

Задание 2.

Фамилия _____

1. Среди указанных ниже величин найдите пренебрежимо малые (negl), сверх-полиномиальные (sup) и полиномиально-ограниченные (poly-b) (в теоретическом смысле) $n \geq 1$:

№	Задание	Ответ		
		negl	sup	poly-b
a	$f(n) = 7$			
b	$f(n) = 0.00000018$			
c	$f(n) = 1024^{128}$			
d	$f(n) = n^{-16n}$			
e	$f(n) = n^{-1}$			
f	$f(n) = 1/(n \log(n))$			
g	$f(n) = n!$			
h	$f(n) = n^{-1024} + 2^{-0.000000000001 \cdot \log(n)}$			
i	$f(n) = n^{n^2}$			
	Не заполнять!	/ 2	/ 2	/ 2

2. Пусть A – эффективный алгоритм, позволяющий предсказывать следующий бит $r[i + 1]$ по битам $r[0 \dots i]$ для некоторого генератора G на $(S, \{0,1\}^L)$. Т.е. величина $Adv_{pred}[A, G] = \epsilon$ не пренебрежимо малая. Определим игру на предсказание предыдущего бита: имея биты $r[k + 1, \dots, L - 1]$ предсказать бит $r[k]$. (определяется аналогично игре на определение следующего бита). Постройте эффективный алгоритм B , позволяющий выиграть игру на предсказание прошлого бита, используя алгоритм A . Найдите $Adv_{pred_prev}[B, G]$ – преимущество алгоритма B в игре на предсказание прошлого бита (определяется аналогично Adv_{pred}).

№	Задание	Ответ	
a	$Adv_{pred_prev}[B, G]$		
	Не заполнять!	/ 2	/ 2

3. Выберите верные утверждения:

№	Задание	Ответ
a	Если алгоритм противника A в некоторой игре против E эффективный, то величина $Adv[A, E]$ – пренебрежимо малая	
b	Любая пренебрежимо малая – полиномиально ограниченная на бесконечности	
c	Любая полиномиально ограниченная – пренебрежимо малая	
d	Аддитивный одноразовый блокнот переменной длины – семантически стойкий шифр	
e	Пусть A алгоритм от параметра λ . На вход алгоритма подали вход длиной 2^λ , он детерминировано выполнялся за время $t(\lambda)$, не являющимся полиномиально ограниченным от λ . A – точно не эффективный.	
f	Пусть A алгоритм от параметра λ . На вход алгоритма подали вход длиной λ , он детерминированно выполнялся за время $t(\lambda) = \lambda^{156} + \lambda^{56} \log(\lambda^{-1} \log(\lambda^{65.6})) + 74$, A – точно эффективный.	

g	Любой эффективный алгоритм – полиномиально ограничен памятью	
h	Если G и G' на (S, T) стойкие PRG, то для $r \leftarrow G(s), r' \leftarrow G'(s)$ $r' \approx_p r$ (последовательности статистически неразличимы).	
	Не заполнять!	/ 8

4. Пусть $G: K \rightarrow \{0,1\}^n$ – стойкий PRG. Пусть $G'(k_1, k_2) = G(k_1) \wedge G(k_2)$, где \wedge - побитовый AND. Рассмотрим следующий статистический тест на $\{0,1\}^n$: $A(x) = \text{LSB}(x)$, где $\text{LSB}(x)$ - получает последний бит вектора $x \in \{0,1\}^n$. Каково преимущество алгоритма A ? ($\text{Adv}_{\text{PRG}}[A, G']$ - ?)

	Ответ
Не заполнять!	/2

5. Пусть $E = (E, D)$ – абсолютно стойкий шифр на (K, M, C) : $M = C, K = \{0,1\}^n$. Является ли $E' = (E', D')$: $E'((k_1, k_2), m) = E(k_1, k_2) || E(k_2, m)$ абсолютно стойким шифром? Докажите это. Если нет – продемонстрируйте атаку.

	Ответ
Не заполнять!	/2

6. Пусть $G: \{0,1\}^s \rightarrow \{0,1\}^n$ – стойкий PRG. Какие из следующих алгоритмов является стойкими PRG? Для каждого алгоритма предоставить доказательство стойкости или атаку.

№	Задание	Ответ
a	$G'(k) = G(k) G(k)$	
b	$G'(k) = G(k) \oplus 1^n$	
c	$G'(k) = \text{rev}(G(k))$, $\text{rev}(a)$ – смена порядка битов на обратный	
d	$G'(k) = G(k) 0$	
e	$G'(k) = G(0)$	
f	$G'(k, k') = G(k) \vee G(k')$, \vee - побитовый OR	
g	$G'(k, k') = G(k) G(k')$	
h	$G'(k, k') = G(k) \oplus G(k')$	
i	$G'(k, k') = k G(k')$	
	Не заполнять!	/18

7. $E = (E, D)$ – шифр на (K, M, C) . Пусть имеется возможность случайно выбирать шифртекст равномерно из C . Рассмотрим игру: Противник посылает сообщение $m \in M$ претенденту. Претендент вычисляет $b \xleftarrow{R} \{0,1\}, k \xleftarrow{R} K, c_0 \xleftarrow{R} E(k, m), c_1 \xleftarrow{R} C, c \leftarrow c_b$ и отправляет c противнику, который затем вычисляет бит $b' \in \{0,1\}$, являющегося результатом игры. Определим $\text{Adv}_{\text{ctDist}} = |\Pr[b' = b] - 1/2|$. Определим E – стойкий шифр с псевдослучайными шифртекстами (pseudo-random ciphertext secure), если для любых противников величина $\text{Adv}_{\text{ctDist}}$ – пренебрежимо малая. Формально докажите или опровергните утверждения ниже.

№	Задание	Ответ	
a	Если E – стойкий шифр с псевдослучайными шифртекстами, то он всегда семантически стойкий		
b	Одноразовый блокнот - стойкий шифр с псевдослучайными шифртекстами		
c	Невозможно построить шифр, который будет семантически стойким, но не стойким с псевдослучайными шифртекстами.		
	Не заполнять!	/3	/3

8. Пусть G стойкий PRG на (S, R) , $|R| \geq 2|S|$. Показать, что $|S|$ - сверх-полиномиальна. Для этого показать наличие противника с преимуществом не менее $1/2$ против G с временем атаки линейным от $|S|$.

		Ответ
Не заполнять!		/4