

文章编号: 1674-9057(2016)03-0625-07

doi:10.3969/j.issn.1674-9057.2016.03.034

基于协整-GARCH模型最优阈值统计套利研究

覃良文, 唐国强, 林静

(桂林理工大学 理学院, 广西 桂林 541006)

摘要: 依据协整和 GARCH 模型理论, 以历史数据作为样本, 建立预测未来标准残差序列的模型。利用 GARCH 模型标准残差序列预警套利信号, 搜索标准残差套利的最优阈值和风险测度, 建立最优套利方案。检验结果表明, 以历史数据建立的最优套利方案对样本外数据进行套利, 与传统利用标准正态分布置信水平确定阈值进行套利相比效果更好, 其收益和套利成功率均更高, 适用于未来短期跨期套利; 最优阈值套利方案量化风险值, 可有效控制套利风险, 适用于低风险投资爱好者。

关键词: 最优阈值; 风险测度; GARCH 模型; 跨期套利; 最优套利方案

中图分类号: F201

文献标志码: A

0 引言

近年来我国兴起了期货跨期套利, 跨期套利就是同时反向交易数量不同的不同月份合约, 是赚取两个合约价格差额的投资方式。同时, 国内针对股指期货的程序化交易研究逐渐兴起。我国的程序化交易就是将原来人工交易的方法转化为计算机的算法程序, 用计算机代码识别交易命令^[1]。这样的程序化交易没有严密的统计学和金融理论基础支撑, 与真正的量化程序化交易存在极大差距。如今, 如何利用股指期货在控制风险情况下得到最大套利利润成为广大金融投资者所共同面临的问题。

目前, 海内外有诸多学者对股指期货进行跨期套利的研究, 其中 Machinlay 等探究了标准普尔 500 指数期、现货价格的真实价差是否存在套利机会的情况^[2]。何树红等运用 GARCH 模型建模, 拟合预测残差的异方差性, 用样本数据预测未来价差变化, 然后利用置信度估计套利的建仓、平仓、止损阈值进行套利^[3]。赵莉发现沪深股票市场具有异方差的波动特征, 适合应用 GARCH 模型族进

行拟合刻画^[4]。李世伟改进了协整跨期套利交易方法, 将改进套利交易策略运用于沪深 300 股指期货的套利中, 取得较好套利结果^[5]。

国内外学者均致力于研究套利机会是否存在和套利模型的建立, 然后论证模型可以进行跨期套利, 但都存在以下不足: 1) 不易用 GARCH 模型里非正态分布标准化残差序列套利; 2) 没有考虑套利风险控制问题; 3) 没有考虑套利收益最优的问题; 4) 没有考虑收益与承受风险关系。针对上述 4 个问题, 本文利用沪铜期货收盘价数据, 应用 GARCH 模型刻画残差序列的条件异方差性, 通过搜索标准残差最优建仓与平仓的阈值以及风险测度建立最优套利方案, 使得在相同时间占用同等的资金套利效益最高, 套利的成功率较高; 通过风险测度对风险进行评估与控制, 套利者在选择承受最优的风险值时, 套利的效益最高。

1 基于 GARCH 模型最优阈值套利步骤

1.1 协整理论

许多经典预测模型要求时间序列是平稳的才能取得较好的预测效果。但实际中多数时间序列

收稿日期: 2015-03-16

基金项目: 国家社会科学基金项目 (13CJY075); 广西财经学院数量经济学自治区级重点实验室建设 2014 年项目

作者简介: 覃良文 (1991—), 男, 硕士, 研究方向: 金融统计, qliangwen@163.com。

通讯作者: 唐国强, 博士, 副教授, tanggq@glut.edu.cn。

引文格式: 覃良文, 唐国强, 林静. 基于协整-GARCH 模型最优阈值统计套利研究 [J]. 桂林理工大学学报, 2016, 36 (3): 625-631.

都是非平稳的,只有经过差分后序列才能平稳,但差分后的序列会损失部分有用信息,经典预测模型就不能进行准确预测。为解决上述难题,专家学者经过长期研究,得出处理非平稳时间序列的新理论——协整理论。

协整理论表述为

$$Y_t = a_0 + a_1 X_t + \mu_t,$$
 (1)

其中:时间序列 X 、 Y 均为 $I(1)$ 序列;非均衡误差 μ_t 为 $I(0)$ 平稳白噪声序列,则说明两时间序列是协整的。具有协整关系的序列具有长时间的均衡关系,可以运用经典回归模型建立回归预测模型,防止产生“伪回归”的情况。

1.2 GARCH 模型

许多时间序列存在着在某一段时间范围内价格波动剧烈、下一段时间价格波动变得平缓,这是金融序列的集群波动现象。这种情况下的时间序列大多存在异方差的特征:当下时刻的价格条件方差受上一期的方差值影响。GARCH 模型能精确刻画具有异方差特征的序列,并且拟合度高、预测效果好。该模型可由下式描述。

均值方程:

$$Y_t = c_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i X_t + \varepsilon_t.$$
 (2)

条件方差方程:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \theta_i \sigma_{t-i}^2.$$
 (3)

残差序列标准化如下:

$$\sigma_t^* = \varepsilon_t / \sqrt{\sigma_t^2}.$$
 (4)

1.3 基于 GARCH 残差的套利交易策略

在两序列满足协整理论前提下,标准化残差具有描述预测期货未来价格走势、预报套利机会的性质。标准化残差序列都近似服从期望为 0、方差为 1 的分布。依据标准残差值的波动特性,标准残差波动偏离正常临界值(阈值)时建仓(同时买入和卖出不同月份合约),其值回落到正常波动范围后平仓(同时卖出和买入不同月份合约)盈利出场;如果建仓后出现实际价差偏离预期目标并超过预期风险,则止损出局;如果标准残差值反向偏离正常临界值并超过预期风险,同样止损出局。

1.4 套利阈值

以 GARCH 模型的标准化残差序列 σ^* 确定套利区间,设定套利建仓阈值为 δ_1 ,套利平仓阈值为

δ_2 ,其中 $\delta_1 \geq \delta_2$ 且为正数。 t 时刻对应的标准化残差值为 σ_t^* 。在实际交易中,当标准化残差值波动偏离正常临界范围 δ_1 ,出现信号预警套利,进行建仓,则套利预警区间为 $(-\infty, -\delta_1) \cup (\delta_1, +\infty)$,即满足以下不等式时建仓:

$$|\sigma_t^*| > \delta_1.$$
 (5)

建仓后,若标准化残差序列回落到正常波动中心 $[-\delta_2, \delta_2]$ 内平仓,其正常波动范围无套利区间为 $[-\delta_2, \delta_2]$,即满足以下不等式时平仓:

$$|\sigma_t^*| \leq \delta_2.$$
 (6)

1.5 套利风险测度与止损信号

在实际交易中,以 GARCH 模型标准化残差作为风向标对沪铜期货进行跨期套利,存在着亏损的风险。亏损情况有:

亏损情况一:在实际套利过程中,存在沪铜期货两个月实际价差反向偏离预期套利目标的状态,这会给投资者带来亏损;

亏损情况二:以标准残差序列建仓阈值 δ_1 为建仓套利信号,后续残差值存在一定概率波动继续增大偏离建仓阈值,反向偏离预示真实价差反向偏离套利预期目标,则出现亏损。所以有必要对亏损进行衡量与控制。

风险测度:设在 t 时刻建仓时两份合约的真实期货价差为 W ,以反向偏离初始价差 W 的百分比 r 衡量亏损风险的大小,则 r 就表示偏离初始价差的程度,以此作为套利的风险测度。

风险衡量指标量化是风险控制的前提。为对风险进行控制,需在套利过程中设定实际结果偏离预期目标的止损信号。建仓后出现亏损且在止损范围内时,持仓等待亏损的减小;在亏损超过预期的止损范围时,平仓止损出局,减少进一步的亏损。

止损信号:设 Δw 为套利亏损值,则止损信号可表示为

$$\Delta w \geq W \times r.$$
 (7)

止损信号的设定利于对套利的风险进行控制。风险值的选取不仅关系着投资者所能承受的风险的大小,而且关系着套利资金的占用问题。选择适合的风险值,才能在最低的风险下占用最少的套利资金获得最高的净利润,使得资金回报率最高。

1.6 最优套利方案

运用本文设定的基于 GARCH 模型残差的套利

交易方法，用穷举法遍历所有的套利建仓阈值 δ_1 与平仓阈值 δ_2 以及风险测度为 r 下的所有套利方案，则套利利润最高的方案就是最优套利方案。在最优套利方案中，该方案选用的套利建仓阈值 δ_1 、平仓阈值 δ_2 和风险值 r 为最优阈值 δ_1^* 、 δ_2^* 、 r^* ，并以 δ_1^* 、 δ_2^* 、 r^* 作为标准对样本外数据进行套利，获取高成功率的套利收益，通过样本外数据套利的收益情况评价模型套利优劣。

1.7 基于 GARCH 模型的程序化最优套利步骤

- 1) 在协整理论上基础上，检验沪铜期货两个近月合约 5 min 高频收盘价格序列是否存在长期均衡关系，在满足协整关系情况下检验序列的 ARCH 效应；
- 2) 在价格序列存在 ARCH 效应的条件下，运用 GARCH 模型拟合两个价格序列，得到样本数据的均值方程和条件方差方程；
- 3) 利用拟合后的 GARCH 模型计算样本数据的标准化残差序列；
- 4) 利用标准化残差的性质寻找搜索样本数据的最优套利方案，得到样本数据内的最优套利建仓平仓阈值与最优风险测度；
- 5) 以样本内数据的均值方程和条件方差方程预测估计样本外的残差序列，运用相同的套利方法，以最优套利建仓、平仓阈值与风险测度对样本外数据进行套利；
- 6) 数据和模型定期进行更新优化。

2 基于 GARCH 模型的最优套利的计算与检验

2.1 数据来源

选取上海沪铜期货合约 CU1504(主力合约)与 CU1505(次主力合约)在 2014 - 11 - 26—12 - 25 一个月时间的 5 min 收盘价的高频交易数据进行套利

研究，总计 2 040 个数据。其中，2014 - 11 - 26—12 - 17(总计 19 d)为样本内数据，2014 - 12 - 18—25(总计 7 d)为样本外数据。数据来源于文华财经的大有期货交易软件。

2.2 计算样本标准化残差序列

2.2.1 协整检验 序列相关性分析：用 EViews 软件计算两序列的相关系数，求得两序列的相关系数为 0.998 994，非常接近完全正相关。因此，两序列有很大的概率具有协整关系。

序列平稳性检验：在进行协整关系检验之前，先采用 ADF 法检验原序列和一阶差分序列的平稳性，结果见表 1。

可知，CU1501 和 CU1502 两序列在 10% 的显著水平下仍不平稳，但它们的一阶差分在 1% 的显著水平下是平稳的，即两序列都是一阶单整 $I(1)$ ，满足协整检验单整阶相同的要求。

采用 EViews 软件中的 Engle-Granger 两步检验法对序列 CU1504 和 CU1505 进行协整检验。

(1) 对上述 OLS 方程系数进行估计，均衡关系方程结果如下：

$$CU1505 = 255.812\ 3 + 0.990\ 921CU1504 + \mu_t,$$

(8)

其中， R^2 为 0.997 990， F -statistics 为 734 737.8。因此，可以认为 OLS 方程拟合效果很好。

(2) 检验均衡关系方程的残差序列的单整性。利用 EViews 软件，对上述估计得到的 OLS 方程生成模型估计的非均衡误差序列，记为 $Resid01$ 。对非均衡误差序列 $Resid01$ 进行 ADF 单位根检验(表 2)。

根据表 2 中的结果，非均衡误差 $Resid01$ 是 $I(0)$ 平稳序列。根据协整分析理论，沪铜 CU1504 和 CU1505 价格序列之间存在协整关系。

2.2.2 ARCH 效应检验 采用 EViews 软件，对

表 1 序列平稳性检验结果
Table 1 Test results of stationary sequences

变量	ADF 统计量	1% 临界值	5% 临界值	10% 临界值	结论
CU1504	- 0.634 800	- 2.566 525	- 1.941 038	- 1.616 555	不平稳
CU1505	- 0.632 678	- 2.566 525	- 1.941 038	- 1.616 555	不平稳
$D(CU1504)$	- 35.786 09	- 3.434 561	- 2.863 287	- 2.567 748	平稳
$D(CU1505)$	- 35.338 92	- 3.434 561	- 2.863 287	- 2.567 748	平稳

注：当 ADF 值大于临界值时说明序列不平稳，小于临界值时说明序列平稳； $D()$ 表示对变量进行一阶差分。

表 2 非均衡误差平稳性检验结果
Table 2 Test results of residual stability

变量	ADF 统计量	1% 临界值	5% 临界值	10% 临界值	Prop	结论
Resid01	-3.301 015	-2.566 534	-1.941 039	-1.616 55	0.000 0	平稳

非均衡误差序列 *Resid* 01 进行 ARCH-LM 检验,滞后阶数取 10, 结果如下表 3。

表 3 *Resid* 01 的 ARCH 效应检验结果
Table 3 ARCH effect test results of *Resid*01

<i>F</i> -statistic	Obs * squared	Prop	结论
212.503 2	876.013 7	0.000 0	拒绝不存在条件异方差性

因此, 拒绝“非均衡误差序列直到 10 阶都不存在 ARCH 效应”的原假设, 即认为非均衡误差序列 *Resid*01 存在条件异方差性。

2.2.3 GARCH 模型的构建 通过 ARCH-LM 检验后, 在非均衡误差序列存在 ARCH 效应的前提下, 使用 GARCH(1, 1)模型来刻画非均衡误差序列的条件异方差性, 结果如下:

均值方程

$$CU1505_t = 138.146\ 3 + 0.962\ 805CU1504_t + 0.030\ 863CU1504_{t-1} + \varepsilon_t, \tag{9}$$

条件方差方程

$$\sigma_t^2 = 36.741\ 09 + 0.269\ 979\varepsilon_{t-1}^2 + 0.672\ 036\sigma_{t-1}^2, \tag{10}$$

模型拟合效果较好, 满足了以下 3 个要求: 所有系数参数均是显著的; 条件方差方程非负数要求; GARCH 项和其系数和小于 1 的约束条件。此外, 相关系数 $R^2 = 0.997\ 8$, 非常接近 1, 说明模型拟合效果较好。

记 GARCH 模型的残差序列为 *Resid*02, 条件方差序列为 *Garch*01。经检验, 序列 *Resid*02 是平稳序列, 且不存在 ARCH 效应, 这也说明 GARCH 模型的拟合效果较好。

标准化残差序列 *Resid*03 为

$$Resid03 = \frac{Resid02}{\sqrt{Garch01}}. \tag{11}$$

通过 EViews 软件, 得到标准化残差序列

*Resid*03 的相关统计量如表 4 所示。

由表 2 可知, 标准化残差序列 *Resid*03 拒绝原假设, 即 *Resid*03 不服从标准正态分布。

2.3 最优阈值套利的详细设计

用计算机编程, 先固定风险值 r , 把标准化残差序列 *Resid*03 赋值给 σ^* , 用穷举法循环以 0.01 为精度遍历 $[0, 4]$ 的所有 δ_1, δ_2 。

① 在 t 时刻, 若 σ_t^* 在套利区间 $[\delta_1, +\infty]$ 内且未建仓, 牛市建仓, 买入近期 *CU*1504 合约, 卖出远期合约 *CU*1505, $t = t + 1$ 跳入第 ④ 步;

② 在 t 时刻, 若 σ_t^* 在套利区间 $[-\infty, -\delta_1]$ 内且未建仓, 熊市建仓, 买入远期合约 *CU*1505, 卖出近期合约 *CU*1504, $t = t + 1$ 跳入第 ⑤ 步;

③ 在 t 时刻, 若 σ_t^* 在无套利区间 $[-\delta_1, \delta_1]$ 内且未建仓, $t = t + 1$ 跳入第 ① 步;

④ 若 σ_{t+1}^* 落入无套利区间 $[-\delta_2, \delta_2]$, 两份合约同时平仓盈利出场, 计算盈利值, 执行第 ⑥ 步;

若亏损值 Δw 落入牛市止损区间 $[W \times r, +\infty]$, 两份合约同时平仓亏损出局, 计算亏损值, 执行步骤 ⑥; 否则 $t = t + 1$ 继续执行步骤 ④;

⑤ 若 σ_{t+1}^* 落入无套利区间 $[-\delta_2, \delta_2]$, 两份合约同时平仓盈利出场, 计算盈利值, 执行 ⑥; 若亏损值 Δw 落入熊市止损区间 $[W \times r, +\infty]$, 两份合约同时平仓亏损出局, 计算亏损值, 执行 ⑥; 否则 $t = t + 1$, 继续执行步骤 ⑤;

⑥ 计算总的盈利值与亏损值, 净利润等于总盈利值减去总亏损值; 循环执行上述步骤, 直到找到最大净利润与最优套利阈值 δ_1^*, δ_2^* ;

最终, 用同样的方法循环遍历所有的风险测度 r , 搜索到全局最优套利建仓阈值 δ_1^* 、平仓阈值 δ_2^* 以及风险测度 r^* 。

2.4 结果分析与方案检验

上海期货交易所于 2014 年 11 月 26 日公布了阴极铜标准合约的交易手续费: 成交金额为

表 4 *Resid* 03 的相关统计量
Table 4 Related statistics of *Resid* 03

均值	标准差	偏度	峰度	Jarque-Berate 统计量	Prop	结论
-0.139 1	0.990 5	0.276 3	3.906 8	69.581 4	0.000 0	拒绝正态分布

0.025‰。阴极铜标准合约报价单位为元/t，交易单位为 5 t/手。

2.4.1 样本最优套利模型结果 经过计算机计算，以样本内数据建立最优阈值套利模型，不同阈值与套利总次数(建仓、平仓和止损 3 种操作次数总和)结果见表 5。

最优套利方案中，其中建仓 371 次，盈利平仓 323 次，48 次止损(最后一次建仓没有平仓)；扣除手续费，单次套利最大净利润 688.82 元；止损过程中，出现亏损最大为 -61.26 元，套利风险较低；最优套利模型在样本数据内套利成功率较高，模型在样本中效果非常好。

在样本数据内，扣除操作的手续费后，通过最优套利模型得到建仓阈值、平仓阈值变化与最大净利润的三维坐标关系(图 1)，套利阈值与套利净利润垂直视角图如图 2(颜色深浅代表最大净利润的大小,其中固定风险测度为 55%)。

由图 1 可知，阈值选取与最大净利润关系密切，顶峰存在且唯一，最优建仓阈值与平仓阈值对应最高净利润值；图 2 颜色较深部分是最大净利润区域，最大净利润区域比较集中，集群现象突显出本套利模型对样本外数据套利有较高的成功率，同时净利润有极大概率落入最大净利润区域。

随着风险测度变化，样本内套利净利润与风险测度变化关系如图 3。在样本内最优套利方案

中，单次套利净利润变化如图 4。

图 3 显示，样本内数据，不愿承担任何风险的套利净利润值较低；当风险测度达到 54% 后，最大净利润固定；本文风险测度是表示偏离初始沪铜真实价差的测度，在样本数据内，真实价差的均值是 156.57 元，单次套利面临最大亏损的金额在 241 元上下浮动，说明利用本模型的套利投资者有较低风险、亏损额度小的优势。

图 4 显示，颜色的深浅表示套利操作次数的多少，不同的阈值与套利操作的总次数有着明显的区别；也反映了最高净利润与套利次数没有明显关系，大致处于颜色较浅区域，属于全局套利总次数偏低位置。

2.4.2 最优套利方案检验结果 结合样本建立的 GARCH 模型，将样本外数据代入条件方差方程式(9)与残差方程式(10)预测其标准残差序列，并以样本数据建立最优套利方案：0.34 为最优建仓阈值，0.53 为最优平仓阈值，54% 为最优套利风险值对样本外数据进行套利，结果见表 5。

图 5、6 显示，在样本内数据单次套利中，都已扣除当次操作的手续费，最大盈利值为 688.82 元，其中多次小额亏损是建仓手续费；样本外单次套利最大盈利值为 588.70 元，最大亏损值为 -11.42 元；以最优套利模型进行套利，操作的手续费是制约套利利润的一个重要因素。

表 5 样本最优套利方案结果
Table 5 Results of sample optimal arbitrage scheme

最优建仓阈值	最优平仓阈值	最优风险测度	套利总次数	套利成功率/%	最大净利润/元
0.34	0.53	[54%, + ∞]	743	86.94	28 977

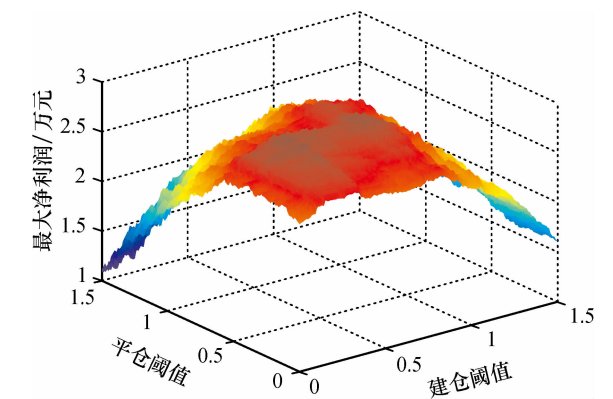


图 1 阈值与净利润三维关系图

Fig. 1 Threshold and profit three-dimensional diagram

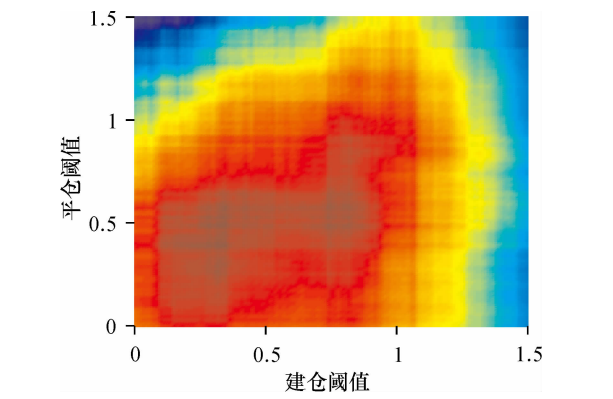


图 2 阈值与净利润关系的垂直视角图

Fig. 2 Vertical view of the relationship between threshold and profit

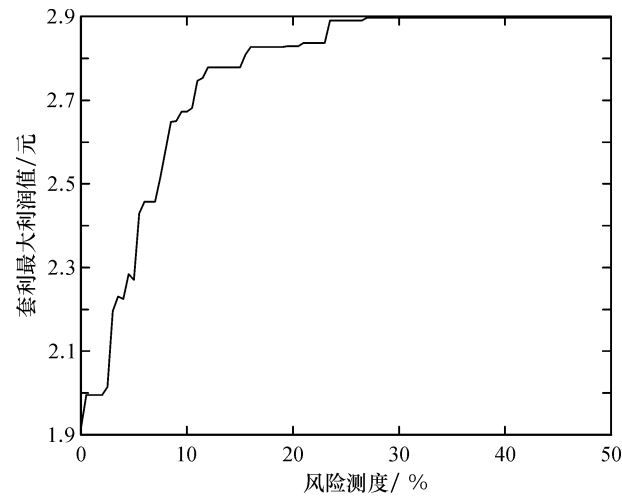


图3 样本最大净利润与风险测度关系图
Fig.3 Sample maximum profit and risk measure diagram

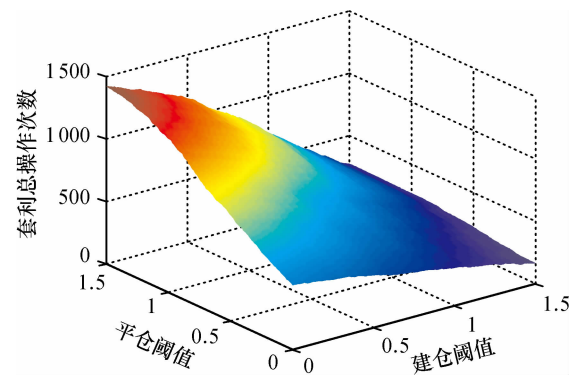


图4 样本内套利总次数与阈值关系图
Fig.4 Total number of samples in arbitrage and threshold diagram

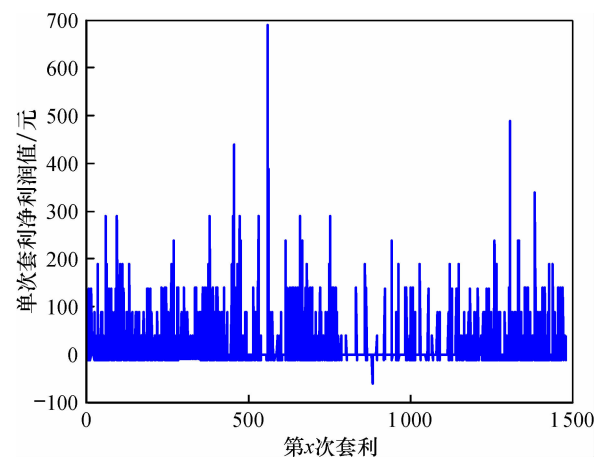


图5 样本内单次套利净利润变化图
Fig.5 Sample single arbitrage profit change chart

样本内、外套利结果如表 6。可以看出，样本内数据建立的最优套利模型对样本外数据进行套利，成功率与收益较高，二手合约平均每日收益接近 1 000 元。其中样本外套利成功率高达 98.27%，

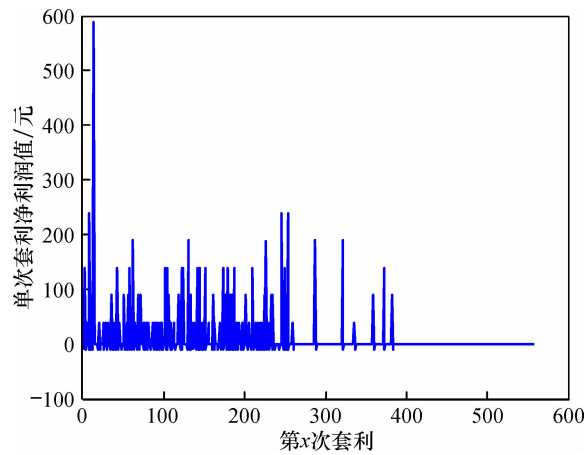


图6 样本外单次套利净利润变化图
Fig.6 The out of sample single arbitrage profit charge chart

表 6 套利检验结果表
Table 6 Results of arbitrage test

	样本内数据(19 d)	样本外数据(7 d)
数据个数	1 482	558
最优建仓阈值	0.34	0.78
最优平仓阈值	0.53	0.48
最优风险测度/%	55	55
套利操作总次数	743	173
套利成功次数(正盈利)	646	170
套利成功率/%	86.94	98.27
最大净利润/元	28 977	6 843.2

说明最优套利方案套利效果较好，能够用于沪铜期货实际套利交易。

以样本内数据建立的最优套利方案，适用于未来短期套利且收益较高。基于 GARCH 的最优套利模型，比传统利用标准正态分布置信水平确定阈值进行套利成功率高，净利润比传统模型高出几倍。模型使用过程中，需不定期更新数据，修正模型，保持模型套利的成功率。建议投资者使用 3 周连续样本数据建立预测模型，预测时间不超过 1 周；定期更新样本，建议每周更新一次。

3 结 论

本文在上海沪铜期货两个近月合约指数满足协整理论的基础上，应用 GARCH(1,1)模型描述两合约的时变方差，建立最优阈值套利模型。经过检验，以样本内数据搜索寻找最优套利阈值和风险测度建立最优套利方案，适用于 GARCH 模型里正态和非正态分布标准残差序列的套利，且该方案对样本外数据套利效果良好，风险低、成功

率高，能为投资者带来显著的收益，适用于低风险投资者。

参考文献：

[1] 王垚鑫. 沪深 300 股指期货程序化交易模型设计 [D]. 成都：西南财经大学，2013.

[2] MacKinlay A C, Ramaswamy K. Index-futures arbitrage and the behavior of stock index future prices [J]. Review of Financial Studies, 1988, 1 (2): 137 - 158.

[3] 何树红，张月秋，张文. 基于 GARCH 模型的股指期货协整跨期套利实证研究 [J]. 数学的实践与认识，2013，43 (20): 274 - 279.

[4] 赵莉. 基于 GARCH 模型的沪深 300 指数收益率波动性分析 [D]. 成都：成都理工大学，2012.

[5] 李世伟. 基于协整理论的沪深 300 股指期货跨期套利研究 [J]. 中国计量学院学报，2011，22 (2): 198 - 202.

[6] 谢佳新. 豆油和棕榈油程序化套利交易模型实证研究 [D]. 长沙：中南大学，2013.

[7] 钟磊. 股指期货期套利的程序化策略研究 [J]. 时代金融，2011 (3): 109.

[8] 魏武兄. 时间序列分析 [M]. 北京：中国人民大学出版社，2010 (2): 345 - 359.

[9] 张晓峒. Eviews 使用指南与案例 [M]. 北京：机械工业出版社，2007: 137 - 145.

[10] 覃良文，唐国强，林静. 基于 HP 滤波和协整理论的期货套利研究 [J]. 湖北大学学报：自然科学版，2015，37 (6): 570 - 576.

Statistical arbitrage based on GARCH model and the optimal threshold cointegration theory

QIN Liang-wen, TANG Guo-qiang, LIN Jing
(College of Science, Guilin University of Technology, Guilin 541006, China)

Abstract: The prediction model is established to predict future standard residual sequence based on cointegration theory and GARCH model, using historical data as samples. GARCH model standard residual serial is used as warning signal to arbitrage in search for optimal threshold and measure of risk in standard residual serial to establish the optimal arbitrage scheme. The results show that the optimal arbitrage scheme established by historical data is good for arbitraging and better than the traditional probability level of the standard normal distribution to determine the threshold. The earnings and arbitrage success rate are suitable for future short-term arbitrage. The optimal arbitrage scheme could quantify the risk and easy to control the risk of arbitrage, especially for low risk investors.

Key words: the optimal threshold; risk measure; GARCH model; intertemporal arbitrage; optimal arbitrage scheme