Itabirana de Matemática 2° Fase

Gabarito extra oficial

Nível 3

---

1. **A)** O competidor da raia 1 corre em uma pista formada por 2 retas paralelas, cada uma com 100 metros de comprimento, e duas semicircunferências, que juntas formam uma circunferência completa de perímetro 200. Assim, podemos determinar o raio da pista:

$$2\pi r = 200 \Rightarrow r = \frac{100}{3,14}$$

$$\boxed{r \approx 31,847\text{m}}$$

Resposta: $31,847$m

B) O raio da raia 8 é igual ao raio da raia 1 adicionado da largura de 7 raias de 1,25 metros e a largura de 7 faixas de 5 centímetros. Assim, esse raio tem valor:

$$R = \frac{100}{3,14} + 7 \times 1,25 + 7 \times 0,05 = \frac{100}{3,14} + 9,1$$

Logo, o comprimento da pista do competidor 8 é de:

$$200 + 2 \times 3,14\left(\frac{100}{3,14} + 9,1\right) = 457,148$$

Por isso, o competidor da raia 8 deve se deslocar $\boxed{57,148\text{m}}$ a frente do competidor da raia 1.

Resposta: $57,148$m

2. Considerando que se trata de um dia de estoque, temos os seguintes casos:

   - Se fizer hora extra (60% de chance), há 80% de probabilidade de faltar à academia.
   - Se não fizer hora extra (40% de chance), há 35% de probabilidade de faltar à academia.

   Pelo princípio multiplicativo, a probabilidade de faltar à academia no primeiro caso é $60\% \times 80\% = 48\%$. Analogamente, no segundo caso, a probabilidade é $40\% \times 35\% = 14\%$.

Pelo princípio aditivo, a probabilidade total de faltar à academia é $48\% + 14\% = \boxed{62\%}$.

Resposta: $0,62$ **ou** 62%

3. **A)** Nós podemos usar a fórmula trigonométrica da área de um triângulo, i.e, um triângulo com lados a e b e ângulo θ entre os lados tem área $\frac{ab \operatorname{sen} \theta}{2}$. Logo,

$$[ABC] = \frac{5 \cdot 6 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ}{2} = \boxed{\frac{15\sqrt{3}}{2}}$$

B) Pelo Teorema da Bissetriz Interna, $\frac{BD}{DC} = \frac{5}{6}$. Como os triângulos possuem mesma altura, a razão de suas bases é a razão de suas áreas. Dessa forma,

$$\boxed{\frac{[ABD]}{[ADC]} = \frac{5}{6}}$$

C) Utilizando a mesma estratégia que o item anterior, precisamos apenas da razão $\frac{DC}{BC}$, pois o já possuímos o valor de $[ABC]$. Logo, temos duas equações:

$$\begin{cases} \frac{DB}{DC} = \frac{5}{6} \\ DB + DC = BC \end{cases}$$

Resolvendo, achamos que $DC = \frac{6}{11}BC$. Assim,

$$[ADC] = \frac{6}{11}[ABC] = \boxed{\frac{45\sqrt{3}}{11}}$$

4. Para determinar o número de maneiras de escolher as obras de Drummond conforme as exigências, vamos dividir em 3 casos:

   - 1 Não escolhemos nem a obra "Alguma poesia", nem a obra "Passeios na ilha". Nesse caso, temos 4 poesias para escolher 3, e 3 prosas para escolher 3. Assim, o total de maneiras é:

   $$\binom{4}{3}\binom{3}{3} = 4$$

   - 2 Escolhemos a obra "Alguma poesia", mas não a obra "Passeios na ilha". Nesse caso, temos 4 poesias para escolher 2, e 3 prosas para escolher 3. Assim, o total de maneiras é:

   $$\binom{4}{2}\binom{3}{3} = 6$$

- 3 Escolhemos a obra "Passeios na ilha", mas não a obra "Alguma poesia". Nesse caso, temos 4 poesias para escolher 3, e 3 prosas para escolher 2. Assim, o total de maneiras é:
$$\binom{4}{3}\binom{3}{2} = 12$$

Portanto, o total de maneiras é a soma desses 3 casos, que é $\boxed{22}$

Resposta: 22

5. **A)** $\boxed{N = 3, x = 3}$.

   Demonstração: Aplique a operação três vezes com valor inicial 3. Você deve chegar em
$$3 \mapsto 14 \mapsto 47 \mapsto 146$$

   B) Seja $x \equiv 2 \pmod 9$ o valor inicial da operação. Logo,
$$x \mapsto 3x + 5 \equiv 6 + 5 \equiv 2 \pmod 9$$

   C) Seja x o valor inicial da operação. Assim,
$$x \mapsto 3(3x + 5) + 5 = 9x + 20 \equiv 20 \equiv 2 \pmod 9$$