



1 Questão: Álgebra na mesa

Marcos Vinicius Burdzinski

Encontre todas as triplas de não negativos inteiros (a, b, c) tais que

$$a^2 + b^2 + c^2 = abc + 1$$

2 Questão: Um rei preguiçoso

Pedro Henrique de Abreu Duailibe

Um rei de um país distante um dia estava entediado e decidiu criar uma cidade nova para seu reino, que teria n bairros. Como o rei era muito preguiçoso e não gostava de pensar, decidiu aprovar o projeto de uma estrada entre quaisquer dois bairros com um lançamento de moeda (ou seja, com probabilidade $p = \frac{1}{2}$). Depois dessa decisão, os engenheiros ficaram preocupados com o tamanho máximo de um subconjunto S de bairros tal que qualquer par de bairros em S não possuem uma estrada que os conecta. Mostre que $|S| \leq 4 \log n$, com alta probabilidade.

3 Questão: Inversão e condições estranhas de ângulos

Marcos Vinicius Burdzinski

Seja $ABCD$ um quadrilátero convexo, e seja P e Q pontos dentro de $ABCD$ de forma que $ADQP$ e $PQCB$ sejam cíclicos. Seja E um ponto no segmento \overline{PQ} de modo que $\angle PAE = \angle QDE$ e $\angle PBE = \angle QCE$. Mostre que $ABCD$ é cíclico

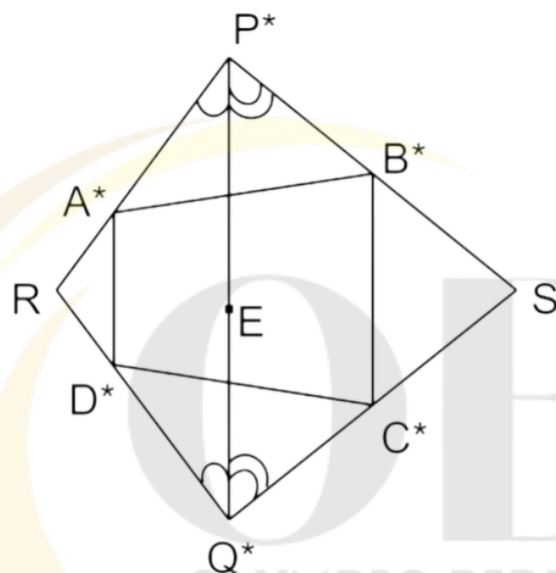


Figura 1: Figura após a inversão