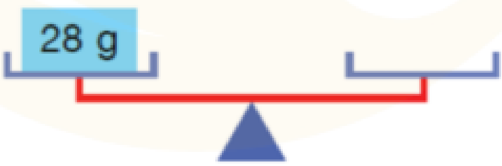
1. Qual o valor de
$$\frac{20+24}{20-24}$$
   (a) 8
   (b) -9
   (c) 10
   (d) -11
   (e) 12

Solução:
$$\frac{20+24}{20-24} = \frac{44}{-4} = -11$$
Resposta: (d)

2. O peso de uma castanha de caju é de 5g. A figura abaixo representa uma balança de pratos. Qual é o número mínimo de castanhas de caju necessário para inclinar a balança para a direita?

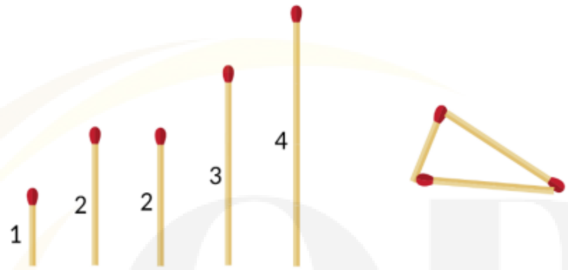


   (a) 5
   (b) 6
   (c) 7
   (d) 8
   (e) 10

Solução:

Note que para 5 castanhas de caju temos $5 \times 5g = 25 < 28g$ e, para 6 castanhas temos $5 \times 6g = 30g > 28g$ (Que vira a balança para a direita)
Resposta: (b)

3. Zeca estava brincando com 5 palitos de fósforo de tamanhos diferentes, cujas medidas são dadas abaixo. Qual é o maior número de triângulos diferentes que Zeca pode formar utilizando somente 3 destes palitinhos?



   (a) 3
   (b) 6
   (c) 8
   (d) 10
   (e) 24

Solução:

As únicas triplas possíveis que formam um triângulo são $(1, 2, 2)$, $(2, 2, 3)$ e $(2, 3, 4)$, onde cada número representa o tamanho de um lado.
Resposta: (a)

4. Tica resolveu aplicar o dinheiro do seu cofrinho no Banco Mandacaru. Nos três primeiros meses o investimento apresentou os seguintes resultados: ganho de 25 por cento no primeiro mês, ganho de 20 por cento no segundo e perda de 14 por cento no terceiro mês. Ao final desse trimestre, podemos afirmar que o investimento realizado por Tica apresentou:

   (a) um lucro de 27 por cento
   (b) um lucro de 29 por cento
   (c) um lucro de 31 por cento

(d) um prejuízo de 29 por cento

(e) um prejuízo de 31 por cento

Solução:

Seja x o valor investido por Tica inicialmente. Assim, podemos equacionar o valor investido ao final do primeiro, segundo e terceiro mês da seguinte forma:

$X \mapsto X(1+0,25) \mapsto X(1+0,25)(1+0,20) \mapsto X(1+0,25)(1+0,20)(1-0,14)$

O valor ao final do terceiro mês, Tica terá:

$$1,29X$$

O que caracteriza um lucro de 29 por cento.
Resposta: (b)

5. De quantas maneiras podemos ordenar, não necessariamente em ordem alfabética, todos os anagramas da palavra CAJU?

(a) 4

(b) 24!

(c) 12!

(d) 120

(e) 24

Solução:

A palavra "caju"tem 4 letras distintas. Para formar um anagrama, temos 4 letras possíveis para a primeira posição, 3 para a segunda, 2 para a terceira e 1 para a última. Portanto, há $4! = 24$ anagramas de "caju". Temos um conjunto de 24 palavras e queremos ordená-las; logo, temos 24! maneiras.
Resposta: (b)

6. Tica, Tonho e Zeca viajaram por todos os estados nordestinos em um carro total flex que continha em seu tanque mistura de combustíveis, sendo 70% de gasolina, 25% de etanol e 5% de água. Sabendo que os litros de gasolina e de etanol custam, respectivamente,R$9,00 e R$6,00, qual foi a economia por litro em relação ao preço da gasolina?

(a) R$ 1,60

(b) R$ 1,50

(c) R$ 1,40

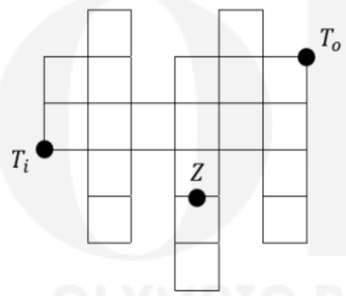
(d) R$ 1,30

(e) R$ 1,20

Solução:

Vamos assumir que água é de graça! Assim, um litro de combustível flex vale $0,7 \cdot 9 + 0,25 \cdot 6 = \text{R\$}7,80$. Logo, a economia é de $9 - 7,8 = \text{R\$}1,20$.
Resposta: (e)

7. Na ilustração abaixo, as linhas representam as ruas de São Paulo do Potengi/RN. Tica está no ponto T_i e quer se encontrar, respectivamente, com Zeca, que está no ponto Z, e Tonho no ponto T_0. Sabe-se que Tica só pode andar pelas ruas para direita ($\rightarrow$), para cima ($\uparrow$) ou para baixo ($\downarrow$). De quantas formas ela pode percorrer as ruas para encontrar-se com os irmãos?



(a) 180

(b) 600

(c) 720

(d) 1920

(e) 4320

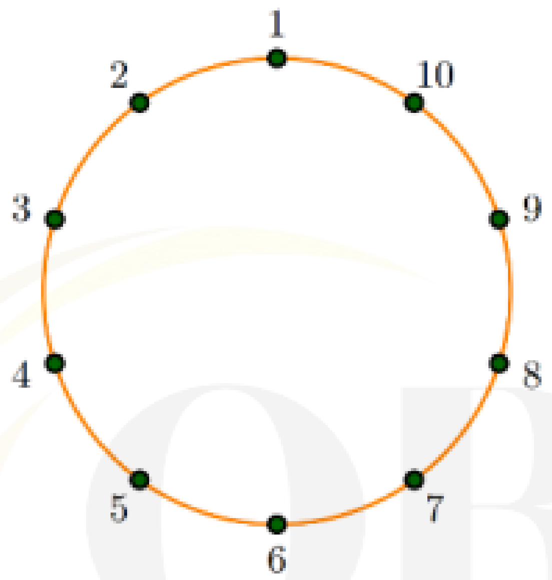
Solução:

Considere não ser possível andar duas vezes a mesma rua (Se for, podemos zigezagear para cima e para baixo indefinidamente, tendo então infinitas maneiras de fazer o trajeto). Temos 3 estradas na primeira coluna, 6 na segunda, 2 na terceira, 1 na quarta (É obrigatório passar por Zeca), 4 na quinta e 5 na sexta coluna. Precisamos pegar uma estrada por coluna, então, temos ao todo:

$$3 \times 6 \times 2 \times 1 \times 4 \times 5 = 720$$

Resposta: (c)

8. Na figura a seguir, são mostrados dez pontos igualmente espaçados ao longo de uma circunferência, os quais estão numerados de 1 a 10. Escolhe-se aleatoriamente um ponto do conjunto 1, 2, 3, 4 e, em seguida, escolhe-se aleatoriamente um ponto do conjunto 5, 6, 7, 8, 9, 10. Calcule a probabilidade de que o segmento obtido ao unir os dois pontos escolhidos seja um diâmetro da circunferência.



Observação: considere que todos os pontos têm a mesma probabilidade de serem escolhidos.

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $\frac{1}{5}$

(e) $\frac{1}{6}$

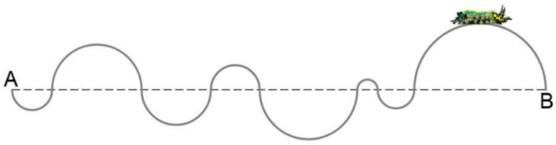
Solução:

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. As únicas escolhas para diâmetro são (1,6); (2,7); (3,8); (4,9). Mas nossas possíveis escolhas são $A \times B = \{(x, y)|x \in A \text{ e } y \in B\}$, que totalizam $4 \times 6 = 24$. Logo, a probabilidade pedida é

$$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

Resposta: (e)

9. Uma lagartinha-de-fogo percorreu 36 cm ao longo de um caminho ondulado formado por semicircunferências distintas, conforme a figura abaixo. Qual seria a distância percorrida pela lagartinha se a trajetória do caminho fosse uma linha reta do ponto A até o ponto B? (Use $\pi = 3$)



(a) 12 cm

(b) 18 cm

(c) 24 cm

(d) 30 cm

(e) 36 cm

Solução:

De acordo com dos dados do enunciado, temos que

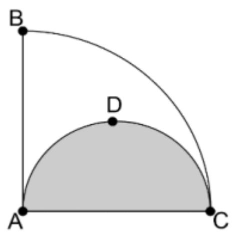
$$\frac{\pi}{2} \cdot (d_1 + d_2 + ... + d_8) = 36,$$

onde d_i representa o diâmetro da circunferência i. Como essa soma dos diâmetros equivale a distância D que ele pede, temos que

$$D = \frac{2}{3} \cdot 36 = 24.$$

Resposta: (c)

10. Na figura abaixo, temos um quarto de círculo ABC e um semicírculo ADC, sendo X e Y as medidas, respectivamente, das áreas brancas e cinza. Podemos afirmar que:



(a) X maior que Y

(b) Y maior que X

(c) X=Y

(d) X=2Y

(e) Y=2X

Solução:

Seja 2R o raio do quarto de circunferência ABC. A área total $(X+Y)$ vale:

$$\frac{1}{4} \times \pi \times (2R)^2 = \pi R^2$$

A área em cinza Y é uma semicircunferência de raio R:

$$\frac{1}{2} \times \pi R^2 = \frac{\pi R^2}{2}$$

A área branca X é a área total subtraída de Y:

$$\pi R^2 - \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi R^2}{2}$$

Portanto, X = Y **Resposta: (c)**

11. Aprijo comprou um tratorzinho para seu filho. Os pneus traseiros possuem o dobro do diâmetro dos dianteiros. Considerando que o estado inicial do tratorzinho seja o indicado na figura abaixo, quando os pneus traseiros realizarem, exatamente, $\frac{3}{4}$ de volta no sentido horário, qual a posição do pneu dianteiro?

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

(e) 

Solução:

Sabemos que $C = 2\pi R$, onde C é o comprimento da circunferência e R é o raio. Ou seja, disso, obtemos que C é diretamente proporcional ao raio. Portanto, a roda maior tem seu comprimento de circunferência igual ao dobro do comprimento da circunferência da roda menor. Imagine que, ao andar, as rodas do carrinho deixem um rastro no chão; logo, temos que, como as rodas estão fixas no carrinho, o rastro deixado tanto pela roda maior quanto pela roda menor é igual. Como a roda maior deu $\frac{3}{4}$ de volta, seu rastro é $\frac{3}{4}C_{\text{maior}}$. Como $C_{\text{maior}} = 2C_{\text{menor}}$ e como os comprimentos dos rastros são iguais, temos que este vale $\frac{3}{4} \times 2C_{\text{menor}} = \frac{3}{2}C_{\text{menor}} = (1 + \frac{1}{2})C_{\text{menor}}$, o que nos diz que a roda menor deu 1 volta e meia, logo, parando na posição da alternativa C.
Resposta: (c)

12. Tica está brincando de formar anagramas com as letras da palavra TRIPA. Colocando em ordem alfabética todos os possíveis anagramas, qual será a posição da palavra TRIPA?

   (a) 88ª

   (b) 94ª

   (c) 116ª

   (d) 117ª

   (e) 118ª

Solução:

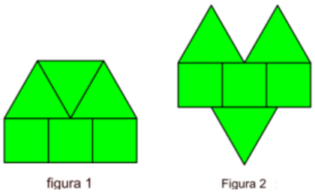
Como T é a última letra do alfabeto dentre as letras da palavra, contamos quantos anagramas existem sem ter o T como primeira letra. Existem 4! anagramas para cada letra na primeira posição, portanto esse número é $4 \cdot 4! = 96$. Agora, note que dentre os anagramas que começam com T, Tripa está na antepenúltima posição. Como são $96 + 24 = 120$ anagramas, tripa está na 118ª posição.

Resposta: (e)

13. O professor Edvan construiu duas figuras:

   1. A figura um foi construída com seis peças: Três quadrados e três triângulos equiláteros.

   2. A figura dois foi construída com as mesmas peças da figura 1.



Se o perímetro da figura um é de 95cm, qual o perímetro da figura 2, construída por Edvan?

(a) 114

(b) 118

(c) 120

(d) 125

(e) 128

Solução:

Seja L a medida do lado do quadrado. Com a figura um, é possível descobrir que a medida do lado do triângulo é $\frac{3}{2}L$. Então, o valor numérico de L é:

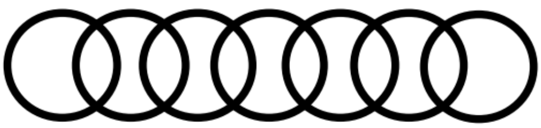
$$5 \times L + 3 \times \frac{3}{2}L = 95 \Rightarrow L = 10$$

De posse desse resultado, encontramos o perímetro da segunda figura:

$$6 \times \frac{3}{2}L + \frac{7}{2} \times L = 125$$

Resposta: (d)

14. Tica possui uma corrente formada por 7 argolas entrelaçadas, conforme a ilustração na figura abaixo. Ela deseja separar as argolas fazendo o menor número de cortes possível, de modo que possa, posteriormente, uni-las e formar uma nova corrente com qualquer quantidade escolhida de argolas. Qual o menor número de cortes que Tica deve realizar em sua corrente?



(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

(e) 5

Solução:

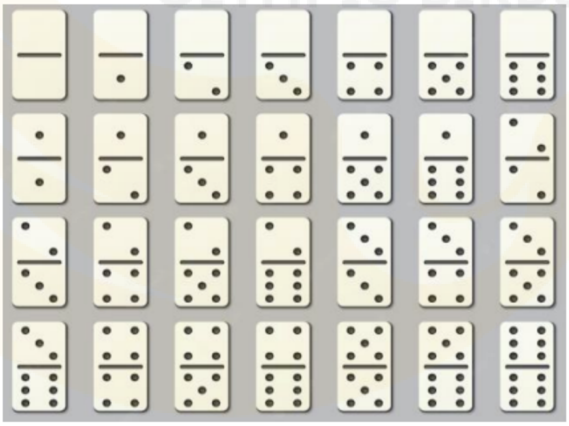
Separando a argola 1 da 2 e a argola 3 da 4 (argolas numeradas da esquerda para a direita), vamos formar 3 correntes:

1. Corrente com 1 argola
2. Corrente com 2 argolas
3. Corrente com 4 argolas

Para formar uma corrente com 3 argolas, una a primeira com a segunda. Com 5 argolas, a primeira com a terceira. Com 6 argolas, a segunda com a terceira. Com 7 argolas, una todas novamente.

Resposta: (b)

15. O jogo de dominó tradicional tem 28 peças. Cada peça está dividida em dois quadrados e dentro de cada quadrado existem de 0 a 6 pontinhos (veja figura abaixo). Em outros lugares, esse mesmo dominó se chama duplo-6, pois 6 é a maior quantidade de pontinhos que aparece em um dos quadrados de uma peça.



Seguindo a ideia da sequência de peças do duplo-6, quantas peças teria o dominó duplo-10, ou seja, um dominó com até 10 pontinhos em um dos lados da peça?

(a) 36

(b) 45

(c) 48

(d) 55

(e) 66

Solução:

Note que a quantidade de peças de um dominó duplo-n é a soma de 1 até $n+1$ (por que?). Logo, a quantidade de peças em um duplo-10 seria

$$\frac{12 \cdot 11}{2} = 66.$$

Resposta: (e)

16. Zeca comprou um chapéu de palha para apreciar o bloco junino ”Pingo do Mei Dia”em Mossoró/RN. Zeca deseja enfeitar o chapéu com 3 bandeirinhas juninas, colocando-as, de maneira equidistantes, conforme a ilustração abaixo. Sabe-se que Zeca possui, pelo menos, 3 bandeirinhas de cada cor: vermelho, verde, azul, laranja e marrom. De quantas formas Zeca poderá enfeitar seu chapéu?

(a) 10

(b) 35

(c) 45

(d) 55

(e) 70

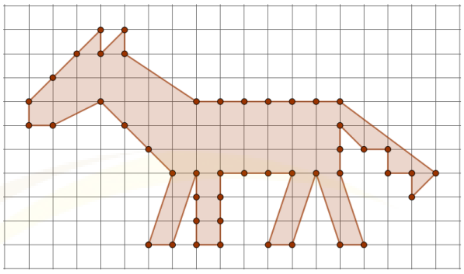
Solução:

Dividiremos em 3 casos:

1. Todas as bandeira são da mesma cor. Como há 5 cores, temos apenas 5 maneiras.
2. Duas bandeiras são da mesma cor, a outra é de cor diferente. Temos 5 possibilidades de cor para duas bandeiras, e 4 possibilidades para a cor da terceira bandeira. Assim, há 20 maneiras.
3. As três bandeiras tem cores distintas. Temos $\binom{5}{3} = 10$ maneiras de escolher 3 cores para tais bandeiras, e podemos permutar essas cores de

> 2 maneiras (Configurações obtidas pela rotação de outra não contam). Portanto, nesse caso temos 20 maneiras.
>
> O total de maneiras será, portanto, 45. **Resposta: (c)**

17. Zeca, usando a sua régua, desenhou um jumento em uma malha quadriculada $2cm \times 2cm$ através de vários segmentos de reta.



Qual é a área, em cm^2, da região delimitada pelo jumento desenhado por Zeca?

(a) 53,5

(b) 54

(c) 212

(d) 214

(e) 216

Solução:

(Teorema de Pick). A área de um polígono cujos vértices são pontos de uma rede é dada pela expressão:

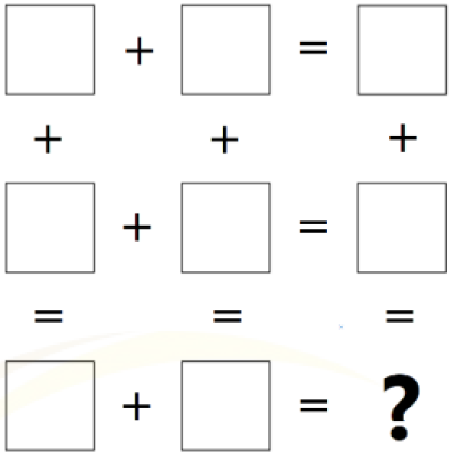
$$\frac{B}{2} + I - 1$$

Onde B é o nímero de pontos situados sobre a borda do polígono, I é o número de pontos da rede existente no interior do polígono. No nosso problema, $B = 47$ e $I = 31$

$$\acute{A}rea = \frac{47}{2} + 31 - 1 = 53,5$$

Como cada quadradinho tem área de $4cm^2$, devemos multiplicar o resultado por 4, chegando em 214 como resposta.
Resposta: (d)

18. Tonho apresentou o seguinte problema para Tica: "Tica, eu duvido que você consiga preencher os quadradinhos abaixo, com os números de 1 a 8, sem repetição, de forma que as somas sejam verdadeiras."



No final, Tica, muito sabida, resolveu o problema. Qual é o número que deve aparecer no lugar da interrogação?

(a) 8

(b) 10

(c) 12

(d) 14

(e) 15

Solução:

Note que

$$\begin{cases} 1+3=4 \\ 6+2=8 \\ 7+5=12 \end{cases}$$

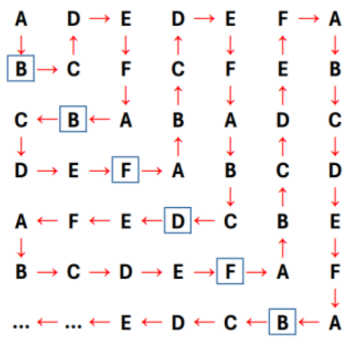
Atende às condições do enunciado.
Resposta: (c)

19. A sequência de letras A, B, C, D, E e F é escrita conforme a direção das setas indicadas nas ilustrações ao lado: Determine a 100^a letra da sequência destacada B, B, F, D, F, B, ...

(a) B

(b) C

(c) D



(d) E

(e) F

Solução:

Por análise, podemos relacionar o e-nésimo termo da diagonal destacada com o termo da sequência principal:

$$A_n = (n+1)^2 - (n) - (-1)^{n+1}$$

Onde o valor numérico de A_n equivale ao número que o e-nésimo termo da diagonal destacada é na sequência principal. Por exemplo, o primeiro termo da diagonal destacada é o segundo termo da sequência principal:

$$A_1 = (2)^2 - 1 - (-1)^2 = 2$$

Assim, o 100^o termo da diagonal é o de número 10102 da sequência principal, que é a letra D:

$$A_{100} = 101^2 - 100 + 1 = 10102$$

Resposta: (c)

20. O professor de Zeca desafiou a sua turma do terceiro ano do ensino médio a resolver a seguinte equação polinomial do segundo grau:

$$(2^{2024!} - 1)x^2 + 2^{2024!+1}x + 2^{2024!} + 1 = 0$$

Para o espanto de Zeca, um dos seus alunos encontrou uma das raízes rapidamente. Marque a alternativa que seja uma das raízes da equação acima:

(a) 2

(b) 2024!

(c) -1

(d) 2024!+1

(e) -2

Solução:

Aplicando Bhaskara, temos:

$$\frac{-2^{2024!+1} \pm \sqrt{(2^{2024!+1})^2 - 4(2^{2024!}-1)(2^{2024!}+1)}}{2(2^{2024!}-1)}$$

$$\frac{-2^{2024!+1} \pm 2}{2(2^{2024!}-1)}$$

Uma das raízes será:

$$\frac{(-1)2(2^{2024!}-1)}{2(2^{2024!}-1)} = (-1)$$

Resposta: (c)