

1. Sea  $X$  una variable aleatoria que es el peso de un estudiante hombre elegido al azar en una cierta universidad. Se quiere testear la hipótesis nula de que el peso medio de estudiantes hombres es 68 kilogramos, contra la alternativa de que es diferente. Suponga que dos investigadores deciden realizar el test. El primero que investigó la literatura correspondiente sabe que el peso se distribuye normalmente con varianza  $\sigma^2 = 100$  el segundo solo sabe que los pesos se distribuyen normalmente. Ambos van a utilizar una muestra de tamaño  $n = 9$  y realizar el test correspondiente de nivel  $\alpha$ 
  - Estimar la potencia del test con varianza desconocida cuando  $\mu = 67$ . Para esto genere  $N = 1000$  muestras de tamaño  $n = 9$  de normales con media 67 y varianza 100 y calcule la proporción de veces que rechaza la hipótesis nula.
  - Estimar la función de potencia para el test de varianzas desconocida sobre una grilla de valores entre 65 y 71.
2. Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria tal que  $X_i \sim \mathcal{P}(\lambda)$ . Se quiere testear la hipótesis nula  $H_0 : \lambda = 2$  vs  $H_1 : \lambda \neq 2$ . Para esto se consideran tres estadísticos.

$$Z = \frac{\bar{X}_n - 2}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}}}$$
$$T = \frac{\bar{X}_n - 2}{\frac{S_n}{\sqrt{n}}}$$
$$W = \frac{\bar{X}_n - 2}{\frac{\sqrt{\bar{X}_n}}{\sqrt{n}}}$$

- Mostrar que los tres estadísticos convergen en distribución a una normal estandard.
- Obtener la región de rechazo de nivel  $\alpha = 0,05$  para cada test.
- Calcular el p-valor de cada test si en una muestra de tamaño  $n = 40$  se obtiene  $\bar{x}_{\text{obs}} = 1,65$  y  $s_{\text{obs}} = 1,5$
- Determinar la potencia del test con estadístico  $Z$  si  $\lambda = 1,5$  y  $n = 40$
- Simular la potencia del test de los 3 estadísticos si  $\lambda = 1,5$  y  $n = 40$
- Graficar las funciones de potencia para una grilla con lambda entre 0 y 5 para los tres test y con  $n \in \{40, 80, 120\}$ . ¿Que observa? ¿Puede justificar los resultados?