

2_1. Testarea staționarității unei serii de timp.

Analiza Seriilor de Timp

Considerăm seria **Produsul Intern Brut (PIB)**. Datele observate au frecvență trimestrială (total 88 observații).

Seria PIB se găsește în fișierul **serie PIB.wf1** (workfile in Eviews).

1. Analizăm graficul seriei de timp PIB

Un prim pas în analiza oricărei serii de timp este de a privi graficul valorilor observate în raport cu timpul.

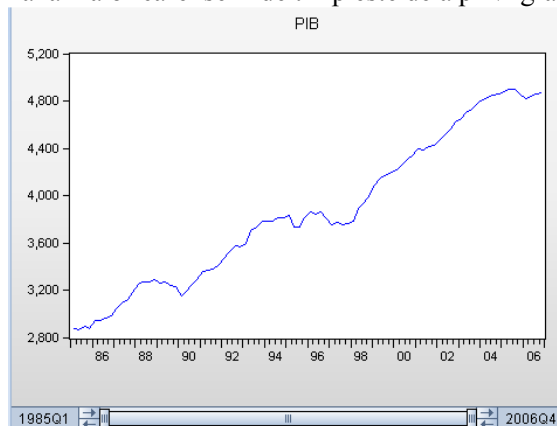


Figura 1. Graficul seriei de timp PIB.

Prima impresie pe care o obținem din grafic este că seria are o tendință crescătoare. Se observă că media, varianța și autocovarianțele nu par a fi invariante în raport cu timpul. Seria este nestaționară.

2. Testarea staționarității seriei de timp, pe baza corelogramei

Un test simplu al staționarității seriei este bazat pe **funcția de autocorelație (ACF)**.

Graficul funcției de autocorelație în raport cu decalajul k , se numește **corelogramă**.

Mai jos avem corelograma seriei cu date trimestriale privind PIB-ul, realizată în EViews.

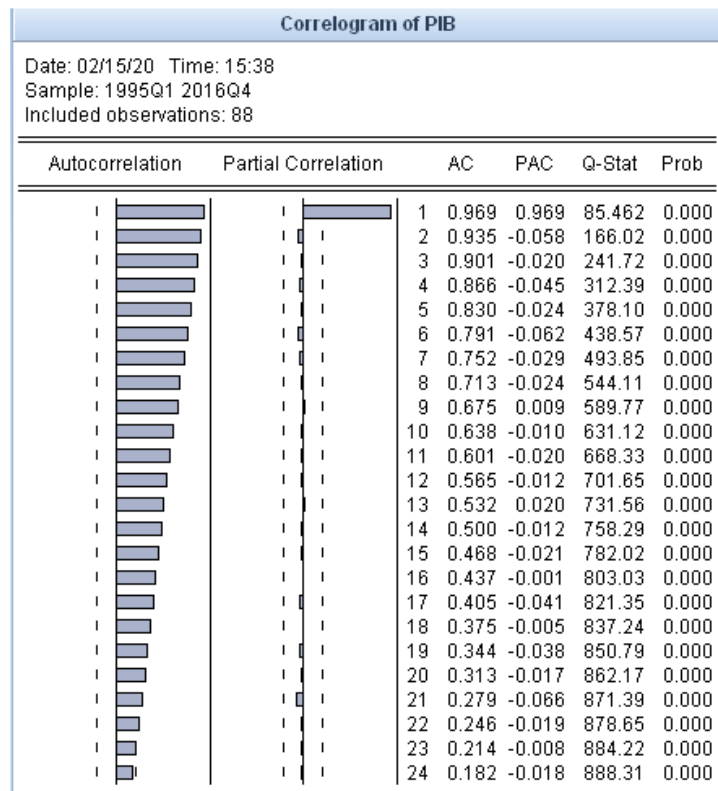
Cum interpretăm corelograma? Observăm că începe cu valori foarte mari (0,969 la lag-ul 1) și scade treptat. Chiar la lag-ul 14, coeficientul de autocorelație are o valoare destul de mare (0,5). Acest tip de corelogramă reprezintă un indiciu că seria este nestaționară. Deci, pentru serii nestaționare coeficienții de autocorelație scad foarte încet.

Bartlett a arătat că, dacă o serie de timp este pur aleatoare, coeficienții de autocorelație de selecție sunt aproximativ normal distribuiți, cu media 0 și varianța $1/n$, unde n este volumul selecției. Rezultă $\hat{\rho}_k \sim N(0, 1/n)$ și $se(\hat{\rho}_k) = 1/\sqrt{n}$.

Consecințe:

- Un interval de încredere 95% pentru ρ_k are forma $(-1,96/\sqrt{n} ; +1,96/\sqrt{n})$ sau $(-2/\sqrt{n} ; +2/\sqrt{n})$.
- 95% din valorile coeficienților de autocorelație se află în intervalul $(-1,96/\sqrt{n} ; +1,96/\sqrt{n})$.

În exemplul dat, deoarece $n=88$, varianța lui $\hat{\rho}_k$ este $1/88$, iar eroarea standard este $\sqrt{1/88} = 0,1066$. Intervalul de încredere 95% pentru orice ρ_k va fi $\pm 1,96(0,1066) = \pm 0,2089$. Astfel, dacă un $\hat{\rho}_k$ se află în intervalul $(-0,2089; 0,2089)$, nu respingem ipoteza că ρ_k real este zero. Dacă $\hat{\rho}_k$ se află în afara intervalului $(-0,2089; 0,2089)$, atunci putem respinge ipoteza că ρ_k real este zero. Intervalul de încredere 95% este marcat prin două linii punctate.



Ne uităm la coloanele AC, PAC, Q-stat și Prob. Din coloana AC se observă că toți coeficienții $\hat{\rho}_k$ până la decalajul 23 sunt semnificativi statistic, adică sunt statistic diferiți de 0. Limitele din grafic aproximează două erori standard. Valoarea la lag-ul 5 este $0,830 > 0,7$. Seria PIB este nestaționară.

Testarea ipotezei că mai mulți coeficienți de autocorelație sunt zero

În multe aplicații cu date financiare se testează dacă mai mulți coeficienți de autocorelație sunt simultan egali cu zero.

H_0 : toți $\rho_k = 0$ sau $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_m = 0$ (seria este staționară)

H_1 : exista $\rho_k \neq 0$ (seria este nestaționară)

Se folosește **statistica Ljung-Box (calculată în EViews)**, care are o distribuție χ^2 cu m grade de libertate, m fiind lungimea decalajului.

$$Q = Q_{LB} = n(n+2) \sum_{k=1}^m \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \right) \sim \chi_m^2.$$

Dacă $Q < \chi_{crt}^2 \Rightarrow$ acceptăm $H_0 \Rightarrow$ seria este staționară.

Dacă $Q > \chi_{crt}^2 \Rightarrow$ respingem $H_0 \Rightarrow$ seria este nestaționară.

Dacă presupunem că $m=12$, observăm $Q(12)=701,65$ iar $\text{Prob}(Q(12))=0,0000$.

Pentru seria de date PIB, statistica Q bazată pe 24 de decalaje are valoarea 888, deci este semnificativ diferită de 0. Probabilitatea de a obține o astfel de valoare χ^2 este 0,000. Acceptăm H_1 . Deci concluzia finală, bazată pe corelogramă, este că seria de timp **PIB este nestaționară**.

3. Testul pentru staționaritate sau pentru o rădăcină egală cu 1 (Unit Root Test)

Testul ADF (Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test)

H_0 : seria PIB are rădăcină unitară și este nestaționară

H_1 : seria PIB este staționară

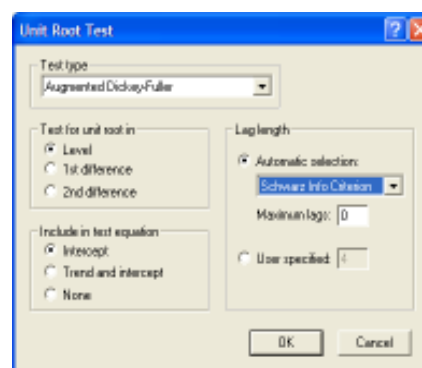
Pentru a aplica **testul Augmented Dickey-Fuller** se dă dublu clic pe **numele seriei**, apoi se selectează **View/Unit Root Test** și se aleg diferite opțiuni. **Test for unit root in: level, 1st difference, 2nd difference.** **Include in test equation: Intercept, Trend and Intercept, None.**

Dacă $t_{calc} < t_{crt} \Rightarrow t_{calc} \in R_C \Rightarrow$ respingem H_0 și acceptăm $H_1 \Rightarrow$ seria este staționară.

Dacă $t_{calc} > t_{crt} \Rightarrow t_{calc} \notin R_C \Rightarrow$ acceptăm $H_0 \Rightarrow$ seria este nestaționară.

Testul Augmented Dickey Fuller ține seama și de posibilitatea ca erorile ϵ_t să nu fie zgomot alb.

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PIB				
Null Hypothesis: PIB has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-0.547205	0.8756
Test critical values:			1% level	-3.508326
			5% level	-2.895512
			10% level	-2.584952
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(PIB)				
Method: Least Squares				
Date: 02/15/20 Time: 15:30				
Sample (adjusted): 1995Q3 2016Q4				
Included observations: 86 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PIB(-1)	-0.003304	0.006038	-0.547205	0.5857
D(PIB(-1))	0.319711	0.103506	3.088807	0.0027
C	28.71900	23.65025	1.214321	0.2281
R-squared	0.104746	Mean dependent var		23.34535
Adjusted R-squared	0.083173	S.D. dependent var		35.93794
S.E. of regression	34.41096	Akaike info criterion		9.948888
Sum squared resid	98281.49	Schwarz criterion		10.03451
Log likelihood	-424.8022	Hannan-Quinn criter.		9.983345
F-statistic	4.855544	Durbin-Watson stat		2.040544
Prob(F-statistic)	0.010134			



Am folosit modelul cu Exogenous: **Constant**. \neq

Prima parte din output oferă informații despre tipul testului, variabilele exogene, lungimea de lag folosită, valoarea testului, valorile critice asociate nivelurilor de semnificație de 1%, 5%, 10% și P-value.

Pentru scopul nostru este importantă statistica t (τ =tau) a variabilei PIB_{t-1} .

Ipoteza nulă este că există o rădăcină unitară. Pentru modelul nostru, valorile critice sunt -3,508326, -2,895512 și -2,584952, corespunzătoare nivelurilor de semnificație de 1%, 5% și 10%. Valoarea calculată pentru **t-Statistic** este -0,547205, care este mai mare decât valorile critice.

Rezultă $t_{calc} \notin R_C$. Acceptăm H_0 , aceea că există o rădăcină unitară, deci **seria PIB este nestaționară**.

A doua parte din output arată ecuația pe care Eviews a folosit-o pentru a calcula statistica ADF.

Ecuația folosită este: $\Delta y_t = \mu + \delta y_{t-1} + \alpha \Delta y_{t-1} + u_t$ sau $\Delta PIB_t = \mu + \delta PIB_{t-1} + \alpha \Delta PIB_t + u_t$

Ecuația estimată este:

$$\hat{\Delta PIB}_t = 28,7190 - 0,0033 PIB_{t-1} + 0,3197 \Delta PIB_{t-1}$$

$$t = [1,2143] \quad [-0,5472] \quad [3,0888]$$

Procedura de testare a staționarității

- 1) Se începe cu modelul fără intercept și fără trend. Verificăm ambele autocorelații (statisticile DW și ADF). Dacă $DW \approx 2$, atunci testul este de încredere și nu există autocorelație în reziduuri. **Dacă statistica ADF este mai mică decât valoarea critică negativă, atunci seria este staționară.**
- 2) Dacă DW nu este aproape de 2, se selectează modelul cu intercept...
- 3) Dacă DW nu este totuși aproape de 2, se selectează modelul cu intercept și trend...
- 4) Dacă statistica ADF este mai mare decât valoarea critică negativă, atunci seria este nestaționară. Diferențiem seria și testăm staționaritatea seriei diferențiate.

4. Seria de timp PIB devine serie staționară după aplicarea operatorului de diferențiere

Pentru a aplica operatorul de diferențiere, în EViews scriem: series DPIB=D(PIB)

Pentru seria transformată realizăm graficul și comparăm graficul seriei PIB cu cel al seriei DPIB. Seria diferențiată, DPIB nu mai prezintă trend.

H_0 : seria **D(PIB)** are rădăcină unitară și este **nestaționară**

H_1 : seria **D(PIB)** este **staționară**

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(PIB)				
Null Hypothesis: D(PIB) has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)				
		t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-6.630339	0.0000	
Test critical values:	1% level	-3.508326		
	5% level	-2.895512		
	10% level	-2.584952		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(PIB,2)				
Method: Least Squares				
Date: 02/15/20 Time: 15:35				
Sample (adjusted): 1995Q3 2016Q4				
Included observations: 86 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PIB(-1))	-0.682762	0.102975	-6.630339	0.0000
C	16.00498	4.396717	3.640211	0.0005
R-squared	0.343552	Mean dependent var		0.206977
Adjusted R-squared	0.335737	S.D. dependent var		42.04441
S.E. of regression	34.26717	Akaike info criterion		9.929234
Sum squared resid	98636.06	Schwarz criterion		9.986311
Log likelihood	-424.9570	Hannan-Quinn criter.		9.952205
F-statistic	43.96140	Durbin-Watson stat		2.034425
Prob(F-statistic)	0.000000			

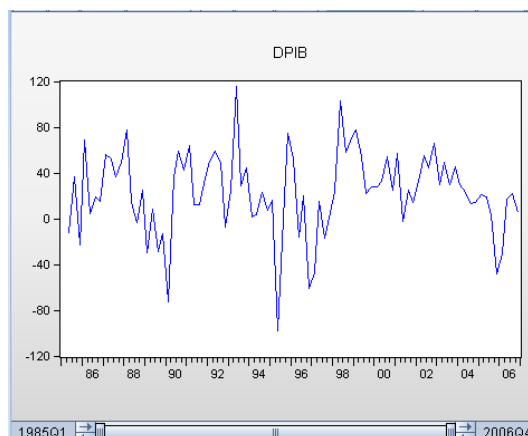


Fig. Seria D(PIB). Exogenous: **Constant**.

Am aplicat testul ADF seriei diferențiate și am obținut următoarele rezultate:

$$\Delta^2 PIB_t = 16,00498 - 0,682762 \cdot \Delta PIB_{t-1}$$
$$t = [3,640211] \quad [-6,630339]$$

Pentru modelul nostru, valoarea calculată pentru t-Statistic este $-6,630339$, care este mai mică decât valorile critice.

Rezultă $t_{calc} \in R_C$. Respingem H_0 , că există o rădăcină unitară. Acceptăm H_1 , deci seria diferențiată, **DPIB, este o serie staționară.**

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on PIB				
Null Hypothesis: PIB has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=11)				
		t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-2.215287	0.4749	
Test critical values:	1% level	-4.068290		
	5% level	-3.462912		
	10% level	-3.157836		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(PIB)				
Method: Least Squares				
Date: 02/15/20 Time: 15:40				
Sample (adjusted): 1995Q3 2016Q4				
Included observations: 86 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PIB(-1)	-0.078661	0.035508	-2.215287	0.0295
D(PIB(-1))	0.355794	0.102691	3.464708	0.0008
C	234.9729	98.58764	2.383391	0.0195
@TREND("1995Q1")	1.892199	0.879168	2.152260	0.0343

Fig: Seria PIB. Exogenous: **Constant**, Linear Trend

t-Statistic = -2,215287

Rezultă $t_{calc} \notin R_C \Rightarrow$ Acceptăm H_0
seria PIB este nestaționară

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(PIB)				
Null Hypothesis: D(PIB) has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=1)				
		t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-6.588446	0.0000	
Test critical values:		1% level	-4.068290	
		5% level	-3.462912	
		10% level	-3.157836	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(PIB,2)				
Method: Least Squares				
Date: 02/15/20 Time: 15:43				
Sample (adjusted): 1995Q3 2016Q4				
Included observations: 86 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(PIB(-1))	-0.682459	0.103584	-6.588446	0.0000
C	17.25483	7.865990	2.16074	0.0332
@TREND("1995Q1")	-0.028246	0.149731	-0.188649	0.8508

Fig: Seria D(PIB). Exogenous: **Constant**, Linear Trend

t-Statistic = -6,588446

Rezultă $t_{calc} \in R_C \Rightarrow$ Respingem H_0
seria diferentiata D(PIB) este staționară

Problemă...: Pentru un eșantion de 200 observații asupra seriei stationare y_t am obținut informațiile alăturate. Testați ipoteza că primii 4 coeficienți de autocorelație sunt simultan nuli.

Correlogram of MA2_2						
Date: 03/05/17 Time: 16:37						
Sample: 1 200						
Included observations: 198						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.545	-0.545	59.804	0.000
		2	0.254	-0.062	72.830	0.000
		3	-0.060	0.077	73.552	0.000
		4	0.077	0.128	74.768	0.000
		5	-0.073	0.004	75.861	0.000
		6	0.090	0.039	77.533	0.000
		7	-0.130	-0.100	81.057	0.000
		8	0.105	-0.024	83.369	0.000
		9	-0.070	-0.003	84.396	0.000
		10	-0.047	-0.114	84.864	0.000
		11	0.044	-0.035	85.268	0.000
		12	-0.011	0.029	85.292	0.000

$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4$ (seria este staționară)

H_1 : exista $\rho_i \neq 0$, pentru $i \in [1,2,3,4]$ (seria este nestaționară).

Folosim statistica Ljung-Box (calculată și în EViews):

$$Q(4) = n(n+2) \sum_{k=1}^4 \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \right) \sim \chi_4^2.$$

Dacă $Q(4) < \chi_4^2$ sau $\text{Prob} > \alpha \Rightarrow$ acceptăm $H_0 \Rightarrow$ seria este staționară.

Dacă $Q(4) > \chi_4^2 \Rightarrow \text{Prob} < \alpha$ respingem $H_0 \Rightarrow$ seria este nestaționară.

Din corelograma seriei observăm valoarea statisticii Q și probabilitatea asociată.

Q-Stat=74,768 iar Prob(Q)=0,000

Deoarece Prob(Q)=0,000<0,05 respingem H_0 și acceptăm H_1 , adică există autocorelare.

Simulare Serii de timp NESTAȚIONARE

Seria staționară:

- Media oscilează în jurul unei valori constante pe termen lung
- Varianța este constantă în timp

Seria nestaționară: ♦ Nu există o medie pe termen lung la care seria să revină

- ♦ Varianța nu este constantă în timp și se apropie de infinit când timpul merge spre infinit.

Șocurile vor persista la infinit

Tipuri de nestaționaritate

- ♦ **nestaționaritate stochastică** $y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t$

- ♦ **nestaționaritate deterministă** $y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$, Am simulat 4 serii în Eviews

$z_t = 0,67z_{t-1} + \varepsilon_t$ (serie staționară) $x_t = x_{t-1} + \varepsilon_t$ (mersul aleator fără drift)

$y_t = 0,3 + \beta t + \varepsilon_t$ $w_t = 0,4 + w_{t-1} + \varepsilon_t$ (mers aleator cu drift)

Am folosit următoarele comenzi:

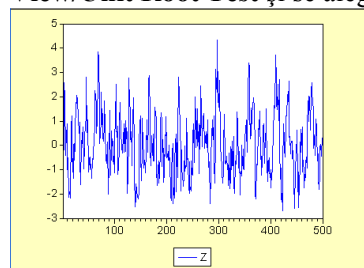
smpl @first @first, genr y=0, genr x=0 genr z=0 genr w=0 smpl @first+1 @last

genr z=0.67*z(-1)+nrand genr x=x(-1)+nrand genr y=0.3+@trend+nrand genr w=0.4+w(-1)+nrand

smpl @first @last plot x plot z

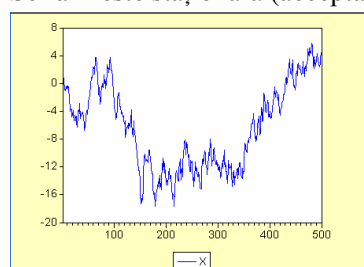
Pentru a aplica **testul Dickey-Fuller** se dă dublu clic pe **numele seriei**, apoi se selectează

View/Unit Root Test și se aleg diferite opțiuni.



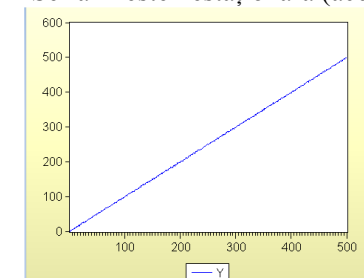
Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on Z		
Null Hypothesis: Z has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.06971	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.443228	
5% level	-2.867112	
10% level	-2.569800	

Seria Z este staționară (acceptăm H_1)

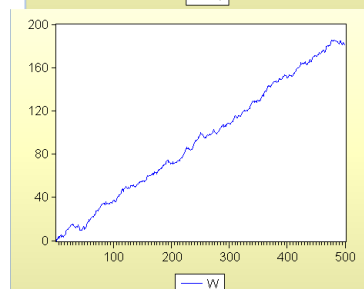


Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on X		
Null Hypothesis: X has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0 (Automatic based on SIC, MAXLAG=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.603486	0.4800
Test critical values: 1% level	-3.443228	
5% level	-2.867112	
10% level	-2.569800	

Seria X este nestaționară (acceptăm H_0)



Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on Y		
Null Hypothesis: Y has a unit root		
Exogenous: Constant, Linear Trend		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-22.91928	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.976554	
5% level	-3.418852	
10% level	-3.131965	



Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on W		
Null Hypothesis: W has a unit root		
Exogenous: Constant, Linear Trend		
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=17)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-3.392700	0.0535
Test critical values: 1% level	-3.976554	
5% level	-3.418852	
10% level	-3.131965	