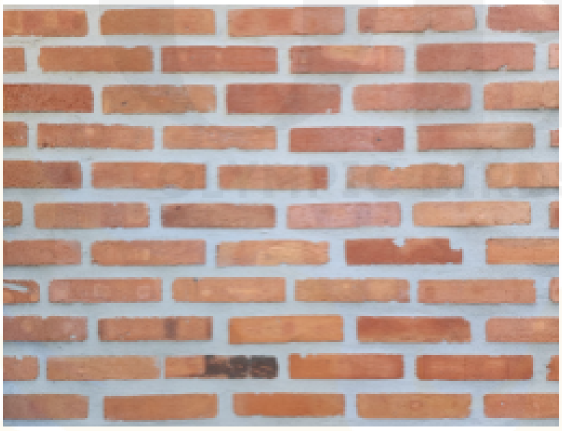
Olimpíada Brasileira de Física

Gabarito extra oficial

Nível 2

1. **Questão 1 (exclusiva para alunos da 1^a série) .**

   Uma pessoa planeja construir uma parede de tijolos maciços para fechar completamente um vão de 4,40 m de largura por 3,50 m de altura. Os tijolos têm dimensões de 20,0 cm × 10,0 cm × 5,00 cm. A parede deve ter espessura de 10,0 cm de forma que os tijolos devem ser assentados com o lado maior na direção do comprimento da parede e o menor na direção da altura. Os tijolos devem ser assentados usando uma argamassa de densidade 1900 kg/m^3 que os deixam separados por uma distância d. Considere que a argamassa preenche completamente o espaço entre os tijolos.



   (a) Caso d seja desprezível, quantos tijolos, aproximadamente, são utilizados na parede?

   (b) Caso $d = 2,00$ cm, quantos tijolos são utilizados, aproximadamente, na parede?

   (c) Caso $d = 2,00$ cm, qual a massa da argamassa, aproximadamente, em kg, utilizada na parede?

Solução:

a) No caso em que a distância d entre os tijolos é desprezível o volume total da parede será igual ao volume de todos os tijolos juntos. Portanto:

$$N = \frac{V_{parede}}{V_{tijolo}} = \frac{4,4 \times 3,5 \times 0,1}{0,2 \times 0,1 \times 0,05}$$

$$\boxed{N = 1540\ tijolos}$$

b) Agora, com a distância $d = 2\ cm$ pode-se encontrar a quantidade de tijolos que podem ser colocados no comprimento, na altura e na espessura da parede. Primeiramente, na espessura, para os tijolos, a espessura ao serem colocados na parede será de $10\ cm$, que é a mesma espessura da parede, não conseguindo colocar argamassa nessa posição, então na profundidade só será possível colocar $N_p = 1$ tijolo em uma mesma altura e comprimento.

Para a altura, a nova altura de um tijolo com a argamassa será;

$$h = h_0 + 2 = 5 + 2 = 7\ cm$$

Então, para encontrar o número de tijolos em uma mesma coluna de tijolos será:

$$N_a = \frac{H}{h} = \frac{3,5}{0,07} = 50\ tijolos$$

Por fim, realizando o mesmo processo para a largura. A nova largura dos tijolos será:

$$l = l_0 + 2 = 20 + 2 = 22\ cm$$

E o número de tijolos na largura será:

$$N_l = \frac{L}{l} = \frac{4,4}{0,22} = 20\ tijolos.$$

Portanto o número de tijolos será:

$$N = N_p \cdot N_a \cdot N_l = 1 \times 50 \times 20$$

$$\boxed{N = 1000\ tijolos}$$

c) Para achar a massa de argamassa utilizada na parede, pode-se subtrair o volume total da parede pelo volume de todos os tijolos juntos e multiplicar pela densidade da argamassa. Encontrando:

$$m = \rho(V_{parede} - NV_{tijolo}) = 1900 \cdot (4,4 \times 3,5 \times 0,1 - 1000 \times 0,2 \times 0,1 \times 0,05)$$

$$\boxed{m = 1026\ kg}$$

2. **Questão 2 (exclusiva para alunos da 1^a série).**

Ana e Beatriz são estudantes de física e estão no alto de uma ponte de 30 metros de altura. Ana abandona uma pedra e 0,50 s depois Beatriz lança outra verticalmente para baixo. As pedras atingem a água do rio abaixo simultaneamente. Desconsidere a resistência do ar.

(a) Em que instante, em s, em relação ao momento em que foi solta, a primeira pedra atinge a água?

(b) Qual a velocidade de lançamento, em m/s, da segunda pedra?

Solução:

a) Para encontrar o tempo para a pedra atingir a água, pode-se usar a expressão para o tempo de queda de um objeto que foi abandonado, que pode ser encontrada pela equação horária da posição:

$$y = \frac{gt^2}{2}$$

$$t_{queda} = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{10}}$$

$$\boxed{t_{queda} = 2,4\ s}$$

b) Agora, para encontrar a velocidade de lançamento da segunda pedra, pode-se utilizar a equação horária da posição para ela, e substituir o tempo de duração do movimento por $t = t_{queda} - 0,5 = 2,4 - 0,5 = 1,9\ s$:

$$y = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$v_0 = \frac{2y - gt^2}{2t} = \frac{2 \cdot 30 - 10 \cdot 1,9^2}{2 \cdot 1,9}$$

$$\boxed{v_0 = 6,3\ m/s}$$

3. **Questão 3 (exclusiva para alunos da 1^a série).**

   A velocidade V de propagação de uma onda em uma corda vibrante é dada por:

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

   onde T é a tensão na corda e μ é a densidade linear de massa da corda, ou seja, a massa por unidade de comprimento da corda. Considere uma corda de violão de aço de comprimento de 650 mm e diâmetro de 0,40 mm na qual $V = 400$ m/s. Sabendo que a densidade do aço é 8000 kg/m^3, determine:

   (a) μ, em kg/m.

   (b) T, em N.

Solução:

a) A densidade linear da corda se relaciona com a densidade volumétrica a partir de:

$$\mu = \rho A = \rho \pi \frac{D^2}{4} = 8000 \cdot 3 \cdot \frac{(0,4 \times 10^{-3})^2}{4}$$

$$\boxed{\mu = 9,6 \times 10^{-4} = 0,00096\ kg/m}$$

b) Utilizando a expressão fornecida para a relação entre a velocidade, tensão e densidade linear:

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$T = V^2\mu = 400^2 \cdot 9,6 \times 10^{-4}$$

$$\boxed{T = 153,6\ N}$$

4. **Questão 4 (exclusiva para alunos da 1^a série).**

   Alberto e Bruno moram em cidades que estão ligadas por uma estrada de 300 km de extensão. Certo dia, Alberto decide fazer uma visita surpresa a Bruno e inicia sua viagem às 8h00min da manhã. Coincidentemente, Bruno tem a mesma ideia, e parte em direção à cidade de Alberto às 8h27min da manhã. Sabendo que Alberto e Bruno dirigem durante este percurso seus automóveis com velocidades escalares médias de 60 km/h e 80 km/h, respectivamente, determine:

(a) O intervalo de tempo, em minutos, contados do início de sua viagem, em que o carro de Alberto cruza o carro de Bruno.

(b) A distância, em km, percorrida pelo carro de Bruno até o ponto onde se cruzaram.

Solução:

a) Para encontrar o tempo de encontro dos carros, pode-se escrever as equações horárias da posição de cada um e igualar suas posições, considerando o sentido positivo partindo da cidade de Alberto em direção à cidade de Bruno, considere que a distância entre as cidades é D:

$$\begin{cases} x_A = \dfrac{v_A t}{60} \\ x_B = D - \dfrac{v_B(t-27)}{60} \end{cases}$$

Onde o fator multiplicativo de $\dfrac{1}{60}$ serve para transformar a velocidade de km/h para km/min e o tempo de Bruno é reduzido de 27 minutos por ele sair 27 minutos após Alberto. Igualando essas expressões:

$$\frac{v_A t}{60} = D - \frac{v_B(t-27)}{60}$$

$$t = \frac{60D + 27v_B}{v_A + v_B} = \frac{60 \cdot 300 + 27 \cdot 80}{60 + 80}$$

$$\boxed{t = 144\ min}$$

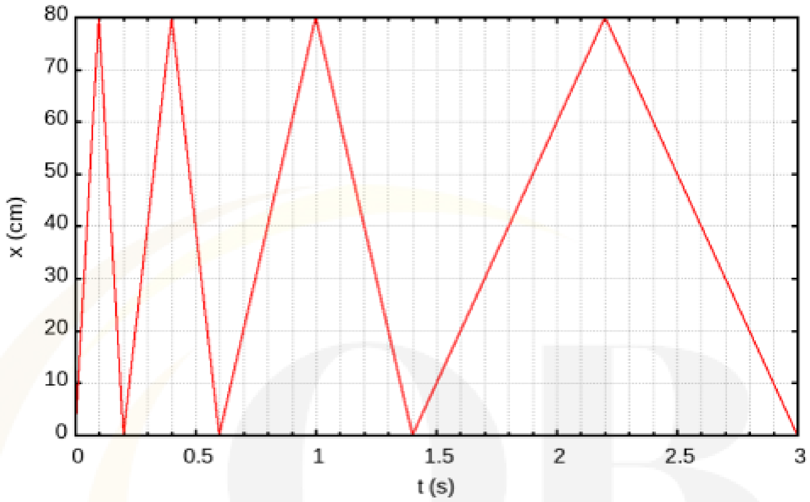
b) Para encontrar a distância percorrida pelo carro de Bruno até o ponto onde eles se cruzaram é preciso multiplicar a velocidade do carro de Bruno pelo tempo do início de sua viagem (o tempo de Alberto menos 27 minutos) até tempo em que os carros se cruzam:

$$\Delta S = \frac{v_B \cdot (t-27)}{60} = \frac{80 \cdot (144-27)}{60}$$

$$\boxed{\Delta S = 156\ km}$$

5. **Questão 5.**

Em um laboratório de física há uma mesa horizontal com pequenos furos pelos quais saem jatos de ar (parecida com a usada no jogo hóquei de mesa). Desta forma, um disco plástico pode deslizar sobre ela com força de atrito desprezível. A mesa tem uma beirada elevada em relação ao plano de movimento para impedir que o disco caia. Um estudante lança um disco com velocidade perpendicular a um lado da mesa, de forma que o disco realiza um movimento de bate e volta unidimensional, pois a velocidade inverte seu sentido quando colide com uma beirada da mesa. Ele realiza medidas de posição do centro do disco em função do tempo que são apresentadas no gráfico. As beiradas da mesa são de borracha e, em geral, restitui-se quase toda a energia ao disco em uma colisão. No entanto, o estudante recobriu uma beirada da mesa com uma fita levemente amortecedora.



(a) Qual a distância d, em cm, percorrida pelo disco durante o intervalo de 0 a 3 s mostrado no gráfico?

(b) Determine o coeficiente de restituição da colisão com a beirada da mesa coberta com fita. Ele é definido por $e = \frac{v_f}{v_i}$, onde v_i e v_f são, respectivamente, as velocidades escalares imediatamente antes e depois da colisão com essa beirada.

Solução:

a) No gráfico é possível observar 8 movimentos de ida e volta (linhas vermelhas), onde cada uma representa uma distância de 80 cm logo :

$$d = 8.x \rightarrow d = 8.80 \rightarrow d = 640cm$$

b) Até 0,2 s a velocidade do disco tem um valor constante, que muda após esse tempo, indicando que houve uma colisão, para calcular o coeficiente de restituição basta calcular a velocidade antes dos 0,2s e logo após esse tempo a partir das tangentes do gráfico antes e após esse período:

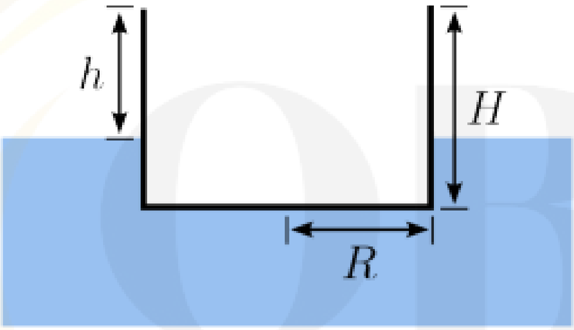
$$tan(\theta_1) = \frac{80cm}{0,1s} = 800cm/s = v_i$$

$$tan(\theta_2) = \frac{80cm}{0,2s} = 400cm/s = v_f$$

$$\boxed{e = \frac{v_f}{v_i} = \frac{400}{800} = 0,5}$$

6. **Questão 6.**

   Considere um recipiente cilíndrico de raio $R = 4,00$ cm e altura $H = 6,00$ cm, de paredes finas e massa $m = 160$ g. Quando completamente vazio ele flutua em uma vasilha com água com a borda do recipiente a uma altura h acima do nível de água.



   (a) Qual a altura h, em cm?

   (b) Qual a máxima massa de água, em g, pode ser adicionada ao recipiente de modo que ele continue flutuando?

Solução:

a) A condição para que o recipiente possa flutuar será de que o peso do recipiente cilíndrico se iguale ao empuxo sofrido por sua parte submersa:

$$\vec{P} = \vec{E} \rightarrow mg = \rho V g$$

Como ρ é igual a 1 :

$$m = V \rightarrow m = \pi R^2(H - h) \rightarrow h = H - \frac{m}{\pi R^2}$$

$$h = 6 - \frac{160}{3.16} \rightarrow \boxed{h \approx 2,7cm}$$

b) A máxima condição para que ele flutue será quando todo o recipiente estiver submerso e sem que água da vasilha entre nele :

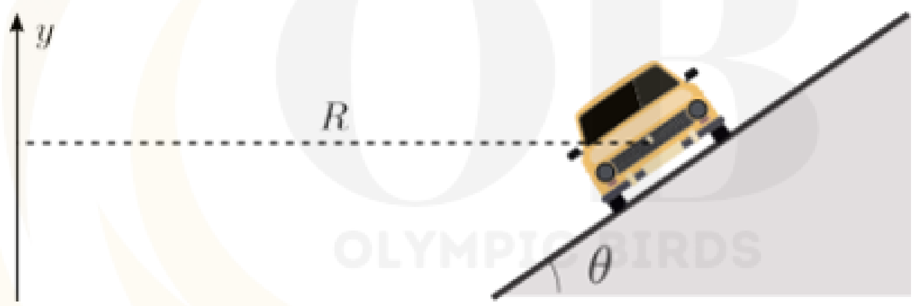
$$M = V \rightarrow M = \pi R^2 H \rightarrow M = 3.16.6 \rightarrow M = 288g$$

Como M é a massa de água adicionada somada à massa m do recipiente :

$$m_{\text{água}} = M - m \rightarrow \boxed{m_{\text{água}} = 128g}$$

7. **Questão 7.**

Uma curva de estrada é compensada quando o plano de rodagem se inclina em direção ao centro de curvatura de um ângulo θ em relação à horizontal. O eixo vertical y passa pelo centro da trajetória circular de raio R executada pelo carro. Se $\theta = 0°$, a curva não é compensada.



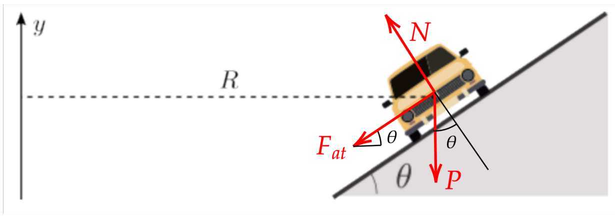
Um engenheiro está planejando uma estrada na qual o coeficiente de atrito estático entre os pneus e o pavimento é $\mu = 0,60$ e está considerando o caso em que carros trafegam com velocidade de módulo constante de $V = 108$ km/h. Determine o menor valor de R, em m, com o qual os carros fazem as curvas sem derrapar, nos casos:

(a) $\theta = 0°$.

(b) $\theta = 15°$.

Solução:

Para começar, analisaremos a situação geral com um θ qualquer.



Com base no diagrama de forças mostrado na figura abaixo, e considerando o sentido positivo para a esquerda e para cima, obtemos as seguintes equações:

- **Eixo X:** $N \operatorname{sen} \theta + F_{at} \cos \theta = R_{centripeta}$
- **Eixo Y:** $N \cos \theta = F_{at} \operatorname{sen} \theta + P$

Na iminência de derrapamento, a força de atrito é dada por $F_{at} = \mu \cdot N$.

Assim, pela segunda equação, temos que:

$$N(\cos \theta - \mu \operatorname{sen} \theta) = mg$$
$$N = \frac{mg}{\cos \theta - \mu \operatorname{sen} \theta}$$

Deixemos esse resultado da normal guardado por enquanto. Substituindo a resultante centrípeta $R_{cp} = \frac{mv^2}{R}$ e a relação entre o atrito e a força normal na 1° equação, obtemos:

$$N(\operatorname{sen} \theta + \mu \cos \theta) = \frac{mv^2}{R}$$

Isolando o raio R:

$$R = \frac{mv^2}{N(\operatorname{sen} \theta + \mu \cos \theta)}$$

Substituindo a normal N na equação do raio:

$$R = \frac{mv^2(\cos \theta - \mu \operatorname{sen} \theta)}{mg(\operatorname{sen} \theta + \mu \cos \theta)}$$

$$\boxed{R = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{(\cos \theta - \mu \operatorname{sen} \theta)}{(\operatorname{sen} \theta + \mu \cos \theta)}}$$

Com esse resultado, podemos substituir os valores correspondentes de θ nos itens e obter as seguintes respostas:

(a)

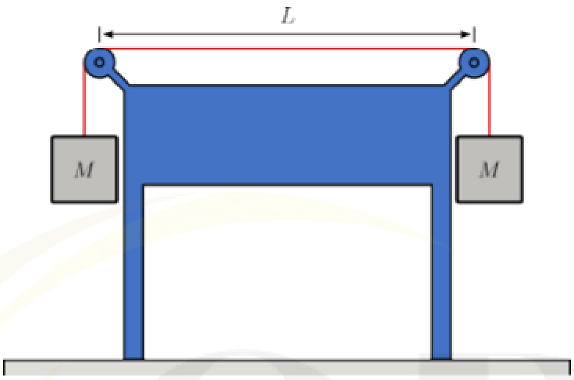
$$\theta = 0^\circ \therefore \boxed{R = 150\text{m}}$$

(b)

$$\theta = 15^\circ \therefore \boxed{R \approx 87\text{m}}$$

8. **Questão 8.**

A figura ao lado mostra um fio que passa por duas polias ideais e que é tensionado por dois blocos de massa $M = 6,00$ kg que estão presos às suas extremidades. O trecho horizontal do fio tem comprimento $L = 0,90$ m e o conjunto está em equilíbrio estático. O diâmetro do fio é 0,40 mm e a densidade do aço é 8000 kg/m^3. Determine:



(a) A densidade linear de massa do fio, em g/m.

(b) A menor frequência, em Hz, da onda estacionária transversal que o trecho horizontal do fio pode apresentar.

Solução:

(a) A massa total do fio pode ser encontrada a partir do volume do fio e sua densidade:

$$m = 8000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,9\text{m}\left(\frac{0,4 \cdot 10^{-3}\text{m}}{2}\right)^2$$

$$m = 0,864\text{g}$$

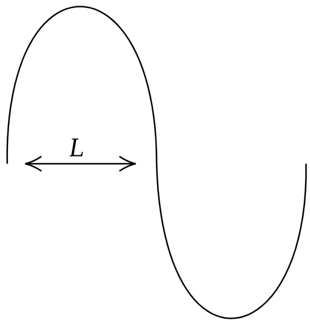
Logo, a densidade linear de massa μ é:

$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$\mu = \frac{0,864}{0,9}$$

$$\boxed{\mu = 0,96\ g/m}$$

(b) A partir da equação fundamental da ondulatória $v = \lambda f$, podemos concluir que, para uma velocidade constante, quanto maior o comprimento de onda, menor será a frequência. Portanto, como ilustrado na imagem abaixo, o maior comprimento de uma onda estacionária é $\lambda = 2L$.

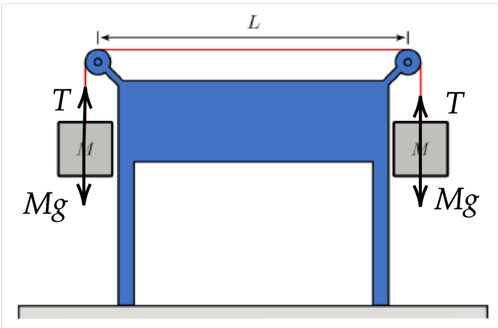


Pela equação de taylor $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ e a citada equação da ondulatória, temos:

$$v = v \Rightarrow \lambda f = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Pelo equilibrio de forças, podemos encontrar a tração T:



Analisando um dos blocos, temos:

$$T - Mg = 0 \Rightarrow T = Mg$$

Portanto, a tração ao longo de todo o fio é constante e igual a Mg. Assim, podemos substituir esse valor na fórmula previamente obtida:

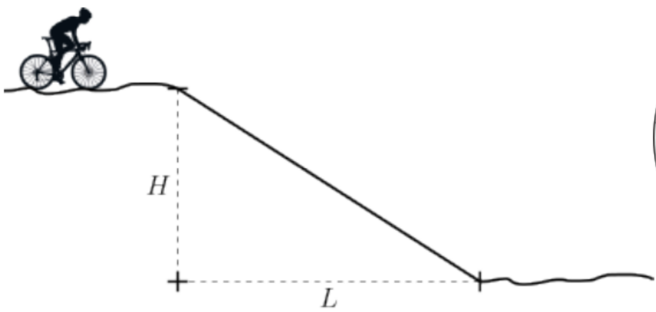
$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{Mg}{\mu}}$$

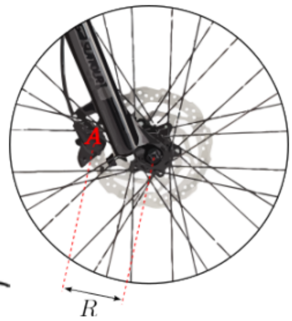
$$f = \frac{1}{2 \cdot 0,9}\sqrt{\frac{6 \cdot 10}{0,96 \times 10^{-3}}}$$

$$\boxed{f \approx 138,89Hz}$$

9. **Questão 9.**

Fazendo uma trilha com sua bicicleta, um ciclista desce uma rampa com uma velocidade constante de 6,0 m/s. A figura abaixo à esquerda, na qual $H = 9,00$ m e $L = 12,0$ m, mostra a rampa e a figura abaixo à direita mostra o sistema de freios a disco instalados nas duas rodas da bicicleta. Ao acionar o freio com a roda em movimento, a peça A aplica uma força dissipativa de intensidade F no disco a uma distância média de $R = 80$ mm do eixo de rotação. Nesta bicicleta, as rodas têm diâmetro de 700 mm, os discos são feitos de aço (calor específico de 0,100 cal/g°) e cada um tem uma massa de 150 g. Desconsidere a ação das demais forças dissipativas. A massa do conjunto ciclista-bicicleta é 80 kg.





(a) Considere que 60% da energia mecânica dissipada durante a descida seja convertida em calor transferido aos discos (os 40% restantes são transferidos para o ambiente, pelo vento, radiação, etc). Qual a variação da temperatura dos discos em $°C$?

(b) Considere que o freio é aplicado nas duas rodas de maneira uniforme em toda a descida. Qual a intensidade de F, em N?

Solução:

a) Considerando que toda a energia potencial será dissipada já que a descida se dá com uma velocidade constante :

$$E_{dis} = mgH \rightarrow E_{dis} = 80.10.9 \rightarrow E_{dis} = 7200J = 1714,3cal$$

Considerando 60% da energia dissipada sendo convertida em calor e dividindo a quantidade de calor por 2 para encontrar o aumento de temperatura em cada disco:

$$Q = mc\Delta T \rightarrow 857,1 \cdot 0,6 = 150 \cdot 0,1 \cdot \Delta T \rightarrow \boxed{\Delta T = 34,3°C}$$

Sendo essa a variação de temperatura em cada disco.

b) Considerando que a força exercida pelo conjunto é igual a $mg \operatorname{sen}\theta$ onde θ é a inclinação do plano:

$$mgsin(\theta) = 2F'$$

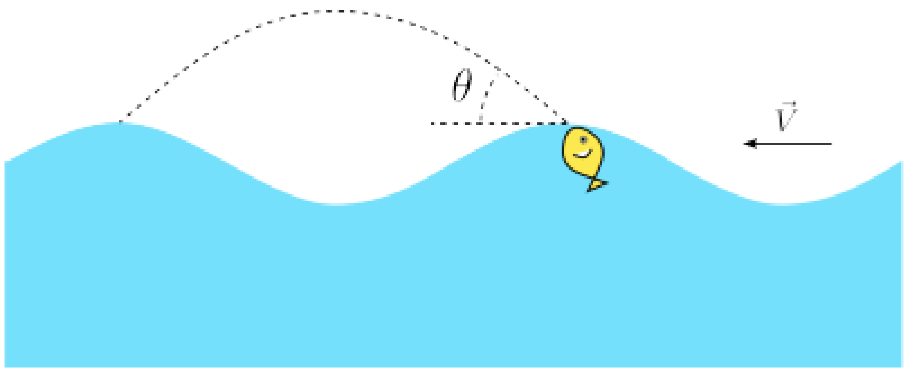
Sendo F'a força exercida na roda pelo peso. Escolhendo o centro da roda para equilibrar os torques das forças exercidas na roda e no disco:

$$FR = F'\frac{D}{2} \rightarrow F = \frac{1}{2R}mgsin(\theta)\frac{D}{2}$$

$$F = \frac{1}{2.80}.80.10.\frac{9}{15}.\frac{700}{2} \rightarrow \boxed{F = 1050N}$$

10. **Questão 10.**

Um pequeno peixe se lança com velocidade $\vec{v}_0$ do alto da crista de uma onda em direção à crista da onda à frente, conforme mostra a figura. As ondas têm velocidade de 3,00 m/s e frequência de 2,00 Hz. A velocidade $\vec{v}_0$ forma um ângulo $\theta = 15°$ com a horizontal. Considere apenas o movimento do centro de massa do peixe e despreze a resistência do ar.



(a) Qual a distância entre as cristas das ondas, em m?

(b) Qual o módulo da velocidade com que o peixe emerge da crista v_0, em m/s?

Solução:

a) A distância entre as cristas das ondas será igual ao comprimento da onda do mar:

$$v = \lambda f$$

$$D = \lambda = \frac{v}{f} = \frac{3}{2}$$

$$\boxed{D = 1,5\ m}$$

b) Para completar seu trajeto de ir até a próxima crista, o peixe precisar ter uma velocidade relativa às ondas que o possibilite percorrer a distância entre duas cristas. Então, uma forma de resolver essa questão é analisar a partir do referencial da onda, precisando subtrair a velocidade em x do peixe por v. Escrevendo as equações do movimento em x e em y:

$$\begin{cases} x = (v_0 \cos\theta - v)t \\ y = v_0 \operatorname{sen}\theta t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Agora, substituindo t da equação para x na equação de y, e igualando o y a zero, o que ocorre no início e no final do lançamento.

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\theta - v}$$

$$y = \frac{v_0 \operatorname{sen}\theta x}{v_0 \cos\theta - v} - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos\theta - v)^2}$$

$$x = \frac{2(v_0 \cos\theta - v) v_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

$$v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta - 2v_0 v \operatorname{sen}\theta - Dg = 0$$

$$v_0 = \frac{2v \operatorname{sen}\theta \pm \sqrt{4v^2 \operatorname{sen}^2\theta + 4 \operatorname{sen} 2\theta Dg}}{2 \operatorname{sen} 2\theta}$$

$$v_0 = \frac{3 \operatorname{sen} 15^\circ \pm \sqrt{3^2 \operatorname{sen}^2 15^\circ + \operatorname{sen} 30^\circ \cdot 1,5 \cdot 10}}{\operatorname{sen} 30^\circ}$$

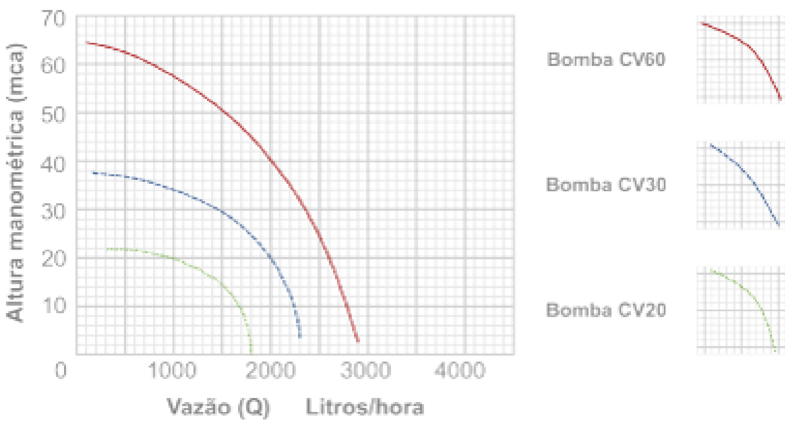
$$v_0 = 7,25\ m/s \text{ ou } -4,14\ m/s$$

Como com uma velocidade negativa será impossível realiza a trajetória mostrada na imagem:

$$\boxed{v_0 = 7,25\ m/s}$$

11. **Questão 11.**

Um proprietário rural cava uma cisterna em sua residência e utiliza uma bomba periférica para elevar a água coletada a uma altura de 20 m em relação à superfície da água na cisterna. Para transportar a água, ele usa uma mangueira cilíndrica de área de seção transversal de 3,00 cm^2. O gráfico abaixo mostra como varia a pressão manométrica em função da vazão da água na saída da tubulação para diferentes modelos de bomba. O proprietário instalou o modelo de bomba CV30.



(a) Qual a potência mínima da bomba, em W?

(b) Qual a velocidade da água na mangueira, em m/s?

Solução:

a) Analisando o gráfico, podemos perceber que para a bomba CV30 a 20 mca, a vazão é de 2000 litros por hora. A potência é dada por:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = gH\frac{\Delta M}{\Delta t} = \rho gh\frac{\Delta V}{\Delta t} \equiv \rho ghQ$$

onde Q é a vazão da mangueira. Substituindo os valores, chegamos em

$$\boxed{P = 111,11\text{W}}$$

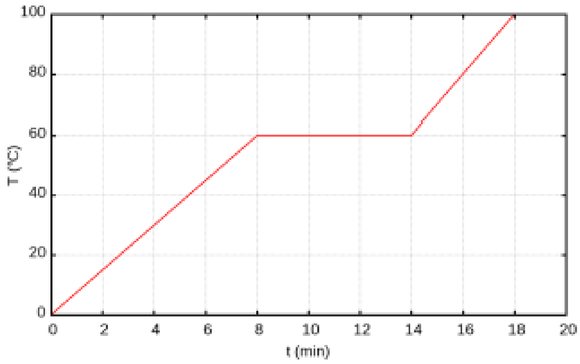
b) Utilizando a formula $Q = Av$ podemos achar a velocidade, resultando em

$$\boxed{v = 1,85\text{m/s}}$$

12. **Questão 12.**

Uma barra de 200 g de uma substância à temperatura inicial $T_i = 0°$ é aquecida dentro de um recipiente que lhe transfere energia na forma de calor a uma taxa constante. A figura ao lado mostra a variação da temperatura da substância em função do tempo. Sabendo que ao final de 18 minutos foram transferidas 453,6 kJ, determine:

(a) O calor latente de fusão desta substância em cal/g.



(b) A razão c_l/c_s, onde c_l e c_s são, respectivamente, os calores específicos desta substância nas fases líquida e sólida.

Solução:

(a) Como a transferência de calor ocorre a uma taxa constante e, de acordo com o gráfico, a fusão leva 6 minutos, o calor necessário para a mudança de fase, Q_f, é:

$$Q_f = \frac{6\text{min}}{18\text{min}} \cdot 453,6\text{kJ}$$
$$Q_f = 151,2\text{kJ}$$

Esse calor também pode ser expresso em termos do calor latente de fusão c_f:

$$Q_f = mL_f$$

Portanto, temos $m \times L_f = 151,2 \times 10^3$ J. Considerando que a massa é 200 g e que 1 cal = 4,2 J: $L_f = \frac{151,2}{4,2 \cdot 200}$

$$\boxed{L_f = 180\,\text{cal/g}}$$

(b) Durante a fase sólida, a substância recebeu uma quantidade de calor Q_s. Como a taxa de transferência de energia é constante, podemos calcular Q_s como:

$$Q_s = \frac{8}{18} \times 453,6\,\text{kJ}$$

.

Esse calor também pode ser escrito como:

$$Q_s = mc_s\Delta T$$

Pelo gráfico, $\Delta T = 60°\text{C}$, assim:

$$200 \cdot 60 \cdot c_s = \frac{8}{18} 453,6$$

$$c_s = \frac{453,6 \cdot 8}{18 \cdot 200 \cdot 60}$$

De forma análoga, na fase liquida:

$$c_l = \frac{453,6 \cdot 4}{18 \cdot 200 \cdot 40}$$

Logo,

$$\boxed{\frac{c_l}{c_s} = \frac{3}{4}}$$