Visión Por Computador (2015-2016)

`Grado en Ingeniería Informática`

`Universidad de Granada`

Cuestionario 2

Mª Cristina Heredia Gómez

17 de noviembre de 2015

Índice

Índice de figuras

1. ¿Identificar las diferencias esenciales entre el plano afín y el plano proyectivo? ¿Cuáles son sus consecuencias? Justificar la contestación.

La principal diferencia entre un plano afín y un plano proyectivo, es que en un plano afín tenemos que el paralelismo es una relación de equivalencia entre todas las líneas de tal plano, mientras que en un plano proyectivo, tenemos que cualesquiera dos líneas se cortan en un punto, único. Éste punto puede ser un "punto en el infinito" , siendo éste donde se cortan las líneas con una línea paralela.
Por esta razón, en un plano proyectivo tendremos que dadas dos rectas diferentes cualesquiera, estas tienen esactamente un punto en común, mientras que en un plano afín, dadas dos rectas diferentes cualesquiera, éstas no tendrán ningún punto en común.

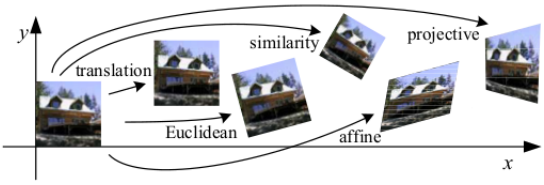

Figura 1.1: figura 3.45 del libro Richard Szeliski

Podemos pasar de un plano proyectivo a uno afín, quitando líneas no paralelas y los puntos que contienen, al igual que podemos pasar de un plano afín a un plano proyectivo, introduciendo una recta en el infinito.
Como podemos ver, la principal consecuencia que tenemos es que ,en un plano afín mantenemos el paralelismo, mientras que en un plano proyectivo mantenemos las líneas rectas y las distancias pero **el paralelismo se pierde**.

2. Verificar que en coordenadas homogéneas el vector de la recta definida por dos puntos puede calcularse como el producto vectorial de los vectores de los puntos ($l = x \cdot x'$). De igual modo el punto intersección de dos rectas l y l' está dado por $x = l \cdot l'$

Sea φ la aplicación que lleva de un plano afín a un plano proyectivo:

$$\varphi : A^2 \rightarrow P^2/(x, y) \rightarrow (x, y, 1)$$

Sean $P_1 = (x_1, y_1)$ y $P_2 = (x_2, y_2)$ ϵ A, dos puntos cualesquiera. Entonces sabemos que un vector de la recta definida por esos dos puntos, es:

$$\vec{v}_r = \overrightarrow{P_2 P_1}$$

donde $\vec{v}_{r1} = x_1 - x_2$ y $\vec{v}_{r2} = y_1 - y_2$ entonces, sustituyendo en la ecuación de la forma contigua, tenemos:

$$\frac{x - x_1}{\vec{v}_{r1}} = \frac{y - y_1}{\vec{v}_{r2}} \Rightarrow \frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

y despejando:

$$(x - x_1)(y_1 - y_2) = (x_1 - x_2)(y - y_1)$$

$$x \cdot y_1 - x \cdot y_2 - x_1 \cdot y_1 + x_1 \cdot y_2 = x_1 \cdot y - x_1 \cdot y_1 - y \cdot x_2 + y_1 \cdot x_2 \Rightarrow$$

$$x(y_1 - y_2) + x_1 y_2 = y(x_1 - x_2) + y_1 x_2 \Rightarrow$$

$$x(y_1 - y_2) - y(x_1 - x_2) + (x_1 y_2 - y_1 x_2) = 0$$

y por tanto el vector de la recta será:

$$\vec{v}_r = (y_1 - y_2, -x_1 + x_2, x_1 y_2 - y_1 x_2)$$

Calculemos ahora el producto vectorial de los dos puntos:

$$\vec{P1}\vec{P2} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_2 & 1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \vec{k} =$$

$$= (y_1 - y_2)\vec{i} - (x_1 - x_2)\vec{j} + (x_1 y_2 - x_2 y_1)\vec{k}$$

por lo que tenemos que las coordenadas del vector de la recta serían:

$$\vec{v}_r = (y_1 - y_2, -x_1 + x_2, x_1 y_2 - y_1 x_2)$$

obteniendo lo mismo que en el caso anterior. Por lo tanto, tendríamos que el vector de la recta definida por dos puntos puede calcularse como el producto vectorial de tales puntos.

3. **Sean x y l un punto y una recta respectivamente en un plano proyectivo P1 y suponemos que la recta l pasa por el punto x, es decir $l'^T x = 0$. Sean x' y l' un punto y una recta del plano proyectivo P' donde al igual que antes $l'^T x' = 0$. Supongamos que existe un homografía de puntos H entre ambos planos proyectivos, es decir $x' = Hx$. Deducir de las ecuaciones anteriores la expresión para la homografía G que relaciona los vectores de las rectas, es decir G tal que $l' = Gl$. Justificar la respuesta**

4. **Suponga la imagen de un plano en donde el vector l=(l 1 ,l 2 ,l 3) representa la proyección de la recta del infinito del plano en la imagen. Sabemos que si conseguimos aplicar a nuestra imagen una homografía G tal que si $l' = Gl$,siendo $l'T = (0, 0, 1)$ entonces habremos rectificado nuestra imagen llevándola de nuevo al plano afín. Suponiendo que la recta definida por l no pasa por el punto (0,0) del plano imagen. Encontrar la homografía G. Justificar la respuesta**

5. **Identificar los movimientos elementales (traslación, giro, escala, cizalla, proyectivo) representados por las homografías H1, H2, H3 y H4:**

$$H1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.1}$$

$$H2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.2}$$

$$H3 = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}5 & 0 \\ 0{,}5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.3}$$

$$H4 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \tag{5.4}$$

6. **¿Cuáles son las propiedades necesarias y suficientes para que una matriz defina una homografía entre planos? Justificar la respuesta**

7. **¿Qué propiedades de la geometría de un plano quedan invariantes si se aplicauna homografía general sobre él? Justificar la respuesta.**

8. **¿Cuál es la deformación geométrica más fuerte que se puede producir sobre la imagen de un plano por el punto de vista de la cámara? Justificar la respuesta.**

9. **¿Qué información de la imagen usa el detector de Harris para seleccionar puntos? ¿El detector de Harris detecta patrones geométricos o fotométricos? Justificar la contestación.**

10. **¿Sería adecuado usar como descriptor de un punto Harris los valores de los píxeles de su región de soporte? En caso positivo identificar cuando y justificar la respuesta**

11. **¿Qué información de la imagen se codifica en el descriptor de SIFT? Justificar la contestación.**

12. **Describa un par de criterios que sirvan para establecer correspondencias (matching) entre descriptores de regiones extraídos de dos imágenes. Justificar la idoneidad de los mismos**

13. **Cual es el objetivo principal en el uso de la técnica RANSAC. Justificar la respuesta**

14. **¿Si tengo 4 imágenes de una escena de manera que se solapan la 1-2, 2-3 y 3-4. ¿Cuál es el número mínimo de puntos en correspondencias necesarios para montar un mosaico? Justificar la respuesta**

15. **En la confección de un mosaico con proyección rectangular es esperable que aparezcan deformaciones de la realidad. ¿Cuáles y porqué?.¿Bajo qué condiciones esas deformaciones podrían desaparecer? Justificar la respuesta**