Universitatea din Bucureşti | 13 iunie 2020, 08:00–10:30
Facultatea de Matematică şi Informatică

NUME:	....
PRENUME:	....
GRUPA:	....
NR.CRT. - VARIANTA:	....

INSTRUCŢIUNI

1. Varianta se va alege conform următoarelor condiţii:
   - Dacă Nr. Crt. < 9 numărul variantei conicide cu Nr. Crt.;
   - Dacă Nr. Crt. este multiplul lui 9, atunci se alege $V9$;
   - Altfel, varianta se alege conform restului împărţirii Nr. Crt. la 9.
2. Problemele vor fi rezolvate pe coli de hârtie numerotate corespunzător, menţionându-se numărul problemei.
3. Pe prima pagină a rezolvării fiecarei probleme, vor fi scrise **cu litere de tipar** `numele şi prenumele studentului, grupa acestuia precum şi Nr. Crt. - Varianta.`
4. Fiecare problemă trebuie să aibă cel puţin o pagină alocată rezolvării sale chiar dacă respectiva problemă nu se poate rezolva.
5. **TIMP DE LUCRU, inclusiv transmiterea lucrărilor: 150 minute, i.e. 8:00–10:30.**
6. Lucrarea va fi trimisă prin email ca fişier PDF atât titularului de curs (Lect. dr. Raisa PAŞCAN: `pascanraisa@fmi.unibuc.ro`), cât şi titularului de seminar (As. dr. Liliana MITRE: `liliana.siretchi@gmail.com`). Numele fişierului va fi denumit cu `Examen CN - Nume si prenume student, Grupa 15X`

Calcul Numeric –Subiecte Examen 2020

I. Să se rezolve conform metodei de factorizare LU sistemul de mai jos. Factorizarea LU se va efectua folosind metoda Gauss cu pivotare parţială.

V1

$$\begin{cases} 10x_1 + 30x_2 + 16x_3 = 118 \\ 2x_1 + 15x_2 + 7x_3 = 53 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 21 \end{cases}$$

V2

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 18 \\ 3x_1 + 28x_2 + 23x_3 = 76 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$

V3

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 10 \end{cases}$$

V4

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + 17x_2 + 20x_3 = 33 \\ 2x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 16 \end{cases}$$

V5

$$\begin{cases} 12x_1 + 9x_2 + 17x_3 = 31 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 12 \\ 20x_1 + 22x_2 + 38x_3 = 50 \end{cases}$$

V6

$$\begin{cases} 9x_1 + 18x_2 + 19x_3 = 84 \\ 15x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 47 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$

V7

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 25 \\ 5x_1 + 13x_2 + 12x_3 = 77 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

V8

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 11x_2 + 11x_3 = 58 \\ 15x_1 + 19x_2 + 22x_3 = 119 \end{cases}$$

V9

$$\begin{cases} 15x_1 + 6x_2 + 14x_3 = 94 \\ 25x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 120 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 23 \end{cases}$$

II. Să se afle polinomul de interpolare Lagrange $P_3(x)$ asociat funcţiei $y = f(x)$ conform metodei Newton cu diferenţe divizate, relativ la diviziunea $x = (x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4)$. Valorile functiei $y_i = f(x_i)$ se vor calcula cu ajutorul calculatorului. Toate rezultatele se vor scrie cu 3 cifre dupa virgula.

V1 $f(x) = ln(x), x = (1,\ 2,\ 3,\ 5)$

V2 $f(x) = sin(x), x = (0, \pi/6, \pi/3, \pi/2)$

V3 $f(x) = e^{\frac{x}{2}}, x = (0,\ 1,\ 2,\ 4)$

V4 $f(x) = cos(x), x = (0, \pi/6, \pi/3, \pi/2)$

V5 $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}, x = (-1,\ 0,\ 1,\ 4)$

V6 $f(x) = \dfrac{4}{x}, x = (1,\ 2,\ 4,\ 6)$

V7 $f(x) = \sqrt{x}, x = (1,\ 3,\ 5,\ 6)$

V8 $f(x) = sin(2x), x = (0, \pi/12, \pi/6, \pi/4)$

V9 $f(x) = ln(2x), x = (1,\ 2,\ 3,\ 5)$

III. Să se afle funcţia de interpolare spline pătratică S pentru funcţia $y = f(x)$ relativ la diviziunea $x = (x_1,\ x_2,\ x_3)$. Valorile functiei $y_i = f(x_i)$ se vor calcula cu ajutorul calculatorului. Toate rezultatele se vor scrie cu 3 cifre dupa virgula.

V1 $f(x) = ln(x), x = (1,\ 2,\ 3)$

V2 $f(x) = sin(x), x = (0, \pi/6, \pi/3)$

V3 $f(x) = e^{\frac{x}{2}}, x = (0,\ 1,\ 2)$

V4 $f(x) = cos(x), x = (0, \pi/6, \pi/3)$

V5 $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}, x = (-1,\ 0,\ 1)$

V6 $f(x) = \dfrac{4}{x}, x = (1,\ 2,\ 4)$

V7 $f(x) = \sqrt{x}, x = (1,\ 3,\ 5)$

V8 $f(x) = sin(2x), x = (0, \pi/12, \pi/6)$

V9 $f(x) = ln(2x), x = (1,\ 2,\ 3)$

IV. Fie $I = \int_a^b f(x)dx$. Să se calculeze integrala exactă. Să se aproximeze numeric integrala folosind datele din variantă. Să se calculeze eroarea absolută.

V1 $a = 0, b = 1, f(x) = x^2, 5$ noduri, metoda trapezului sumată.

V2 $a = 1, b = 2, f(x) = x^3, 4$ noduri, metoda trapezului sumată.

V3 $a = 0, b = \pi, f(x) = sin(x), 4$ noduri, metoda trapezului sumată.

V4 $a = 0, b = 1, f(x) = x^2, 5$ noduri, metoda Simpson sumată.

V5 $a = 1, b = 2, f(x) = x^3, 5$ noduri, metoda Simpson sumată.

V6 $a = 0, b = \pi, f(x) = sin(x), 5$ noduri, metoda Simpson sumată.

V7 $a = 0, b = 1, f(x) = x^2, 5$ noduri, metoda dreptunghiului sumată.

V8 $a = 1, b = 2, f(x) = x^3, 5$ noduri, metoda dreptunghiului sumată.

V9 $a = 0, b = \pi, f(x) = sin(x), 5$ noduri, metoda dreptunghiului sumată.

V. V1 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(h/3), \varphi(h/9)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^3)$, folosind metoda Richardson.

V2 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(h/4), \varphi(h/16)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^3)$, folosind metoda Richardson.

V3 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(2h), \varphi(4h)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^3)$, folosind metoda Richardson.

V4 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(3h), \varphi(9h)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^3)$, folosind metoda Richardson.

V5 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_1 h + a_2 h^2 + a_3 h^3 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(4h), \varphi(16h)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^3)$, folosind metoda Richardson.

V6 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h^2)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(h/3), \varphi(h/9)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^4)$, folosind metoda Richardson.

V7 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h^2)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(h/2), \varphi(h/4)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^4)$, folosind metoda Richardson.

V8 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h^2)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(h/4), \varphi(h/16)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^4)$, folosind metoda Richardson.

V9 Presupunem că $\varphi(h)$ este aproximarea derivatei $f'(x_0)$ de ordinul $\mathcal{O}(h^2)$ şi $f'(x_0) = \varphi(h) + a_2 h^2 + a_3 h^3 + a_4 h^4 + ...$, unde a_1, a_2, a_3 sunt constante. Să se folosească valorile $\varphi(h), \varphi(2h), \varphi(4h)$ pentru a se construi o formulă de aproximare de ordinul $\mathcal{O}(h^4)$, folosind metoda Richardson.