

# Ejercicios Teoría Cuántica de Campos. Capítulo 60

Autor del curso: Javier García

Problemas resueltos por: Roger Balsach

24 de agosto de 2021

## 1. Calcular $F_{\mu\nu}^a$ .

El tensor de curvatura  $\mathcal{F}_{\mu\nu}$  se define como

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu + \mathcal{A}_\mu \mathcal{A}_\nu - \mathcal{A}_\nu \mathcal{A}_\mu \quad (1)$$

Usando que la matriz  $\mathcal{A}_\mu$  tiene la forma

$$\mathcal{A}_\mu = -igA_\mu^a T_a \quad (2)$$

Podemos reescribir el tensor de curvatura como

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\mu\nu} &= \partial_\mu (-igA_\nu^a T_a) - \partial_\nu (-igA_\mu^a T_a) + (-igA_\mu^a T_a)(-igA_\nu^b T_b) - (-igA_\nu^a T_a)(-igA_\mu^b T_b) \\ &= -ig\partial_\mu A_\nu^a T_a + ig\partial_\nu A_\mu^a T_a - g^2 A_\mu^a A_\nu^b T_a T_b + g^2 A_\nu^a A_\mu^b T_b T_a \\ &= -ig(\partial_\mu A_\nu^a T_a - \partial_\nu A_\mu^a T_a - igA_\mu^a A_\nu^b [T_a, T_b]) \\ &= -ig(\partial_\mu A_\nu^a T_a - \partial_\nu A_\mu^a T_a - igA_\mu^a A_\nu^b (if_{abc} T_c)) \\ &= -ig(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf_{bca} A_\mu^b A_\nu^c) T_a \end{aligned}$$

Por lo que obtenemos la forma deseada

$$\mathcal{F}_{\mu\nu} = -igF_{\mu\nu}^a T_a \quad (3)$$

Con  $F_{\mu\nu}^a$  dada por la expresión

$$\boxed{F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c} \quad (4)$$