Principiul lui Dirichlet

Principiul lui Dirichlet

Dacă $m>k\times n$ obiecte sunt plasate în n căsuţe, atunci va exista o căsuţă ce va conţine mai mult de k obiecte.

Principiul lui Dirichlet

Se dă vectorul $a = (a_1, \ldots, a_n)$. Să se determine doi indicii $i < j$ astfel încât

$$a_i + \ldots + a_j$$

este multiplu de n

Principiul lui Dirichlet

Considerăm sumele parţiale (**n sume**)

$$s_k = a_1 + \ldots + a_k, \quad k=1,\ldots,n$$

Principiul lui Dirichlet

Considerăm sumele parţiale (**n sume**)

$s_k = a_1 + \ldots + a_k, \quad k=1,\ldots,n$

Clasele de resturi modulo n:

$$\widehat{s_k} \in \{\hat{0}, \hat{1}, \ldots, \widehat{n-1}\}$$

Principiul lui Dirichlet

Considerăm sumele parţiale (n sume)

$s_k = a_1 + \ldots + a_k, \quad k=1,\ldots,n$

$\widehat{s_k} \in \{\hat{0}, \hat{1}, \ldots, \widehat{n-1}\}$.

Avem cazurile:

- $\widehat{s_k} = \hat{0}$
- $\widehat{s_k} = \widehat{s_l} \in \{\hat{1}, \ldots, \widehat{n-1}\}$

Principiul lui Dirichlet

Considerăm sumele parţiale (n sume)

$s_k = a_1 + \dots + a_k, \quad k=1,\dots,n$

$\widehat{s_k} \in \{\hat{0}, \hat{1}, \dots, \widehat{n-1}\}$

- Dacă $\widehat{s_k} = \hat{0} \quad \Rightarrow \quad n \mid a_1 + \dots + a_k$

Principiul lui Dirichlet

$s_k = a_1 + \dots + a_k, \quad k=1,\dots,n$

$\hat{s}_k \in \{\hat{0}, \hat{1}, \dots, \widehat{n-1}\}$

- Dacă $\hat{s}_k = \hat{s}_l \in \{\hat{1}, \dots, \widehat{n-1}\} \Rightarrow$

  $\widehat{s_k - s_l} = \hat{0}$

Principiul lui Dirichlet

$s_k = a_1 + \ldots + a_k, \quad k=1,\ldots,n$

$\hat{s}_k \in \{\hat{0}, \hat{1}, \ldots, \widehat{n-1}\}$

- Dacă $\hat{s}_k = \hat{s}_l \in \{\hat{1}, \ldots, \widehat{n-1}\} \Rightarrow$

  $\widehat{s_k - s_l} = \hat{0} \Rightarrow n \mid a_{k+1} + \ldots + a_l$

Principiul lui Dirichlet

Dat un număr natural n, să se determine un multiplu m al său (nenul) în a cărui scriere în baza 10 apar doar cifrele 0 și 1

Principiul lui Dirichlet

$$s_k = \underset{k\;ori}{11\ldots1},\quad k = 1,\ldots,n$$

Principiul lui Dirichlet

Se consideră n numere naturale nenule a căror sumă este mai mică decât 2n. Să se determine o submulțime de sumă n

Temă - v. prima problemă

Principiul lui Dirichlet

Dat un număr natural **impar n**, să se determine un multiplu m al său în a cărui scriere în baza **2** apare doar cifra 1

Principiul lui Dirichlet

$$s_k = 2^k - 1, \ \ k = 1, \ldots, n$$

Principiul lui Dirichlet

$$s_k = 2^k - 1, \; k = 1, \ldots, n$$

$$n \,\middle|\, s_k - s_l = 2^k(2^{l-k} - 1)$$

Principiul lui Dirichlet

$$s_k = 2^k - 1, \;\; k = 0, \ldots, n$$

$$n \,\big|\, s_k - s_l = 2^k (2^{l-k} - 1) \Rightarrow$$

$$n \,\big|\, 2^{l-k} - 1$$