#### Probabilidad y análisis de datos



#### Daniel Fraiman

## Preliminares: Espacio muestral, eventos y probabilidad

- 1. Se arroja una moneda tres veces y se registra la secuencia de caras y cecas obtenida.
  - a) Dar una lista del espacio muestral.
  - b) Dar una lista de los elementos que componen los siguientes eventos:
    - $A = \{ al \text{ menos dos tiros son cara} \}.$
    - $B = \{ \text{los primeros dos tiros son cara} \}.$
    - $C = \{ \text{el último tiro es ceca} \}.$
  - c) Dar una lista de los elementos que componen los siguientes eventos:

 $A^c \qquad A \cap B \qquad A \cup C$ 

- 2. Sean A y B eventos arbitrarios. Sea C el evento que o bien ocurre A o bien ocurre B, pero no ambos. Expresar a C en términos de A y B usando las operaciones básicas de unión, intersección y complemento.
- 3. Sean A y B dos eventos de un espacio muestral  $\Omega$ . Se sabe que la probabilidad de que ocurra alguno de los dos eventos es 0.8 y la probabilidad de que ocurra exactamente uno de los dos eventos es 0.5.
  - a) Hallar la probabilidad de que ocurran ambos eventos
  - b) Hallar la probabilidad de que no ocurra ninguno de los dos eventos.

# Espacio de equiprobabilidad

- 4. Calcular P(A), P(B) y P(C) del ejercicio 1,
- 5. Se tira 6 veces un dado, ¿Cuál es la probabilidad de que salga la cara del 5 las seis veces?
- 6. La paradoja de Mere. ¿Cuál de los siguiente es más probable?
  - Sacar al menos un 6 al tirar cuatro veces un dado.
  - Sacar al menos un doble 6 al tirar 24 veces un par de dados.
- 7. En un curso hay 50 alumnos: 23 varones y 27 mujeres. Se elige un equipo de tres alumnos para dar una clase especial.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos un varón en el equipo?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo sea mixto?
- 8. Se tienen 4 fichas numeradas del 1 al 4, puestas todas en una hilera en forma aleatoria. ¿Cuál es la probabilidad de que la secuencia de fichas sea el número 4231?

#### Probabilidad y análisis de datos



#### Daniel Fraiman

- 9. Se tienen 7 fichas numeradas del 1 al 7, puestas todas en una hilera en forma aleatoria.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido tenga la secuencia 123?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que el número elegido tenga el 1 delante del 2 y este último delante del 3?
  - c) Verifique el item b) con  $\mathbb{R}$ exacto.
- 10. ⇒ Se tienen N fichas numeradas del 1 al N y puestas todas en una hilera en forma aleatoria.
  - a) Suponiendo que N=9, ¿cuál es la probabilidad de que ninguna se encuentre en el lugar que le corresponde por orden? Responda con Rexacto.
  - b) Repita el item anterior para N=2,3,4,5,6,7,8,9,10 y grafique probabilidad de que ninguna se encuentre en el lugar que le corresponde por orden en función de N. ¿Converge a algún valor esta probabilidad? Grafique con un línea horizontal el valor 1/e. En probabilidad 1/e es una valor bastante típico.
- 11. En un juego de póker (en el que un jugador recibe cinco cartas al azar de un mazo de 52 cartas), ¿cuál es la probabilidad de que una mano contenga:
  - a) una escalera real (es decir, cinco cartas del mismo palo en secuencia numérica, se admite la secuencia que termina en as)?
  - b) una escalera con cartas de al menos dos palos distintos?
  - c) un póker (o sea, cuatro cartas de igual número)?
  - d) un full (es decir, tres cartas de un valor y dos cartas de otro)?
- 12. ¿El número  $\pi$  tienen a los números  $0, 1, \dots 9$  en forma equiprobable? Utilizando  $\mathfrak{R}$  y a partir de "http://www.geom.uiuc.edu/ huberty/math5337/groupe/digits.html" calcule la probabilidad empírica de que el dígito i  $(0, 1, \dots, 9)$  aparezca en la secuencia de números correspondiente a  $\pi$ .

```
url="http://www.geom.uiuc.edu/~huberty/math5337/groupe/digits.html"
thepage = readLines(url) #¿que hay en las primeras 12 líneas?
num_pi=paste(thepage[13:1295],collapse="") #¿por qué esta línea?
a=(as.vector(strsplit(num_pi,split=""))) #¿por qué esta línea?
num_pi=a[[1]][-c(1,3)] #¿es una lista?
num_pi=as.numeric(num_pi) #¿y ahora?
```

13. Determine lo mismo que el item anterior pero para el número e. Saque los dígitos de "https://apod.nasa.gov/htmltest/gifcity/e.2mil"

### Probabilidad y análisis de datos



#### Daniel Fraiman

```
url="https://apod.nasa.gov/htmltest/gifcity/e.2mil"
thepage = readLines(url)
n1=20;n2=length(thepage)
num_e=paste(thepage[n1:n2],collapse="")
num_e=(as.vector(strsplit(num_e,split="")))
num_e=num_e[[1]][-c(1,3)]
num_e=as.numeric(num_e)
```

- 14. En un grupo de r personas
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya al menos una pareja que cumpla el mismo día? Grafique en  $\mathbb{R}$  la probabilidad hallada en función de r.
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos dos cumplan en un mismo mes?
- 15.  $\Rightarrow$  Para decidir si acepta o rechaza una partida de productos, un comprador elige k artículos (sin reemplazo) de un lote de 100, y rechaza el lote si encuentra uno o más defectuosos.
  - a) Suponiendo que k=5, graficar en  $\mathbb{R}$  la probabilidad de que el lote se acepte como una función del número de artículos defectuosos en el lote.
  - b) Suponiendo que en el lote hay 10 artículos defectuosos, ¿cuántos artículos hay que elegir (k) para que la probabilidad de que aparezca al menos un artículo defectuoso sea al menos 0.90? Responda la pregunta utilizando  $\P$ .