Olimpíada Brasileira de Física

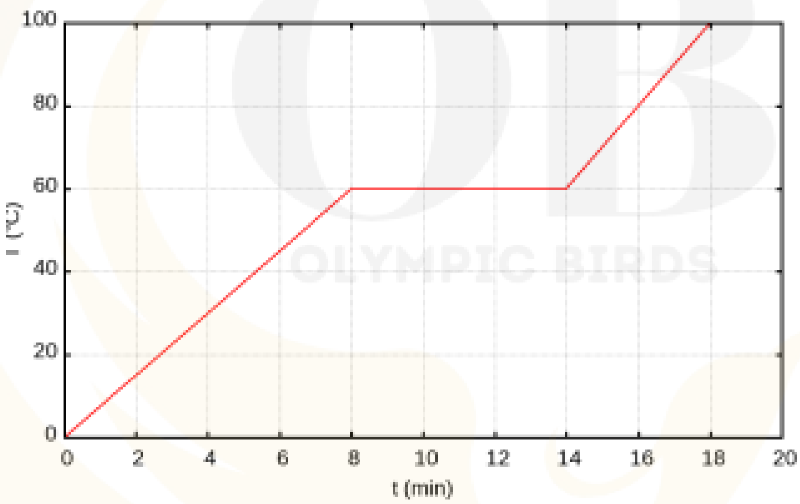
Gabarito extra oficial

Nível 3

---

1. **Questão 1.**

   Uma barra de 200 g de uma substância à temperatura inicial $T_i = 0°C$ é aquecida dentro de um recipiente que lhe transfere energia na forma de calor a uma taxa constante. A figura ao lado mostra a variação da temperatura da substância em função do tempo. Sabendo que ao final de 18 minutos foram transferidas 453,6 kJ, determine:



   (a) O calor latente de fusão desta substância em cal/g.

   (b) A razão $\frac{c_l}{c_s}$, onde c_l e c_s são, respectivamente, os calores específicos desta substância nas fases líquida e sólida.

Solução:

(a) Como a transferência de calor ocorre a uma taxa constante e, de acordo com o gráfico, a fusão leva 6 minutos, o calor necessário para a mudança de fase, Q_f, é:

$$Q_f = \frac{6\text{min}}{18\text{min}} \cdot 453,6\text{kJ}$$

$$Q_f = 151,2\text{kJ}$$

Esse calor também pode ser expresso em termos do calor latente de fusão c_f:

$$Q_f = mL_f$$

Portanto, temos $m \times L_f = 151,2 \times 10^3\,\text{J}$. Considerando que a massa é $200\,\text{g}$ e que $1\,\text{cal} = 4,2\,\text{J}$: $L_f = \frac{151,2}{4,2 \cdot 200}$

$$\boxed{L_f = 180\,\text{cal/g}}$$

(b) Durante a fase sólida, a substância recebeu uma quantidade de calor Q_s. Como a taxa de transferência de energia é constante, podemos calcular Q_s como:

$$Q_s = \frac{8}{18} \times 453,6\,\text{kJ}$$

.

Esse calor também pode ser escrito como:

$$Q_s = mc_s\Delta T$$

Pelo gráfico, $\Delta T = 60°\text{C}$, assim:

$$200 \cdot 60 \cdot c_s = \frac{8}{18} 453,6$$

$$c_s = \frac{453,6 \cdot 8}{18 \cdot 200 \cdot 60}$$

De forma análoga, na fase liquida:

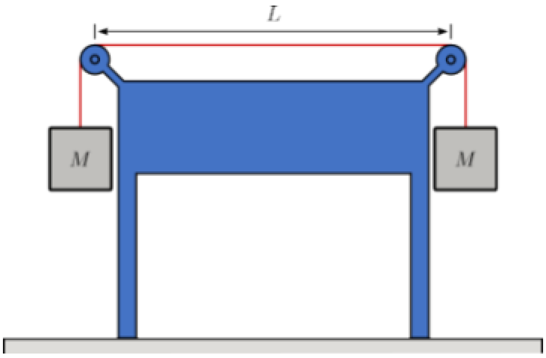
$$c_l = \frac{453,6 \cdot 4}{18 \cdot 200 \cdot 40}$$

Logo,

$$\boxed{\frac{c_l}{c_s} = \frac{3}{4}}$$

2. **Questão 2.**

A figura ao lado mostra um fio que passa por duas polias ideais e que é tensionado por dois blocos de massa $M = 6,00$ kg que estão presos às suas extremidades. O trecho horizontal do fio tem comprimento $L = 0,90$ m e o conjunto está em equilíbrio estático. O diâmetro do fio é 0,40 mm e a densidade do aço é 8 000 kg/m^3. Determine:



(a) A densidade linear de massa do fio, em g/m.

(b) A menor frequência, em Hz, da onda estacionária transversal que o trecho horizontal do fio pode apresentar.

Solução:

(a) A massa total do fio pode ser encontrada a partir do volume do fio e sua densidade:

$$m = 8000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,9\text{m}\left(\frac{0,4 \cdot 10^{-3}\text{m}}{2}\right)^2$$

$$m = 0,864\text{g}$$

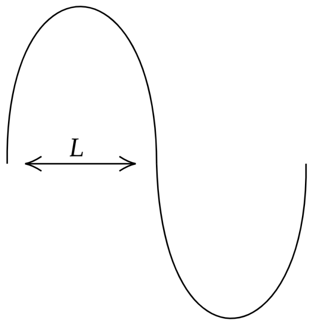
Logo, a densidade linear de massa μ é:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = \frac{0,864}{0,9}$$

$$\boxed{\mu = 0,96\ g/m}$$

(b) A partir da equação fundamental da ondulatória $v = \lambda f$, podemos concluir que, para uma velocidade constante, quanto maior o comprimento de onda, menor será a frequência. Portanto, como ilustrado na imagem abaixo, o maior comprimento de uma onda estacionária é $\lambda = 2L$.

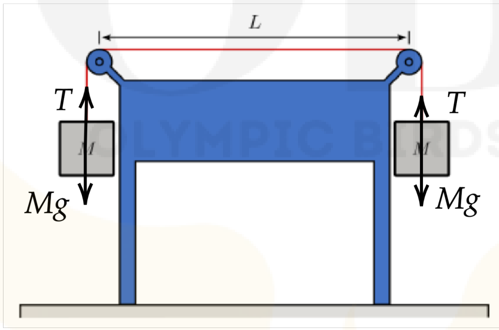


Pela equação de taylor $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ e a citada equação da ondulatória, temos:

$$v = v \Rightarrow \lambda f = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Pelo equilibrio de forças, podemos encontrar a tração T:



Analisando um dos blocos, temos:

$$T - Mg = 0 \Rightarrow T = Mg$$

Portanto, a tração ao longo de todo o fio é constante e igual a Mg. Assim, podemos substituir esse valor na fórmula previamente obtida:

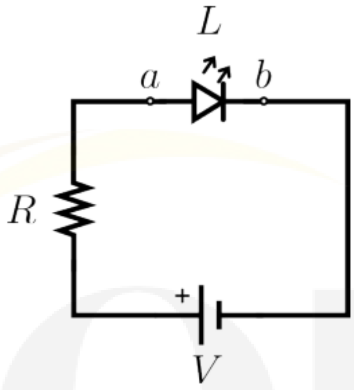
$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{Mg}{\mu}}$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot 0,9}\sqrt{\frac{6 \cdot 10}{0,96 \times 10^{-3}}}$$

$$\boxed{f \approx 138,89Hz}$$

3. **Questão 3.**

Diodos emissores de luz, ou LEDs, da sigla em inglês *Light Emitting Diode*, são dispositivos eletrônicos cada vez mais utilizados. A intensidade da luz emitida por um LED é uma função crescente da corrente que o percorre e que não pode superar determinado valor $i_{\max}$ que poderia queimá-lo. Por isso, em geral, um LED é ligado em série com uma resistência de proteção cuja função é limitar a corrente. Outra característica importante de um LED é o valor mínimo da tensão V_0 abaixo do qual ele não brilha (e a corrente que o percorre é nula ou desprezível).



O circuito ao lado apresenta, ligados em série, um LED L (entre os terminais a e b), uma bateria ideal de tensão $V = 9,00$ V e um resistor de resistência R. Suponha que a máxima corrente suportada pelo LED seja $i_{\max} = 20,0$ mA, que o circuito opere com uma corrente de 75% de $i_{\max}$ e que a tensão aplicada no LED seja $V_d = 3,00$ V.

(a) Qual a potência dissipada no LED, em W?

(b) Qual o valor de R, em Ω (ohms)?

Solução:

(a) A potência dissipada no LED pode ser expressa como $P_d = V_d \times I$.

$$P_d = 3 \times 15 \times 10^{-3}\,\mathrm{W}$$

$$\boxed{P_d = 0,045\,\mathrm{W}}$$

(b) Pela Lei das Malhas, temos:

$$V = V_r + V_d$$

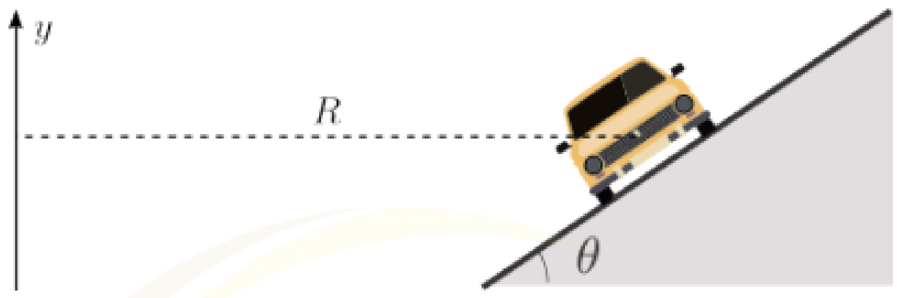
Como $V = 9\,\mathrm{V}$ e $V_d = 3\,\mathrm{V}$, então $V_r = 6\,\mathrm{V}$.

Aplicando a primeira Lei de Ohm:

$$V_r = R \times I \rightarrow R = \frac{V_r}{I} = \frac{6\,\mathrm{V}}{15 \times 10^{-3}\,\mathrm{A}} \rightarrow \boxed{R = 400\,\Omega}$$

4. **Questão 4.**

Uma curva de estrada é compensada quando o plano de rodagem se inclina em direção ao centro de curvatura de um ângulo θ em relação à horizontal. Na figura (fora de escala), o eixo vertical y passa pelo centro da trajetória circular de raio R executada pelo carro. Se $\theta = 0°$ a curva não é compensada.



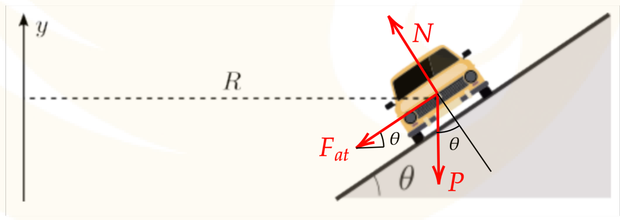
Um engenheiro está planejando uma estrada na qual o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o pavimento é $\mu = 0,60$ e está considerando o caso em que carros trafegam com velocidade de módulo constante de $V = 108$ km/h. Determine o menor valor de R, em m, com o qual os carros fazem as curvas sem derrapar, nos casos:

(a) $\theta = 0°$.

(b) $\theta = 15°$.

Solução:

Para começar, analisaremos a situação geral com um θ qualquer.



Com base no diagrama de forças mostrado na figura abaixo, e considerando o sentido positivo para a esquerda e para cima, obtemos as seguintes equações:

- **Eixo X:** $N \operatorname{sen}\theta + F_{at}\cos\theta = R_{centripeta}$
- **Eixo Y:** $N\cos\theta = F_{at}\operatorname{sen}\theta + P$

Na iminência de derrapamento, a força de atrito é dada por $F_{at} = \mu \cdot N$.

Assim, pela segunda equação, temos que:

$$N(\cos\theta - \mu \operatorname{sen}\theta) = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta - \mu \operatorname{sen}\theta}$$

Deixemos esse resultado da normal guardado por enquanto. Substituindo a resultante centrípeta $R_{cp} = \frac{mv^2}{R}$ e a relação entre o atrito e a força normal na 1° equação, obtemos:

$$N(\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta) = \frac{mv^2}{R}$$

Isolando o raio R:

$$R = \frac{mv^2}{N(\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta)}$$

Substituindo a normal N na equação do raio:

$$R = \frac{mv^2(\cos\theta - \mu \operatorname{sen}\theta)}{mg(\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta)}$$

$$\boxed{R = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{(\cos\theta - \mu \operatorname{sen}\theta)}{(\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta)}}$$

Com esse resultado, podemos substituir os valores correspondentes de θ nos itens e obter as seguintes respostas:

(a)

$$\theta = 0° \therefore \boxed{R = 150\text{m}}$$

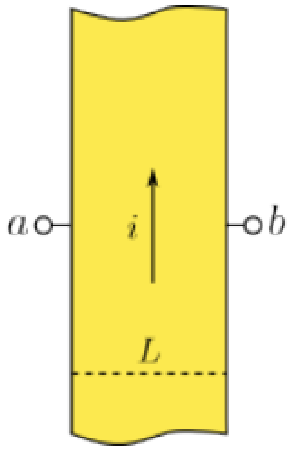
(b)

$$\theta = 15° \therefore \boxed{R \approx 87\text{m}}$$

5. **Questão 5.**

Uma fita metálica de cobre de largura $L = 1,00$ cm e espessura $d = 10\,\mu$m é percorrida por uma corrente de $i = 2,0$ A, conforme mostra a figura. A fita está na presença de um campo magnético uniforme **B** perpendicular ao plano da fita e, portanto, na direção da espessura da fita. Nos terminais a e b, cada um deles ligado a um dos lados da fita, é conectado um voltímetro (não mostrado na figura) que mede a diferença de potencial $V_a - V_b = 12\,\mu$V. Considere que o cobre apresenta $8,5 \times 10^{28}$ elétrons de condução por m^3 e adote a convenção de que $B > 0$ se **B** estiver saindo do papel. Determine:

(a) A velocidade de deriva dos elétrons v_d, ou seja, a velocidade associada à



corrente i, em m/s.

(b) $\frac{B}{|B|}$ (Responda 1 se **B** estiver saindo do papel e -1 caso contrário).

(c) $|B|$ em tesla.

Solução:

a) Como a velocidade de deriva dos elétrons está associada à corrente i, V se refere ao volume da fita e η, à densidade de elétrons no cobre:

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \cdot \frac{\Delta y}{\Delta y} \cdot \frac{L \cdot d}{L \cdot d}$$

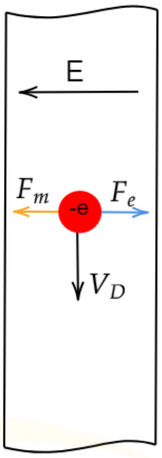
$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \cdot v_D L d$$

$$i = \eta e v_D L d \Rightarrow v_D = \frac{i}{\eta e L d}$$

$$v_D = \frac{2}{8,5 \times 10^{28} \cdot 1,6 \times 10^{-19} \cdot 1 \times 10^{-2} \cdot 10 \times 10^{-6}}$$

$$\boxed{v_D = 1,47 \times 10^{-3} = 0,00147\ m/s}$$

b) Como a corrente que passa pela fita está para cima, então os elétrons estão se movendo para baixo, e, como eles não possuem aceleração, a força elétrica existente pela diferença de potencial entre A e B é cancelada com a força magnética, representando a situação:



Como a forma magnética pode ser escrita como:

$$F_m = q\vec{V} \times \vec{B}$$

E a carga do elétron é negativa, o campo magnético precisa estar **entrando na folha** para que a força magnética seja para a esquerda.

$$\boxed{\textit{Resposta} : \textbf{-1}}$$

c) Para encontrar o módulo do campo magnético é preciso igualar a força elétrica com a magnética:

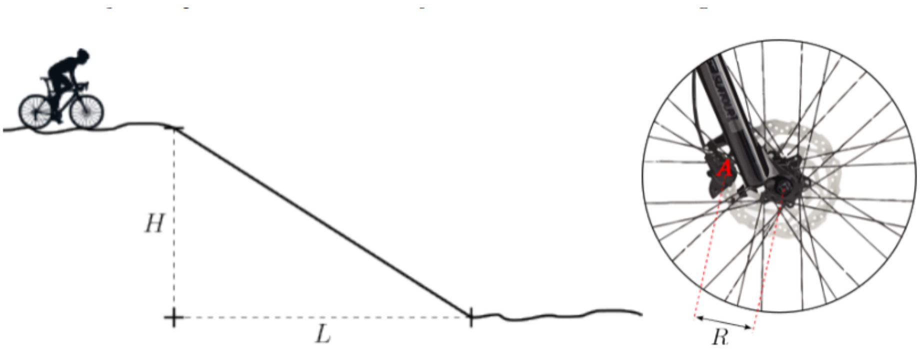
$$F_m = F_e \Rightarrow q|v_D||B| = qE$$

$$|B| = \frac{V_{ab}}{v_D L} = \frac{12 \times 10^{-6}}{1,47 \times 10^{-3} \cdot 1 \times 10^{-2}}$$

$$\boxed{|B| = 0,82\ T}$$

6. **Questão 6.**

Fazendo uma trilha com sua bicicleta, um ciclista desce uma rampa com uma velocidade constante de 6,0 m/s. A figura abaixo à esquerda, na qual $H = 9,00$ m e $L = 12,0$ m, mostra a rampa e a figura abaixo à direita mostra o sistema de freios a disco instalados nas duas rodas da bicicleta. Ao acionar o freio com a roda em movimento, a peça A aplica uma força dissipativa de intensidade F no disco a uma distância média de $R = 80$ mm do eixo de rotação. Nesta bicicleta, as rodas têm diâmetro de 700 mm, os discos são feitos de aço (calor específico de 0,100 cal/g·°C) e cada um tem uma massa de 150 g. Desconsidere a ação das demais forças dissipativas. A massa do conjunto ciclista-bicicleta é 80 kg.



(a) Considere que 60% da energia mecânica dissipada durante a descida seja convertida em calor transferido aos discos (os 40% restantes são transferidos para o ambiente, pelo vento, radiação, etc). Qual a variação da temperatura dos discos em °C?

(b) Considere que o freio é aplicado nas duas rodas de maneira uniforme em toda a descida. Qual a intensidade de F em N?

Solução:

a) Considerando que toda a energia potencial será dissipada já que a descida se dá com uma velocidade constante :

$$E_{dis} = mgH \rightarrow E_{dis} = 80.10.9 \rightarrow E_{dis} = 7200J = 1714,3cal$$

Considerando 60% da energia dissipada sendo convertida em calor e dividindo a quantidade de calor por 2 para encontrar o aumento de temperatura em cada disco:

$$Q = mc\Delta T \rightarrow 857,1 \cdot 0,6 = 150 \cdot 0,1 \cdot \Delta T \rightarrow \boxed{\Delta T = 34,3°C}$$

Sendo essa a variação de temperatura em cada disco.

b) Considerando que a força exercida pelo conjunto é igual a $mg \operatorname{sen} \theta$ onde θ é a inclinação do plano:

$$mgsin(\theta) = 2F'$$

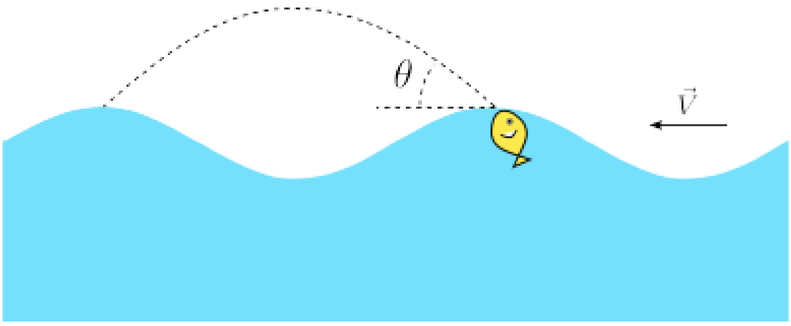
Sendo F'a força exercida na roda pelo peso. Escolhendo o centro da roda para equilibrar os torques das forças exercidas na roda e no disco:

$$FR = F'\frac{D}{2} \rightarrow F = \frac{1}{2R}mgsin(\theta)\frac{D}{2}$$

$$F = \frac{1}{2.80}.80.10.\frac{9}{15}.\frac{700}{2} \rightarrow \boxed{F = 1050N}$$

7. **Questão 7.**

Um pequeno peixe se lança com velocidade $\mathbf{v}_0$ do alto da crista de uma onda em direção à crista da onda à frente, conforme mostra a figura. As ondas têm velocidade de 3,00 m/s e frequência de 2,00 Hz. A velocidade $\mathbf{v}_0$ forma um ângulo $\theta = 15°$ com a horizontal. Considere apenas o movimento do centro de massa do peixe e despreze a resistência do ar.



(a) Qual a distância entre as cristas das ondas, em m?

(b) Qual o módulo da velocidade com que o peixe emerge da crista v_0, em m/s?

Solução:

a) A distância entre as cristas das ondas será igual ao comprimento da onda do mar:

$$v = \lambda f$$

$$D = \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{D = 1,5\ m}$$

b) Para completar seu trajeto de ir até a próxima crista, o peixe precisar ter uma velocidade relativa às ondas que o possibilite percorrer a distância entre duas cristas. Então, uma forma de resolver essa questão é analisar a partir do referencial da onda, precisando subtrair a velocidade em x do peixe por v. Escrevendo as equações do movimento em x e em y:

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\theta - v)t \\ y = v_0 \operatorname{sen}\theta t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Agora, substituindo t da equação para x na equação de y, e igualando o y a zero, o que ocorre no início e no final do lançamento.

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\theta - v}$$

$$y = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta x}{v_0 \cos\theta - v} - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos\theta - v)^2}$$

$$x = \frac{2(v_0 \cos\theta - v)v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

$$v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta - 2v_0 v \operatorname{sen}\theta - Dg = 0$$

$$v_0 = \frac{2v \operatorname{sen}\theta \pm \sqrt{4v^2 \operatorname{sen}^2\theta + 4 \operatorname{sen} 2\theta Dg}}{2 \operatorname{sen} 2\theta}$$

$$v_0 = \frac{3 \operatorname{sen} 15^\circ \pm \sqrt{3^2 \operatorname{sen}^2 15^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ \cdot 1,5 \cdot 10}}{\operatorname{sen} 30^\circ}$$

$$v_0 = 7,25\ m/s \text{ ou } -4,14\ m/s$$

Como com uma velocidade negativa será impossível realiza a trajetória mostrada na imagem:

$$\boxed{v_0 = 7,25\ m/s}$$

8. **Questão 8.**

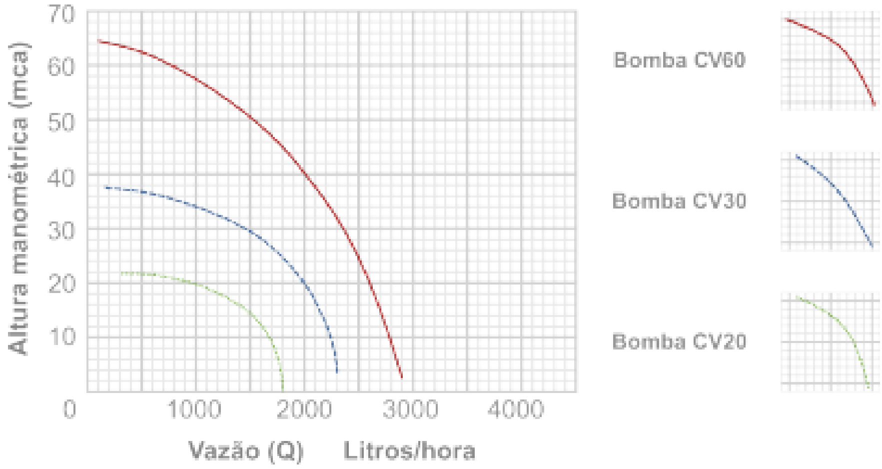
Um proprietário rural cava uma cisterna em sua residência e utiliza uma bomba periférica para elevar a água coletada a uma altura de 20 m em relação à superfície da água na cisterna. Para transportar a água ele usa uma mangueira cilíndrica de área de seção transversal 3,00 cm^2. O gráfico abaixo mostra como varia a pressão manométrica em função da vazão da água na saída da tubulação para diferentes modelos de bomba. O proprietário instalou o modelo de bomba CV30.

(a) Qual a potência mínima da bomba, em W?

(b) Qual a velocidade da água na mangueira, em m/s?

Solução:

a) Analisando o gráfico, podemos perceber que para a bomba CV30 a 20 mca,



a vazão é de 2000 litros por hora. A potência é dada por:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = gH\frac{\Delta M}{\Delta t} = \rho gh\frac{\Delta V}{\Delta t} \equiv \rho ghQ$$

onde Q é a vazão da mangueira. Substituindo os valores, chegamos em

$$\boxed{P = 111,11\text{W}}$$

b) Utilizando a formula $Q = Av$ podemos achar a velocidade, resultando em

$$\boxed{v = 1,85\text{m/s}}$$