

Suplimentar – se pot prezenta maxim 3 probleme

1. Se dă un șir de n numere.
 - a) Să se determine un cel mai lung subșir crescător (strict) al acestuia folosind metoda programării dinamice $O(n \log n)$ <https://leetcode.com/problems/longest-increasing-subsequence/>, <http://www.infoarena.ro/problema/scmax>¹
 - b) Să se determine un cel mai lung subșir crescător al acestuia $O(n \log n)$ folosind ideea de la problema Greedy de descompunere a unui șir în subșiruri descrescătoare (1,5p)
2. Se consideră o secvență de cărți de joc luate **din mai multe pachete de cărți**, așezate într-un teanc pe masă (carțile sunt date în secvență de la bază la vârf). O carte dintr-un pachet de joc va fi reprezentată ca o pereche (număr, litera), unde numele sunt de la 2 la 14 (11 pentru as, 12 pentru juvete, etc..) iar litera corespunde unui simbol (D – diamonds, H – hearts, C – clubs, S – spades). Jokerii sunt reprezentați doar prin litera „J”. Din această secvență de cărți dorim să extragem un număr maxim de cărți, respectând următoarele reguli: fiecare carte extrasă este situată deasupra cărții extrase anterior (astfel, cărțile extrase formează un subșir al secvenței date), iar cartea nou extrasă și cea extrasă la pasul anterior trebuie să aibă același număr sau să aibă același simbol sau una dintre ele să fie un Joker.
 - a) Să se afișeze un astfel de subșir de lungime maximă care poate fi extras din secvența dată. ($O(n)$)
Exemplu – pentru secvența următoare am subliniat elementele dintr-un astfel de sir de lungime maximă:

8 D 7 S 5 S 8 H 6 H J 5 D 11 S 11 D 12 D
 - b) Se folosește un pachet ”special” de cărți, ce conține cărți numerotate de la 1 la n (nu doar pana la 14), cu n citit la intrare. Secvența dată la intrare este formată folosind elemente dintr-un singur astfel de pachet de cărți. Să se găsească un șir de lungime maximă cu proprietatea anterior descrisă ($O(n^2)$) (2,5p)
3. **Maximum Weighted Independent Set in a Tree (v. curs)** Se consideră un arbore cu mulțimea vârfurilor $V = \{v_1, \dots, v_n\}$. Vârfurile grafului au asociate ponderile w_1, \dots, w_n , respectiv w_n . Să se determine o mulțime independentă de vârfuri de pondere maximă (făcut la curs pentru arbore de tip lanț) – $O(n)$. Se poate generaliza ideea pentru a rezolva polinomial aceeași problemă pentru grafuri neorientate oarecare? (2p)
4. Dat n , să se determine numărul de șiruri de lungime n peste alfabetul $\{1,2,3\}$ care respectă constrângerile:
 - orice 1 are pe pozițiile alăturate în stânga și în dreapta valoarea 3
 - orice 2 are pe poziția din stânga (**variantă: pe cel puțin una dintre pozițiile din stânga**) valoarea 3 (**v. curs**) $O(n)$ (1,5p)

¹ Implementarea $O(n^2)$ a fost făcută integral la curs, nu se punctează ca soluție la a)

5. Se dau două șiruri s și t de lungimi n , respectiv m . Să se numere de câte ori apare t ca subșir al lui s . Exemplu: $s = \text{"abxcaybc"}$ $t = \text{"abc"}$ - sunt 4 subșiruri ale lui s egale cu t : $\{s[1], s[2], s[4]\}$, $\{s[1], s[2], [8]\}$, $\{s[1], s[7], s[8]\}$, $\{s[5], s[7], s[8]\}$. **$O(nm)$ (2,5p)**
6. Se consideră alfabetul A format din literele mici începând cu 'a' și terminând cu litera mică c citită de la intrare. Pe acest alfabet este dată o lege de compoziție printr-o matrice t (nu se presupune că legea este asociativă sau comutativă). Fiind dat un cuvânt x de lungime n peste alfabetul A și o literă $dest$ din A , să se determine dacă există o parantezare a literelor cuvântului x astfel încât rezultatul efectuării calculelor să fie $dest$. **$O(n^3)$ (3p)**
7. <https://www.topcoder.com/community/data-science/data-science-tutorials/dynamic-programming-from-novice-to-advanced/> (problema **upper intermediate**) Se dau un graf neorientat ponderat, câte un cost c_i asociat fiecărui vârf i și o sumă M de bani pe care o avem la dispoziție. Pentru a trece prin vârful i trebuie plătită suma c_i . Dacă nu avem suficienți bani nu putem trece prin acest vârf. Să se determine un drum minim de la 1 la n în aceste condiții (pe care îl putem parcurge având la dispoziție suma M). Dacă există mai multe astfel de drumuri, să se afișeze cel mai ieftin. **(3,5p)**