PRACTICA 2

1. Se tiene la siguiente distribucion de 300 estudiantes, según sexo y area de estudio:

	Biología	Exactas	Humanas
Masculino	52	40	58
Femenino	38	32	80

Un estudiante es elegido al azar.
(a) ¿Cual es la probabilidad de que sea de sexo femenino y del area de humanas?
(b) ¿Cu´al es la probabilidad de que sea de sexo masculino y no sea del ´area de biolog´ıa?
(c) Dado que fue elegido un estudiante del ´area de humanas, ¿cua´l es la probabilidad de que sea de sexo femenino?
(d) Dado que fue elegido un estudiante de sexo masculino, ¿cu´al es la probabilidad de que no sea del a´rea de biolog´ıa?

Todos los alumnos tienen la misma chance, por lo que es un espacio de equiprobabilidad, entonces puedo aplicar la regla de laplace (casos favorables/ casos totales)

a)$P(A) = \frac{P(femenino \cap humanas)}{\Omega} = \frac{80}{300} = \frac{4}{15}$
b)$P(A) = \frac{P(masculino \cap no\ biología)}{\Omega} = \frac{98}{300} = 0.33$
c)$P(femenino/humanas) = \frac{P(humanas \cap femenino)}{P(humanas)} = \frac{40}{69}$
d)$P(NO\ BIOLOGÍA/MASCULINO) = \frac{P(no\ biología \cap masculino)}{P(masculino)} = \frac{98}{150}$

2. Supongamos que la probabilidad de vivir 70 o ḿas anos es 0.6 y que la probabilidad de vivir 80 o más anos es 0.2. Si una persona cumple 70 años, ¿cuál es la probabilidad de que festeje su cumpleaños número 80?

P(>70)=0.6
P(>80)=0.2

P(cumple80/cumplio70)=$\frac{P(>80 \cap P>70)}{P(>70)} = \frac{0.2}{0.6}$
*Si tiene 80, es porque ya tuvo 70, con lo cual los eventos son DEPENDIENTES y la intersección es P(>80) = 0.2

3. Supongamos que se testean los chips para un circuito integrado y que la probabilidad de que sean declarados con fallas **cuando** efectivamente las tienen es de 0.95 y que la probabilidad de que sean declarados en buen estado si efectivamente lo están es de 0.97. Si el 0.5 % de los chips tienen fallas, ¿cuál es la probabilidad de que un chip que ha sido declarado con fallas sea bueno?

**la palabra cuando, me dice probabilidad condicional normalmente*

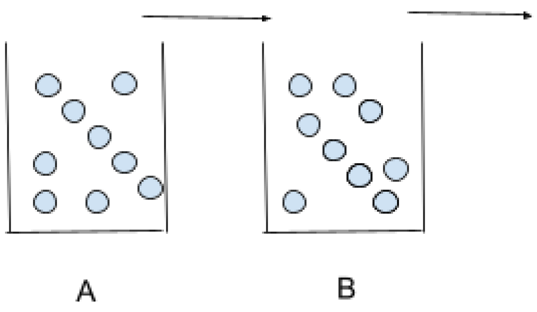
P(declarado falla/fallado)=0.95 → P(declarado ok/fallado)=0.05
P(declarado “ok”/ok)=0.97 → P(declarado falla/ok)=0.03
P(fallado)=0.005 → P(ok)=0.995

como me piden la propiedad inversa que tengo, se que voy a aplicar bayes
A→ok
B→Declarado con falla
P(B/A)→Declarado con falla dado que está ok

P(“ok”/declarado con falla) = $\frac{P(B/A)*P(A)}{P(B)} = \frac{0.03*0.995}{0.95*0.005+0.03*0.995}$=0.863
P(B)=P(declarado con falla)=P(declarado falla/fallado)*P(fallado)+P(declarado falla/ok)*P(ok)
***lo saco a partir del teorema de probabilidad total**

4. La urna A contiene cuatro bolas rojas, tres azules y dos bolas verdes. La urna B tiene dos bolas rojas, tres azules y cuatro bolas verdes. Se elige una bolilla de la urna A y se la coloca en la urna B y luego se extrae una bolilla de la urna B.
(a) ¿Cúal es la probabilidad de que la bolilla extraída de la urna B resulte roja?
(b) Si una bolilla roja es extráıda de la urna B, ¿cuál es la probabilidad de que una bolilla roja haya sido extraída de la urna A?

a) Yo quiero saber la probabilidad de que la bola que extraigo en B, sea roja, dada la bola que extraje de A.



Ninguna bolilla tiene más probabilidad de salir que la otra, por lo que hay equiprobabilidad, puedo aplicar regla de laplace.
P(r.a)=$\frac{4}{9}$
P(a.a)=$\frac{3}{9}$
P(v.a)=$\frac{2}{9}$

Debo aplicar la ley de probabilidad total.

P(r.b) = P(r.b/r.a)*P(r.a) + P($r.b/r^{C}.a \;\; * \; P(r^{C}.a)$
P(r.b) = $\frac{(2+1)}{10} * \frac{4}{9} \;+\; \frac{2}{10} * \frac{5}{9} = \frac{11}{45}$

b)
P(r.a/r.b.)=$\frac{P(r.b/r.a)*P(r.a)}{P(r.b)} = \frac{\frac{3}{10}*\frac{4}{9}}{\frac{11}{45}} = \frac{6}{11}$

5. Una compañía de seguros contra incendios tiene clientes de alto, mediano y bajo riesgo, que tienen probabilidades de presentar reclamos de 0.02, 0.01 y 0.0025 respectivamente, en un año dado. Las proporciones de los numeros de clientes en las tres categoŕıas son 0.10, 0.20 y 0.70 respectivamente. ¿Qúe proporcion de los reclamos recibidos por año por la companıa proviene de los clientes de alto riesgo?

P(reclamo|cliente alto riesgo)=0.02
P(reclamo|cliente mediano riesgo)=0.01
P(reclamo|cliente bajo riesgo)=0.0025

Proporción de cantidad de clientes alto riesgo = 0.1
Proporción de cantidad de clientes mediano riesgo = 0.2
Proporción de cantidad de clientes bajo riesgo = 0.7

P(cliente alto riesgo/recibí un reclamo)=?

Aquí debemos aplicar el teorema de bayes para problemas inversos y la regla de probabilidad total

P(cliente alto riesgo/recibí un reclamo)=$\frac{P(recibí\ reclamo/cliente\ alto\ riesgo)*P(cliente\ alto\ riesgo)}{P(recibir\ un\ reclamo)}$
$P(recibir\ un\ reclamo)$=P(reclamo/cliente alto r)*P(cliente alto r)+P(reclamo/cliente medio r)*P(cliente medio r)+P(cliente bajo r)*P(cliente bajo r)

P(cliente alto riesgo/recibí un reclamo)=$\frac{0.02*0.1}{0.02*0.1+0.01*0.2+0.0025*0.7}=\frac{8}{23}$

6. El mejor algoritmo actual de clasificacíon supervisada (supervised machine learning) para etiquetar en forma automatica perros de gatos (a partir de imagenes) clasifica en forma perfecta a los perros y gatos de casi todas las razas salvo Pomerania y Caracal.El 30% de las veces que se presenta una foto de un perro Pomerania el algoritmo lo clasifica como un gato, y el 20 % de las fotos de gatos Caracal son mal clasificadas. Sabiendo que la base de imágenes a analizar contiene un 10% de perros Pomerania y un 25% de gatos Caracal, ¿qué porcentaje de las imágenes se espera que estén bien clasificadas? Dicho de otra manera, si elegimos una imagen al azar, ¿cuál es la probabilidad que el algoritmo la clasifique bien?

P(clasificar mal Pomerania) = 0.3 → P(clasificar bien Pomerania)=0.7
P(clasificar mal Caracal) = 0.2 → P(clasificar mal Caracal)=0.8

Proporción de Pomerania = 0.1
Proporción de Caracal = 0.25
Proporción de Otros = 0.65

P(clasificar bien)=?

P(c.b.)=P(c.b./otro)*P(otro)+P(c.b./Caracal)*P(Caracal)+P(c.b./Pomerania)*P(Pomerania)
P(c.b.)=1*0.65 + 0.8*0.25 + 0.7*0.1 = $\frac{23}{25} = 0.92$

7. Probabilidades condicionales en el número π. Utilizando R calcule la probabilidad condicional empírica de que inmediatamente despúes del dígito i aparezca el dígito j $(i, j = \{0, 1, \ldots, 9\})$ en la secuencia de números correspondiente a π. Por ejemplo, ¿cuál es la probabilidad de que aparezca el 2 inmediatamente luego del 1? Estudie esta matriz de "transiciones" (matriz de 10×10). Curioso, ¿no?, ¿valdrá lo mismo al condicionar a secuencias dobles?

```
url="http://www.geom.uiuc.edu/~huberty/math5337/groupe/digits.html"
thepage = readLines(url)
num_pi=paste(thepage[13:1295],collapse="")
a=(as.vector(strsplit(num_pi,split="")))
num_pi=a[[1]][-c(1,3)]
num_pi=as.numeric(num_pi)     #¿y ahora?
```

	j=0	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=6	j=7	j=8	j=9
i=0	0.00998	0.01027	0.00962	0.00993	0.00968	0.01007	0.01009	0.01017	0.01001	0.01017
i=1	0.01042	0.01034	0.00992	0.01010	0.01030	0.00971	0.00982	0.01008	0.01044	0.01024
i=2	0.00974	0.01064	0.00971	0.00966	0.00942	0.01004	0.01048	0.01017	0.00955	0.00967
i=3	0.00979	0.00975	0.00994	0.01008	0.01041	0.01075	0.00965	0.01009	0.00982	0.00998
i=4	0.01020	0.01002	0.00987	0.01014	0.00971	0.00962	0.01031	0.01008	0.00975	0.01000
i=5	0.00966	0.00966	0.01029	0.01031	0.01020	0.01015	0.01017	0.01004	0.01008	0.00971
i=6	0.01054	0.01012	0.01048	0.00997	0.01019	0.00998	0.00953	0.00972	0.00949	0.01025
i=7	0.00948	0.01046	0.00981	0.01031	0.00945	0.00961	0.01100	0.01012	0.01040	0.00961
i=8	0.01011	0.00996	0.00992	0.00946	0.01001	0.01020	0.00970	0.01044	0.01027	0.00971
i=9	0.01007	0.01016	0.00952	0.01029	0.01033	0.01014	0.00952	0.00934	0.00997	0.00968

8. Sean A y B eventos independientes tales que $P(A) = \frac{1}{4}$ y $P(B) = \frac{1}{3}$.

(a) Hallar la probabilidad de que ninguno de estos dos eventos ocurra.

(b) Hallar la probabilidad de que exactamente uno de los dos eventos ocurra.

P(A)=$\frac{1}{4}$→P(A^C) $= \frac{3}{4}$

P(B)=$\frac{1}{3}$→P(B^C) $= \frac{2}{3}$

A y B SON SUCESOS **INDEPENDIENTES**

a) P(A^C∩B^C)=$\frac{3}{4}$*$\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{2}$

b) P(A ∪B)=P(A) + P(B) - P(A ∩B)=$\frac{1}{4}$+$\frac{1}{3}$-$\frac{1}{2}$=$\frac{1}{12}$

9. Un sistema tiene n unidades independientes, cada una de ellas con probabilidad p de fallar. El sistema completo falla si 1 o más unidades fallan. ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema falle?

n1;p1

n2;p2

.

.

.

ni;pi

P(fallar sistema) = 1 - P(fallar $sistema^C$)

P(fallar $sistema^C$) = $p1^C \cap p2^C \cap p3^C \cap \ldots \cap pi^C$

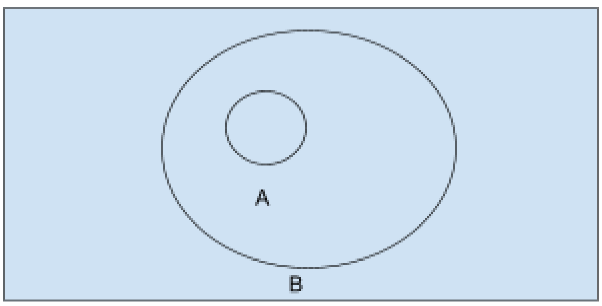
donde i=cantidad de unidades independientes

Dado que son **INDEPENDIENTES**

P(fallar $sistema^C$) = $p1^C * p2^C * p3^C * \ldots * pi^C$

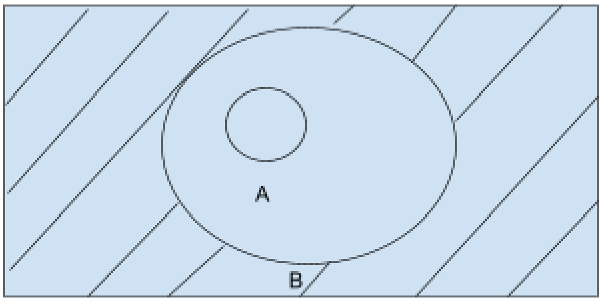
10. Probar que si $A \subset B$ entonces $P(B|A) = 1$ y $P(A^c|B^c) = 1$. Interpretar el resultado.

A⊂B → P(B|A)=1



P(B|A)=$\frac{P\,(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$

$A \subset B \rightarrow P(A^C|B^C)=1$

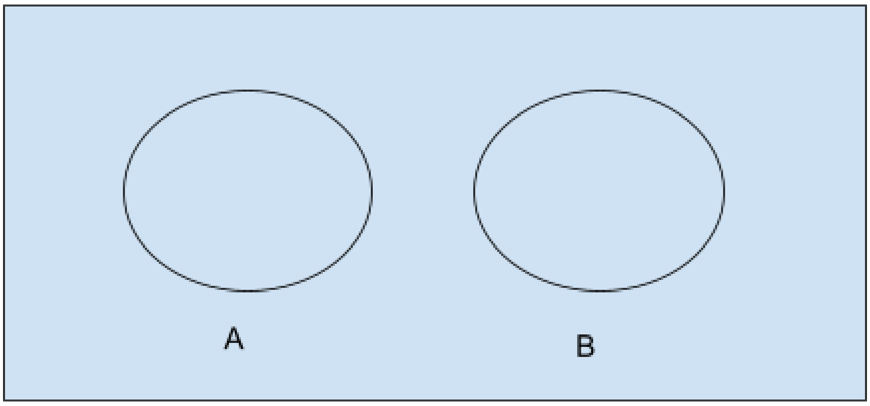


$$P(A^C|B^C) = \frac{P(A^C \cap B^C)}{P(B^C)} = \frac{P(B^C)}{P(B^C)} = 1$$

Interpretación:
Evento A → Sexo
Evento B → Condición de Ser Humano

Si el sexo que posee esta incluido dentro de las condiciones para ser un Ser Humano, la probabilidad de ser un humano, dado que se tiene un sexo es 100%, ya que tener un sexo(hombre o mujer), es un requisito para ser humano. Y la probabilidad de No ser humano, dado que no se tiene un sexo, es 100%, dado que como mencionamos previamente, es requisito tener un sexo definido, para ser un humano.

11. Si A y B son disjuntos, ¿pueden ser independientes?



No, si A y B son disjuntos, ambos son sucesos dependientes, ya que aportan información sobre el otro. En este caso, siempre que ocurra el suceso A, nunca ocurrirá el suceso B.

- A y B son independientes si se cumple que $P(A \cap B)$=P(A)*P(B)
- SI A y B son disjuntos entonces $A \cap B = \emptyset$

$P(A \cap B)$=P(ø)=0 → $P(A \cap B)$ = 0 ≠ P(A)*P(B)

12. Probar que si A y B son eventos independientes entonces A y B^c también.

Evento A→ Género masculino
Evento B→ Color de pelo rubio
Evento B^c→ Color de pelo NO rubio

Si elijo un hombre, que sea o no rubi@, es INDEPENDIENTE del género de la persona.

Sí A y B son **INDEPENDIENTES** → P($A \cap B$)=P(A)*P(B)
Sí A y B^c son **INDEPENDIENTES** → P($A \cap B^c$)=P(A)*P(B^c)

ya que $A \cap B^c$= A- $A \cap B$
P($A \cap B^c$)=P(A)-P($A \cap B$)
<u>*Sí A y B son independientes, entonces..</u>
P($A \cap B^c$)=P(A) - P(A)*P(B)
P($A \cap B^c$)=P(A)*[1-P(B)]
P($A \cap B^c$)=P(A)*P(B^c)