-antídoto. Los datos que se recogen en la tabla adjunta son los tiempos de supervivencia en horas.

Veneno	Antídoto			
	Antídoto 1	Antídoto 2	Antídoto 3	Antídoto 4
Veneno 1	4.5	11	4.5	7.1
Veneno 2	2.9	6.1	3.5	10.2
Veneno 3	2.1	3.7	2.5	3.6

Tabla 10: Tabla de datos del Supuesto Práctico 8

El objetivo principal es estudiar la influencia de tres tipos de venenos y 4 tipos de antídotos en el tiempo de supervivencia de unos determinados animales, por lo que se trata de un modelo con dos factores: el veneno (con tres niveles) y el antídoto (con cuatro niveles). La variable que va a medir las diferencias entre los tratamientos es el tiempo que sobreviven los animales. Se combinan todos los niveles de los dos factores por lo que tenemos en total doce tratamientos.

- Variable respuesta: Tiempo de supervivencia
- Factor: Tipo de veneno que tiene tres niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar.
- Factor: Tipo de antídoto que tiene cuatro niveles. Es un factor de efectos fijos ya que viene decidido qué niveles concretos se van a utilizar.
- Tamaño del experimento: Número total de observaciones (12).

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

En este caso lo hacemos en un archivo de texto

```
> factorial <- read.table("supuesto8.txt", header = TRUE)
> factorial
```

	Tiempo	Veneno	Antidoto
1	4.5	1	1
2	2.9	2	1
3	2.1	3	1

4	11.0	1	2
5	6.1	2	2
6	3.7	3	2
7	4.5	1	3
8	3.5	2	3
9	2.5	3	3
10	7.1	1	4
11	10.2	2	4
12	3.6	3	4

A continuación debemos transformar todas las columnas que contienen a los factores en un factor para podemos realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

```
> factorial$Antidoto <- factor(factorial$Antidoto)
> factorial$Veneno <- factor(factorial$Veneno)
```

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “aov” de la siguiente forma

```
> mod <- aov(Tiempo ~ Veneno + Antidoto , data = factorial )
> mod
```

Call:

```
aov(formula = Tiempo ~ Veneno + Antidoto, data = factorial)
```

Terms:

	Veneno	Antidoto	Residuals
Sum of Squares	30.58667	39.40917	23.89333
Deg. of Freedom	2	3	6

Residual standard error: 1.995551

Estimated effects may be unbalanced

y posteriormente mostramos un resumen de los resultados con la función “summary” (verdadera tabla ANOVA):

```
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Veneno	2	30.59	15.293	3.840	0.0844 .
Antidoto	3	39.41	13.136	3.299	0.0995 .
Residuals	6	23.89	3.982		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Esta Tabla ANOVA recoge la descomposición de la varianza considerando como fuente de variación los doce tratamientos o grupos que se forman al combinar los niveles de los dos factores. Mediante esta tabla se puede estudiar si varían los tiempos que sobreviven los animales en función de las combinaciones veneno-antídoto. Es decir, se pueden estudiar si existen diferencias significativas entre los tiempos medios de supervivencia con los distintos tipos de venenos y antídotos, pero no se puede estudiar si la efectividad de los antídotos es la misma para todos los venenos. Observando los p-valores, 0.084 y 0.099; mayores respectivamente que el nivel de significación del 5 %, deducimos que ningún efecto es significativo. Por lo tanto, no existen diferencias en los tiempos medios de supervivencia de los animales, en función de la pareja veneno-antídoto que se les suministra.

7.1.3. El modelo con replicación

7.1.4. Supuesto práctico 9

Consideremos el supuesto práctico anterior en el que realizamos dos réplicas por cada tratamiento. Los datos que se recogen en la tabla adjunta son los tiempos de supervivencia en horas de unos animales a los que se les suministra al azar tres venenos y cuatro antídotos. El objetivo es estudiar qué antídoto es el adecuado para cada veneno.

Veneno	Antídoto			
	Antídoto 1	Antídoto 2	Antídoto 3	Antídoto 4
Veneno 1	4.5	11.0	4.5	7.1
	4.3	7.2	7.6	6.2
Veneno 2	2.9	6.1	3.5	10.2
	2.3	12.4	4.0	3.8
Veneno 3	2.1	3.7	2.5	3.6
	2.3	2.9	2.2	3.3

Tabla 11: Tabla de datos del Supuesto Práctico 9

- Variable respuesta: Tiempo de supervivencia;
- Factor: Tipo de veneno (tres niveles).
- Factor: Tipo de antídoto (cuatro niveles).
- Ambos factores de efectos fijos.
- Tamaño del experimento: Número total de observaciones (24).

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

En este caso lo hacemos en un archivo de texto:

```
> factorial <- read.table("supuesto9.txt", header = TRUE)
> factorial
```

	Tiempo	Veneno	Antidoto
1	4.5	1	1
2	4.3	1	1
3	2.9	2	1
4	2.3	2	1
5	2.1	3	1
6	2.3	3	1
7	11.0	1	2
8	7.2	1	2
9	6.1	2	2
10	12.4	2	2
11	3.7	3	2
12	2.9	3	2

13	4.5	1	3
14	7.6	1	3
15	3.5	2	3
16	4.0	2	3
17	2.5	3	3
18	2.2	3	3
19	7.1	1	4
20	6.2	1	4
21	10.2	2	4
22	3.8	2	4
23	3.6	3	4
24	3.3	3	4

A continuación debemos transformar todas las columnas que contienen a los factores en un factor para podemos realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

```
> factorial$Veneno <- factor(factorial$Veneno)
> factorial$Antidoto <- factor(factorial$Antidoto)
```

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “aov” de la siguiente forma:

```
> mod <- aov(Tiempo ~ Veneno * Antidoto , data = factorial )
> mod
```

Call:

```
aov(formula = Tiempo ~ Veneno * Antidoto, data = factorial)
```

Terms:

	Veneno	Antidoto	Veneno:Antidoto	Residuals
Sum of Squares	60.44333	60.26167	20.36333	53.51000
Deg. of Freedom	2	3	6	12

Residual standard error: 2.111674
Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Veneno	2	60.44	30.222	6.777	0.0107 *
Antidoto	3	60.26	20.087	4.505	0.0245 *
Veneno:Antidoto	6	20.36	3.394	0.761	0.6138
Residuals	12	53.51	4.459		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

La Tabla ANOVA muestra las filas de Tipo_veneno, Tipo_antídoto y Tipo_veneno*Tipo_antídoto que corresponde a la variabilidad debida a los efectos de cada uno de los factores y de la interacción entre ambos.

Las preguntas que nos planteamos son: ¿Los venenos son igual de peligrosos? ¿Y los antídotos son igual de efectivos? La efectividad de los antídotos, ¿es la misma para todos los venenos? Para responder a estas preguntas, comenzamos comprobando si el efecto de los antídotos es el mismo para todos los venenos. Para ello observamos el valor del estadístico ($F_{exp} = 0.761$) que contrasta la hipótesis correspondiente a la interacción entre ambos factores. Dicho valor deja a la derecha un Sig. = 0.614, mayor que el nivel de significación 0.05. Por lo tanto la interacción entre ambos factores no es significativa y debemos eliminarla del modelo. Construimos de nuevo la Tabla ANOVA en la que sólo figurarán los efectos principales

```
> mod <- aov(Tiempo ~ Veneno + Antidoto , data = factorial )
> mod

Call:
aov(formula = Tiempo ~ Veneno + Antidoto, data = factorial)

Terms:
              Veneno Antidoto Residuals
Sum of Squares  60.44333  60.26167  73.87333
Deg. of Freedom      2         3      18

Residual standard error: 2.025851
Estimated effects may be unbalanced

> summary(mod)

      Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
Veneno   2  60.44   30.222    7.364 0.0046 **
Antidoto  3  60.26   20.087    4.894 0.0117 *
Residuals 18  73.87    4.104
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Esta tabla muestra dos únicas fuentes de variación, lo efectos principales de los dos factores (Tipo_veneno y Tipo_antídoto), y se ha suprimido la interacción entre ambos. Se observa que el valor de la Suma de Cuadrados del error de este modelo (73.873) se ha formado con los valores de las Sumas de cuadrados del error y de la interacción del modelo anterior ($20.363 + 53.510 = 73.873$). Observando los valores de los p-valores, 0.0046 y 0.0117 asociados a los contrastes principales, se deduce que los dos efectos son significativos a un nivel de significación del 5 %. Deducimos que ni la gravedad de los venenos es la misma, ni la efectividad de los antídotos, pero dicha efectividad no depende del tipo de veneno con el que se administre ya que la interacción no es significativa.

7.2. Diseños factoriales con tres factores

Supongamos que hay a niveles para el factor A, b niveles del factor B y c niveles para el factor C y que cada réplica del experimento contiene todas las posibles combinaciones de tratamientos, es decir contiene los abc tratamientos posibles.

7.2.1. El modelo sin replicación

En este modelo la variabilidad total se descompone en:

$$SCT = SCA + SCB + SCC + SC(AB) + SC(AC) + SC(BC) + SC(ABC) + SCR$$

Que representan:

- SCT : Suma de Cuadrados Total,
- SCA, SCB, SCC: Suma de Cuadrados entre los niveles de A, de B y de C, respectivamente
- SC(AB), SC(AC), SC(BC), SC(ABC), SCR: Suma de Cuadrados de las interacciones $A \times B$, $A \times C$, $B \times C$, $A \times B \times C$ y del error, respectivamente.

A partir de la ecuación básica del Análisis de la Varianza se pueden construir los cuadrados medios definidos como:

- Cuadrado medio total: $CMT = (SCT)/(n-1)$

- Cuadrado medio de A: $CMA = (SCA) / (a-1)$
- Cuadrado medio de B: $CMB = (SCB) / (b-1)$
- Cuadrado medio de C: $CMC = (SCC) / (c-1)$
- Cuadrado medio de las interacciones: $A \times B: CM(AB) = (SC(AB)) / ((a-1)(b-1))$;
 $A \times C: CM(AC) = (SC(AC)) / ((a-1)(c-1))$;
 $B \times C: CM(BC) = (SC(BC)) / ((b-1)(c-1))$;
 $A \times B \times C: CM(ABC) = (SC(ABC)) / ((a-1)(b-1)(c-1))$
 Cuadrado medio residual: $CMR = (SCR) / ((a-1)(b-1)(c-1))$

Al tratarse de un modelo sin replicación, los contrastes sólo se pueden realizar si se supone que la interacción de tercer orden es cero. En esta hipótesis, $CM(ABC) = CMR$ y los contrastes de cada uno de los factores e interacciones comparan su cuadrado medio correspondiente con la varianza residual para construir el estadístico de contraste. El objetivo del análisis es realizar los contrastes sobre los efectos principales y las interacciones de orden dos.

7.2.2. Supuesto práctico 10

En una fábrica de refrescos está haciendo unos estudios en la planta embotelladora. El objetivo es obtener más uniformidad en el llenado de las botellas. La máquina de llenado teóricamente llena cada botella a la altura correcta, pero en la práctica hay variación, y la embotelladora desea entender mejor las fuentes de esta variabilidad para eventualmente reducirla. En el proceso se pueden controlar tres factores durante el proceso de llenado: El % de carbonato (factor A), la presión del llenado (factor B) y el número de botellas llenadas por minuto que llamaremos velocidad de la línea (factor C). Se consideran tres niveles para el factor A (10 %, 12 %, 14 %), dos niveles para el factor B (25psi, 30psi) y dos niveles para el factor C (200bpm, 250bpm). Los datos recogidos de la desviación de la altura objetivo se muestran en la tabla adjunta

	Presión (B)			
	25 psi		30 psi	
	Velocidad (C)		Velocidad (C)	
% de Carbono (A)	200	250	200	250
10	10	3	5	-1
12	11	2	5	-3
14	2	4	-3	1

Tabla 12: Tabla de datos del Supuesto Práctico 10

La variable respuesta de este experimento es la Desviación que se produce en la altura de llenado en las botellas de refresco, siendo dichas botellas las unidades experimentales. En estas desviaciones de la altura de llenado marcada como objetivo intervienen tres factores: Porcentaje de carbono que presenta tres niveles 10 %, 12 % y 14 %; Presión, con dos niveles 25 psi y 30 psi y Velocidad, con dos niveles 200 y 250. Los niveles de los factores han sido fijados por el experimentador, por lo que todos los factores son de efectos fijos. Se trata de un diseño trifactorial de efectos fijos, donde el número de tratamientos es $3 \times 2 \times 2 = 12$.

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

En este caso lo hacemos en un archivo de texto:

Para cargar los datos utilizamos la función `read.table` indicando el nombre del archivo (que debe de estar en el directorio de trabajo) e indicando además que tiene cabecera.

	Altura	Carbono	Presion	Velocidad
1	10	10	25	200
2	11	12	25	200
3	2	14	25	200
4	3	10	25	250
5	2	12	25	250
6	4	14	25	250
7	5	10	30	200
8	5	12	30	200
9	-3	14	30	200
10	-1	10	30	250
11	-3	12	30	250
12	1	14	30	250

A continuación debemos transformar la tres columnas en factores para poder realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

```
> factorial$Carbono <- factor(factorial$Carbono)
> factorial$Velocidad <- factor(factorial$Velocidad)
> factorial$Presion <- factor(factorial$Presion)
```

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “aov” de la siguiente forma:

```
> mod <- aov(Altura~ Carbono + Presion + Velocidad + Carbono*Presion + Carbono*Velocidad +
+           Presion*Velocidad , data = factorial )
```

donde:

- Altura: Nombre de la columna de las observaciones
- Carbono: Nombre de la columna en la que está representado el primer factor
- Presion: Nombre de la columna en la que está representado el segundo factor
- Velocidad: Nombre de la columna en la que está representado el tercer factor
- Carbono*Presion, Carbono*Velocidad y Presion*Velocidad hace referencia a las distintas interacciones.
- data= data.frame en el que están guardados los datos

$$> \text{mod}$$

Call:

```
aov(formula = Altura ~ Carbono + Presion + Velocidad + Carbono *
     Presion + Carbono * Velocidad + Presion * Velocidad, data = factorial)
```

Terms:

	Carbono	Presion	Velocidad	Carbono:Presion	Carbono:Velocidad
Sum of Squares	24.50000	65.33333	48.00000	1.16667	75.50000
Deg. of Freedom	2	1	1	2	2
	Presion:Velocidad		Residuals		
Sum of Squares		1.33333	0.16667		
Deg. of Freedom		1	2		

Residual standard error: 0.2886751
Estimated effects may be unbalanced

```
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Carbono	2	24.50	12.25	147	0.00676 **
Presion	1	65.33	65.33	784	0.00127 **
Velocidad	1	48.00	48.00	576	0.00173 **
Carbono:Presion	2	1.17	0.58	7	0.12500
Carbono:Velocidad	2	75.50	37.75	453	0.00220 **
Presion:Velocidad	1	1.33	1.33	16	0.05719 .
Residuals	2	0.17	0.08		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

La Tabla ANOVA muestra las filas de Carbono, Presión, Velocidad, Carbono*Presión, Carbono*Velocidad y Presión*Velocidad que corresponden a la variabilidad debida a los efectos de cada uno de los factores y a las interacciones de orden dos entre ambos. En dicha Tabla se indica que para un nivel de significación del 5% los efectos que no son significativos del modelo planteado son las interacciones entre los factores Carbono*Presión y Presión*Velocidad ya que los p-valores correspondientes a estos efectos son 0.125 y 0.057 mayores que el nivel de significación.

Como consecuencia de este resultado, replanteamos el modelo suprimiendo en primer lugar el efecto Carbono*Presión, para resolverlo suprimimos la interacción Carbono*Presión. La tabla ANOVA que corresponde a este modelo es la siguiente:

```
> mod <- aov(Altura~ Carbono + Presion + Velocidad + Carbono*Velocidad + Presion*Velocidad , data = factorial)
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Carbono	2	24.50	12.25	36.75	0.002664 **
Presion	1	65.33	65.33	196.00	0.000151 ***
Velocidad	1	48.00	48.00	144.00	0.000276 ***
Carbono:Velocidad	2	75.50	37.75	113.25	0.000301 ***
Presion:Velocidad	1	1.33	1.33	4.00	0.116117
Residuals	4	1.33	0.33		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

El efecto Presión*Velocidad sigue siendo no significativo por lo que lo suprimimos del modelo, para resolverlo suprimimos la interacción Presión*Velocidad. La tabla ANOVA que corresponde a este modelo es la siguiente:

```
> mod <- aov(Altura~ Carbono + Presion + Velocidad + Carbono*Velocidad, data = factorial)
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Carbono	2	24.50	12.25	22.97	0.003019 **
Presion	1	65.33	65.33	122.50	0.000105 ***
Velocidad	1	48.00	48.00	90.00	0.000220 ***
Carbono:Velocidad	2	75.50	37.75	70.78	0.000215 ***
Residuals	5	2.67	0.53		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Todos los efectos de este último modelo planteado son significativos y por lo tanto es en este modelo donde vamos a realizar el estudio. Existen diferencias significativas entre los distintos porcentajes del Carbono, los dos tipos de presión, las dos velocidades de llenado y la interacción entre el porcentaje de Carbono y la Velocidad de llenado.

7.2.3. Diseño factorial de tres factores con replicación

7.2.4. Supuesto práctico 11

Consideremos el supuesto práctico anterior en el que realizamos dos réplicas por cada tratamiento. En la Tabla adjunta se muestran los datos recogidos de la desviación de la altura objetivo de las botellas de refresco. En el proceso de llenado, la embotelladora puede controlar tres factores durante el proceso: El porcentaje de carbonato (factor A) con tres niveles (10 %, 12 %, 14 %), la presión del llenado (factor B) con dos niveles (25psi, 30psi) y el número de botellas llenadas por minuto que llamaremos velocidad de la línea (factor C) con dos niveles (200bpm, 250bpm).

	Presión (B)			
	25 psi		30 psi	
	Velocidad (C)		Velocidad (C)	
% de Carbono (A)	200	250	200	250
10	10	3	5	-1
	20	5	9	-3
12	11	2	5	-3
	9	5	4	2
14	2	4	-3	1
	-1	7	-2	3

Tabla 13: Tabla de datos del Supuesto Práctico11

La variable respuesta de este experimento es la Desviación que se produce de la altura objetivo en el llenado en las botellas de refresco. Los factores son: Porcentaje de Carbono que presenta tres niveles 10 %, 12 % y 14 %; Presión, con dos niveles 25 psi y 30 psi y Velocidad, con dos niveles 200 y 250. Los niveles de los factores han sido fijados por el experimentador, por lo que todos los factores son de efectos fijos. Se trata de un diseño trifactorial de efectos fijos, donde el número de tratamientos es $3 \times 2 \times 2 = 12$ y el número de observaciones 24.

Para realizar este supuesto en R debemos introducir primero los datos de forma correcta. Podemos introducir los datos directamente en R de forma manual o introducirlos previamente en un archivo de texto o Excel y leerlos en R.

Para cargar los datos utilizamos la función `read.table` indicando el nombre del archivo (que debe de estar en el directorio de trabajo) e indicando además que tiene cabecera.

```
> factorial <- read.table("supuesto11.txt", header = TRUE)
> factorial
```

	Altura	Carbono	Presion	Velocidad
1	10	10	25	200
2	20	10	25	200
3	11	12	25	200
4	9	12	25	200
5	2	14	25	200
6	-1	14	25	200
7	3	10	25	250
8	5	10	25	250

9	2	12	25	250
10	5	12	25	250
11	4	14	25	250
12	7	14	25	250
13	5	10	30	200
14	9	10	30	200
15	5	12	30	200
16	4	12	30	200
17	-3	14	30	200
18	-2	14	30	200
19	-1	10	30	250
20	-3	10	30	250
21	-3	12	30	250
22	2	12	30	250
23	1	14	30	250
24	3	14	30	250

A continuación debemos transformar las tres columnas en factores para poder realizar los cálculos posteriores adecuadamente.

```
> factorial$Carbono <- factor(factorial$Carbono)
> factorial$Velocidad <- factor(factorial$Velocidad)
> factorial$Presion <- factor(factorial$Presion)
```

Para calcular la tabla ANOVA primero hacemos uso de la función “aov” de la siguiente forma:

```
> mod <- aov(Altura ~ Carbono + Presion + Velocidad + Carbono*Presion + Carbono*Velocidad + Presion*Velocidad, data = data.frame)
```

donde:

- Altura: Nombre de la columna de las observaciones
- Carbono: Nombre de la columna en la que está representado el primer factor
- Presion: Nombre de la columna en la que está representado el segundo factor
- Velocidad: Nombre de la columna en la que está representado el tercer factor Carbono*Presion, Carbono*Velocidad, Presion*Velocidad y Carbono*Velocidad*Presion hace referencia a las distintas interacciones.
- data= data.frame en el que están guardados los datos

y posteriormente mostramos un resumen de los resultados con la función “summary” (verdadera tabla ANOVA):

```
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
Carbono	2	88.08	44.04	5.683	0.018350	*
Presion	1	150.00	150.00	19.355	0.000866	***
Velocidad	1	80.67	80.67	10.409	0.007270	**
Carbono:Presion	2	14.25	7.12	0.919	0.425122	
Carbono:Velocidad	2	230.58	115.29	14.876	0.000564	***
Presion:Velocidad	1	1.50	1.50	0.194	0.667799	
Carbono:Presion:Velocidad	2	1.75	0.88	0.113	0.894175	
Residuals	12	93.00	7.75			

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

La Tabla ANOVA muestra las filas de Carbono, Presión, Velocidad, Carbono*Presión, Carbono*Velocidad, Presión*Velocidad y Carbono*Presión*Velocidad que corresponden a la variabilidad debida a los efectos de cada uno de los factores, a las interacciones de orden dos y orden tres entre los factores. En dicha Tabla se indica que para un nivel de significación del 5 % los efectos que no son significativos del modelo planteado son las interacciones entre los factores, Carbono*Presión y Presión*Velocidad y Carbono*Presión*Velocidad ya que los p-valores correspondientes a estos efectos son 0.425, 0.668 y 0.894 mayores que el nivel de significación.

Como consecuencia de este resultado, replanteamos el modelo suprimiendo en primer lugar el efecto Carbono*Presión*Velocidad, cuya significación es mayor

```
> mod <- aov(Altura~ Carbono + Presion + Velocidad + Carbono*Presion + Carbono*Velocidad + Presion*Velocidad, data = factorial)
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Carbono	2	88.08	44.04	6.507	0.010038 *
Presion	1	150.00	150.00	22.164	0.000336 ***
Velocidad	1	80.67	80.67	11.919	0.003886 **
Carbono:Presion	2	14.25	7.12	1.053	0.375033
Carbono:Velocidad	2	230.58	115.29	17.035	0.000178 ***
Presion:Velocidad	1	1.50	1.50	0.222	0.645047
Residuals	14	94.75	6.77		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Los efectos Carbono*Presión y Presión*Velocidad siguen siendo no significativos.

Suprimimos el efecto Presión*Velocidad que tiene una no significatividad más alta:

```
> mod <- aov(Altura~ Carbono + Presion + Velocidad + Carbono*Presion + Carbono*Velocidad, data = factorial)
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Carbono	2	88.08	44.04	6.864	0.007647 **
Presion	1	150.00	150.00	23.377	0.000218 ***
Velocidad	1	80.67	80.67	12.571	0.002935 **
Carbono:Presion	2	14.25	7.12	1.110	0.355049
Carbono:Velocidad	2	230.58	115.29	17.968	0.000104 ***
Residuals	15	96.25	6.42		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

El efecto Carbono*Presión sigue siendo no significativo por lo tanto lo suprimimos y replanteamos el siguiente modelo matemático

```
> mod <- aov(Altura~ Carbono + Presion + Velocidad + Carbono*Velocidad, data = factorial)
> summary(mod)
```

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
Carbono	2	88.08	44.04	6.776	0.006856 **
Presion	1	150.00	150.00	23.077	0.000166 ***
Velocidad	1	80.67	80.67	12.410	0.002612 **
Carbono:Velocidad	2	230.58	115.29	17.737	6.91e-05 ***
Residuals	17	110.50	6.50		

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Todos los efectos de este último modelo planteado son significativos y por lo tanto es en este modelo donde vamos a realizar el estudio. Existen diferencias significativas entre los distintos porcentajes del Carbono, los dos tipos de presión, las dos velocidades de llenado y la interacción entre el porcentaje de Carbono y la Velocidad de llenado.