

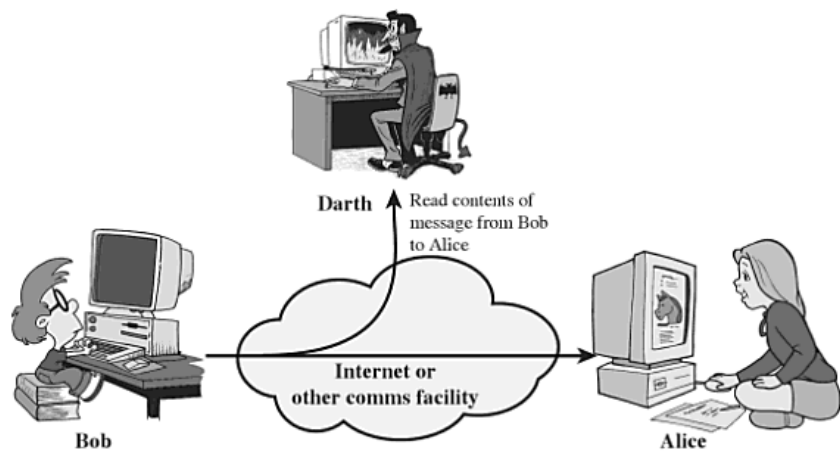


# 消息认证码和散列函数

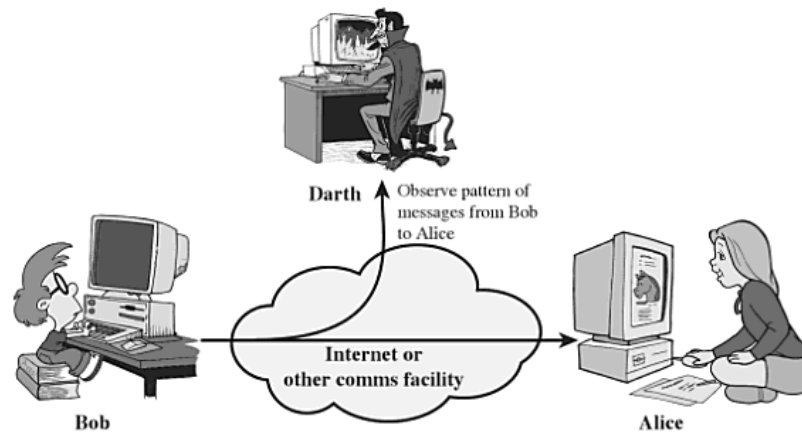
## MAC & HASH



# 消息认证码概述



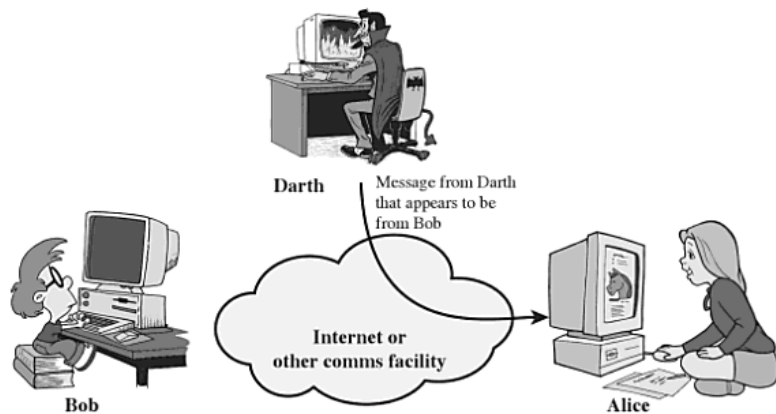
消息窃取



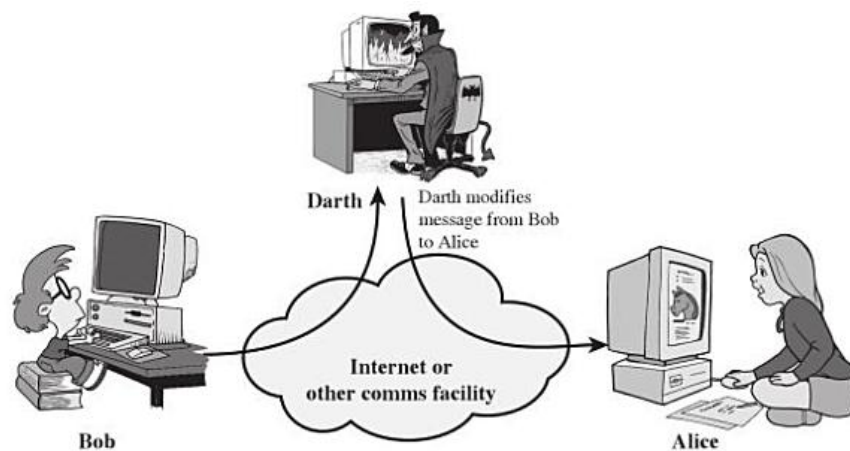
流量分析

被动攻击

# 消息认证码概述



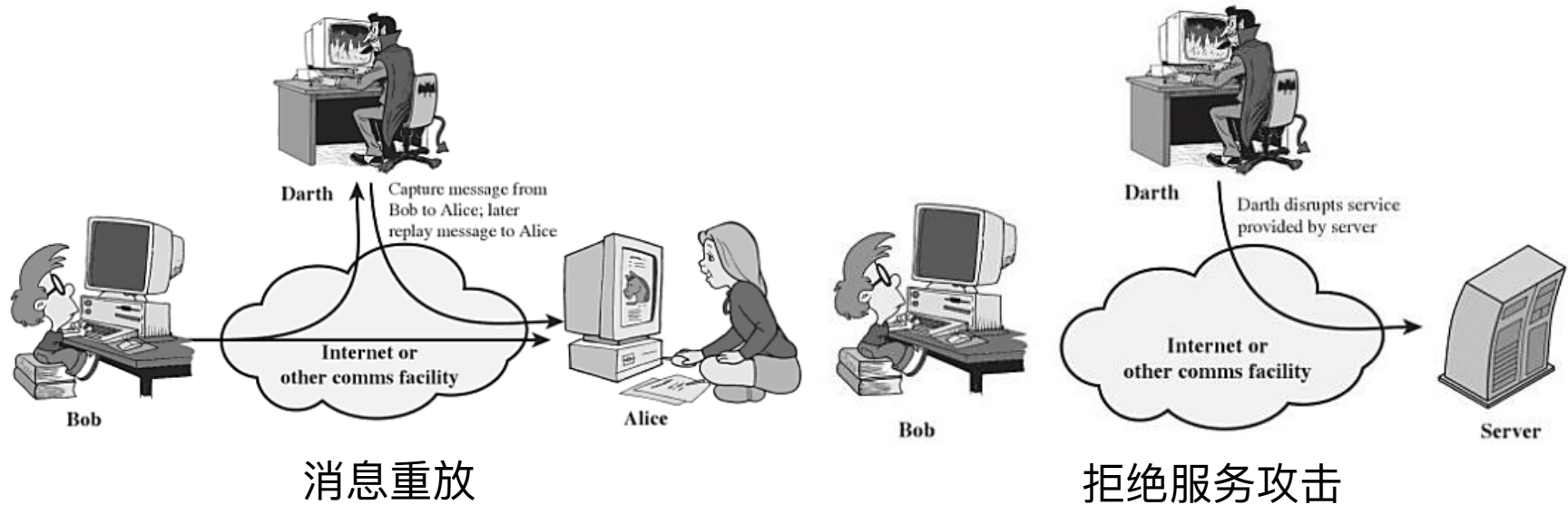
消息伪造



消息篡改

主动攻击

# 消息认证码概述



主动攻击

# 消息认证码概述

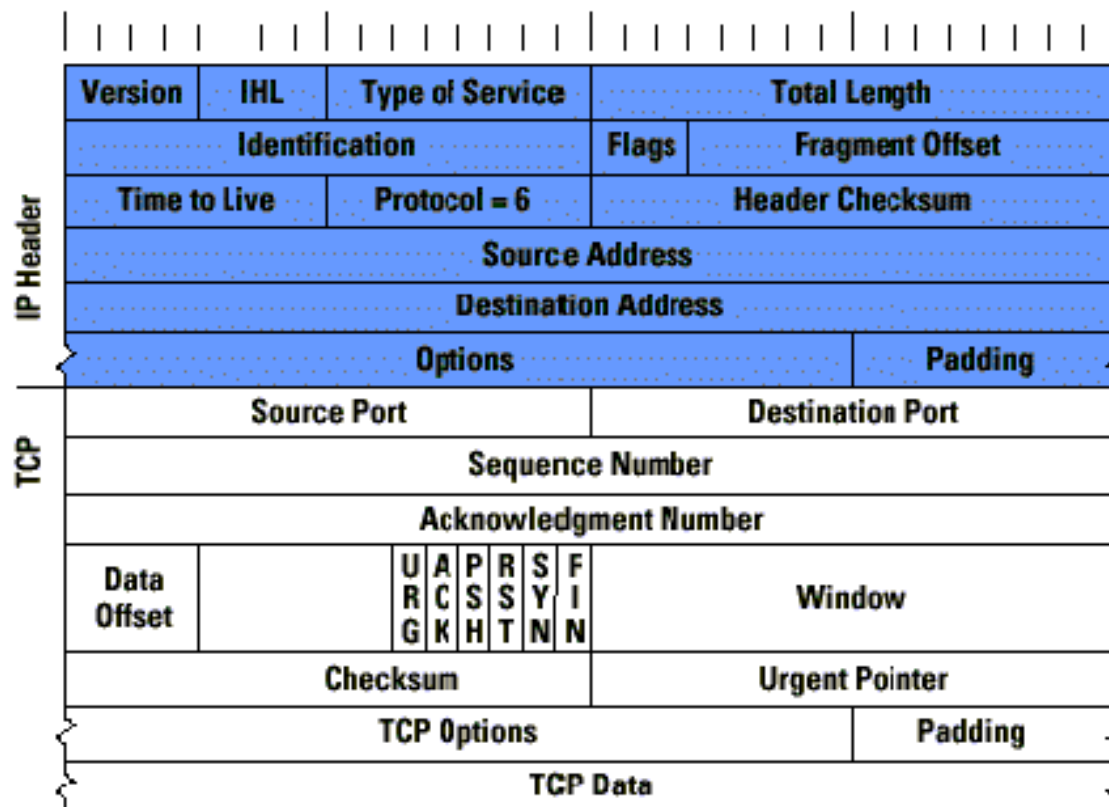
直接对数据进行加密是否可以抵抗消息篡改或伪造？

$$c = Enc_k(m) \quad m' = Dec_k(c')$$

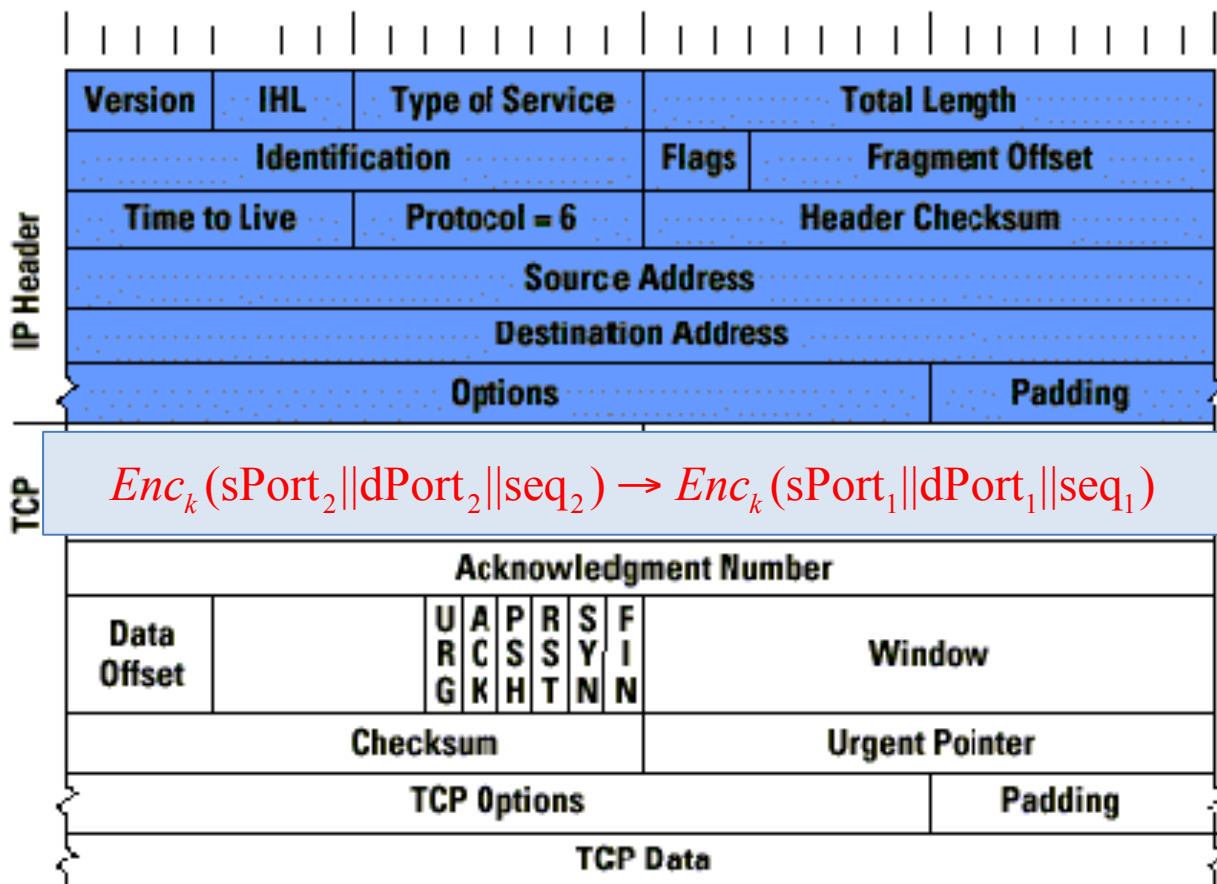
如果不限制消息的内容或格式，直接加密消息不能抵抗消息篡改或伪造。

# 消息认证码概述

限制消息的内容或格式，直接加密消息是否可以抵抗消息篡改或伪造？

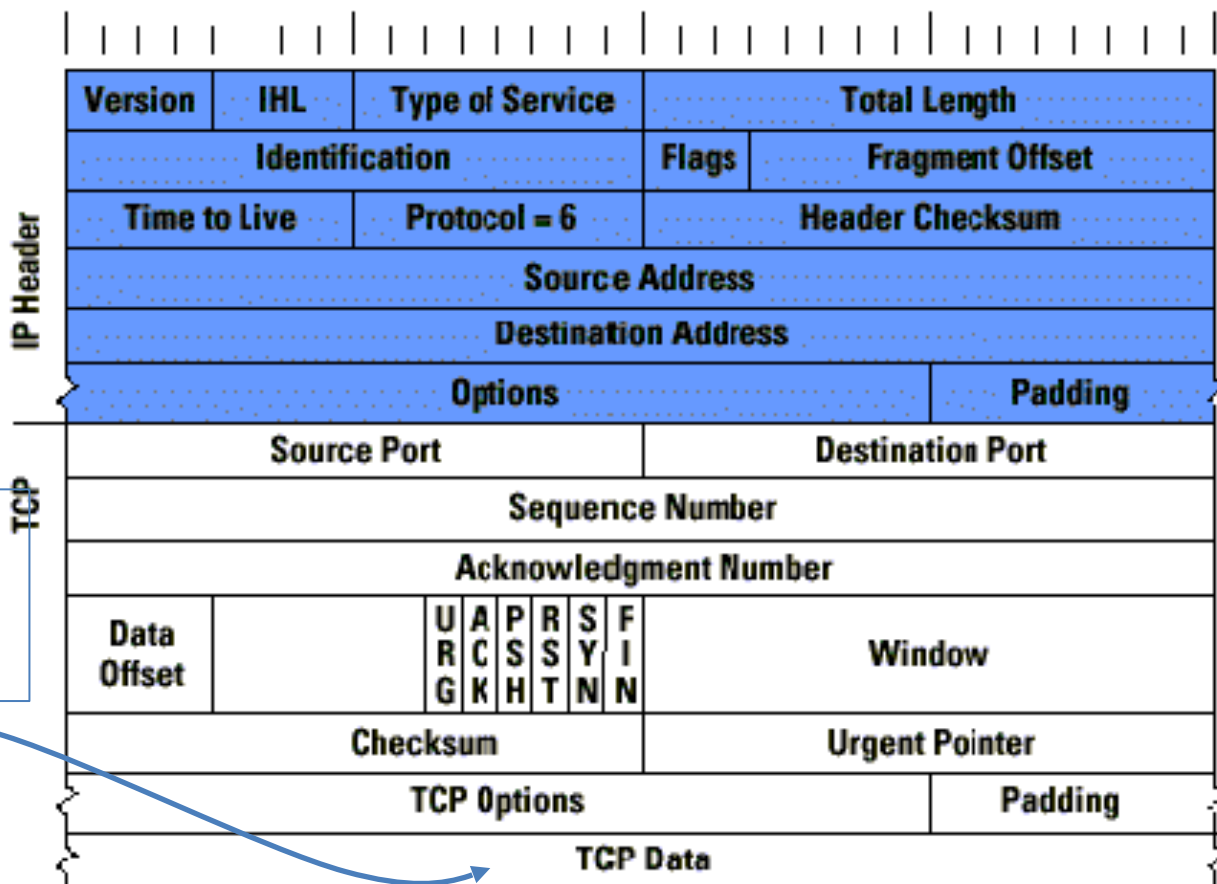


# 消息认证码概述



加密算法不能抵抗消息篡改或伪造

# 消息认证码概述



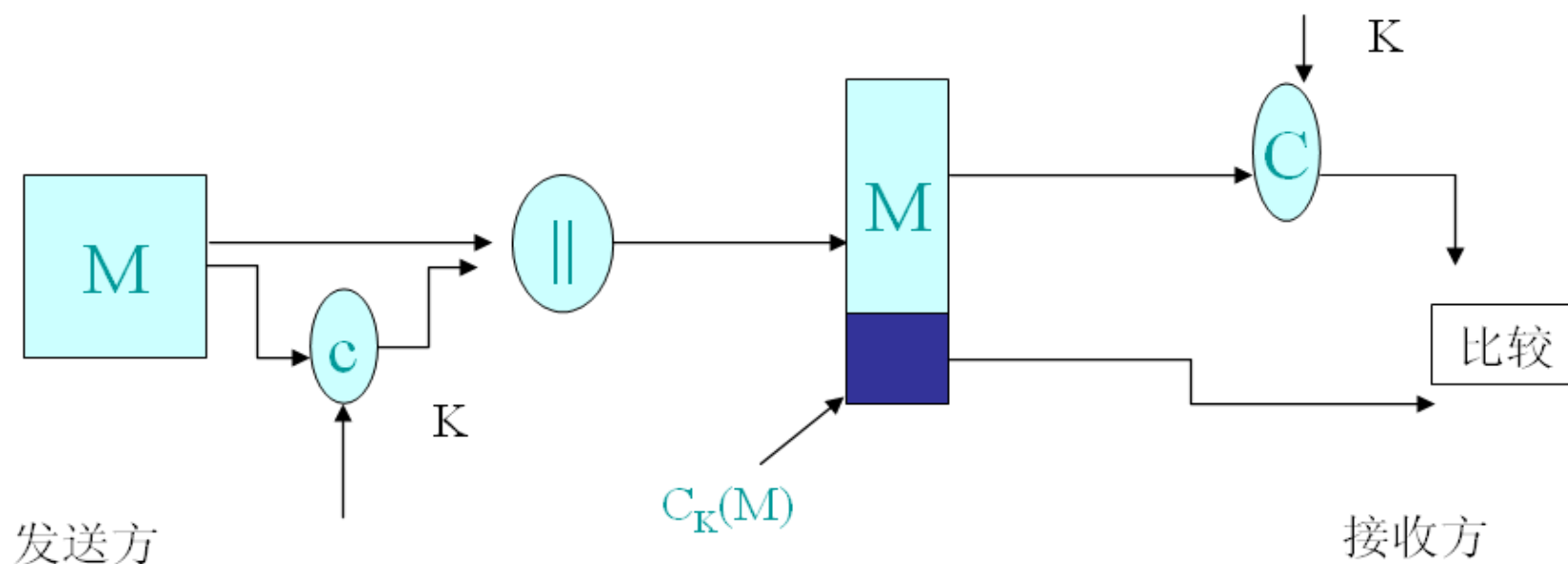
加密算法不能抵抗消息篡改或伪造



# 消息认证码概述

## 消息认证码 (Message Authentication Code, MAC)

消息认证码是密码学的一个重要研究方向，是保证消息完整性的基本算法，利用密钥计算消息的认证信息。



# 消息认证码算法

消息算法包括三个子算法：

## 1. 密钥生成子算法(Gen)

算法输入：安全参数 $n$ ；算法输出：满足特定分布的密钥 $k$

## 2. 消息认证码子算法(Mac)

算法输入：密钥 $k$ 和消息 $m$ ；

算法输出：Mac标签 $t$ ,  $t \leftarrow \text{Mac}(k, m)$

## 3. 验证子算法(Vrfy)

算法输入：密钥 $k$ , 消息 $m$ , 标签 $t$ ；

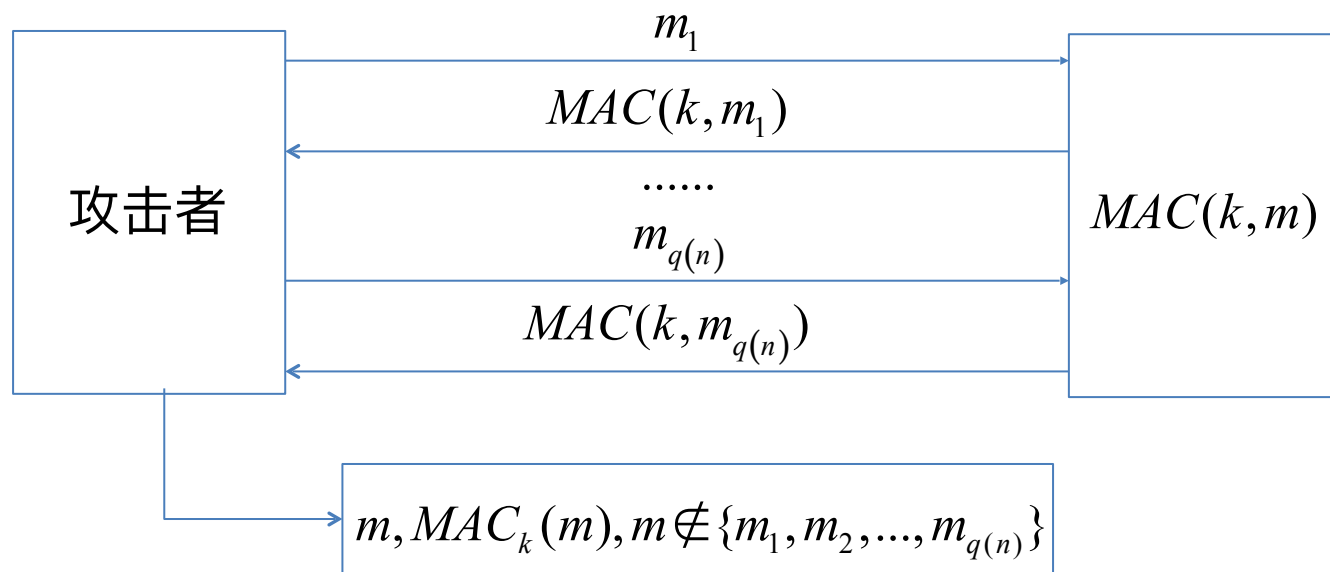
算法输出： $b = \text{Vrfy}(k, m, t)$  验证通过为1, 验证失败为0

$$\text{Vrfy}(k, m, \text{Mac}(k, m)) = 1$$

# 消息认证码概述

## 抵抗选择消息攻击的消息认证码 (Mac-forge 实验流程)

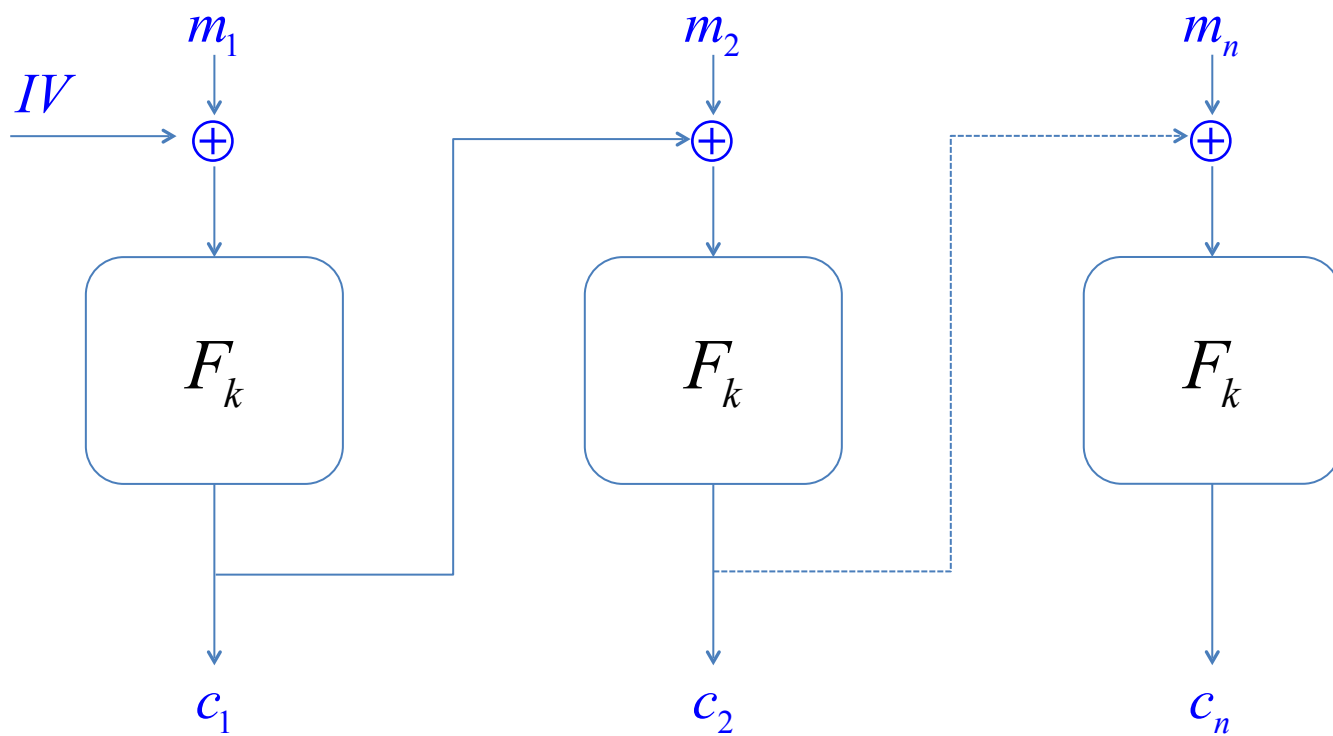
攻击者通过查询获得一些消息的消息认证码，不能构造出没有查询过的消息的消息认证码。



$$\Pr [\text{Mac-forge}_{\mathcal{A}, \Pi}(n) = 1] \leq \text{negl}(n)$$

# CBC-MAC

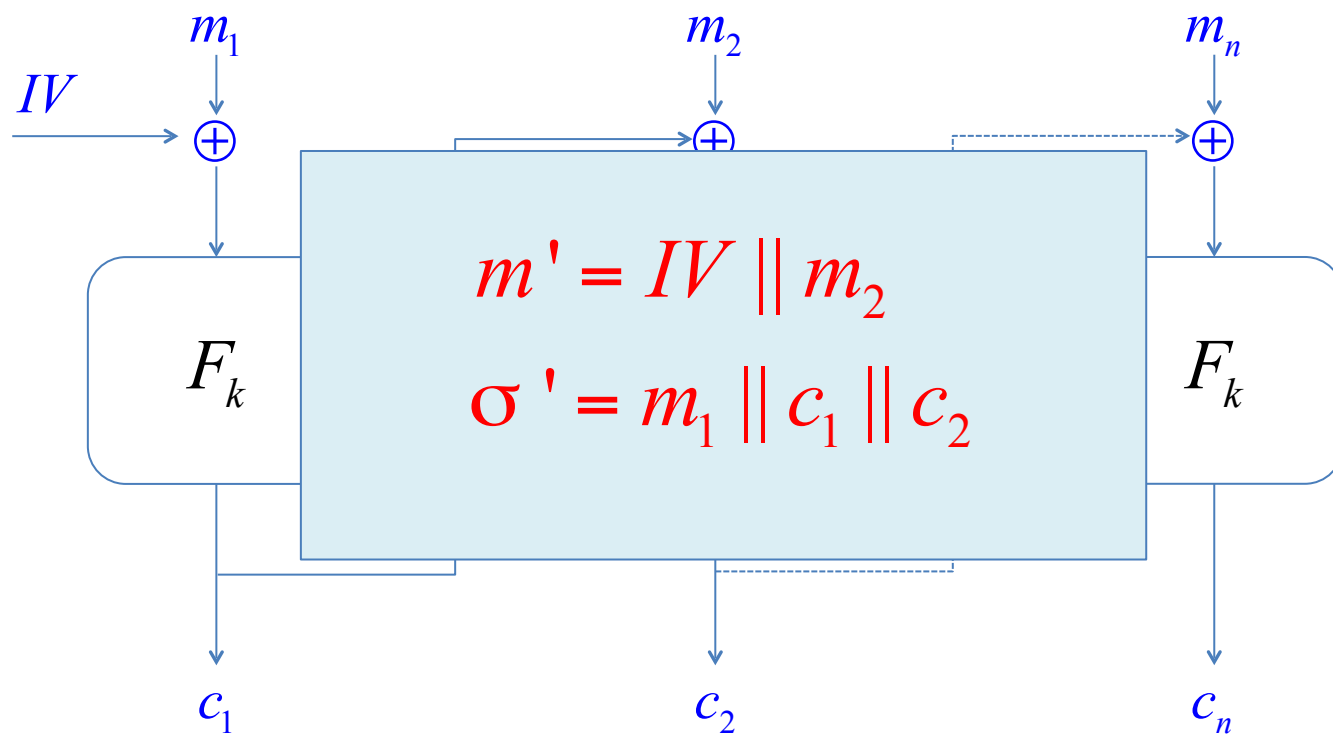
## 分组加密算法



$$\sigma = IV \parallel c_1 \parallel c_2 \parallel \cdots \parallel c_n$$

# CBC-MAC

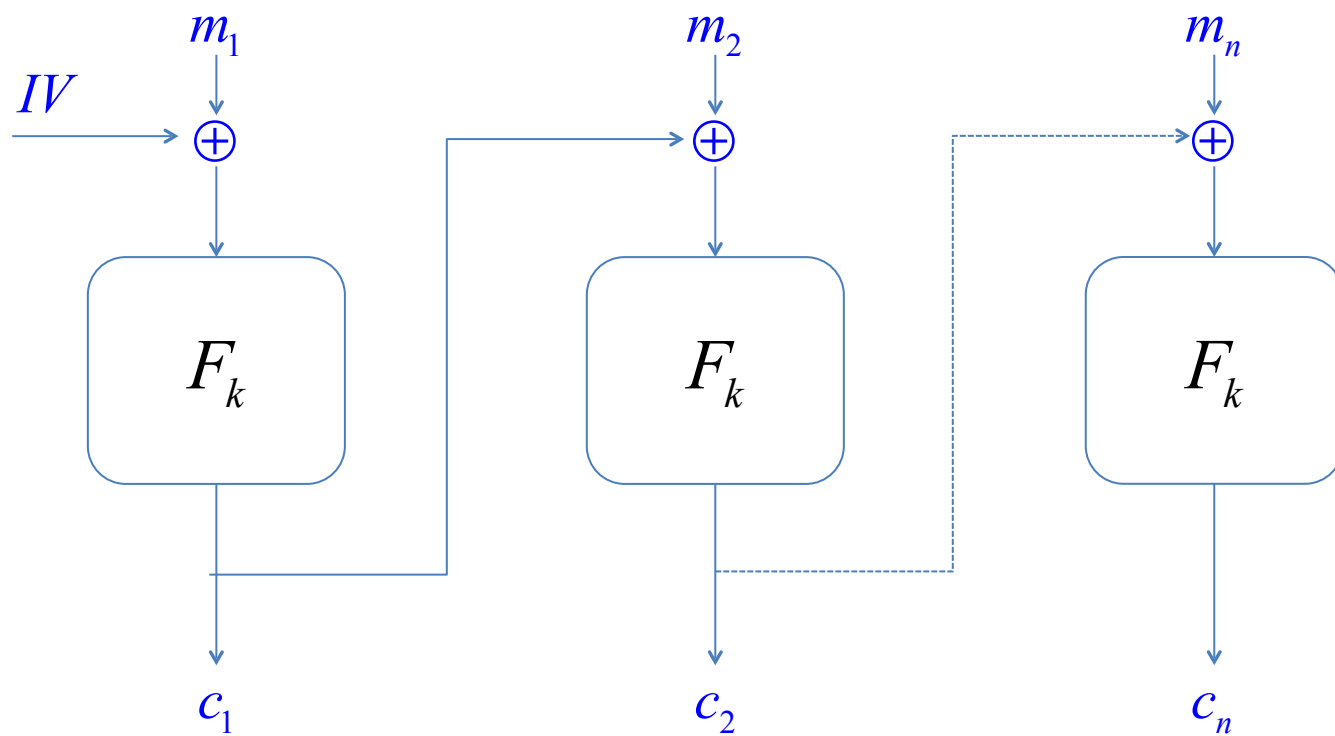
## 分组加密算法



$$\sigma = IV \parallel c_1 \parallel c_2 \parallel \dots \parallel c_n$$

# CBC-MAC

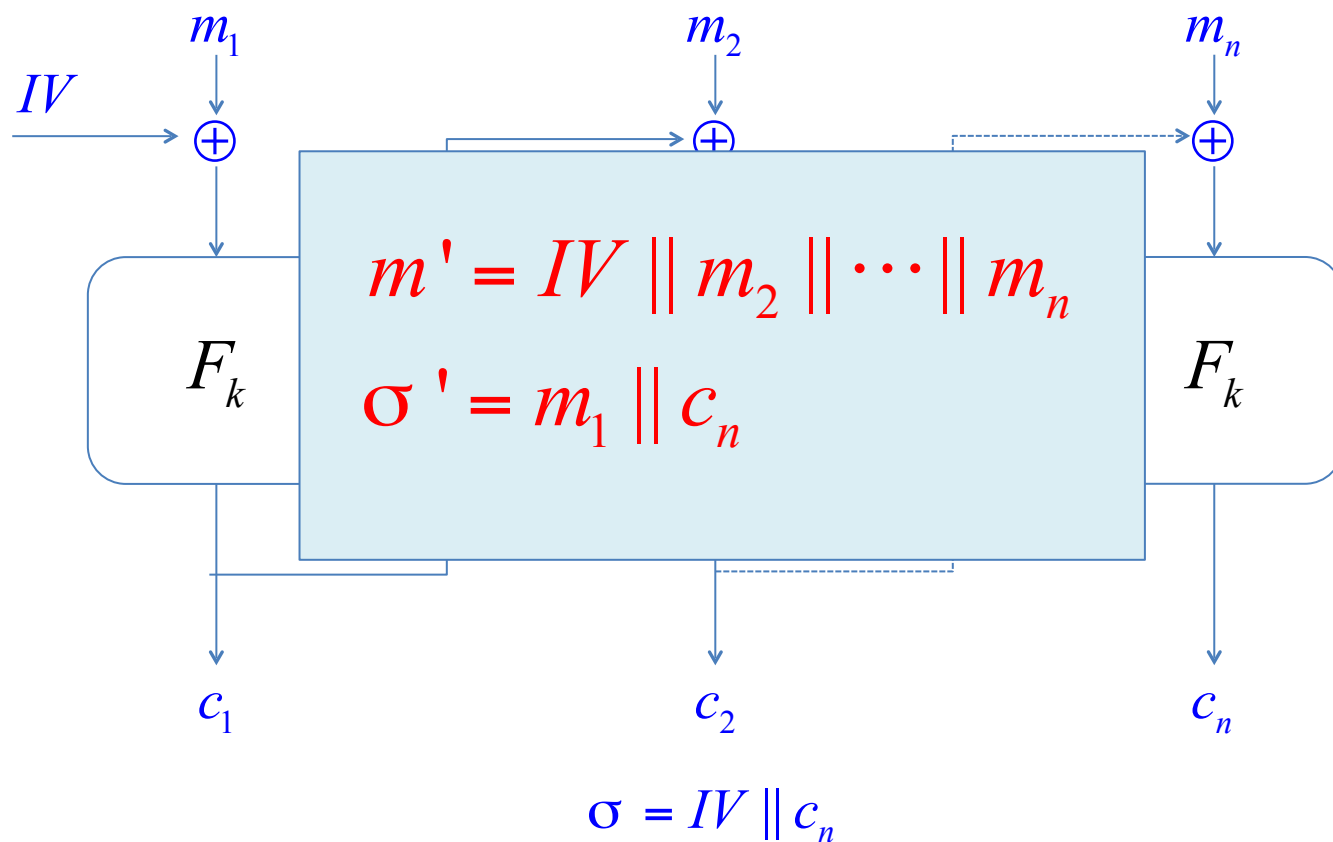
## 分组加密算法



$$\sigma = IV \parallel c_n$$

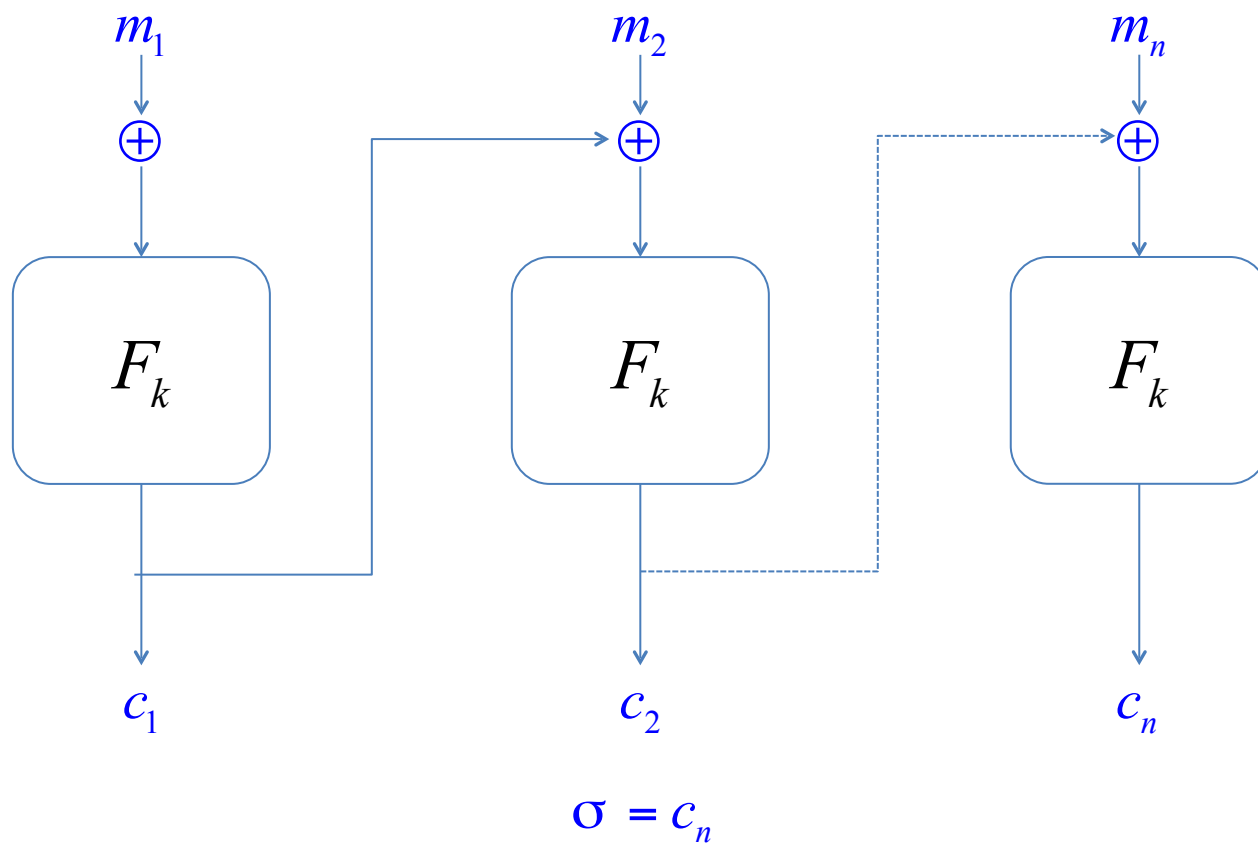
# CBC-MAC

## 分组加密算法



# CBC-MAC

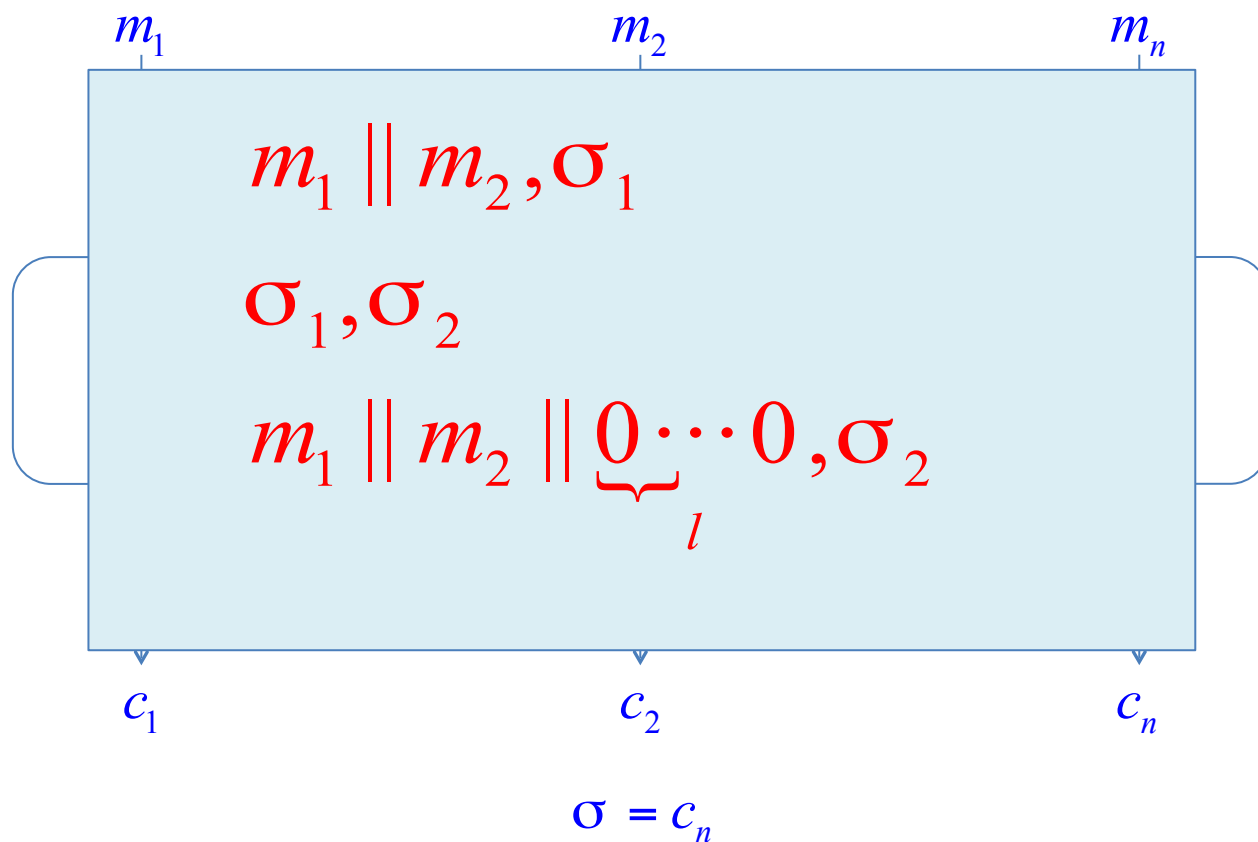
## 分组加密算法





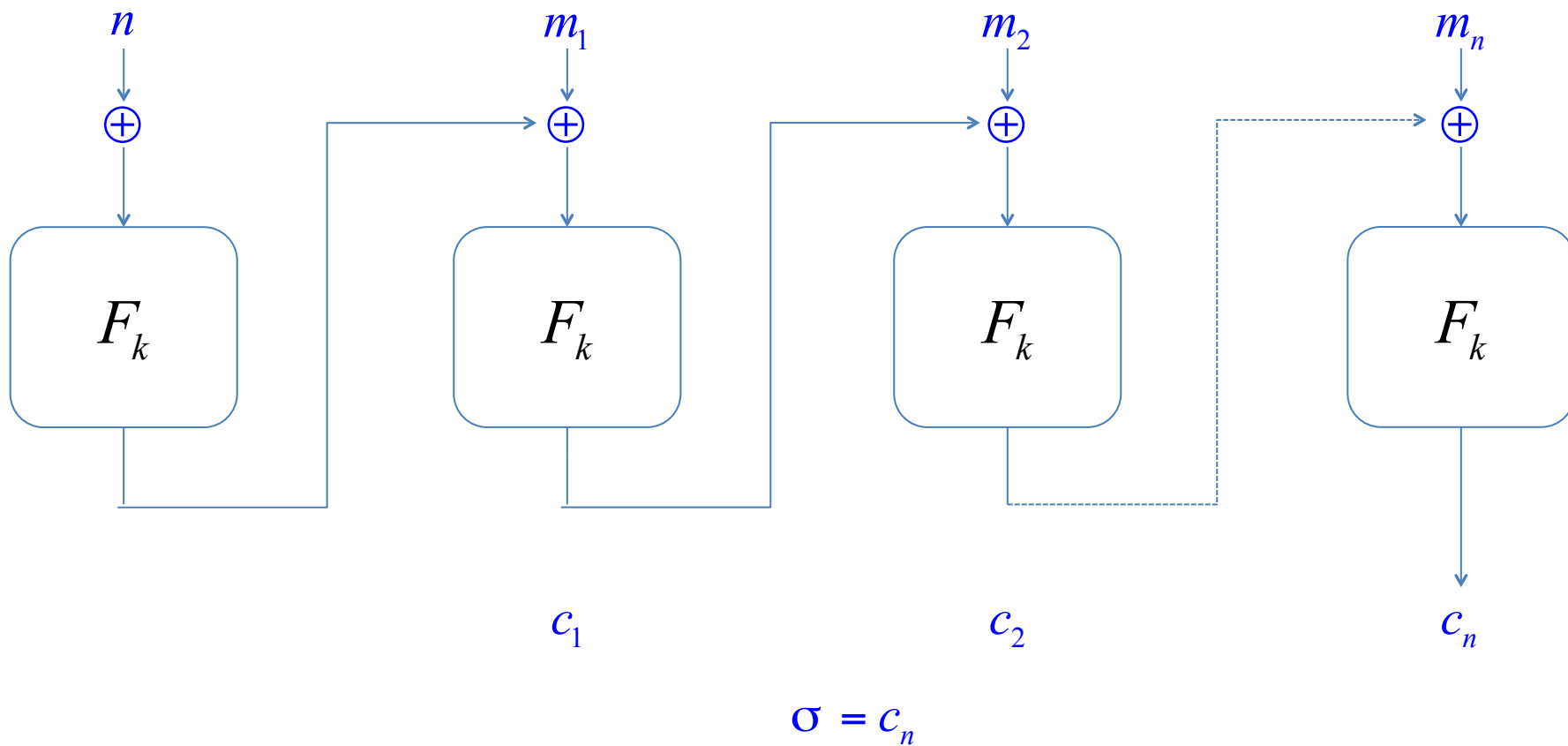
# CBC-MAC

## 分组加密算法



# CBC-MAC

## 分组加密算法



# CBC-MAC

- CBC-MAC与CBC 加密模式的区别?
- CBC-MAC中消息长度 $n$ 放到结尾是否安全?

## 散列函数 (HASH函数)

### 单向函数 (One-way Function)

- 已知 $x$ , 计算 $y=f(x)$ 容易。
- 已知 $y$ , 计算 $x$ 使得 $y=f(x)$ 困难。

### 散列函数 (Cryptographic HASH Function)

- 已知 $x$ , 计算 $y=f(x)$ 容易。
- 已知 $y$ , 计算 $x$ 使得 $y=f(x)$ 困难。
- $y$ 是定长的。

# 散列函数 (HASH函数)

## HASH函数

- 消息 $M$ 可以是任意长度的数据。
- HASH函数产生定长的输出。
- 给定消息 $M$ ，计算它的Hash值 $h=H(M)$  是很容易的。
- 任意给定 $h$ ，则很难找到 $M$ 使得 $h=H(M)$ ，即给出Hash值，要求输入 $M$ 在计算上是不可行的，即运算过程是不可逆的，这种性质称为函数的单向性。
- 给定消息 $M$ 和其Hash值 $H(M)$ ，要找到另一个 $M'$ ，且 $M \neq M'$ ，使得 $H(M) = H(M')$ 在计算上是不可行的，这条性质被称为抗弱碰撞性。
- 对于任意两个不同的消息 $M \neq M'$ ，它们的摘要值不可能相同，这条性质被称为抗强碰撞性。

# 散列函数 (HASH函数)

## HASH函数

- 弱抗碰撞性保证对于一个消息 $M$ 及其Hash值，无法找到一个替代消息 $M'$ ，使它的Hash值与给定的Hash值相同。这条性质可用于防止伪造。
- 强抗碰撞性对于消息Hash函数的安全性要求更高，这条性质保证了对生日攻击的防御能力。

# 散列函数 (HASH函数)

## “生日攻击”问题

多少个人的生日会出现重合的概率会大于0.5?

- $Q(365, k)$  表示  $k$  个人中没有出现相同生日的概率。

- $P(365, k)$  表示  $k$  个人中出现相同生日的概率。

- $$Q(365, k) = \frac{365 \times (365 - 1) \times \cdots \times (365 - k + 1)}{365^k} = \frac{365!}{(365 - k)! 365^k}$$

- $$P(365, k) = 1 - Q(365, k) = 1 - \frac{365!}{(365 - k)! 365^k}$$

- 如何找到k的值?

## 散列函数 (HASH函数)

### “生日攻击”问题

$q$ 个元素  $y_1, y_2, \dots, y_q$  在  $[1, N]$  内随机取值, 则出现不同  $i, j$  满足  $y_i = y_j$  的概率  $coll(q, N)$ :

$$\begin{aligned} coll(q, N) &= \Pr[\vee_{i \neq j} coll_{i,j}] \\ &= 1 - \frac{N(N-1)\dots(N-q+1)}{N^q} = 1 - \prod_{i=1}^{q-1} (1 - \frac{i}{N}) \end{aligned}$$



## 散列函数 (HASH函数)

$$coll(q, N) = \Pr[\vee_{i \neq j} coll_{i,j}]$$

$$= 1 - \frac{N(N-1)\dots(N-q+1)}{N^q} = 1 - \prod_{i=1}^{q-1} (1 - \frac{i}{N})$$

- $n = 30$

- $coll(q, N)$

- $= 1 - \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \dots \times \frac{365 - 30 + 1}{365}$

- $= 1 - 1 \times (1 - \frac{1}{365}) \times (1 - \frac{2}{365}) \dots \times (1 - \frac{30 - 1}{365})$

- $\approx 60\% - 70\%$

## 散列函数 (HASH函数)

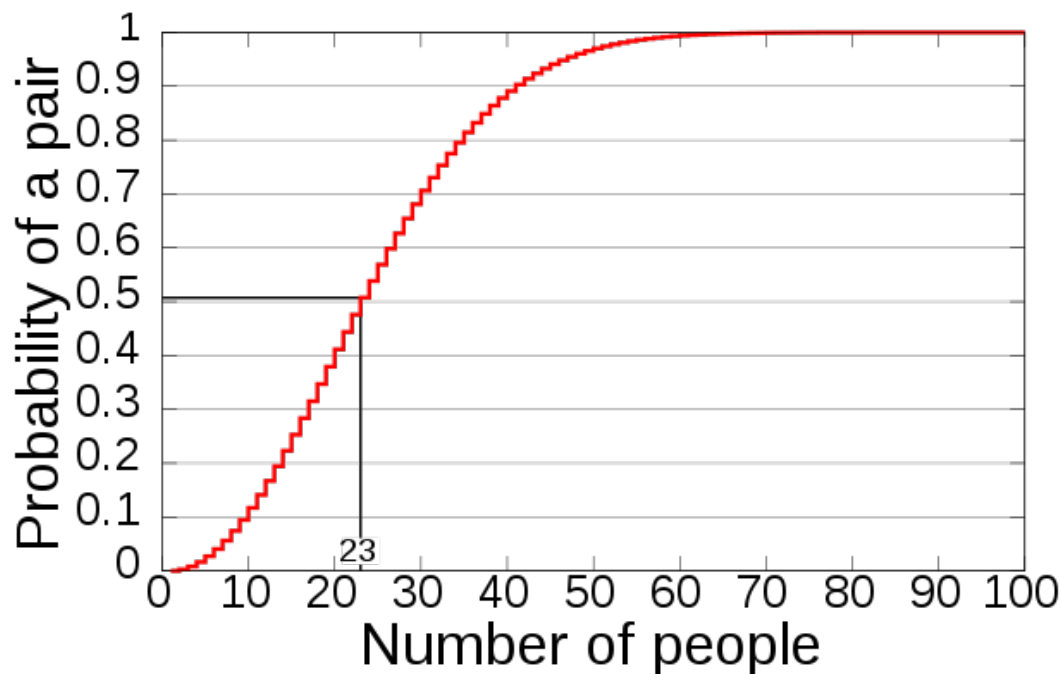
$$\text{令 } \Pr[\vee_{i \neq j} \text{coll}_{i,j}] = \varepsilon$$

$$\text{coll}(q, N) \approx 1 - e^{-\frac{q(q-1)}{2N}} = \varepsilon$$

$$e^{-\frac{q(q-1)}{2N}} \approx 1 - \varepsilon$$

$$q^2 - q \approx q^2 \approx 2N \ln(1 - \varepsilon)^{-1}$$

$$q \approx \sqrt{2N \ln(1 - \varepsilon)^{-1}}$$



$N = 365, \varepsilon = 0.5, q \approx 23$  • [https://en.wikipedia.org/wiki/File:Birthday\\_Paradox.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Birthday_Paradox.svg)

- $H(x)$  如果具有  $N$  位输出, 攻击者计算  $2^{N/2}$  个哈希值, 出现碰撞的概率是多少?
- 当  $N$  足够大时, 出现碰撞的概率如下:

$$1 - \frac{2^N}{2^N} \times \frac{2^N - 1}{2^N} \times \frac{2^N - 2}{2^N} \times \dots \times \frac{2^N - 2^{N/2} + 1}{2^N}$$

$$= 1 - 1 \times (1 - \frac{1}{2^N}) \times (1 - \frac{2}{2^N}) \times \dots \times (1 - \frac{2^{N/2} - 1}{2^N})$$

- 由于  $e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots \approx 1 - x$ , 当  $x$  趋近于0.

$$\approx 1 - e^{-\frac{1}{2^N}} \times e^{-\frac{2}{2^N}} \times \dots \times e^{-\frac{2^{N/2}-1}{2^N}} = 1 - \prod_{i=1}^{2^{N/2}-1} e^{-\frac{i}{2^N}}$$

$$= 1 - \prod e^{-\sum_{i=1}^{2^{N/2}-1} \frac{i}{2^N}} = 1 - e^{-\frac{2^{N/2} \times (2^{N/2}-1)}{2^N}} \approx 1 - e^{-1} \approx 63.21 \%$$

## 散列函数 (HASH函数)

- $H(x)$  如果具有  $N$  位输出,  $C$  表示一个常数, 则:
- 攻击者每计算  $2^{N/2}$  次消息, 无碰撞的概率为  $\Pr[lose] = 1 - (1 - e^{-1}) = e^{-1}$
- 攻击者发现碰撞的概率为  $\Pr[Win] = 1 - (e^{-1})^C \approx 1$ , 当  $C$  足够大时。
- 对于 256 位输出, 攻击者计算  $2^{128}$  次哈希, 假设每次计算哈希用时  $10^{-6}$  秒,
- 则找到碰撞需要  $2^{128} \times 10^{-6} / (365 \times 24 \times 3600) \approx 1.079 * 10^{31}$  年.

## 散列函数 (HASH函数)

It was the **best** of times,  
it was the **worst** of times,  
  
it was the age of **wisdom**,  
it was the age of **foolishness**,  
  
it was the epoch of **belief**,  
it was the epoch of **incredulity**,  
  
it was the season of **light**,  
it was the season of **darkness**,  
  
it was the spring of **hope**,  
it was the winter of **despair**,

we had **everything** before us,  
we had **nothing** before us,

.....

.....

There were a king with a large jaw  
and a queen with a **plain** face,  
on the throne of **England**;  
There were a king with a large jaw  
and a queen with a **fair** face,  
on the throne of **France**.

## 散列函数 (HASH函数)

压缩函数：定长输入，定长输出。

$$\textit{compress} : \{0,1\}^{m+l} \rightarrow \{0,1\}^m$$

## 散列函数 (HASH函数)

### 预处理

给定一个比特串  $x$ , 其中  $|x| \geq m + l + 1$ , 用公开算法构造比特串  $y$ , 使得  $|y| \equiv 0 \pmod{l}$ , 记为

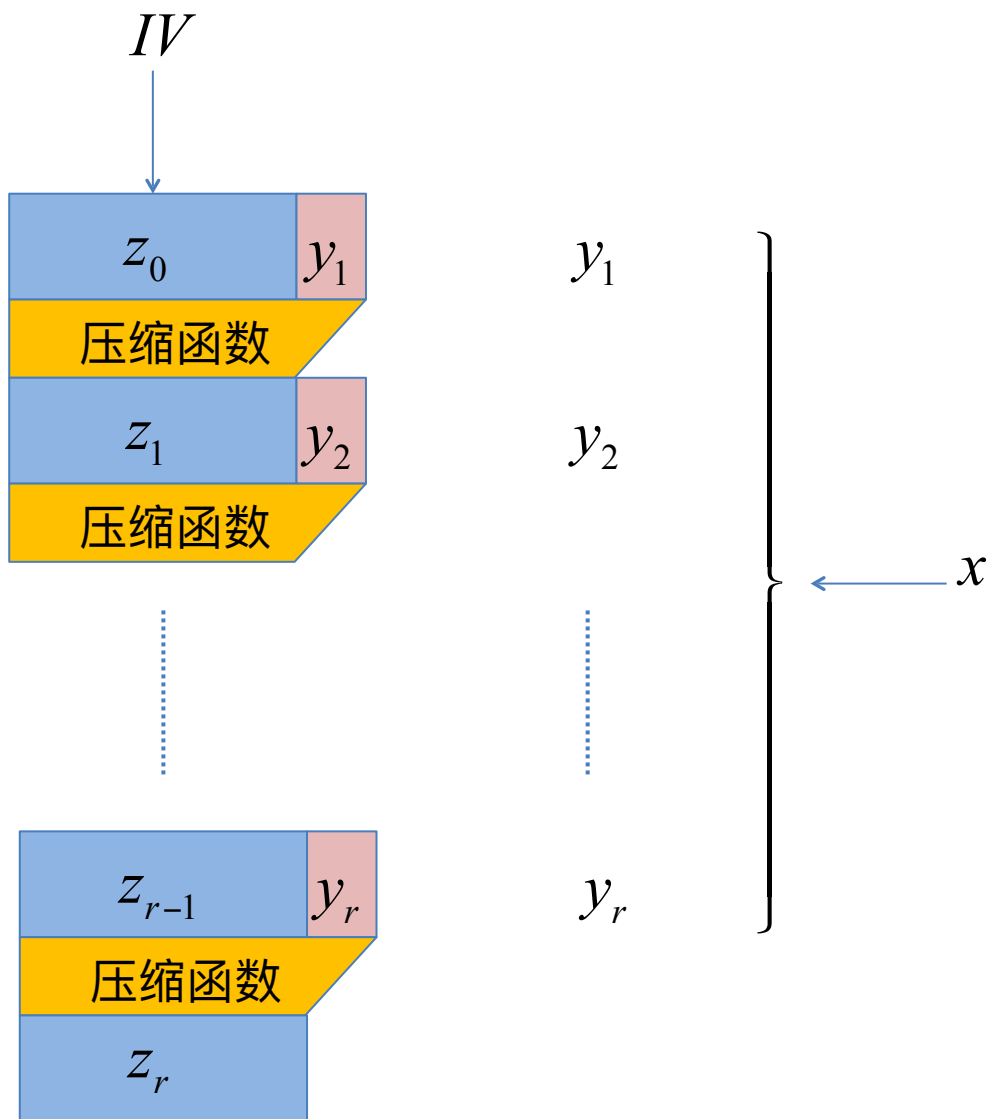
$$y = y_1 || y_2 || \dots || y_r, |y| = rl$$

### 处理

设  $IV$  是长度为  $rl$  的初始比特串, 则计算

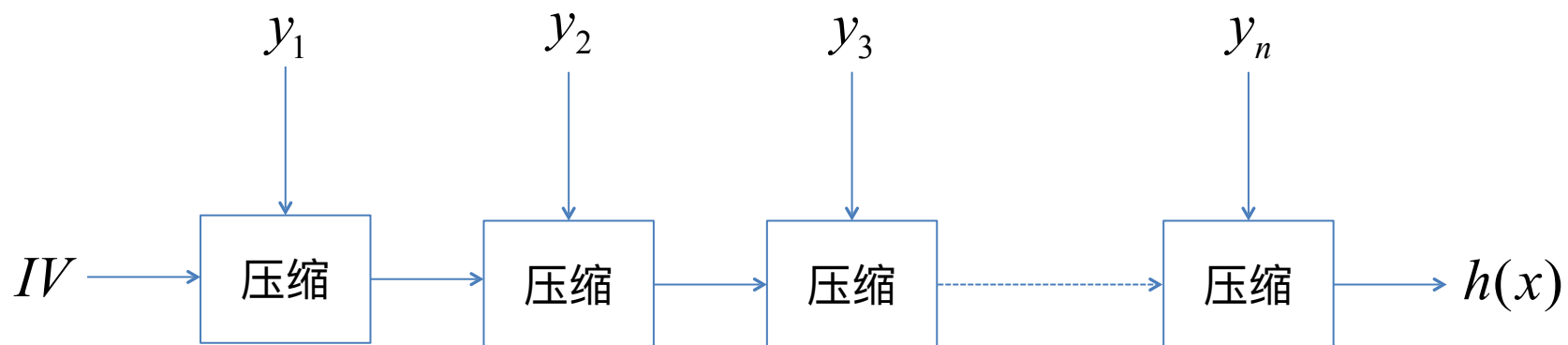
$$\begin{aligned} z_0 &\leftarrow IV \\ z_1 &\leftarrow \text{compress}(z_0 || y_1) \\ z_2 &\leftarrow \text{compress}(z_1 || y_2) \\ &\dots \\ &\dots \\ z_r &\leftarrow \text{compress}(z_{r-1} || y_r) \end{aligned}$$

# 散列函数 (HASH函数)

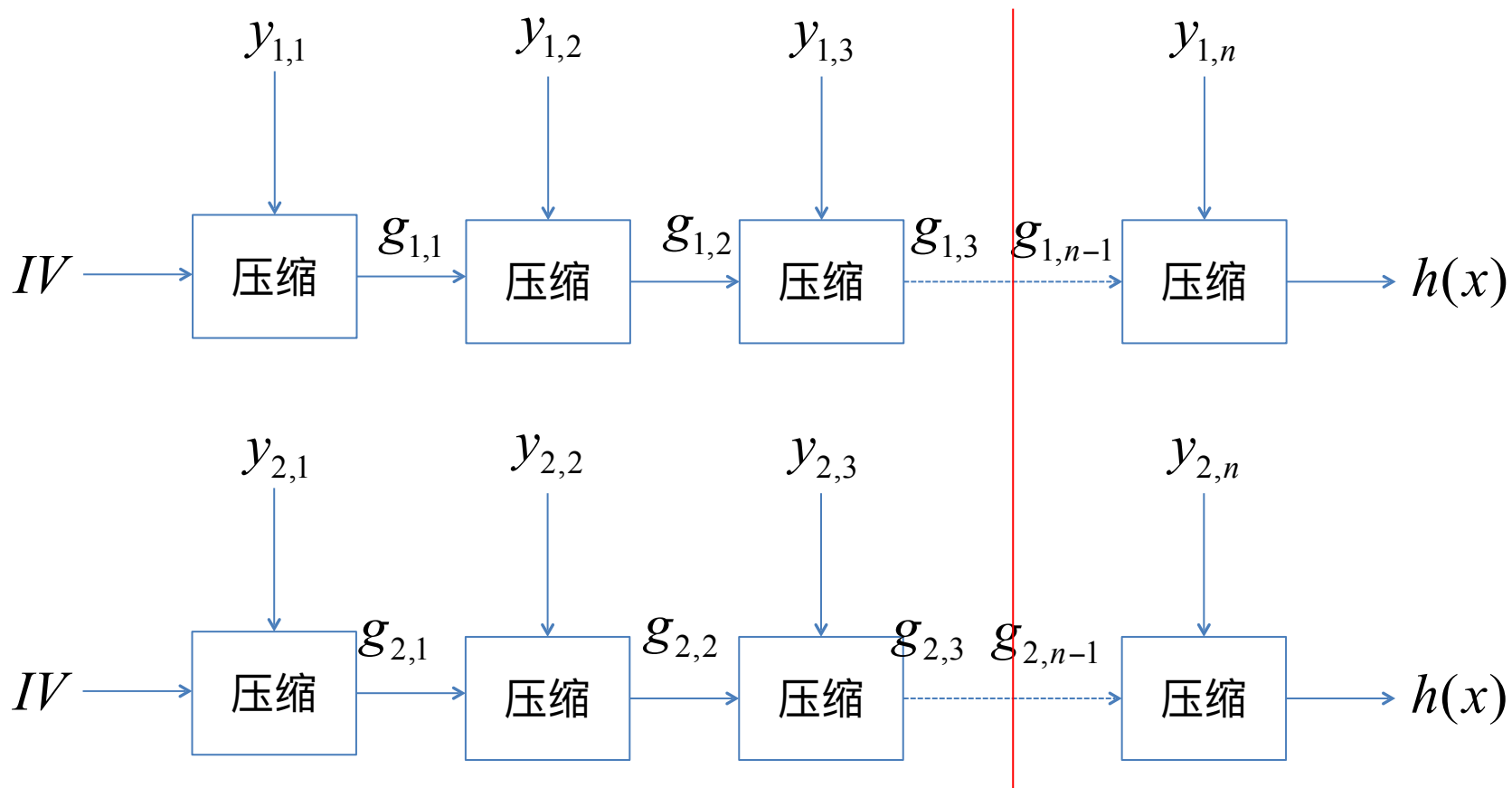




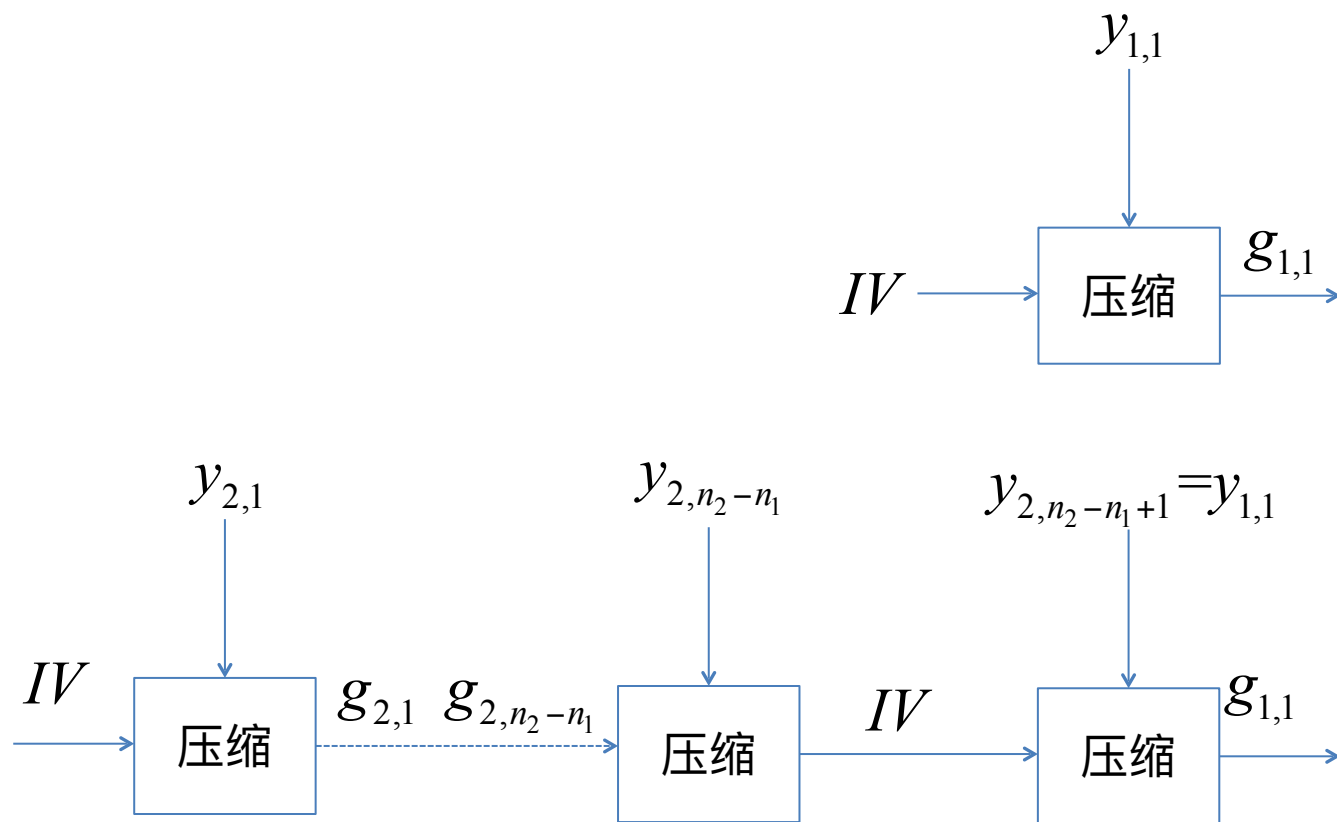
# Merkle-Damgard结构



# Merkle-Damgard结构



# Merkle-Damgard结构



## HASH算法的安全性

对于长度为 $n$ 的理想HASH算法，找到原像、弱碰撞和强碰撞需要穷举的消息数分别为：

单 向 性	$2^n$
抗弱碰撞性	$2^n$
抗强碰撞性	$2^{n/2}$

但实际上任何具体HASH算法实现都不是理想的HASH算法，密码学家希望穷举尽可能少的消息数攻破HASH算法。

## 练习

问题：

假设HASH算法是抗强碰撞的，如何使用HASH算法构造抵抗选择消息攻击的MAC算法？

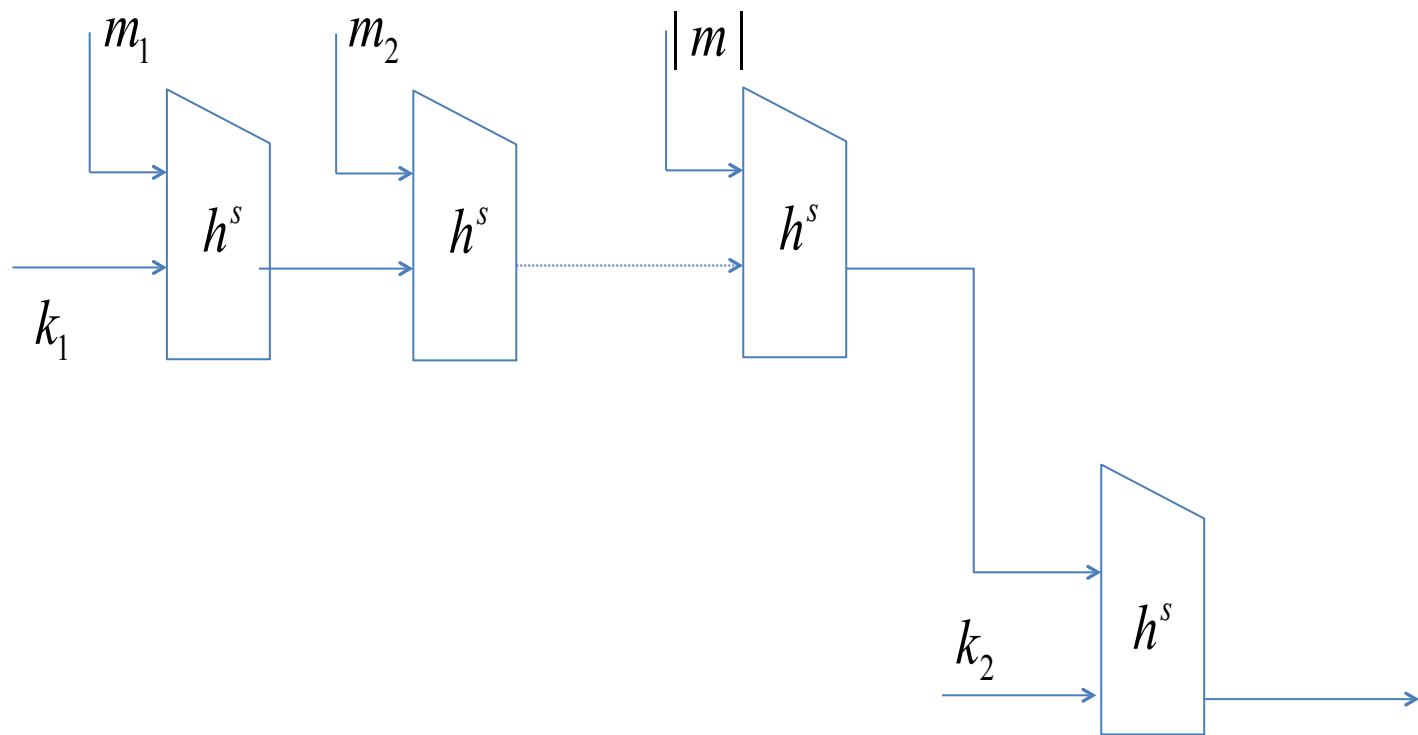
一种做法： $Mac(k, x) = Hash(k \parallel x)$ ？

目前大多数HASH算法迭代运行压缩函数实现的，如果采用迭代结构的HASH算法则上面的MAC构造方案是不安全的。

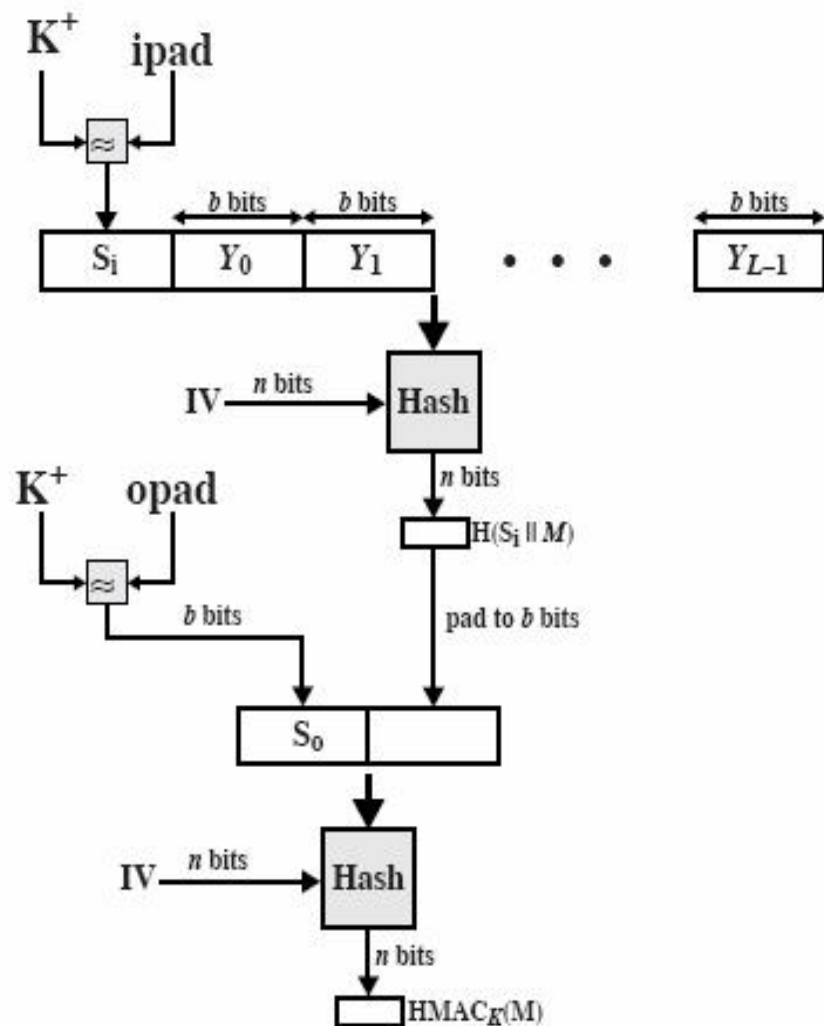
## NMAC设计目标

- 无需修改地使用现有的散列函数。特别是，散列函数的软件实现执行很快，且程序代码是公开的和容易获得的。
- 当出现或获得更快的或更安全的散列函数时，对算法中嵌入的散列函数要能轻易地进行替换。
- 保持散列函数的原有性能不会导致算法性能的降低。
- 使用和处理密钥的方式很简单。
- 基于对嵌入散列函数合理的假设，对鉴别机制的强度有一个易懂的密码编码分析。

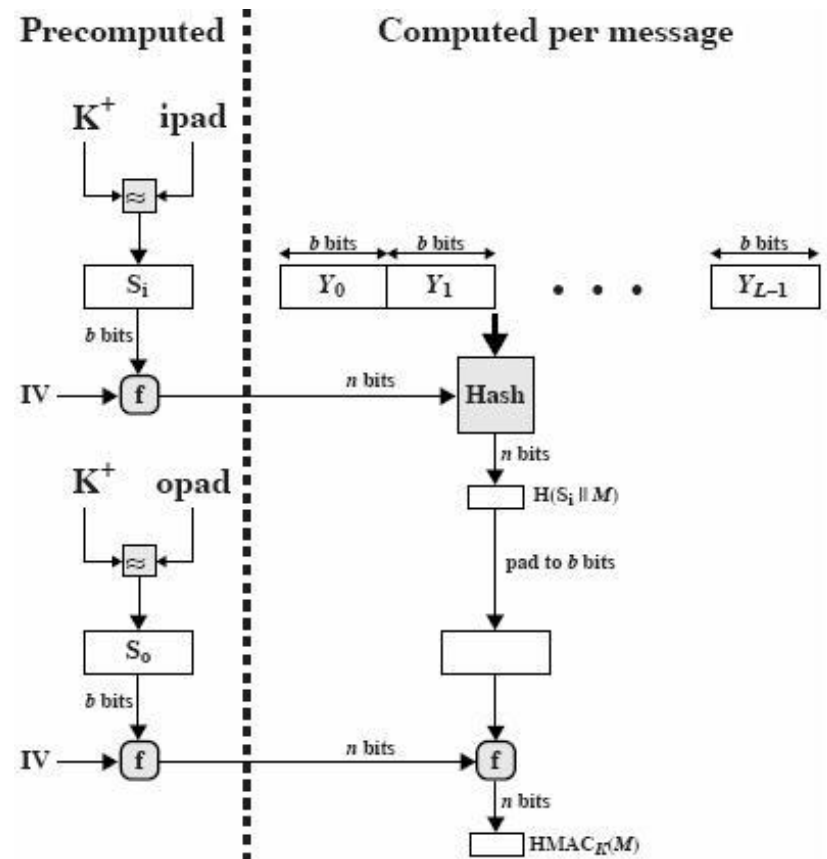
# NMAC



# HMAC



$$\text{HMAC}(k, x) = H(k \oplus \text{opad}) \| H(k \oplus \text{ipad} \| x)$$





## Mac和Hash的关系

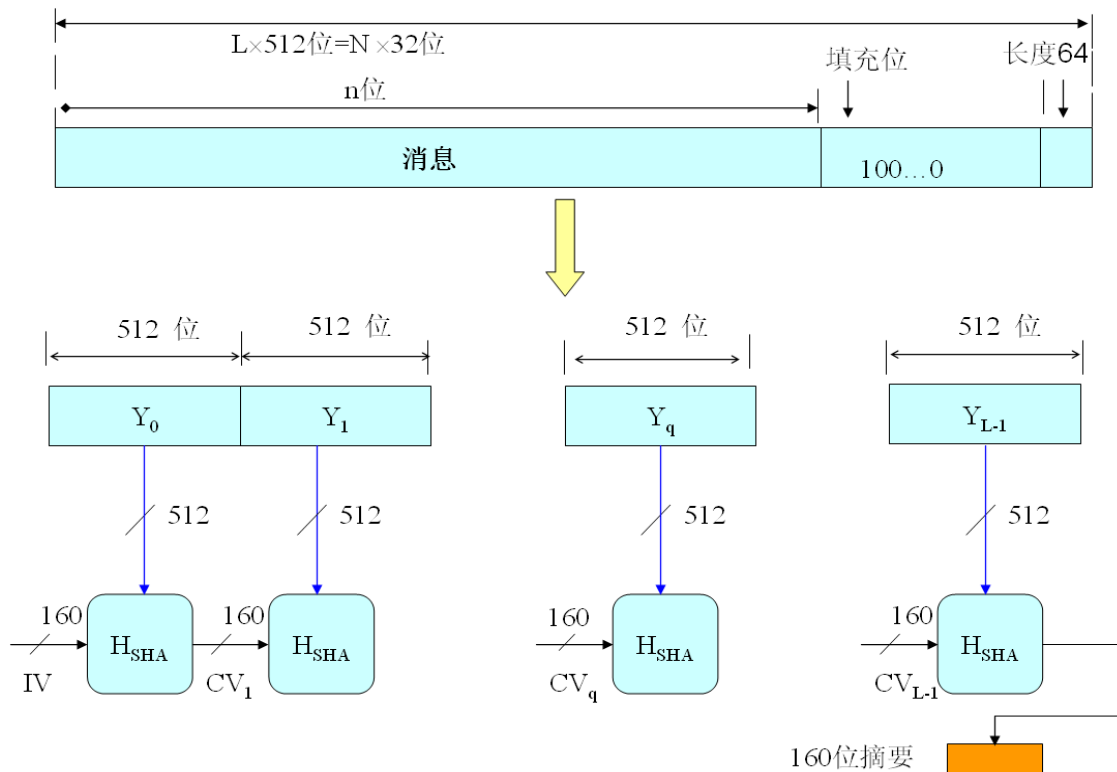
Mac可以有多种方式构造，其中基于Hash算法的Mac构造方法是一种主要方法。

Hash算法不仅可以用于Mac算法的构造，还可以用于设计加密与数字签名等其他密码学算法。

选择密文攻击安全的加密方案？

# 安全HASH算法 (SHA)

- SHA (Secure Hash Algorithm, SHA) 是由美国NIST开发的哈希函数，作为联邦信息处理标准于1993年发表，1995年修订成为SHA1，其流程大致如下图所示。SHA每个版本会增加IV向量的大小并修改数值，如SHA2中，IV可以是224位或256位。输出的位数与IV向量位数相同。
- 哈希算法在理论上，只要发现碰撞，即不在被认为是安全的。



# 安全HASH算法 (SHA)

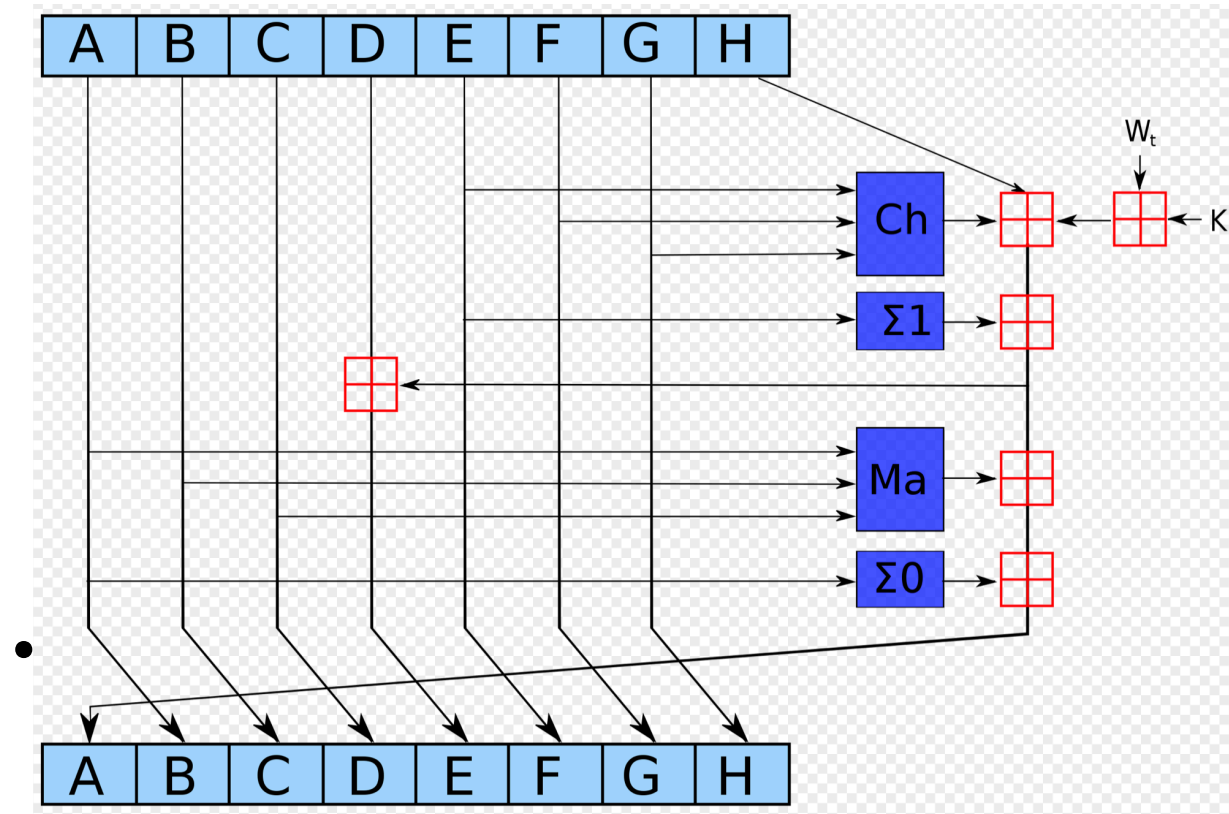
- SHA256 <https://en.wikipedia.org/wiki/SHA-2>
  - The IV (Initial Vector) consists of eight 32-bit binary numbers.
  - $A := 0x6a09e667$       $B := 0xbb67ae85$
  - $C := 0x3c6ef372$       $D := 0xa54ff53a$
  - $E := 0x510e527f$       $F := 0x9b05688c$
  - $G := 0x1f83d9ab$       $H := 0x5be0cd19$
- first 32 bits of the fractional parts of the square roots of the first 8 primes 2..19

# 安全HASH算法 (SHA)

- SHA256

<https://en.wikipedia.org/wiki/SHA-2>

- The function  $f$ , where addition is calculated modulo  $2^{32}$ .

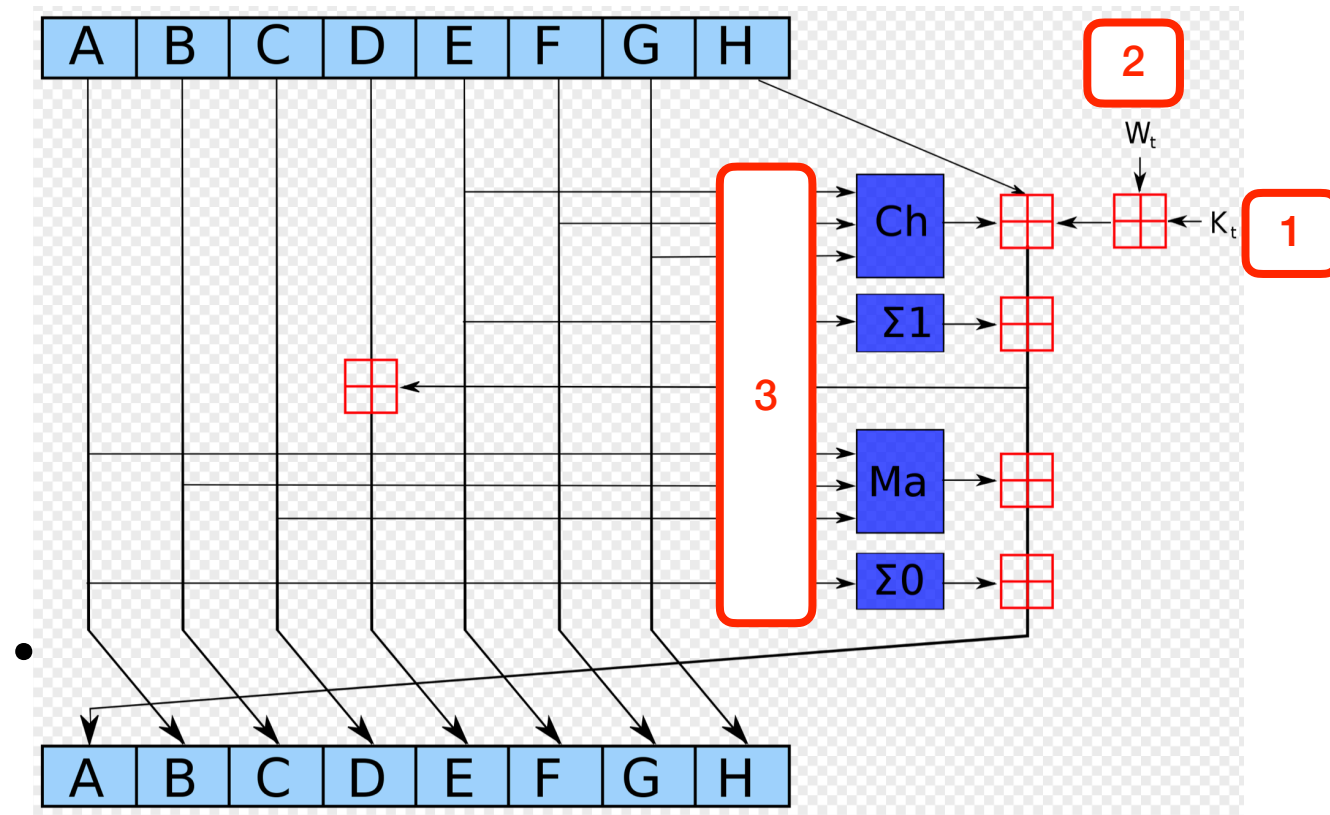


# 安全HASH算法 (SHA)

- SHA256

<https://en.wikipedia.org/wiki/SHA-2>

- The function  $f$ , where addition is calculated modulo  $2^{32}$ .



# 安全HASH算法 (SHA)

- SHA256

<https://en.wikipedia.org/wiki/SHA-2>

- $K[0..63] :=$ 
  - 0x428a2f98, 0x71374491, 0xb5c0fbcf, 0xe9b5dba5, 0x3956c25b, 0x59f111f1, 0x923f82a4, 0xab1c5ed5,
  - 0xd807aa98, 0x12835b01, 0x243185be, 0x550c7dc3, 0x72be5d74, 0x80deb1fe, 0x9bdc06a7, 0xc19bf174,
  - 0xe49b69c1, 0xefbe4786, 0x0fc19dc6, 0x240ca1cc, 0x2de92c6f, 0x4a7484aa, 0x5cb0a9dc, 0x76f988da,
  - 0x983e5152, 0xa831c66d, 0xb00327c8, 0xbf597fc7, 0xc6e00bf3, 0xd5a79147, 0x06ca6351, 0x14292967,
  - 0x27b70a85, 0x2e1b2138, 0x4d2c6dfc, 0x53380d13, 0x650a7354, 0x766a0abb, 0x81c2c92e, 0x92722c85,
  - 0xa2bfe8a1, 0xa81a664b, 0xc24b8b70, 0xc76c51a3, 0xd192e819, 0xd6990624, 0xf40e3585, 0x106aa070,
  - 0x19a4c116, 0x1e376c08, 0x2748774c, 0x34b0bcb5, 0x391c0cb3, 0x4ed8aa4a, 0x5b9cca4f, 0x682e6ff3,
  - 0x748f82ee, 0x78a5636f, 0x84c87814, 0x8cc70208, 0x90befffa, 0xa4506ceb, 0xbef9a3f7, 0xc67178f2
- first 32 bits of the fractional parts of the cube roots of the first 64 primes 2..311

# 安全HASH算法 (SHA)

- SHA256 <https://en.wikipedia.org/wiki/SHA-2>
- for each 512-bit trunk of the padding message {
  - Create a  $w[0..63]$  of 32-bit words. (Each word has 16 bits, so  $16 * 32 = 512$  bits)
  - Copy chunk into first 16 words  $w[0..15]$
  - for  $i$  from 16 to 63 {
    - $s0 := (w[i-15] \text{ rightrotate } 7) \text{ xor } (w[i-15] \text{ rightrotate } 18) \text{ xor } (w[i-15] \text{ rightshift } 3)$
    - $s1 := (w[i-2] \text{ rightrotate } 17) \text{ xor } (w[i-2] \text{ rightrotate } 19) \text{ xor } (w[i-2] \text{ rightshift } 10)$
    - $w[i] := w[i-16] + s0 + w[i-7] + s1$

# 安全HASH算法 (SHA)

- SHA256

<https://en.wikipedia.org/wiki/SHA-2>

- for i from 0 to 63{
  - $\text{Sigma1} := (e \text{ rightrotate } 6) \text{ xor } (e \text{ rightrotate } 11) \text{ xor } (e \text{ rightrotate } 25)$
  - $\text{Ch} := (e \text{ and } f) \text{ xor } ((\text{not } e) \text{ and } g)$
  - $\text{tmp1} := h + \text{Sigma1} + \text{Ch} + k[i] + w[i]$
  - $\text{Sigma0} := (a \text{ rightrotate } 2) \text{ xor } (a \text{ rightrotate } 13) \text{ xor } (a \text{ rightrotate } 22)$
  - $\text{Ma} := (a \text{ and } b) \text{ xor } (a \text{ and } c) \text{ xor } (b \text{ and } c)$
  - $\text{tmp2} := \text{Sigma0} + \text{Ma}$
- $h := g; g := f; f := e; e := d + \text{tmp1}; d := c; c := b; b := a; a := \text{tmp1} + \text{tmp2}$



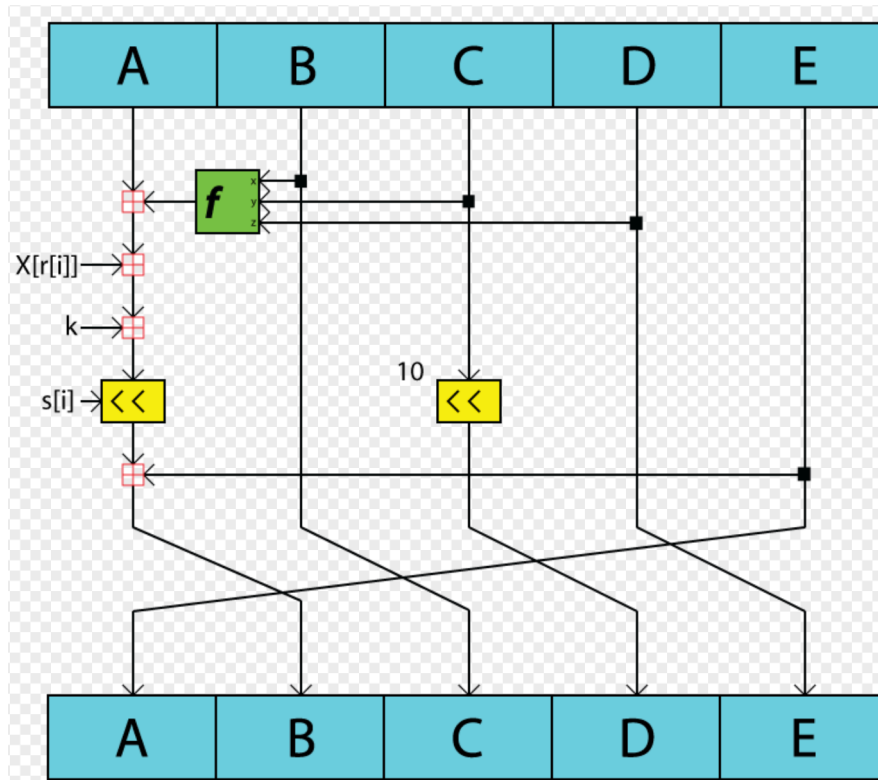
# 安全HASH算法 (SHA)

<https://en.wikipedia.org/wiki/SHA-2>

Algorithm and variant	Output size (bits)	Internal state size (bits)	Block size (bits)	Rounds	Operations	Security (in bits) against collision attacks
<b>MD5</b> (as reference)	128	128 (4 × 32)	512	64	And, Xor, Rot, Add (mod $2^{32}$ ), Or	≤18 (collisions found) <sup>[38]</sup>
<b>SHA-0</b>	160	160 (5 × 32)	512	80	And, Xor, Rot, Add (mod $2^{32}$ ), Or	<34 (collisions found)
<b>SHA-1</b>						<63 (collisions found) <sup>[39]</sup>
<b>SHA-2</b>	<i>SHA-224</i>	224	256 (8 × 32)	64	And, Xor, Rot, Add (mod $2^{32}$ ), Or, Shr	112
	<i>SHA-256</i>	256				128
	<i>SHA-384</i>	384	512 (8 × 64)	80	And, Xor, Rot, Add (mod $2^{64}$ ), Or, Shr	192
	<i>SHA-512</i>	512				256
	<i>SHA-512/224</i> <i>SHA-512/256</i>	224 256				112 128
<b>SHA-3</b>	<i>SHA3-224</i>	224	1600 (5 × 5 × 64)	24 <sup>[40]</sup>	And, Xor, Rot, Not	112
	<i>SHA3-256</i>	256				128
	<i>SHA3-384</i>	384				192
	<i>SHA3-512</i>	512				256
	<i>SHAKE128</i> <i>SHAKE256</i>	<i>d</i> (arbitrary) <i>d</i> (arbitrary)	1344 1088			min( <i>d</i> /2, 128) min( <i>d</i> /2, 256)

# 安全HASH算法 (SHA)

- RIPEMD160
  - Pseudocode: <https://rosettacode.org/wiki/RIPEMD-160>



THANKS