
Problemas Integrales de Superficie

Cristopher Morales Ubal
e-mail: c.m.ubal@gmail.com

Problemas

1. Encontrar el área de la porción de superficie de ecuación $z = 16 - (x^2 + y^2)$ que ésta comprendida entre los planos de ecuaciones $z = 2$ y $z = 3$.
2. Calcule el área de la superficie $S : x^2 + y^2 = 4$ acotada por los planos $z = 0$ y $z = y$.
3. Calcule el area de la superficie de la porción del elipsoide $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$, cortada por el cono $x^2 + z^2 = y^2$.
4. El area de la porción del cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ encerrado dentro del cilindro $x^2 + y^2 = ay$, $a > 0$ es $4\pi\sqrt{2}$. ¿Cuál es el valor de a ?
5. Calcule

$$\iint_S \sqrt{2 + 8x^2 + 8y^2} dS$$

Siendo S la superficie $z = 4 - x^2 - y^2$ contenida dentro del cilindro $x^2 + (y - 1)^2 = 1$.

6. Sea $f(x, y, z) = x$ y S la superficie correspondiente al trozo de cilindro parabolico $z = x^2$, limitado por los planos $y - z = 1$, $y - z = 13$ y $x + z = 2$. calcule

$$\iint_S f(x, y, z) dS$$

7. Encontrar la masa de la porción de superficie del paraboloide de ecuación $2z = x^2 + y^2$ que está por fuera de la superficie cónica de ecuación $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ sabiendo que la densidad en cada punto $P(x, y, z)$ está dada por $\delta(x, y, z) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{z}(x^2 + y^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}$

8. Calcule

$$\iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n} dS$$

donde $\vec{F}(x, y, z) = (0, 2y, 2z)$ y S es la parte del plano $z = 3x + 2$ dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 4$.

9. Calcule

$$\iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n} dS$$

donde $\vec{F}(x, y, z) = (xz, yz, -z^2)$ y S es la superficie del paraboloide $3z = x^2 + y^2$ entre $z = 0$ y $z = 1$.

Soluciones

Problemas

1. $\frac{19}{2}\sqrt{57}\pi - \frac{53}{6}\sqrt{53}\pi$
2. 8
3. $2\pi \left(\frac{1}{4} + \ln [(\sqrt{2} + 1) / (\sqrt{3}/2 + 1/\sqrt{2})] \right)$
4. $a = 4$
5. $7\pi\sqrt{2}$
6. $5\sqrt{5} - 17\sqrt{17}$
7. $4\pi \arctan 2$
8. 8π
9. -3π