1 Tételek

Tétel 1 (Az én tételem, Cser Máté)**.** *Ez egy tétel...*

Tétel 2. *Ez egy másik tétel, szerző és név nélkül.*

Lemma 3. *Ez egy Lemma, amely ugyan, úgy sorszámozódik mint egy Tétel.*

Definíció 1. Egy bizonyízás

Definíció 2. Bizányítás a Lemmára: 3

2 Metematikai formulák

a) Az $\frac{1}{n^2}$ sorösszege:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \tag{1}$$

b) Az $n!$ (n faktoriális) a számok szorzata 1 től n-ig, azaz

$$n! := \prod_{k=1}^{n} k = 1 \cdot 2 \cdots n. \tag{2}$$

Konvenció szerint $0! = 1$.

c) Legyen $0 \leq k \leq n$. A binomiális együttható

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!} \tag{3}$$

ahol a faktoriálist az (2) szerint definiáljuk.

d) Az előjel- azaz szignum függvényt a következőképeen definiáljuk:

$$\operatorname{sgn}(x) := \begin{cases} 1, & \text{ha } x > 0, \\ 0, & \text{ha } x = 0, \\ -1, & \text{ha } x < 0. \end{cases} \tag{4}$$

a) Legyen

$$[n] := \{1, 2, \ldots, n\} \tag{5}$$

a természetes számok halmaza 1-től n-ig.

b) Egy n-edrendű *permutáció* σ egy bijekció $[n]$-ből $[n]$-be. Az n-edrendű permutáció halmazát, az ún. szimmetrikus csoportot S_n-nél jelöljük.

c) Egy $\sigma \in S_n$ permutációban *inverziónak* nevezzük egy (i, j) párt, ha $i < j$ de $\sigma(i) > \sigma(j)$.

d) Egy $\sigma \in S_n$ permutáció *paritásának* az inverziók számát nevezzük:

$$I(\sigma) := \{(i,j) \mid i,j \in [n], i < j, \sigma(i) > \sigma(j)\}. \tag{6}$$

e) Legyen $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, egy $n \times n$-es (négyzetes) valós mátrix:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a1n \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a2n \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \tag{7}$$

Az A mátrix determinánsát a következőképpen definiáljuk:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} := \sum_{\sigma \in S_n} (-1)^{I(\sigma)} \prod_{i=1}^{n} a_{i\sigma(i)}. \tag{8}$$

Tekintsük az $L = \{0,1\}$ halmazt, és legyenek $a, b, c, d, \in L$. Belátjuk a következő azonosságot:

$$(a \wedge b \wedge c) \to d = a \to (b \to (c \to d)). \tag{3}$$

A következő azonosságokat bizonyítás nélkül használjuk:

$$x \to y = \overline{x} \vee y \tag{4a}$$

$$\overline{x \vee y} = \overline{x} \wedge \overline{y} \qquad \overline{x \wedge y} = \overline{x} \vee \overline{y} \tag{4b}$$

A (3) bal oldala, (4a) felhasználásával.

$$(a \wedge b \wedge c) \to d = \overline{a \wedge b \wedge c} \vee d = (\overline{a} \vee \overline{b} \vee \overline{c}) \vee d. \tag{5}$$

A (3) jobb oldala (4a) ismételt felhasználásával.

$$a \to (b \to (c \to d) = \overline{a} \vee (b \to (c \to d)) = \overline{a} \vee (\overline{b} \vee (c \to d)) = \overline{a} \vee (\overline{b} \vee (\overline{c} \vee d)). \tag{6}$$

ami a $\vee$ asszociativitása miatt egyenlő (5) egyenlettel.

$$
\begin{aligned}
(a+b)^{n+1} &= (a+b)\cdot\left(\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^{k}\right) && \text{(7a)}\\
&= \cdots && \text{(9)}\\
&= \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{(n+1)-k}b^{k}+\sum_{k=1}^{n+1}\binom{n}{k-1}a^{(n+1)-k}b^{k} && \text{(7b)}\\
&= \cdots && \text{(10)}\\
&= \binom{n+1}{0}a^{n+1-0}b^{0}+\sum_{k=1}^{n}\binom{n+1}{k}a^{(n+1)-k}b^{k} && \text{(11)}\\
&\quad+\binom{n+1}{n+1}a^{n+1-(n+1)}b^{n+1} && \text{(7c)}\\
&= \sum_{k=0}^{n+1}\binom{n+1}{k}a^{(n+1)-k}b^{k} && \text{(7d)}
\end{aligned}
$$