Método de Ravi

Marcos Vinícius Burdzinski

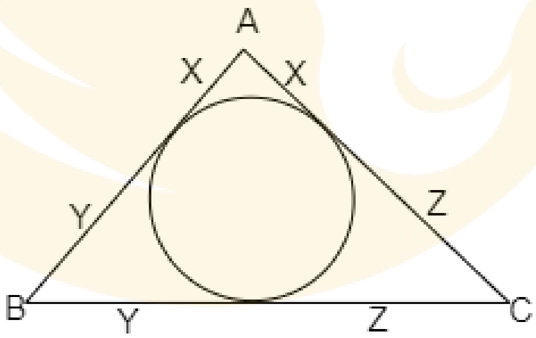
2 de julho de 2024

1 Introdução

Na álgebra, existem diversos problemas de desigualdades em que as variáveis a, b, c são lados de um triângulo. Geralmente, resolver tal inequação do jeito que ela é apresentada é muito difícil, por isso o método de ravi nos dá uma mãozinha

2 Método de Ravi

O método de Ravi consiste em, dado uma desigualdade em que as variáveis a, b, c são lados de um triângulo, então podemos substituir $a = x + y$, $b = x + z$ e $c = y + z$. Você deve estar se perguntando "Da onde que veio x, y, z?", "como garantimos que existem x, y, z que satisfazem essa condição?". Para responder a essa pergunta, utilizemos a magia do incentro:



O teorema do bico garante que basta tomar x, y, z como sendo iguais aos comprimentos dos segmentos determinados sobre os lados de ABC pelos pontos de tangência do círculo inscrito de ABC

Para melhor compreensão, vamos resolver um problema da IMO:

Exemplo 1: ***(IMO)*** *Se a, b, c são os comprimentos dos lados de um triângulo, prove que:*

$$abc \geqslant (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$$

Fazendo a substituição de ravi, temos:

$$(x+y)(y+z)(z+x) \geqslant 2x2y2z$$

$$(x+y)(y+z)(z+x) \geqslant (2\sqrt{xy})(2\sqrt{yz})(2\sqrt{xz})$$

Resultado que segue fazendo a desigualdade das médias em cada um dos termos da esquerda.

3 Problema

Para finalizar, deixo um problema um pouquinho mais difícil para você aplicar o método de Ravi. Lembre-se: Quando encontrar um problema de desigualdade com os lados de um triângulo, não deixe de aplicar o método de ravi!

Problema 1: *Sejam a, b, c os comprimentos dos lados de um triângulo. Prove que:*

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{a+c-b} + \frac{c}{a+b-c} \geqslant 3$$

4 Referências

POTI - Desigualdades 1 nível 3 - Professor Antonio Caminha - Curso de álgebra