RODOLFO GOIDOBONO	CURSO TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS J. GARCÍA - EJERCICIO CAP. 14.	HOJA Nº 1 FECHA 8/4/19

Comprobar que para $f''_{(x)} - f_{(x)} = g(x)$ siendo $g(x) = x^2$

el valor de

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x,x')\, g(x')\, dx \qquad f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{1}{2} e^{-|x-x'|} (x')^2 dx'$$

es solución de la ecuación.

$$f(x) = \underbrace{-\frac{1}{2}\int_{x}^{\infty} e^{(x-x')} (x')^2 dx'}_{A} \underbrace{- \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{x} e^{-(x-x')} (x')^2 dx'}_{B}$$

Integral A

$$\int e^{(x-x')} (x')^2 dx \longrightarrow u = (x')^2 \qquad \rightarrow du = 2x'dx'$$

$$dv = e^{(x-x')} dx' \rightarrow v = -e^{(x-x')}$$

$$\hookrightarrow = (x')^2 \left(-e^{(x-x')}\right) + \int e^{(x-x')} 2x' dx'$$

$$\int e^{(x-x')} x' dx' \longrightarrow u = x' \quad du = dx'$$

$$dv = e^{(x-x')} dx'$$

$$v = -e^{(x-x')}$$

$$\hookrightarrow = x'\left(-e^{(x-x')}\right) - \int \left(-e^{(x-x')}\right) dx'$$

$$= -x' e^{(x-x')} + \int e^{(x-x')} dx'$$

$$= -x' e^{(x-x')} - e^{(x-x')} = -(x'+1) e^{(x-x')}$$

$$\hookrightarrow = -(x')^2 e^{(x-x')} + 2\left(-(x'+1)\, e^{(x-x')}\right)$$

$$= -e^{(x-x')} \left((x')^2 + 2x' + 2\right)$$

NOTA

HOJA Nº 2

FECHA 3/4/19

Integral (B)

$$\int e^{x'-x}(x')^2\,dx' \Longrightarrow \quad u=(x')^3 \quad \rightarrow du = 2x'dx'$$

$$dv = e^{(x'-x)}dx' \rightarrow v = e^{x'-x}$$

$$\hookrightarrow = (x')^2 e^{(x'-x)} - \int e^{(x'-x)} 2x'dx'$$

$$\int e^{(x'-x)}x'dx' = e^{(x'-x)}(x'-1)$$

$$\hookrightarrow = (x')^2 e^{(x'-x)} - 2e^{(x'-x)}(x'-1) =$$

$$= e^{(x'-x)}\left((x')^2 - 2x' + 2\right)$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[-e^{(x-x')}\left((x')^2+2x'+2\right)\right]_x^{\infty} - \frac{1}{2}\left[e^{(x'-x)}\left((x')^2-2x'+2\right)\right]_{-\infty}^{x}$$

cuando $a \to \infty \Rightarrow e^{-a} \to 0;\ e^{-a}\cdot a \to 0;\ e^{-a}\cdot a^2 \to 0$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[0-(-1)(x^2+2x+2)\right] - \frac{1}{2}\left[1.(x^2-2x+2)-0\right]$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 - x - 1 - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$$

$$\boxed{f(x) = -x^2-2}$$

$$f''_{(x)} = -2$$

$$f''_{(x)} - f(x) = -2-(-x^2-2) = -2+x^2+2 = x^2 .$$

NOTA