Omówienie zagadnienia

W zadaniu podane były dwie macierze, które zdefiniowane były następująco:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2.554219275 & 0.871733993 & 0.052575899 & 0.240740262 & 0.316022841 \\ 0.871733993 & 0.553460938 & -0.070921727 & 0.255463951 & 0.707334556 \\ 0.052575899 & -0.070921727 & 3.409888776 & 0.293510439 & 0.847758171 \\ 0.240740262 & 0.255463951 & 0.293510439 & 1.108336850 & -0.206925123 \\ 0.316022841 & 0.707334556 & 0.847758171 & -0.206925123 & 2.374094162 \end{pmatrix}$$

oraz

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2.645152285 & 0.544589368 & 0.009976745 & 0.327869824 & 0.424193304 \\ 0.544589368 & 1.730410927 & 0.082334875 & -0.057997220 & 0.318175706 \\ 0.009976745 & 0.082334875 & 3.429845092 & 0.252693077 & 0.797083832 \\ 0.327869824 & -0.057997220 & 0.252693077 & 1.191822050 & -0.103279098 \\ 0.424193304 & 0.318175706 & 0.797083832 & -0.103279098 & 2.502769647 \end{pmatrix}$$

Należało rozwiązać równania $A_i y = b$ dla $i = 1, 2$ – gdzie b miało postać:

$$b \equiv (-0.642912346 \quad -1.408195475 \quad 4.595622394 \quad -5.073473196 \quad 2.178020609)^T$$

Następnie należało zaburzyć b przez Δb (Δb to losowo wygenerowany wektor o małej normie euklidesowej np. $\|\Delta b\|_2 \approx 10^{-6}$) oraz ponownie rozwiązać powyższy układ równań – zamiast b należało podstawić $b + \Delta b$.

Porównanie wyników dla macierzy A_1

Rozwiązanie równania $A_1y = b$ to: $\begin{pmatrix} 0.22508428912 \\ -0.00601996153 \\ 1.84183211777 \\ -5.15344304969 \\ -0.21762325747 \end{pmatrix}$

Rozwiązanie równania $A_1y = b + \Delta b$ to: $\begin{pmatrix} -1163.59213634067 \\ 4186.99432636299 \\ 547.05229155573 \\ -1120.29175377929 \\ -1384.65047827744 \end{pmatrix}$

Jak możemy zauważyć wyniki są od siebie dość odległe, wynika to z tego, że błąd tych obliczeń jest bardzo duży.

Wnioski

Macierz A_1 jest źle uwarunkowana, ponieważ stosunkowo mała zmiana wektora b spowodowała duże zaburzenie wyniku – macierz A_1 doprowadza do niestabilności wyniku.

Porównanie wyników dla macierzy A_2

Rozwiązanie równania $A_2 y = b$ to: $\begin{pmatrix} 0.57747171953 \\ -1.27378458214 \\ 1.67675008418 \\ -4.81579490498 \\ 0.20156347400 \end{pmatrix}$

Rozwiązanie równania $A_2 y = b + \Delta b$ to: $\begin{pmatrix} 0.55746608670 \\ -1.27378215114 \\ 1.67674708163 \\ -4.81578719424 \\ 0.20156607342 \end{pmatrix}$

Można zauważyć, że wyniki są dość bliskie, a więc obliczenia powinny przebiec w miarę bezbłędnie.

Wnioski

W tym wypadku rozwiązania są stosunkowo bliskie siebie, można więc wywnioskować, że macierz A_2 jest dobrze uwarunkowana, ponieważ po zaburzeniu wektora b wynik nadal jest stabilny.

Podsumowanie

Macierz A_2 wydaje się być lepiej uwarunkowana numerycznie niż macierz A_1. Jak można było zauważyć macierz A_2 gwarantuje dokładniejsze i bardziej stabilne wyniki.

Wnioski

Uwarunkowanie numeryczne wpływa na dokładność i stabilność algorytmów, które operują na macierzach i strukturach do niej podobnych.