

Introdução à Mecânica Celeste

Bruno Arend, Filipe Lima e Leon Luca - Olympic Birds

Aula 1 - Professor Kauã Victor

1 O que é Mecânica Celeste?

A mecânica celeste é a área da física que se dedica a entender e prever o movimento de corpos celestes sob a influência da gravidade. Desde os tempos antigos, cientistas e filósofos tentaram compreender como e por que os astros, como planetas, satélites e estrelas, se movem no espaço.

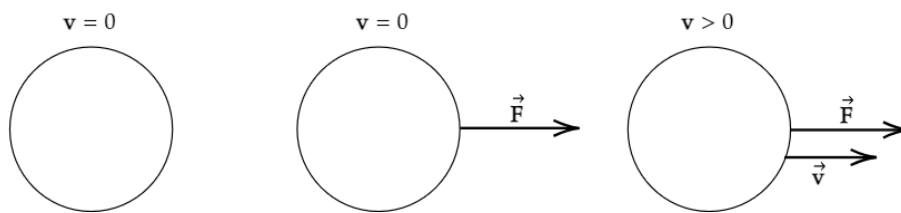
O conceito de gravidade passou por várias reformulações ao longo da história. Hipátia, uma filósofa da antiguidade, questionou por que as estrelas não caem, enquanto Galileu mostrou que corpos em queda livre aceleram de forma quase constante. Kepler sugeriu que uma força magnética poderia manter os planetas em órbita. Mais tarde, Newton formulou a Lei da Gravitação Universal, descrevendo matematicamente como a gravidade atua entre os corpos, o que permitiu explicar grande parte do movimento dos astros. No entanto, foi apenas com Einstein e sua Teoria da Relatividade Geral que a verdadeira natureza da gravidade foi revelada, ao ser entendida como a curvatura do espaço-tempo.

A mecânica celeste, portanto, combina essas descobertas físicas com ferramentas matemáticas para prever e descrever o comportamento de objetos no universo, como planetas girando em torno do Sol, satélites orbitando a Terra, e até mesmo galáxias se movendo no cosmos.

2 O que é uma força?

Força é uma grandeza capaz de alterar o movimento ou deformar um corpo. De forma geral, trata-se de uma interação que promove a aceleração do corpo. Sendo uma grandeza vetorial, a força possui módulo, direção e sentido. A aceleração, também vetorial, compartilha a mesma direção e sentido da força aplicada, além de depender do módulo da força e da massa do corpo.

Abaixo, veremos como a força age sobre um corpo inicialmente em repouso. No início, o corpo tem velocidade e aceleração nulas. No instante em que a força entra em ação, o corpo adquire aceleração, mesmo que a velocidade continue nula. Finalmente, passado um tempo em que a força agiu sobre o corpo, ele atinge uma velocidade $v > 0$, na mesma direção e sentido da força (se a força tiver direção e sentido constantes).



3 Leis de Newton

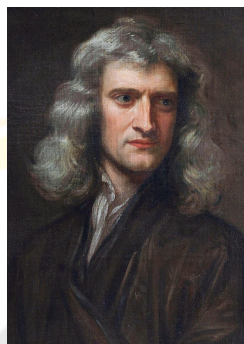


Imagem 1: Isaac Newton (Fonte da imagem: wikiquote.org)

No final do século XVI e começo do século XVII, a ciência, em especial a Física e Astronomia, pôde presenciar o trabalho de dois grandes gênios da área que contribuíram para a revolução científica: o florentino Galileu Galilei (1564-1642), que escreveu as primeiras noções de movimento, e o alemão Johannes Kepler (1571-1630), que, por meio de dados herdados de Tycho Brahe (1546-1601), conseguiu formular as chamadas Três Leis de Kepler. Essas leis, que foram verificadas no caso das luas galileanas (com constantes diferentes, como constatado), serão discutidas nas próximas aulas. Esses autores forneceram as primeiras noções mais elaboradas de movimento e foram importantes para trabalhos de autores posteriores.

Algumas décadas depois do auge dessas brilhantes mentes, talvez a pessoa mais importante para a história da ciência formulou uma explicação mais elaborada sobre a relação entre força e movimento. Essa pessoa era o inglês Isaac Newton (1643-1727). Esse icônico personagem contribuiu de forma direta em diversas áreas, e parte desse trabalho está dentro do escopo do Ensino Médio e Olimpíadas, conhecido como Leis de Newton. Newton desenvolveu essas leis e as publicou em 1687, em sua obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Princípios Matemáticos de Filosofia Natural).

3.1 Primeira Lei de Newton, a Lei da Inércia

“Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que seja forçado a mudar aquele estado por forças imprimidas sobre ele” (Enunciado de Newton em sua obra).

Essa lei não é tão intuitiva para quem está estudando Física pela primeira vez. Se jogarmos um objeto paralelamente ao solo, em poucos metros ele terá seu movimento interrompido. O que ocorre é que ele é forçado a parar, como prevê essa lei, já que o ar presente na atmosfera e a natureza física do solo promovem uma força que provoca a desaceleração do objeto e causam sua parada. A propriedade do corpo que resiste a essa mudança de estado é a inércia, que é medida pelo momento linear do corpo.

3.2 Segunda Lei de Newton, a Lei da Força

"A variação do momento linear de um corpo é proporcional à força aplicada sobre ele e ocorre na direção da linha reta ao longo da qual essa força é aplicada."

Antes de entendermos completamente a segunda lei de Newton, é essencial definir o conceito de momento linear: $\vec{p} = m\vec{v}$, onde m é a massa do corpo e \vec{v} é sua velocidade. Como resultado da multiplicação da massa pelo vetor velocidade, o vetor momento linear terá a mesma direção e sentido da velocidade.

Formalmente, a força é definida como $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$. Em muitos casos, a massa permanece constante, o que nos leva à fórmula $\vec{F} = \frac{m\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}$. Nesse formato, a força assume a forma mais utilizada na astrofísica: uma interação que gera a aceleração de um corpo.

Portanto, o enunciado se traduz como a própria definição de força — a taxa de variação do momento linear em relação ao tempo — além de restringir a força à direção e ao sentido dessa variação.

Podemos ainda explorar o conceito de inércia. Considerando que $m = \frac{\vec{F}}{\vec{a}}$, vemos que a massa é inversamente proporcional à aceleração: para uma mesma força, quanto maior a massa, menor a aceleração. Dessa forma, além de associarmos a massa à quantidade de matéria, podemos pensá-la como uma medida de resistência à aceleração, ou seja, como a inércia de um corpo.

3.3 Terceira Lei de Newton

"A toda ação há sempre uma reação oposta e de igual intensidade: as ações mútuas de dois corpos sempre são iguais e dirigidas em sentidos opostos."

Essa lei, de forma simplificada, diz que se um corpo A exerce uma força em um corpo B, o corpo B vai reagir com uma força de mesmo módulo e direção, mas de sentido oposto, no corpo A. Perceba que o par ação e reação ocorre em dois corpos diferentes. Entre vários exemplos, o da força peso e normal é facilmente compreensível.



Na imagem, \vec{P} é a força que o bloco faz no chão e \vec{N} é a força que o chão faz no bloco. No exemplo, \vec{N} é a reação da ação \vec{P} , de acordo com a Terceira Lei de Newton.

4 Lei da Gravitação Universal

No estudo da mecânica celeste, a força mais importante que se deve ter em mente é a força gravitacional. Elaborada pelo Newton e publicada no mesmo livro que contém as 3 leis vistas anteriormente, a lei da gravitação universal afirma que, se dois corpos possuem massa, ambos estão submetidos a uma força de atração mútua proporcional às suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que separa seus centros de gravidade. Em linguagem matemática, $F \propto \frac{M_1 M_2}{d^2}$.

A constante de proporcionalidade, chamada de constante gravitacional universal, é medida como $G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

Para chegarmos na equação mais formal, definiremos o corpo 1 como sendo o centro do eixo de coordenadas. Dessa forma, a força gravitacional sentida pelo corpo 2 será $\vec{F} = -\frac{GM_1M_2}{d^2}\hat{d}$, onde \hat{d} diz que a força vai ser na direção do corpo 1 e o sinal negativo mostra que a força será de atração.

Definimos também o campo gravitacional (\vec{g}), também conhecido como gravidade, como a aceleração que um corpo de massa \mathbf{m} vai sentir ao ser atraído por um corpo de massa \mathbf{M} , estando à uma distância \mathbf{r} do seu centro de massa. Assim, juntando a lei da gravitação com a segunda lei, $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} = m\vec{g}$, ou seja, $\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\hat{r}$.

4.1 Calculando a gravidade na superfície da Terra com teoria

Para encontrarmos o módulo da gravidade superficial da Terra apenas com embasamento teórico, devemos saber a massa e o raio da Terra para substituir na fórmula:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{(6,37 \cdot 10^6)^2} = 9,8 \text{ m s}^{-2}$$

4.2 Calculando a gravidade na superfície da Terra com experimentos

Em tempos onde a massa e o raio da Terra eram desconhecidos, outras formas de encontrar a gravidade superficial deveriam ser utilizadas. Uma das possibilidades é realizar um experimento semelhante ao que Galileu supostamente teria feito para provar que o tempo de queda de um corpo na superfície da terra não depende da sua massa: subir em uma torre, largar uma pedra e calcular o tempo de queda. Temos, pelas fórmulas de cinemática, que $\Delta S = V_0t + \frac{at^2}{2}$. Como a pedra sai do repouso, $V_0 = 0$, e ΔS será igual à altura da torre. Dessa forma, encontramos que $g = a = \frac{2h}{t^2}$.

Devemos lembrar, porém, que esse experimento só funciona pois a altura da torre é desprezível em comparação com o raio da Terra, o que faz a gravidade poder ser considerada como constante.