Olympic Birds
Física

Momento Linear

Autores: Heitor Chaves, Lucas Cavalcante, Maria Beatriz e Raul Saraiva

Olympic Birds

Momento Linear

Física

Sumário

1 Introdução

Este material foi elaborado para abranger estudantes de diversos níveis, desde aqueles que desejam apenas entender melhor os fenômenos físicos ao seu redor, até estudantes com mais experiência em Física, incluindo participantes de competições científicas, inclusive internacionais. Ele aborda uma grandeza física extremamente importante para a análise de sistemas mecânicos: o momento linear.

Em algumas partes do material, são utilizados conceitos de Cálculo, um conteúdo típico de ensino superir, caso não saiba esse assunto, pode-se pular as demonstrações, onde ele está mais presente, e manter sua atenção nos resultados encontrados e em tentar resolver as questões mais fáceis desse material. Algo importante de se ressaltar é que utilizar uma quantidade infinitesimal, que é representada por um d antes da variável, é o mesmo de se ter a variação Δ dessa quantidade, ou seja, toda vez que ver um dx, pense nisso como um Δx.

Na primeira parte deste material, explicaremos em detalhes o que é o momento linear, suas principais aplicações e consequências. Em seguida, abordaremos exemplos mais específicos e comuns, como colisões. Ao final, há uma seção de problemas que cobre diversos níveis, separados por estrelas, as quais vão de 1 até 4, sendo 4 o nível de problema mais avançado que esse material possui.

2 Momento Linear

Antes de começarmos a falar sobre o momento linear propriamente dito, temos que salientar alguns conceitos fundamentais para o total entendimento do assunto a um nível acima do ensino médio.

2.1 Centro de massa

O centro de massa é um ponto específico de um corpo em que pode-se considerar que todas as forças externas a esse sistema estão sendo aplicadas. Além disso, em relação ao referencial desse ponto, o sistema analisado possui um momento total nulo. Esse ponto varia de acordo com a geometria do objeto, o que significa que dois objetos podem possuir a mesma massa, mas seus centros de massa serem diferentes. Para um sistema de partículas, suas coordenadas são encontras usando a seguinte expressão (essas expressões utilizadas para o eixo X também podem ser utilizadas para as coordenadas do eixo y e do eixo z):

$$\boxed{X_{CM} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + ... + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}} \tag{2.1}$$

Supondo $M = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$, pode-se encontrar a expressão usada para o centro de massa de corpos extensos, os quais são formados por infinitas partículas de massa infinitesimal:

$$X_{CM} = \frac{1}{M} \cdot \int dm \cdot x \tag{2.2}$$

Agora nos falta calcular dm, o qual pode ser encontrado considerando a densidade volumétrica ρ do sistema analisado:

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$
$$dm = \rho \cdot dV$$

Onde dV representa um pedaço do volume total do objeto que é muito pequeno. Substituindo esse resultado na 2.2:

$$\boxed{X_{CM} = \frac{1}{M} \int x\rho dV} \tag{2.3}$$

Para se encontrar o vetor posição do centro de massa, basta substituir a coordenada x pelo vetor posição de cada partícula:

$$\vec{R_{cm}} = \frac{m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + \cdots + m_n\vec{r_n}}{M}$$

Por fim, para encontrar a velocidade e aceleração do centro de massa, é necessário derivar essa relação em função do tempo, obtendo:

$$\vec{V_{cm}} = \frac{m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} + \cdots + m_n\vec{v_n}}{M}$$

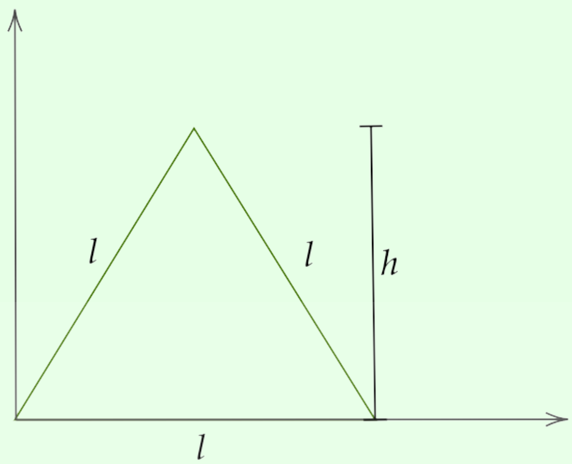
$$\vec{A_{cm}} = \frac{m_1\vec{a_1} + m_2\vec{a_2} + \cdots + m_n\vec{a_n}}{M}$$

Exemplo 1: Baricentro de um triângulo equilátero

A partir da expressão para as coordenas do centro de massa de um sistema de partículas, pode-se localizar o baricentro de figuras geométricas, pois o baricentro é o centro de massa dessa figura. Para isso, basta considerar que em cada vértice do polígono existem partículas que possuem o mesmo peso. Com isso, encontre o baricentro de um triângulo equilátero.

Solução

Para encontrar o centro de massa do triângulo equilátero, consideraremos um sistema de coordenadas com origem em um dos vértices do triângulo, e com seu eixo x paralelo à base do triângulo. A figura resultante será:



Utilizando a expressão para as coordenadas do centro de massa, tem-se que a altura do baricentro será:

$$\boxed{Y_{cm} = \frac{mh}{3m} = \frac{h}{3}}$$

Agora, para a coordenada x do centro de massa:

$$\boxed{X_{cm} = \frac{ml + m\frac{l}{2}}{3m} = \frac{l}{2}}$$

Assim, sabendo que a altura do triângulo equilátero é igual a $\frac{l\sqrt{3}}{2}$, o baricentro será dado pelo ponto $\boxed{P\left(\frac{l}{2}, \frac{l\sqrt{3}}{6}\right)}$.

2.2 Momento linear propriamente dito

O momento, também chamado de quantidade de movimento, é uma grandeza física que pode expressar o movimento resultante de um sistema de um ou mais corpos. Podemos usar, para descrever essa grandeza algebricamente, a equação:

$$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}} \tag{2.4}$$

O momento linear tem sua unidade de medida no sistema internacional (SI) em $kg \cdot m/s$.

Usando o conceito de momento linear, pode-se escrever a 2^a lei de Newton de outra forma além da mais conhecida:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Para encontrar esse novo formato, deve-se derivar o momento em relação ao tempo, e, considerando um sistema de partículas em que a massa não varia:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} = \vec{F}_r$$

Então, a expressão para a força resultante agindo sobre um corpo pode ser escrito como:

$$\boxed{\vec{F}_r = \frac{d\vec{p}}{dt}} \tag{2.5}$$

Dessa equação, obtemos que quando $F_{res} = 0$, $d\vec{p} = 0$, o que significa que se não houver uma força resultante, o momento linear de um instante t_1 qualquer será igual ao momento linear de outro instante t_2 qualquer

Em realidade, esse formato foi o utilizado por Newton em seu livro "Principia" para enunciar sua 2^a Lei. Utilizando-se uma terminologia moderna, a Segunda Lei de Newton é escrita como: "A taxa de variação do momento de um corpo é igual a força resultante atuante sobre ele e está na direção dessa força".

2.3 Impulso

A partir da 2.5, pode-se encontrar um teorema muito importante e bastante conhecido: o Teorema do Impulso, que diz:

$$\boxed{\vec{J} = \Delta\vec{p} = \vec{p_f} - \vec{p_i}} \tag{2.6}$$

Onde, $\vec{J}$ é o impulto realizado sobre um objeto. Para provar essa expressão, utiliza-se a definição de impulso como:

$$\vec{J} = \int \vec{F}dt$$

$$\vec{J} = \int \frac{d\vec{p}}{dt}dt$$

$$\vec{J} = \Delta\vec{p}$$

Exemplo 2: Descendo a montanha

Dois amigos estavam brincando de descer a montanha em um carrinho de madeira. Nessa brincadeira, um dos amigos empurra o outro que está no carrinho. Em um momento, o carrinho com o amigo estava com uma velocidade de $1,5\ m/s$ e o outro empurrou o sistema amigo-carrinho com uma força de $5\ N$ por $0,4\ s$. Qual a velocidade do amigo no carrinho após o impulso dado ? (Considere que a massa do sistema é de 80 kg)

Solução

Para encontrar a velocidade do sistema após a força aplicada pelo amigo, pode-se utilizar o Teorema do Impulso:

$$J = F\Delta t = mv_f - mv_i$$

$$\boxed{v_f = v_i + \frac{F\Delta t}{m} = 1,525\ m/s}$$

2.4 Momento linear em um sistema de partículas

Ao considerar um sistema formado por N partículas, o momento linear total, denominado $\vec{P}$, é escrito como a soma dos momentos de cada partícula individualmente. Ou seja, escrevendo uma equação para descrever isso:

$$\vec{P} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \cdots + \vec{p_n}$$

Ao substituir, cada momento por $m_i\vec{v_i}$, pode-se chegar a uma expressão para o momento total, em função da velocidade do centro de massa:

$$\vec{P} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} + \cdots + m_n\vec{v_n}$$

$$\boxed{\vec{P} = M\vec{V_{cm}}} \tag{2.7}$$

2.5 Conservação do momento linear

Quando se trata de conservação do momento linear, dizemos que $\vec{F_r} = 0$, isso implica $\vec{p} = cte$, o que resulta na lei da conservação do momento linear:

$$\vec{P_{t_1}} = \vec{P_{t_2}}$$

Se uma das componentes da força for nula, não haverá variação do momento linear apenas nessa componente, enquanto que as outras podem variar caso exista força nas respectivas direções.

Exemplo 3: Equação dos foguetes

Um foguete de massa inicial M, ejeta combustível com uma taxa constante η e velocidade u, em relação ao foguete, fazendo com que ele ganhe velocidade e se mova. Encontre uma expressão para a velocidade do foguete em função do tempo. Essa equação é a chamada equação dos foguetes quando a taxa de ejeção de combustível é constante.

Solução

Primeiro, deve-se conservar o momento do sistema formado pelo foguete e um infinitesimal dm de combustível ejetado por ele em um tempo muito pequeno:

$$mv = (m - dm)(v + dv) + dm(v - u)$$

$$mv = mv + mdv - vdm + vdm - udm$$

$$u\frac{dm}{m} = dv$$

Então, para encontrar uma expressão para v em função de t, é preciso integrar essa expressão, sendo que os limites para a massa serão, $M - \eta t$ e M, pois seu valor está aumentando na notação utilizada, em que a massa do combustível ejetado é positiva, e para a velocidade serão 0 e $v(t)$:

$$\int_{M}^{M-\eta t} u\frac{dm}{m} = \int_{0}^{v(t)} dv$$

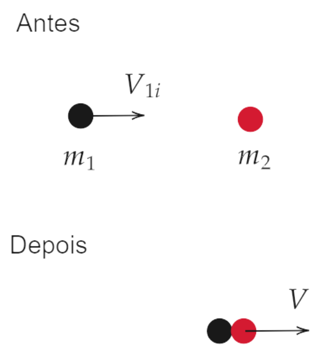
$$\boxed{v(t) = u \ln \frac{M}{M - \eta t}} \tag{2.8}$$

3 Colisões

As colisões são situações físicas em que há o contato entre mais de um corpo, como uma batida, o que resulta na alteração da velocidade de cada um e pode alterar a energia do sistema dependendo do tipo de colisão. Nessa seção abordaremos sobre os três principais tipos de colisões: perfeitamente inelásticas, elásticas e parcialmente inelásticas.

3.1 Colisões perfeitamente inelásticas

Em colisões perfeitamente inelásticas, os objetos após a colisão possuem a mesma velocidade, ou seja, eles passam a andar colados, como representado na imagem a seguir:



Nesse tipo de colisão a energia mecânica do sistema não é conservada, pois há perda de energia, causada pela interação entre os corpos, os quais perdem energia a partir do som ou do calor gerado pela colisão. Agora iremos encontrar algumas relações importantes desse fenômeno.

Aplicando a lei da conservação do momento linear para uma colisão entre dois corpos resulta em:

$$P_{1i} + P_{2i} = P_{1f} + P_{2f}$$

Substituindo os momentos das partículas pelos valores representados na imagem e isolando a velocidade final, pode-se encontrar uma expressão para a velocidade após a colisão em função da velocidade inicial da partícula que estava em movimento:

$$m_1 \cdot \vec{V}_{1i} = (m_1 + m_2)\vec{V}$$

$$\boxed{\vec{V} = \frac{m_1 \cdot \vec{V}_{1i}}{m1 + m_2}} \tag{3.1}$$

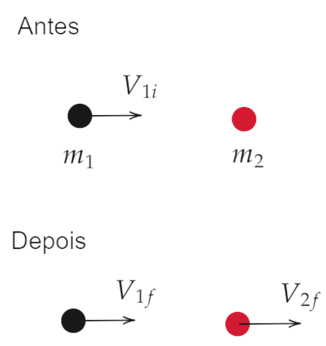
Como em qualquer colisão inelástica $\vec{V} < \vec{V}_{1i}$ podemos afirmar que:

$$\frac{m_1}{m_1 + m_2} < 1$$

3.2 Colisões elásticas

Em colisões elásticas, a energia mecânica do sistema é conservada. Além disso, normalmente elas são divididas em duas categorias: quando o alvo da colisão é estacionário ou quando o alvo está em movimento

3.2.1 Alvo estacionário



Quando o alvo está estacionário, podemos, pela conservação da energia, descobrir que:

$$\frac{1}{2}m_1 \cdot \vec{v}_{1i}^2 = \frac{1}{2}m_1 \cdot \vec{v}_{1f}^2 + m_2 \cdot \vec{v}_{2f}^2$$

Usando que $m_1(v_{1i} - .;0\ \ ;l. - 0987654'123456789v_{1f}) = m_2 v_{2f}$:

$$\vec{v}_{2f} = \vec{v}_{1i} + \vec{v}_{1f}$$

Desenvolvendo, finalizamos em:

$$\boxed{V_{1f} = \left[\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right] V_{1i}} \tag{3.2}$$

$$\boxed{V_{2f} = \left[\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right] V_{1i}} \tag{3.3}$$

Considerando o caso em que as massas dos corpos são iguais, pode-se chegar em alguns resultado notáveis:

$$\begin{cases} V_{2f} = V_{1i} \\ V_{1f} = 0 \end{cases}$$

3.2.2 Alvo em movimento

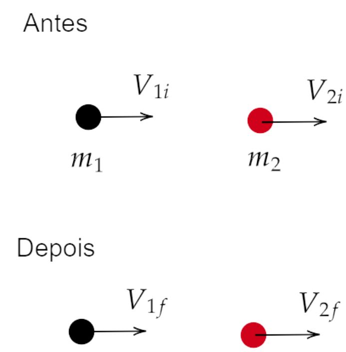


Figura 1: Colisão elástica com alvo em movimento

Quando o alvo está em movimento, podemos, assim como na parte do alvo estacionário, utilizar a conservação de energia e do momento linear, mas considerando que a outra massa também possui energia, já que agora a massa-alvo possui velocidade e, portanto, energia cinética. Assim:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}$$
$$\frac{1}{2} m_1 \cdot \vec{v}_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \vec{v}_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 \cdot \vec{v}_{1f}^2 + m_2 \cdot \vec{v}_{2f}^2$$

Juntando essas duas equações, obtemos os seguintes resultados:

$$\boxed{V_{1f} = \left[\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right] V_{1i} + \left[\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right] V_{2i}} \tag{3.4}$$

$$\boxed{V_{2f} = \left[\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right] V_{2i} + \left[\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right] V_{1i}} \tag{3.5}$$

3.3 Coeficiente de restituição

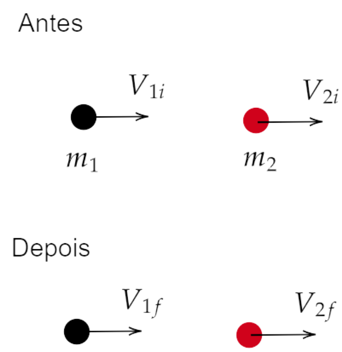
Uma quantidade extremamente importante para as colisões que não foi abordada ainda, mas é muito útil e será utiliza na análise do próximo tipo de colisão, é o coeficiente de restituição (e). Ele é definido como a razão entre a velocidade de afastamento e a velocidade de aproximação. Escrevendo sua expressão com os dados da imagem 1:

$$\boxed{e = \frac{\vec{V}_{2f} - \vec{V}_{1f}}{\vec{V}_{1i} - \vec{V}_{2i}}} \tag{3.6}$$

Analisando para os tipos de colisão trabalhadas, tem-se que o coeficiente de restituição para colisões inelásticas é 0 e para colisões elásticas é 1. Portanto, os valores que essa quantidade pode assumir são:

$$0 \leqslant e \leqslant 1$$

3.4 Colisões parcialmente inelásticas



Agora, em colisões parcialmente inelásticas, a energia mecânica do sistema não é conservada, mas os corpos não permanecem juntos após a colisão.

Então, para encontrar as expressões para as velocidades de cada corpo após a colisão, utilizaremos o coeficiente de restituição, que descreverá uma relação entre as velocidades antes e após o fenômeno.

Conservando o momento linear e escrevendo a expressão para o coeficiente de restituição:

$$m_1V_{1i} + m_2V_{2i} = m_2V_{2i} + m_2V_{2i}$$
$$e = \frac{V_{2f} - V_{1f}}{V_{1i} - V_{2i}}$$

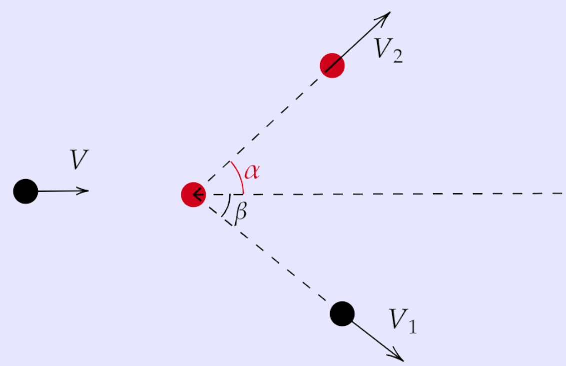
Por fim, resolvendo esse sistema de equações, encontra-se que as velocidades são:

$$\boxed{V_{1f} = \left[\frac{m_1 - m_2e}{m_1 + m_2}\right]V_{1i} + \left[\frac{1+e}{m_1 + m_2}\right]m_2V_{2i}} \tag{3.7}$$

$$\boxed{V_{2f} = \left[\frac{1+e}{m_1 + m_2}\right]m_1V_{1i} + \left[\frac{m_2 - m_1e}{m_1 + m_2}\right]V_{2i}} \tag{3.8}$$

Exemplo 4: Colisão com ângulo

Considere duas partículas, uma com massa m_1 e velocidade V, e outra com massa m_2 e em repouso. Sabendo que o ângulo formado entre a velocidade da primeira partícula e a horizontal vale β, e a da segunda particula, α. Como representado na imagem a seguir. Encontre uma expressão para as velocidades V_1 e V_2 após a colisão:



Solução

Primeiro, é preciso escrever as expressões para a conservação do momento na horizontal e na vertical. Encontrando:

$$m_1 V = m_1 V_1 \cos\beta + m_2 v_2 \cos\alpha$$

$$m_1 V_1 \sin\beta = m_2 v_2 \sin\alpha$$

Resolvendo esse sistema de equações encontra-se:

$$\boxed{V_1 = \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)} V}$$

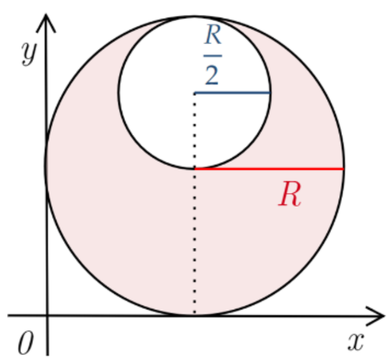
$$\boxed{V_2 = \frac{m_1 \sin\beta}{m_2 \sin(\alpha+\beta)} V}$$

4 Problemas

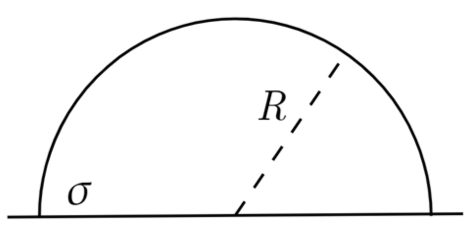
Aqui estão alguns exercícios para você aprofundar os conceitos trabalhados durante este material. Eles estão organizados em diversos níveis, os quais estão separados por estrelas antes dos enunciados, indo de 1 estrela, nível mais fácil até 4 estrelas, nível mais difícil do material.

Recomenda-se que tente fazer primeiro os de 1 estrela e, em seguida ir aumentando gradualmente. Ao final das questões, você estará preparado pra praticamente todas as questões que envolvam momento linear que podem aparecer.

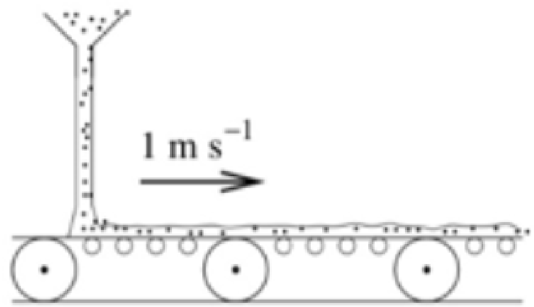
* **Problema 1**. (Tópicos de física) Um artista plástico elaborou uma escultura que consiste de um disco metálico homogêneo de espessura constante e raio R dotado de um furo circular de raio $\frac{R}{2}$, conforme representado na figura. Levando-se em conta o sistema de coordenadas indicado, determine as coordenadas do centro de massa da peça.



** **Problema 2**. (Morin) Encontre a localização do centro de massa de uma concha hemisférica oca, que parece um iglu, de densidade uniforme σ e raio R.

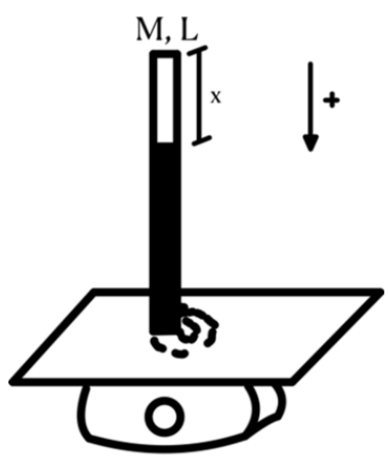


*** **Problema 3**. (200 Puzzling Physics Problems) Areia cai verticalmente numa taxa de $50\frac{kg}{s}$ numa esteira horizontal que se move a uma velocidade de $1\frac{m}{s}$, como esquematizado a seguir:

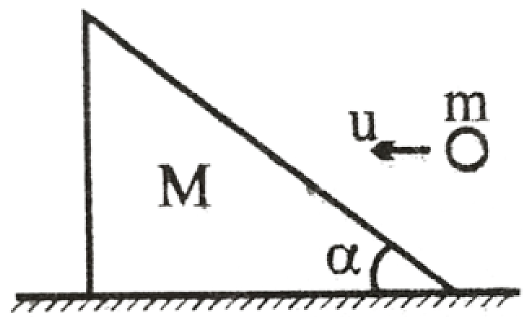


Qual a mínima potência de saída do motor que aciona a esteira? Como o trabalho feito pelo motor é contabilizado?

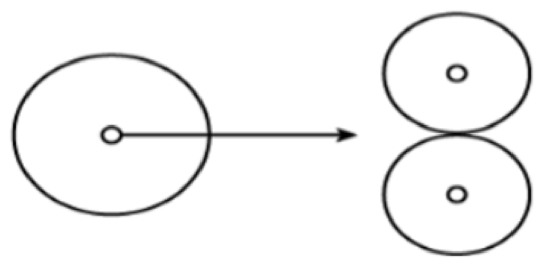
*** **Problema 4**. Uma corda fina, extensível cujo a massa é M e o comprimento total é L é suspensa em cima de uma balança ideal. Considere que esta corda é repentinamente solta e começa o movimento de queda livre. Qual a medida expressa na balança em função de x, isto é, da diferença de altura entre o nível inicial da corda para o seu instantâneo.



** **Problema 5**. Uma cunha de massa m repousa numa superfície horizontal. A inclinação da cunha é α. Uma bola de massa m se movendo com uma velocidade horizontal de u colide com a superfície inclinada da cunha. Encontre a velocidade da cunha despois da colisão. Ignore o atrito.



*** **Problema 6**. Dois discos iguais estão em contato numa mesa lisa. Um terceiro disco de mesma massa, mas o dobro de raio colide com eles simetricamente e permanece em repouso após o impacto. Descubra o coeficiente de reestituição.



**** **Problema 7**.(Kevin Zhou adaptada) Duas massas estão contidas em uma linha. A massa m_1 se move com velocidade v_1, e a massa m_2 se move com v_2. As massas colidem elasticamente.

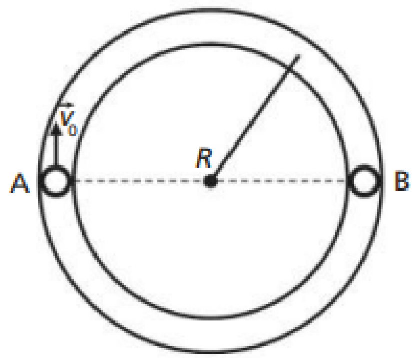
(a) Encontre as suas velocidades após a colisão.

(b) Encontre θ_{max}.

* **Problema 8**. (Tópicos de Fisíca) Rogério, de massa $40kg$, parte do repouso de uma altura de $10m$, desliza ao longo de um tobogã e atinge a parte mais baixa com velocidade de $5\frac{m}{s}$. Admitindo a aceleração da gravidade igual a $10\frac{m}{s^2}$, calcule energia mecânica degradada pelas forças dissipativas, durante a descida do garoto.

** **Problema 9**. Determine a lei de acordo com a qual a massa do foguete varia com o tempo, quando o foguete move-se com uma aceleração constante a. As forças externas são ausentes. O gás escapa com uma velocidade constante u em relação ao foguete, e sua massa no momento inicial é igual a m_0.

* **Problema 10**. (OBC) Em uma canaleta circular, plana e horizontal, podem deslizar sem atrito duas pequenas esferas A e B, de massas iguais a m. A figura mostra o sistema no instante $t = 0$.

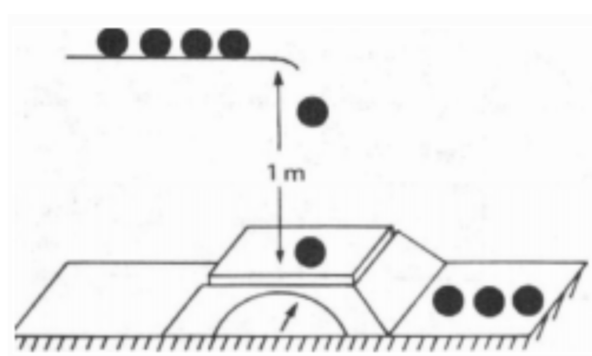


Nesse instante, a esfera A é lançada com velociadade de módulo v_0. Depois de um intervalo de tempo Δt ela colide com a esfera B, inicialmente em repouso. O coeficiente de restituição é igual a e. Após a primeira colisão, as esferas voltam a colidir decorrido um intervalo de tempo $\Delta t'$. Qual a relação entre Δt e $\Delta t'$.

* **Problema 11**. Segundo um observador acoplado a um referencial inercial, duas partículas de massa m_a e m_b possuem velocidades v_a e v_b, respectivamente. Qual a quantidade de movimento p_a que um observador preso ao centro de massa do sistema mede para a partícula A ?

** **Problema 12**. Um projétil de massa m e velocidade v atinge um objeto de massa M, inicialmente imóvel. O projétil atravessa o corpo de massa M e sai dele com velocidade $\frac{v}{2}$. O corpo que foi atingido desliza por uma superfíe sem atrito, subindo uma rampa até a altura h. Nessas condições, podemos afirmar que a velocidade inicial do projétil era de:

*** **Problema 13**. No dispositivo da figura, bolas de gude de 20 g cada uma estão caindo, a partir do repouso, de uma altura de 1 m, sobre a plataforma de uma balança. Elas caem a intervalos de tempos iguais praticamente paradas, sendo imediatamente retiradas da plataforma. Sabendo que o ponteiro da balança indica, em média, 20 kg, e que a aceleração da gravidade vale 10 m/s^2, podemos afirmar que a frequência de queda é:



**** **Problema 14**. Um objeto de massa m_1 é projetado no ar a 45° do chão horizontal com uma velocidade v_1. No ápice de sua trajetória, este objeto é interceptado por um segundo objeto, de massa m_2 e velocidade v_2, que havia sido projetado verticalmente do chão. Considerando que os dois objetos "se colam" e desprezando qualquer tipo de resistência aos movimentos, determine a distância d do ponto de queda dos objetos em relação ao ponto de lançamento do segundo objeto.

** **Problema 15**. Uma metralhadora dispara 200 balas por minuto. Cada bala tem 28 g e uma velocidade de 60 m/s. Neste caso, a metralhadora ficará sujeita a uma força média, resultante dos tiros, de:

*** **Problema 16**. É despejado em um carrinho, a uma taxa constante $b\ kg/s$, areia. Nesse mesmo carrinho é aplicado uma força F. Determine a velocidade do mesmo em função do tempo. Considere que o carrinho parte do repouso e possui uma massa inicial de M_c.

*** **Problema 17**. Considere um foguete sofrendo atração gravitacional de um planeta, fornecendo uma força F variável, tal que $\dfrac{F}{m} = g$, onde g é uma constante e m é a massa instantânea do foguete. O foguete descreve uma trajetória se aproximando do planeta tal que sua velocidade sempre fará um ângulo θ com o vetor força gravitacional F. Esse mesmo foguete perde massa a uma taxa $b\ kg/s$, Considere v_0 e m_0 a velocidade e a massa iniciais do foguete. Determine sua velocidade em função do tempo.

** **Problema 18**. Um pêndulo simples de comprimento l e massa m é posto a oscilar. Cada vez que o pêndulo passa pela posição de equilíbrio atua sobre ele, durante um pequeno intervalo de tempo t, uma força F. Essa força é constantemente ajustada para, a cada passagem, ter mesma direção e sentido que a velocidade de m. Quantas oscilações completas são necessárias para que o pêndulo forme um ângulo reto com a direção vertical de equilíbrio ?

** **Problema 19**. Um objeto de massa m_1 é deixado cair de uma altura h. Ao final do 1° segundo de queda, o objeto é atingido horizontalmente por um projétil de massa m_2 e velocidade v, que nele se aloja. Calcule o desvio x que o objeto sofre ao atingir o solo, em relação ao alvo pretendido.

* **Problema 20**. Um avião a jato se encontra na cabeceira da pista com sua turbina ligada e com os freios acionados, que o impedem de se movimentar. Quando o piloto aciona a máxima potência, o ar é expelido a uma razão de 100 kg por segundo a uma velocidade de 600 m/s em relação ao avião. Nessas condições, calcule a força resultante no avião naquele instante.

5 Gabarito

1. $x_{CM} = R$, $y_{CM} = \frac{5}{6}R$

2. $x_{CM} = R$, $y_{CM} = \frac{R}{2}$

3. Mínima potência de saída do motor $= 50J$, metade $(25J)$ da potência do motor é convertida em energia cinética da areia, a sobra seria o trabalho realizado contra um possível atrito que foi convertido em calor.

4. $N(x) = gM\left(1 - \frac{x}{L})\right)$

5. $v_1 = \dfrac{mu\sin^2\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$

6. $e = \frac{9}{16}$

7. (a) $v_1' = v_1\dfrac{m_1 - m_1}{m_1 + m_2}, v_2' = v_1\dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}$ (b) $\theta_{max} = \arcsin(\dfrac{m_2}{m_1})$

8. $3, 5.10^3 J$

9. $m = m_0 e^{-at/u}$

10. $\Delta t' = \dfrac{2\Delta t}{e}$

11. $p_{a,cm} = \dfrac{m_a m_b}{m_a + m_b}(\vec{v_a} - \vec{v_b})$

12. $v_0 = \dfrac{2M}{m}\sqrt{2gh}$

13. $f = 10^3\sqrt{5}\ Hz$

14. Caso m_2 esteja subindo: $d = \dfrac{m_1 v_1\sqrt{2}}{2(m_1 + m_2)}\dfrac{(m_2 v_2 + \sqrt{m_2^2 v_2^2 + v_1^2\sin^2 45^\circ(m_1 + m_2)^2})}{g(m_1 + m_2)}$

Caso m_2 esteja descendo: $d = \dfrac{m_1 v_1\sqrt{2}}{2(m_1 + m_2)}\dfrac{(-m_2 v_2 + \sqrt{m_2^2 v_2^2 + v_1^2\sin^2 45^\circ(m_1 + m_2)^2})}{g(m_1 + m_2)}$

15. $F = 5, 6\ N$

16. $v = \dfrac{Ft}{M_c + bt}$

17. $v(t) = v_0\left(\dfrac{m_0}{m_0 + bt}\right)^{\dfrac{1}{b}} - \dfrac{m}{b} g\cos\theta$

18. $N = \dfrac{m\sqrt{2gl}}{2Ft}$

19. $x = \dfrac{m_2 v\left(\sqrt{\dfrac{2g}{g}} - 1\right)}{m_1 + m_2}$

20. $F_r = 6 \cdot 10^4\ N$

Referências

[1] David Morin. *Introduction to Classical Mechanics: With Problems and Solutions.* Cambridge University Press, 2008.

[2] David Halliday, Robert Resnick, and Kenneth S. Krane. *Physics, Volume 1.* 5th Edition, Wiley, 2002.

[3] Gualter I. B. M. Silva, Jayme V. Alves, e José A. Queiroz Neto. *Tópicos de Física 1.* Editora Atual, 2001.

[4] Peter Winkler. *200 Puzzling Physics Problems: With Hints and Solutions.* Cambridge University Press, 2011.