

## Exerciții

1. Determinați următoarele integrale duble:

a)  $\iint_A (x+3y) dx dy$ , unde  $A$  este mulțimea plană mărginită de  $y=x^2+3$ ,  $y=-x^2+2$ ,  $x=-1$  și  $x=3$ .

b)  $\iint_A \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$ , unde  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ .

c)  $\iint_A y dx dy$ , unde  $A$  este mulțimea plană limitată de  $y=x^2-4x+3$  și  $y=-x^2+x+1$ .

d)  $\iint_A x dx dy$ , unde  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq x \leq 1\}$ .

e)  $\iint_A e^{\sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}}} dx dy$ , unde  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1, x \leq 0, y \geq 0\}$ .

f)  $\iint_A e^{x^2+y^2} dx dy$ , unde  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2+y^2 \leq 9, y \leq 0\}$ .

g)  $\iint_A e^{1-\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}} dx dy$ , unde  $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} \leq 1, y \geq 0\}$ .

h)  $\iint_A xy dx dy$ , unde  $A$  este mulțimea plană mărgi-

nită de  $x=y^2$  și  $y=x$ .

i)  $\iint_A xy \, dx \, dy$ , unde  $A$  este mulțimea plană mărginită de  $y=x^2$  și  $x=y^2$ .

j)  $\iint_A \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16}} \, dx \, dy$ , unde  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} \leq 1, y \leq 0\}$ .

k)  $\iint_A x \, dx \, dy$ , unde  $A$  este mulțimea plană limitată de triunghiul  $BCD$ ,  $B(1,1)$ ,  $C(2,6)$ ,  $D(6,3)$ .

l)  $\iint_A y \, dx \, dy$ , unde  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2x + 4y\}$ .

m)  $\iint_A y \, dx \, dy$ , unde  $A$  este mulțimea plană mărginită de  $x=0$ ,  $x=2y-1$ ,  $y=x$  și  $y=2$ .

n)  $\iint_A (x+y) \, dx \, dy$ , unde  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2y + 3\}$ .

2. Calculați următoarele integrale triple:

a)  $\iiint_A xy \, dx \, dy \, dz$ , unde  $A = [1, 2] \times [3, 4] \times [7, 8]$ .

b)  $\iiint_A (x+y) \, dx \, dy \, dz$ , unde  $A = [0, 2] \times [-1, 2] \times [-2, -1]$ .

c)  $\iiint_A y \, dx \, dy \, dz$ , unde  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$ .

d)  $\iiint_A x \, dx \, dy \, dz$ , unde  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in B, x^2 + y^2 - 1 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}$  si  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq \frac{3}{2}\}$ .

e)  $\iiint_A 1 \, dx \, dy \, dz$ , unde  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in B, \frac{x^2 + y^2 + 5}{2} \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$  si  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

f)  $\iiint_A \left( \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} \right) dx \, dy \, dz$ , unde  $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{25} \leq 1, y \leq 0, z \geq 0\}$ .