1. Un experimento consiste en arrojar una moneda equilibrada 4 veces. Hallar la función de probalilidad puntual de la v.a. número de caras por el número de cecas.

Lo que me pide es los valores que puede tomar Z y con qué probabilidad.

Z = número de caras * número de cecas
x = número de caras en 4 tiros de la moneda
y= número de cecas en 4 tiros de la moneda

Z= x * (4-x) (1)

de (1), y sabiendo que x={0,1,2,3,4 caras} → saco que Z = {0, 3, 4}

y ahora sabiendo que se comporta como distribución Binomial el lanzamiento de una moneda, encuentro las probabilidades de Z = {0, 3, 4}

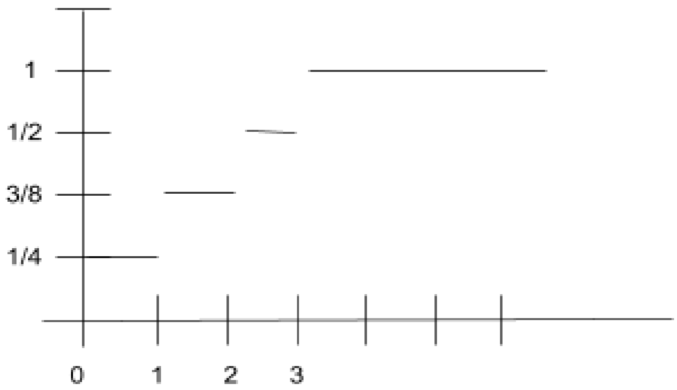
X ∼ Binom(4 , ½)

P(X=k) = (4 k)* (1/2)^k *(1-½)^(4-k)

P(Z=0) = P(0) = P(x=0) + P(x=4)
**Dado que 0 caras no puede salir al mismo tiempo que 4 caras, se deduce que son disjuntos ambos omegas, por lo que me evito restar la intercepción.*
P(Z=3) = P(3) = P(x=1) + P(x=3)
**Dado que 1 cara no puede salir al mismo tiempo que 3 caras, se deduce que son disjuntos ambos omegas, por lo que me evito restar la intercepción.*
P(Z=4) = P(4) = P(x=2)

2. Sea X una variable aleatoria discreta con $P(X = 0) = 0{,}25$, $P(X = 1) = 0{,}125$, $P(X = 2) = 0{,}125$ y $P(X = 3) = 0{,}50$. Hallar y graficar la función de distribución acumulada de X.

$Pacumulada = P_{X<=x}$
$P(x <= 0) = P(x = 0) = 0.25$
$P(x <= 1) = P(x = 0) + P(x = 1) = 0.375$
$P(x <= 2) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) = 0.5$
$P(x <= 3) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) = 1$



3. Un examen multiple choice consta de 20 preguntas, cada una con 4 opciones. Un estudiante puede descartar por incorrectas dos de estas opciones en cada una de las preguntas y elige su respuesta al azar entre las dos restantes. Para pasar el examen debe contestar correctamente 12 o más de las preguntas. ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante pase?

v.a. → X=cantidad de respuestas correctas de 20.
exito = respuesta correcta → P(éxito) = ½
n = 20
X={0,1,2,3,..., 20}

X∼Binom(20, ½)
P(x=k) = (20 k) (1/2)^k (1-1/2)^20-k

¿P(x>=12)?

P(x>=12) = P(x=12)+P(x=13)+P(x=14)+P(x=15)+P(x=16)+P(x=17)+P(x=18)+P(x=19)
+P(x=20)
= 1 - P(x<12) = 1 - P(x<=11)

```{r}
1 - pbinom(11,20,1/2)
```

```
[1] 0.2517223
```

4. Tres monedas se tiran simultáneamente. Se repite el experimento hasta obtener cara-cara-cara. ¿Cuál es la probabilidad de tener que repetirlo más de 3 veces?

v.a. → X = número de veces que tiramos 3 monedas hasta obtener cara-cara-cara
exito = cara,cara,cara → P(éxito) = ⅛
X = {0,1,2,3…n} donde n es un número entero positivo.
X∼Geom(1/8)
P(x=k) = $\left(\frac{7}{8}\right)^{k-1} * \frac{1}{8}$
Dado que la distribución es geometrica, de manera gratuita obtengo que…
→ P(x<=k) = 1- (⅞)^k (la acumulada)
¿P(x>3)?
P(x>3) = 1 - P(x<=3) = 1 - $(1 - ((\frac{7}{8})^3) = (\frac{7}{8})^3$

5. Una línea aérea sabe que el 5 % de las personas que hacen reservaciones en un cierto vuelo no viajan. Por ello, su política de ventas es vender 52 pasajes para un vuelo en el que sólo entran 50 pasajeros.

   (a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya un asiento disponible para cada pasajero que aparezca?

   (b) Al enterarse de esta política empresarial, un pasajero que viaja semanalmente en esa línea aérea decide hacer una denuncia a la Secretaría de Transporte a la segunda vez que alguien se quede sin viajar. ¿Cuál es la probabilidad de que haga la denuncia a la quinta semana de haber tomado esa resolución? ¿Y de que la haga antes de la quinta semana?

v.a. → W = número de pasajeros que se presentan de un total de 52.

W= {1,2,3,4….,52}

éxito = Se presentan → P(éxito) = 0.95

n = 52

W∼Binom(52, 0.95)

a)

¿P(w<=50)?

```{r}
pbinom(50, 52, 0.95)

```

```
[1] 0.7405031
```

b)

v.a. → W = cantidad de semanas hasta que sea la segunda vez que alguien no viaje.

éxito = No se presente alguien a viajar → P(éxito) = 1 - P(w<=50)

r = 2

W = {2,3,4…..}

W∼BN(2, Pexito)

¿P(w=5)? ¿P(w<5)?

P(w=5) [puntual]

P(w<5) = P(w=2)+P(w=3)+P(w=4) [acumulada]

```
5 b)
```{r}
x <- 5
r <- 2
p <- 1 - (1 - pbinom(50, 52, 0.95))
dnbinom(x-r, r, p)
```

[1] 0.03832749
```

```
```{r}
x <- 4
r <- 2
p <- 1 - (1 - pbinom(50, 52, 0.95))
pnbinom(x-r, r, p)
```

[1] 0.9437068
```

6. Cinco ejemplares de una población animal considerada en vía de extinción en cierta región han sido atrapados, marcados y puestos en libertad para que se mezclen en la población. Después de que tuvieron oportunidad de mezclarse, se seleccionó una muestra aleatoria de 10 de estos animales. Sea X la variable aleatoria "número de animales marcados de la muestra". Si hay en realidad 25 animales de este tipo en la región, ¿cuál es la probabilidad de

   (a) $X = 2$?

   (b) $X \leq 2$?

   (c) $X \geq 2$?

v.a. → X ="número de animales marcados de la muestra"

X={0,1,2,3,4,5}

exito = Animal marcado → P(éxito) = 5/25 = 1/5

X∼H(25, 5, 10)

6 a)
````
```{r}
x <- 2  #Variable aleatoria discreta
m <- 5  #Casos exitosos
k <- 10 #Muestra que se tomo
n <- 25-5 #Casos NO EXITOSOS (total poblacion - casos exitosos)
dhyper(x = x, m = m, k = k, n = n) #Probabilidad puntual
```

 [1] 0.3853755
````

6 b)
````
```{r}
q <- 2 #Variable aleatoria discreta
m <- 5 #Casos exitosos
n <- 25-5 #Casos no exitosos (total poblacion - casos exitosos)
k <- 10 #tamaño de la muestra

phyper(q, m, n, k, lower.tail = T)
# sum(dhyper(x = 0:2, m = m, k = k, n = n)) # un equivalente seria utilizar esto, siempre teniendo
# en cuenta que la acumulada inicia siempre en 0
```

 [1] 0.6988142
````

6 c)
````
```{r}
q <- 1 #Variable aleatoria discreta
m <- 5 #Casos exitosos
n <- 25-5 #Casos no exitosos (total poblacion - casos exitosos)
k <- 10 #tamaño de la muestra

phyper(q, m, n, k, lower.tail = F)
```

 [1] 0.6865613
````

7. Una persona juega al bingo, para lo cual posee un cartón con 15 números del 1 al 100. Se sortean 40 de los 100 números con un bolillero. Sea X la variable aleatoria "cantidad de aciertos que tuvo el jugador luego de las 40 extracciones".

   (a) ¿Qué distribución tiene la variable aleatoria X?

   (b) Hallar $P(X = 12)$ y $P(X \geq 13)$.

a) v.a. → X="Cantidad de aciertos que tuvo el jugador luego de las 40 extracciones"
¿El muestreo, es con reposición? → NO → X∼H(N, r, n) = X∼H(100, 15, 40)

b)

7 b)
````
```{r}
x <- 12
m <- 15
n <- 100-15
k <- 40

dhyper(x, m, n, k)
```

 [1] 0.000754651

```{r}
# P(x>=13) == P(x>12)
q <- 12
m <- 15
n <- 100-15
k <- 40
phyper(q, m, n, k, lower.tail = F)
```

 [1] 8.972757e-05
````

8. La cantidad de autos que pasan por minuto por una cierta estación de peaje un día de semana tiene una distribución de Poisson de parámetro 5. Si el peaje cuesta \$40 , ¿cuál es la probabilidad de que la estación recaude al menos \$ 110 en un minuto?

v.a. → X= cantidad de autos que pasan <u>por minuto</u> por cierta estación de peaje un dia de semana.

X={0,1,2,3,4,5,....}

λ=5 autos pasan en promedio por minuto por la estación de peaje

X∼Poisson(**λ** = 5)

$\frac{\$\,110}{\$\,40} \; = \; 2.75\, autos \approx 3\, autos$

P(x >= 3 autos) = P(x > 2 autos) = ?

```
8)
```{r}
ppois(q = 2, lambda = 5, lower.tail = F) # P(X> 2)

```

[1] 0.875348
```

9. Las llamadas telefónicas que se reciben en una cierta residencia siguen un proceso de Poisson con parámetro $\lambda = 2$ por hora.

   (a) Si Diana toma una ducha de 10 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que el teléfono suene durante ese tiempo?

   (b) ¿Cuán larga puede ser la ducha si ella quiere que la probabilidad de no recibir llamadas sea como mínimo 0.5?

v.a. → F= Cantidad de llamadas telefónicas que se reciben en una residencia por hora.

F={0,1,2,3,4,....}

λ=2 “promedio de llamadas recibidas en la residencia en una hora” →

λ=$\frac{2}{60}$=$\frac{1}{30}$ $*\ 10min$

λ= $\frac{1}{3}$ ”promedio de llamadas recibidas en la residencia en 10 minutos”

F∼Poisson(**λ** = $\frac{1}{3}$)

a) P(f>=1)=P(f>0)

9 a)

```{r}
ppois(q = 0, lambda = 1/3, lower.tail = F) # P(x>0)
```

```
[1] 0.2834687
```

b) v.a. → G = Número de llamadas telefónicas que se reciben en “m” minutos.

G∼Poisson($\boldsymbol{\lambda}$ = $\frac{2}{60} * m$)

P(g=0) = ($\frac{e^{\frac{-2}{60}m} * (\frac{-2}{60})^0}{0!}$) >= 0.5

$\frac{-2}{60}m$ >= ln(0.5)

m <= ln(0.5) * $\frac{-60}{2}$

m <= 20.79 minutos

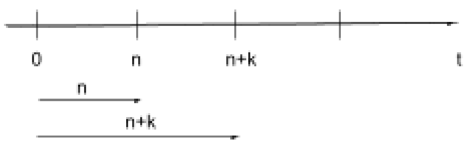
Rta: La ducha puede durar como máximo 20.79 minutos o menos.

10. Si X es una variable aleatoria geométrica, probar la siguiente “propiedad de falta de memoria”:

$$P(X > n + k \mid X > n) = P(X > k)$$

X∼G(p) → P(X > n+k | X>n) = P(X>k)

P(X>n+k|X>n) = $\frac{P(X>n+k \cap X>n)}{P(X>n)}$



(1)

utilizando (1) ...

P(X>n+k|X>n) = $\frac{P(X>n+k)}{P(X>n)}$

utilizando (2) ...

$$\mathbb{P}(W > j) = (1-p)^j \text{ para } j \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$ (2)

P(X>n+k|X>n) = $\frac{(1-p)^{n+k}}{(1-p)^n}$

P(X>n+k|X>n) = $(1 - p)^k = P(X > k)$