Omówienie zagadnienia

Zadanie polegało na znalezieniu współczynników *a – d* poprzez wykorzystanie punktów podanych w pliku, które modelowane były za pomocą funkcji

$$F(x) = a * x^2 + b * \sin(x) + c * \cos(5x) + d * \exp(-x).$$

Następnie należało zaproponować inną funkcję *G(x)* – która również zależy od kilku parametrów – oraz wygenerować zbiór punktów w postaci *(x, G(x) + δy),* gdzie *δy* to losowe zaburzenia. Potem należało powtórzyć dopasowanie i sprawdzić, czy udało się odtworzyć wartości ustalonych wcześniej parametrów.

Funkcję *G(x)* zdefiniowałem jako $G(x) = a * \sin(x) + b * \cos(x) + c * x + d * x^2$.

Wartości początkowe współczynników ustaliłem jako *a = 2.5000, b = 1.2500, c = 0.6250, d = 0.3125.*

Zaburzenia *δy* generowałem jako losowe wartości z przedziału $\langle -2.0, 2.0 \rangle$.

Problem ten rozwiązałem za pomocą odpowiedniego algorytmu aproksymacji. Do znalezienia wartości współczynników należało najpierw skonstruować macierz *M*, której kolumny, to dane wyrazy wielomianu dla kolejnych wartości zmiennej *x*. Następnie użyłem rozkładu *SVD* do jej rozłożenia

$$M = U\Sigma V^T$$

Gdzie Σ to macierz wartości osobliwych, natomiast *M* i *V* są macierzami ortogonalnymi.

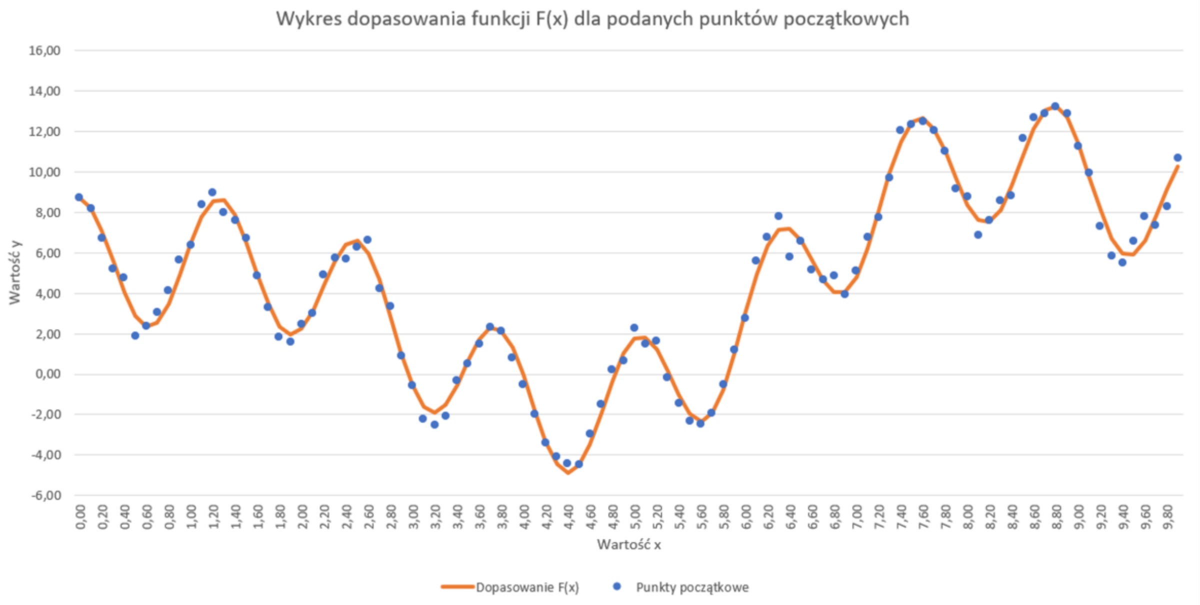
Wartości współczynników otrzymałem podstawiając wartości do następującego równania

$$x = V\Sigma^{-1}U^T y$$

Gdzie *y* jest wektorem wartości funkcji.

Omówienie funkcji *F(x)*

Po zastosowaniu opisanego wyżej algorytmu otrzymałem następujące rezultaty, które prezentuję na poniższym wykresie.



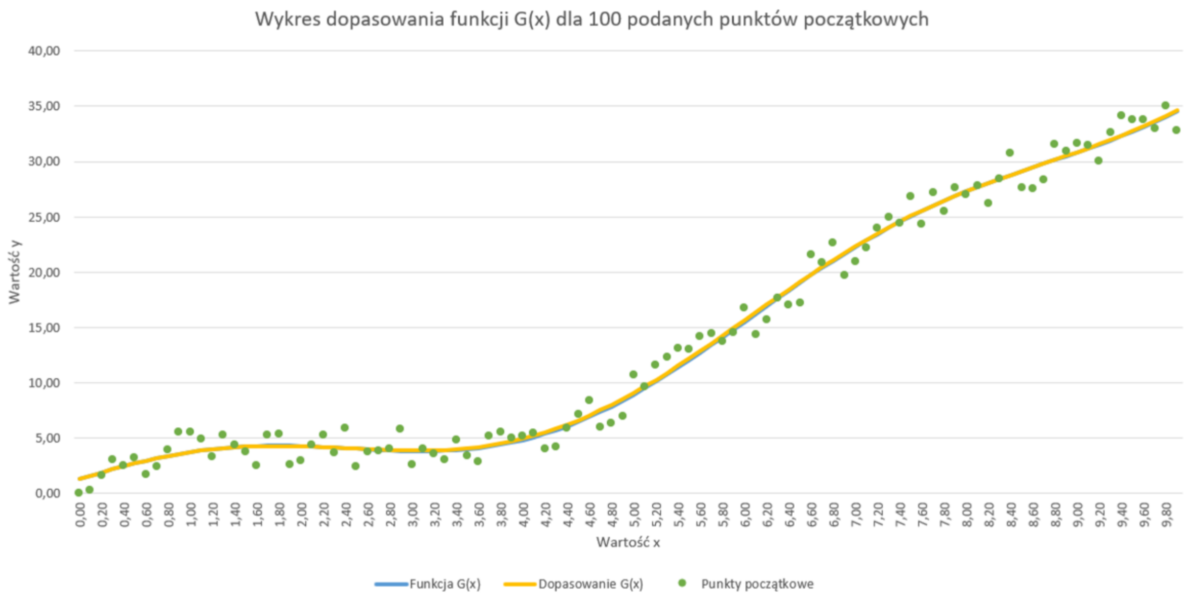
Jak można zauważyć, znalezione dopasowanie funkcji *F(x)* jest bardzo dobre. Znalezione współczynniki to: $a = 0.100934$, $b = 4.023060$, $c = 3.088740$, $d = 5.632840$.

Wnioski

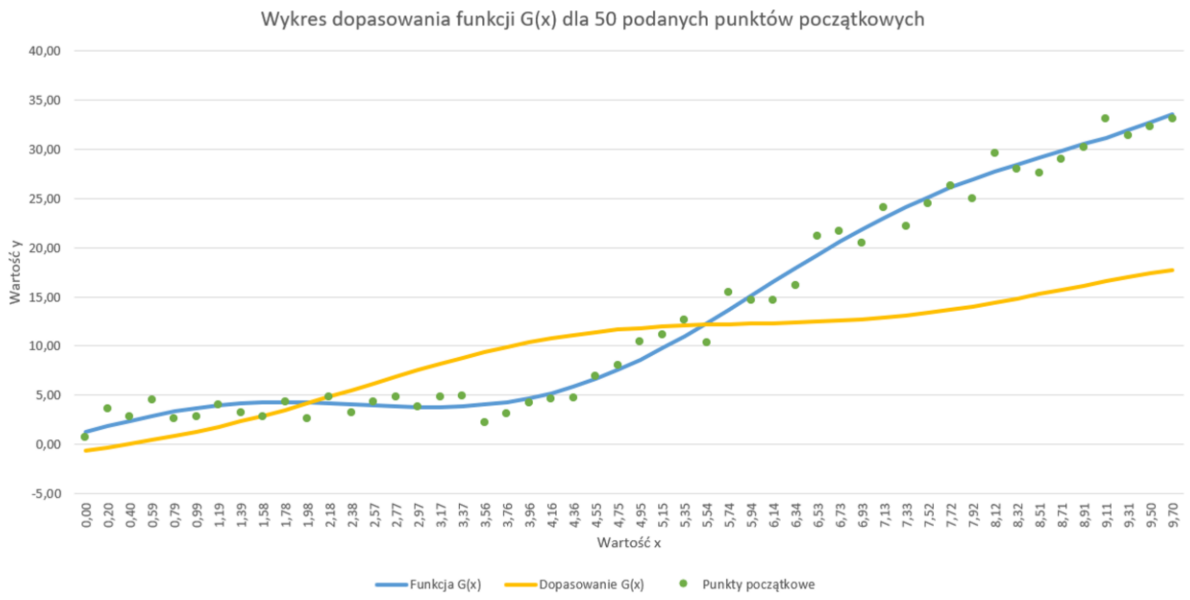
Znalezione współczynniki są poprawne, dlatego też funkcja została poprawnie dopasowana.

Omówienie funkcji *G(x)*

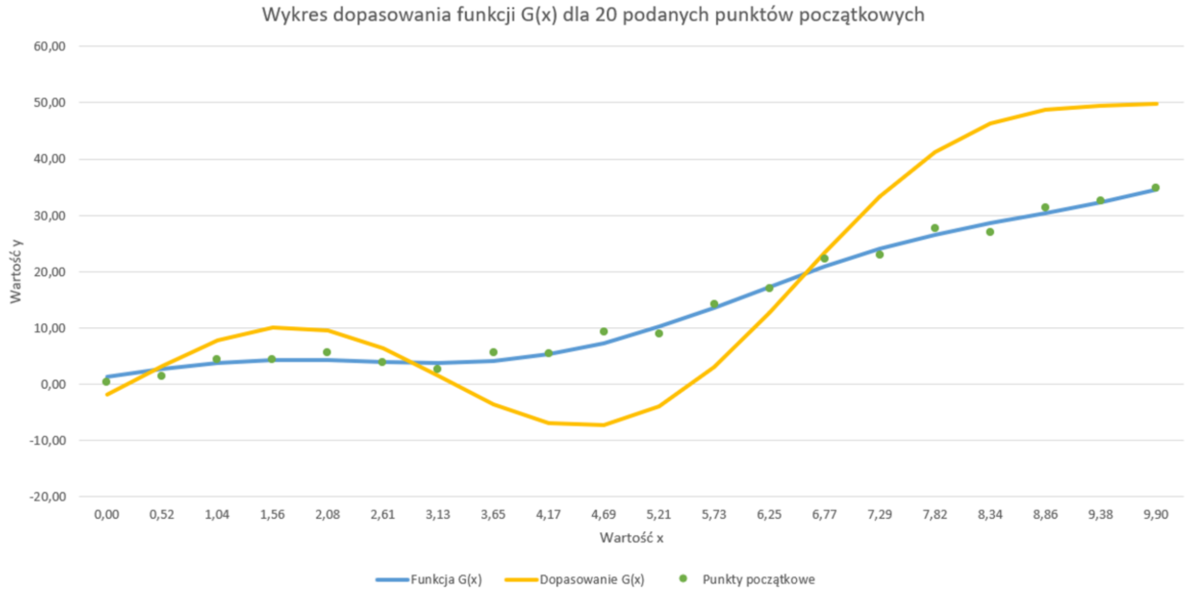
Algorytm aproksymacji zastosowałem również dla zaproponowanej przeze mnie funkcji *G(x)* oraz wygenerowanych wcześniej punktów, które zostały odpowiednio zaburzone. Wygenerowałem wykresy dla 100, 50 i 20 punktów – wykresy oraz znalezione współczynniki będę prezentował kolejno poniżej.



Dla 100 wygenerowanych punktów znalezione współczynniki posiadały następujące wartości:
a = 2.422550, b = 1.265310, c = 0.655819, d = 0.309888.



Dla 50 wygenerowanych punktów znalezione współczynniki to:
a = -1.1196000, b = -0.6307020, c = 2.6871300, d = -0.0980534.



Dla 20 wygenerowanych punktów znalezione współczynniki wynosiły:
a = 12.449000, b = -1.919410, c = -2.851730, d = 0.837558.

Jak możemy zauważyć, najlepsze dopasowanie funkcji oraz wartości współczynników najbliższe oryginalnym otrzymaliśmy dla przypadku wygenerowania 100 punktów początkowych.

Natomiast wraz ze zmniejszaniem ilości punktów, dopasowanie funkcji *G(x)* stawało się coraz mniej dokładne.

Wnioski

Większa ilość punktów sprawia, że precyzyjniej można wyznaczyć wartość współczynników dzięki czemu funkcja jest lepiej dopasowana do oryginalnej funkcji.

Podsumowanie

Najlepsze dopasowanie funkcji *F(x)* oraz *G(x)* otrzymałem dla 100 podanych punktów początkowych. Im więcej punktów posiadamy, tym lepiej jesteśmy w stanie odwzorować funkcję modelującą dane punkty.

Wnioski

Dokładność algorytmu znajdowania najlepszego dopasowania funkcji za pomocą aproksymacji zależy od ilości posiadanych punktów początkowych. Im większą ilość punktów dostaniemy, tym dokładniejsze wartości współczynników otrzymamy, w rezultacie otrzymamy dokładniejsze odwzorowanie funkcji pierwotnej.