



1 Questão Curta: Fio infinito?

Escrito por Tiago Rocha

Nesse problema, considere um fio infinito de densidade linear de carga λ . Vamos investigar essa configuração.

Dados: Você pode deixar suas respostas em função de π e ϵ_0 (permissividade do vácuo).

- a) Usando a Lei de Gauss, calcule o campo elétrico a uma distância s do fio.
- b) Nessa configuração, infelizmente, não podemos usar o infinito como referencial para calcular o potencial elétrico. Sabendo que a expressão para o potencial elétrico a uma distância s do fio vale:

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{s}{a}, \quad (1)$$

independentemente da referência (onde a é um parâmetro que iremos discutir depois), explique matematicamente por que não podemos usar o infinito como referência.

- c) Calcule a diferença de potencial entre uma carga localizada em r e outra em $2r$.
- d) Então, o que significa o parâmetro a ?

2 Questão Média: Apenas uma cicloide...

Escrito por Tiago Rocha

A roda é definitivamente uma das invenções mais importantes da humanidade. A partir dela, os humanos conseguiram criar uma enorme diversidade de dispositivos, sendo a maioria deles usados para facilitar a locomoção. Nesse problema, vamos investigar o funcionamento de uma roda. Para esses fins, imagine que estamos analisando a roda de um carro que está se movendo em linha reta.



- A partir do que foi dito, calcule as velocidades dos pontos superior e inferior na situação da figura acima. Sabe-se que a roda se move sem deslizar e a velocidade do centro vale 30,0 km/h.
- Se marcarmos com um pincel o ponto da roda que está em contato com o chão, ele realizará um movimento bem interessante. Esquematize como seria a trajetória desse ponto no referencial terrestre e justifique.
- Esse movimento é o que chamamos de cicloide. Sendo assim, determine o raio de curvatura do ponto marcado no item b) quando ele se localiza no topo da trajetória, no referencial da Terra (esse é o que chamamos de raio de curvatura da cicloide). Calcule seu valor numérico sabendo que o raio da roda possui 28,0 cm.

Dicas/observações:

- Dica 1:** Sabe-se que a velocidade em um ponto qualquer de uma roda em movimento é dada por $\mathbf{v} = \mathbf{v}_c + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$, onde \mathbf{v}_c é a velocidade do centro da roda, $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular da roda e \mathbf{r} é o vetor posição entre o centro da roda e o ponto escolhido.
- Dica 2:** O módulo de um produto vetorial $\mathbf{A} = \mathbf{B} \times \mathbf{C}$ é dado por $BC \sin \theta$, onde θ é o ângulo entre os vetores \mathbf{B} e \mathbf{C} .
- Dica 3:** Se a circunferência está em um plano xy , $\boldsymbol{\omega}$ apontará na direção z .

3 Questão Longa: Canter I, em algum canto do Universo

Escrito por Daniela Emília

Parte A:

Um pequeno astro de massa m , chamado Canter I, encontra-se em órbita de um grande sol de massa M . Percorrendo uma trajetória fechada, a energia mecânica de Canter I é negativa.

a) Prove que a trajetória do astro menor é sempre uma cônica, demonstrando a seguinte equação de coordenadas polares:

$$r = \frac{A}{1 + B \cos \theta} = \frac{A}{1 + \epsilon \cos \theta}; \begin{cases} A = \frac{L^2}{GMm^2} \\ B = \sqrt{1 + \frac{2E}{m} \frac{L^2}{(GMm)^2}} = \epsilon \end{cases} \quad (2)$$

- **Dica 1:** Escreva a energia mecânica em função de coordenadas polares.
- **Dica 2:** Use a substituição de variável $u=1/r$ para facilitar sua resolução.

b) Demonstre que Canter I apresenta velocidade areolar constante, independente da excentricidade ϵ da órbita.

c) Encontre a constante da 3ª Lei de Kepler, ao calcular $\frac{T^2}{a^3}$, para qualquer órbita elíptica.

Parte B:

Passados vários anos-luz, uma massa de poeira cósmica encontra-se dispersa pelo sistema de Canter I e o grande sol de massa M não existe mais. A distribuição de massa é dada em função apenas da componente radial de um espaço de coordenadas esféricas, cuja origem é o centro do sistema. Desde tal ponto até uma distância limite de R_o , $\rho(r)_{poeira}$ é definida por $\frac{k}{r}$.

Eventuais colisões entre o astrozinho e a poeira celestial são desprezíveis, bem como as dimensões de Canter I. Além disso, inicialmente, Canter I encontra-se em repouso, a uma distância r ($r \ll R_o$) à origem.

d) Estime a trajetória de Canter I.

e) Calcule o impulso mínimo necessário para o pequeno astro escapar do campo gravitacional provocado pela extensa esfera de densidade de massa cósmica.