



Olympic Birds
Problemas da Semana 4
Matemática

1 Questão: Octcubo

Escrito por Kauan Emanuel

Considere um cubo de lado l e um octaedro regular, com os vértices presentes no centro de cada face do cubo. Ao repetir a situação na parte interna do octaedro, um cubo contendo um octaedro, por uma grande quantidade de vezes e considerando S a soma dos volumes de todos os cubos, o valor de S é:

- a) $l^3 \times \frac{12+2\sqrt{3}}{13}$
- b) $l^3 \times \frac{8+\sqrt{3}}{14}$
- c) $l^3 \times \frac{\sqrt{3}}{13}$
- d) $l^3 \times \frac{7+2\sqrt{3}}{15}$
- e) NDA

2 Questão: Funções e teoria dos números

Escrito por Kauan Emanuel

Considere uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(f(x^2) + f(y)) = xf(x) + y$. Seja N a soma dos números das afirmativas corretas, o valor do algarismo da unidade de N^{2024} é:

- 1. $f(0) = 0$
 - 2. f é injetora
 - 3. f é sobrejetora
 - 4. $f(x) \equiv 0$ é uma solução
 - 5. f é uma função crescente
- a) 0
 - b) 2
 - c) 5
 - d) 6
 - e) NDA

3 Questão: Rotas curvas no plano xy

Escrito por Kauan Emanuel

Considere duas curvas no plano xy , $C_1 : x^2 - 2x + y^2 - 10y = 10$ e $C_2 : 16x^2 - 96x + y^2 - 2y = -1$. Determine:

- a) A excentricidade dessas curvas;
- b) As tangentes a curva 2 pelo ponto $K(0, 1 + 3\sqrt{7})$;
- c) O lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ tal que o ângulo formado pelas retas do centro das curvas ao ponto P seja de 60° .

