

Ayudantía N°4

1. Sea la función de utilidad de un consumidor la siguiente: $U = A^{0,5} * B^{0,4}$ y su ingreso igual a 1000.

a. ¿Cuáles son las cantidades óptimas para $P_A = 5$ y $P_B = 10$ cuando el consumidor maximiza su utilidad?

Por condición de equimarginalidad:

$$\frac{Umg_a}{P_a} = \frac{Umg_b}{P_b} \quad \text{es decir}$$

$$\frac{0,5 * A^{-0,5} * B^{0,4}}{5} = \frac{0,4 * A^{0,5} * B^{-0,6}}{10} \quad \text{por lo que obtenemos la relación óptima}$$

$$5B = 2A.$$

Luego, reemplazando tal relación en la restricción presupuestaria

$$I = AP_A + BP_B$$

$$1000 = 5A + 10B, \text{ se obtiene}$$

$$1000 = 5A + 10 * \frac{2A}{5}$$

$$1000 = 9A$$

$$\Rightarrow A = 111,12 \text{ y reemplazando en la recta}$$

$$\Rightarrow B = 44,45, \text{ siendo estas las cantidades óptimas}$$

b. ¿Qué pasa si el ingreso se duplica?

Si el ingreso se duplica, y no cambia nuestra función de utilidad ni relación de precios (ceteris paribus) la recta presupuestaria se expande, y debemos reemplazar nuestra condición de equimarginalidad en nuestra nueva restricción:

$$2000 = 5A + 10B$$

$$\Rightarrow 2000 = 9A$$

$$\Rightarrow A = 2000/9$$

$$\Rightarrow A = 222,222$$

$$\text{Luego, } 2000 = (45/2) * B$$

$$\Rightarrow B = 800/9 ; B = 88,89$$

Nuestra nueva canasta óptima será 222,222 unidades de A y 88,888 unidades de B aproximadamente.

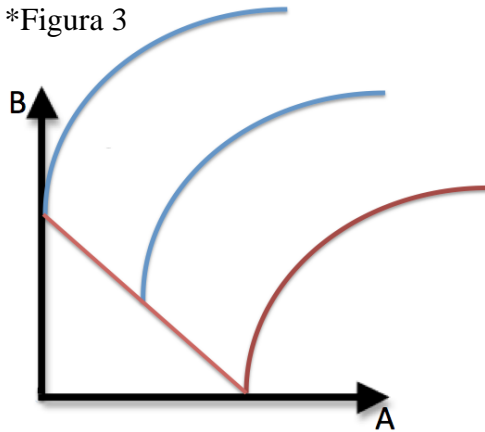
c. ¿Cuál es el nivel de utilidad que obtiene en el equilibrio el consumidor descrito en b)?

Reemplazamos los valores de A y B que obtuvimos ($A = 2000/9$ y $B = 800/9$) en la función de utilidad $U = A^{0,5} * B^{0,4}$; $U = (2000/9)^{0,5} * (800/9)^{0,4}$; $U = 89,73$

El nivel de utilidad obtenida en equilibrio del consumidor descrito en c) es de 89,73 útiles aproximadamente.

- d. Olvídense ahora de la función de utilidad especificada al comienzo. A sigue siendo un bien, pero B es ahora un mal. Con igual ingreso y precios que en b), ¿qué cantidad de A y B se consumen?

*Figura 3



R: Sin conocer la nueva función de utilidad, si sabemos cual es su forma, ya que la curva de indiferencia para un bien “x” (eje abscisas) y un mal “y” (eje ordenadas) posee una forma cóncava, similar a la función logarítmica (figura 3). Es por esto, que se produce una solución esquina, ya que el consumidor preferirá sustituir toda la cantidad del mal “B” a cambio del bien “A”. Es decir, consumirá cero unidades del mal B y 200 unidades del bien A.

2. En el óptimo un consumidor no se preocupa de igualar las utilidades de todos los bienes que consume, sino que lo que le interesa es igualar las utilidades marginales de todos los bienes que consume. **COMENTE.**

R: Falso: un consumidor estará en equilibrio cuando la utilidad marginal del último PESO GASTADO en cada uno de los bienes que consume es igual para todos los bienes (e igual, en ese caso, a la utilidad marginal del ingreso). De esta forma, se logra maximizar la utilidad del consumidor (se puede llegar al mismo resultado calculando la tangencia entre la curva de indiferencia y la restricción presupuestaria). Por ejemplo si existen dos bienes dicha condición se expresa como: $\frac{UMg1}{P1} = \frac{UMg2}{P2}$

3. Considere los siguientes datos: $I = 100$, $P_y = 4$, $P_x = 2$, $U = X^2 + Y^2$

a) Resuelva usando el método de Lagrange que valores de X y de Y maximizan la utilidad de este consumidor.

$$\textcircled{1} \quad U = X^2 + Y^2 \quad P_x = 2 \quad P_y = 4 \quad I = 100$$

$$a) \quad L = X^2 + Y^2 - \lambda(2X + 4Y - 100)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \frac{\partial L}{\partial X} &= 2X - 2\lambda = 0 \\ \textcircled{2} \quad \frac{\partial L}{\partial Y} &= 2Y - 4\lambda = 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Mezclando } \textcircled{1} \text{ y } \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \quad \lambda = X \\ \textcircled{2} \quad \lambda = \frac{Y}{2} \end{array} \right\} X = \frac{Y}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2X + 4Y = 100 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Reemplazando en Restricción} \\ I = P_x X + P_y Y \\ 100 = 2 \cdot \frac{Y}{2} + 4Y \end{array} \right\}$$

$$100 = \cancel{2} \frac{Y}{\cancel{2}} + 4Y$$

$$100 = 5Y$$

$$\boxed{Y = 20} \quad X = \frac{Y}{2} \quad \boxed{X = 10}$$

b) Una vez resuelta con Lagrange, compare sus resultados, pero esta vez resolviendo solo con la condición de optimalidad o equimarginalidad.

$$b) \quad \frac{U_{mgX}}{U_{mgY}} = \frac{P_x}{P_y} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{2X}{2Y} = \frac{2}{4} \\ 8X = 4Y \\ X = \frac{Y}{2} \end{array} \right.$$

$$\text{Reemplazando en Restricción: } \left. \begin{array}{l} I = P_x X + P_y Y \\ 100 = 2 \cdot \frac{Y}{2} + 4Y \end{array} \right\} \begin{array}{l} 100 = 5Y \\ \boxed{Y = 20} \quad \boxed{X = 10} \end{array}$$

4. A Jaimito, la Universidad le regala mensualmente 12 vales por sándwiches (Y) y 6 vales por bebidas (X). Su función de utilidad es: $U(X,Y) = X^2Y$.

- a. Si en el mercado los sándwiches valen \$5 y las bebidas \$3 y los vales los puede vender a esos precios, calcule cuánto comprará o venderá de cada uno de los bienes y cuál será su consumo final.

Ingreso Jaimito = $12 \cdot 5 + 6 \cdot 3 = 78$ $\left\{ \begin{array}{l} P_X = 3 \\ P_Y = 5 \end{array} \right.$

a) $U = X^2 Y$

$$\frac{U_{M,Y}}{U_{M,X}} = \frac{3}{5} \left\{ \frac{2XY}{X^2} = \frac{3}{5} \right\} \frac{2Y}{X} = \frac{3}{5} \left\{ Y = \frac{3X}{10} \right.$$

Reemplazamos en Restricción

$$I = P_X X + P_Y Y$$

$$78 = 3X + 5 \cdot \frac{3X}{10}$$

$$78 = 4,5 X$$

$$X = 17,33$$

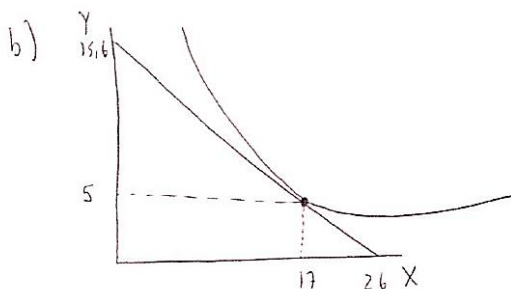
$$Y = 5,2$$

Jaimito quiere ~~5~~ 17 Sandwich y 17 Bebidas, pero tiene 12 vales de Sandwich y 6 de bebidas.

Por lo tanto vende 7 vales de sandwich a \$5 y recauda \$35.

Con eso compra 12 vales de bebidas y consume su óptimo, 17 bebidas y 5 Sandwich

- b. Grafique su respuesta en a)



- c. Si los vales fueran intransferibles, muestre si Jaimito estará mejor o peor que en la situación anterior. (Muestre esto con cálculos, no con análisis gráficos).

c) Si fueren intransferibles, consumiría todo lo que la universidad le entrega tal como viene (12 sandwich y 6 bebidas)

Para ver si está mejor o peor usamos la función de utilidad

$$U = X^2 Y \begin{cases} \text{Valores transferibles} = 17^2 \cdot 5 = 1445 \\ \text{Valores intransferibles} = 6^2 \cdot 17 = 612 \end{cases}$$

Se demuestra que siendo transferibles está mejor

$$\underline{\underline{1445 > 612}}$$