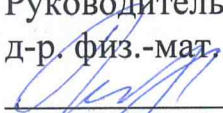


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Физико-технический факультет

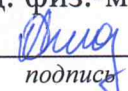
ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК
Руководитель ООП,
д-р. физ.-мат. наук, профессор
 Г.Р. Шрагер
подпись
« 05 » июня 2022 г.

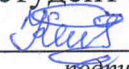
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ


Направление подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника
Направленность (профиль) «Промышленная и специальная робототехника»

Ащеулова Карина Руслановна

Руководитель ВКР
канд. физ.-мат. наук, доцент
 О.Ю. Фролов
подпись
« 05 » июня 2022г.

Автор работы
студент группы № 101801
 К.Р. Ащеулова
подпись
« 05 » июня 2022г.

Томск – 2022

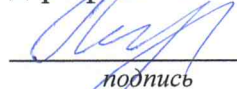


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)
Физико-технический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ООП

д-р. физ.-мат. наук, профессор



Г.Р. Шрагер

подпись

« 01 » сентября 2021 г.

ЗАДАНИЕ

по выполнению выпускной квалификационной работы бакалавра
обучающемуся

Ащеуловой Карине Руслановне

по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника
направленность (профиль) «Промышленная и специальная робототехника»

1 Тема выпускной квалификационной работы

Решение прямой и обратной задачи кинематики

2 Срок сдачи обучающимся выполненной выпускной квалификационной
работы:

а) в учебный офис / деканат – 08.06.2022 б) в ГЭК – 08.06.2022

3 Исходные данные к работе: Среда разработки Visual Studio, литература
Зиглер М. Геометрический подход к инверсной кинематике роботов Пума:
дис. Энн-Арбор, Мичиган, 1983. – 86 с.

Объект исследования – Кинематика робота-манипулятора.

Предмет исследования – Прямая и обратная задачи кинематики робота
манипуляторов PUMA 560.

Цель исследования – Решение прямой и обратной задач кинематики для
робота-манипулятора PUMA 560.

Задачи:

Изучение метода решения прямой и обратной задач кинематики для робота-
манипулятора PUMA 560;

Изучение языка программирования;

Создание расчётных программ;

Методы исследования:

Анализ литературы и информации из открытых источников о методах
решения прямой и обратной задачи кинематики робота-манипулятора;
Математическое моделирование движения звеньев роботов при решении
прямой и обратной кинематических задач.

Организация или отрасль, по тематике которой выполняется работа, –
Национальный исследовательский томский государственный университет.

4 Краткое содержание работы

Обзор современных роботов манипуляторов; изучение методов решения прямой и обратной кинематических задач; создание расчетных программ, анализ результатов.

Руководитель выпускной квалификационной работы
доцент, НИ ТГУ, физико-
технический факультет


_____ *подпись*

Ю. И. Фролов

Задание принял к исполнению
студент, НИ ТГУ, физико-
технический факультет


_____ *подпись*

К.Р. Ащеулова

АННОТАЦИЯ

Тема: «Решение прямой и обратной задачи кинематики»

Объём дипломной работы – 52 страницы, на которых размещены 26 рисунков, 6 таблиц и 1 приложение, при написании работы использовались 9 источников.

Ключевые слова: робот-манипулятор, прямая задача кинематики, обратная задача кинематики.

Объект исследования – кинематика робота-манипулятора.

Предмет исследования – прямая и обратная задачи кинематики робота-манипулятора PUMA 560.

Цель исследования – решение прямой и обратной задач кинематики для робота-манипулятора PUMA 560.

В выпускную работу входят введение, четыре раздела, включая интерпретацию результатов, заключение.

Во введении раскрывается актуальность исследования по выбранному направлению, ставятся цель и задачи исследования, определяются объект, предмет научных поисков, указывается методологическая база исследования, его практическая значимость.

В первом разделе приводится описание роботов манипуляторов и их классификация. Рассмотрен метод Денавита-Хартенберга как один из основополагающих и важных при описании ориентации рабочего органа робота.

Во втором разделе рассматривается решение прямой задачи кинематики для робота-манипулятора PUMA 560.

В третьем разделе приводятся решения обратной задачи кинематики с помощью геометрического метода для каждого звена в отдельности.

В четвертом разделе показаны результаты решения прямой и обратной задач кинематики, а также демонстрируются положения, которые занимает робот-манипулятор при различных конфигурациях.

Заключение посвящено основным выводам по проделанной работе.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 Описание роботов-манипуляторов	5
2 Решение прямой задачи кинематики	11
2.1 Робот-манипулятор PUMA 560	11
2.2 Представление Денавита – Хартенберга манипулятора с шестью степенями свободы	12
2.3 Привязка системы координат к звеньям и определение параметров Денавита-Хартенберга	13
2.4 Построение преобразований для каждой системы координат	16
3 Решение обратной задачи кинематики	20
3.1 Определение различных конфигураций манипулятора	21
3.2 Решение для первых трех сочленений	23
3.2.1 Решение для первого звена	24
3.2.2 Решение для второго звена	25
3.2.3 Решение для третьего звена	27
3.3 Решение для последних трех сочленений	29
3.3.1 Решение для четвертого звена	30
3.3.2 Решение для пятого звена	32
3.3.3 Решение для шестого звена	32
4 Результаты решения обратной задачи кинематики	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	42
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ	43
ПРИЛОЖЕНИЕ А Код расчетной программы	44

ВВЕДЕНИЕ

В робототехнике существуют две задачи кинематики, прямая и обратная. Решение прямой задачи описывает нахождение рабочего органа манипулятора при заданных углах его звеньев, а обратная задача наоборот – какие параметры необходимо задать звеньям манипулятора, чтобы его рабочий орган оказался в заданном положении.

Целью работы является решение прямой и обратной задач кинематики для робота-манипулятора PUMA 560. Прямая задача кинематики (ПЗК) позволяет получить координаты положения и ориентации концевой эффектора в пространстве для заданного набора обобщенных координат, причем решение ПЗК всегда единственно и сложности не представляет. Обратная задача кинематики (ОЗК) позволяет получить набор обобщенных координат при заданных желаемых координатах положения и ориентации концевой эффектора в пространстве. Полученное решение ОЗК позволяет далее формировать управляющие сигналы исполнительных приводов для обеспечения перемещения звеньев механизма. Однако, решение ОЗК осложнено тем, что в ряде случаев оно может иметь несколько решений (когда одному и тому же положению, и ориентации итоговой системы координат (СК) относительно базовой СК может соответствовать несколько разных наборов значений координат звеньев), бесчисленное множество решений (в случае присутствия сингулярных конфигураций) или не иметь ни одного (связано с ограничением рабочей зоны) [1]. Для проверки правильности решения обратной задачи кинематики можно использовать результаты, полученные при решении прямой задачи кинематики. В любом случае, при решении как прямой, так и обратной задач кинематики необходимо выявить уравнения связи между обобщенными координатами, скоростями и ускорениями, с одной стороны, и координатами, скоростями и ускорениями схвата (или объекта, в нем находящегося), с другой стороны.

Основные задачи работы:

1. Изучение метода решения прямой задачи кинематики робота-манипулятора PUMA 560;
2. Изучение метода решения обратной задачи кинематики робота-манипулятора PUMA 560;
3. Изучение языка программирования;
4. Создание расчётной программы решения прямой и обратной кинематической задачи;

1 Описание роботов-манипуляторов

Процесс интенсификации производства связан с использованием вычислительной техники, робототехники, роботизированных технологических комплексов. Новая организация и техническое переоснащение должны быть такими, чтобы была обеспечена возможность быстрой и экономичной перенастройки производства на изменение изготавливаемой продукции и технологии, т.е. нужны гибкие производственные системы. Это необходимо для выпуска широкой номенклатуры изделий и достаточно частой их сменяемости ввиду необходимости постоянного совершенствования и создания новых образцов продукции. Не все ручные технологические операции можно автоматизировать традиционными техническими средствами автоматики, поэтому и возникла необходимость создания промышленных манипуляционных роботов.

Промышленный манипуляционный робот – это производственная машина, которая не имеет ничего общего с человеческой фигурой. Формы и конструкции роботов отличаются большим разнообразием и приспособлены к выполнению тех или иных технологических операций [2].

В робототехнике существуют различные определения понятия «робот»: промышленный робот и робот в обобщенном смысле, имея в виду не только промышленные манипуляционные роботы, но и другие их классы.

Промышленный робот – это автоматическая машина, стационарная или передвижная, состоящая из исполнительного устройства в виде манипулятора, имеющего несколько степеней подвижности, и перепрограммируемого устройства программного управления для выполнения в производственном процессе двигательных и управляющих функций [2].

Робот – это технический комплекс, предназначенный для выполнения различных движений и некоторых интеллектуальных функций человека и обладающий необходимыми для этого исполнительными устройствами,

управляющими и информационными системами, а также средствами решения вычислительно-логических задач. Основными компонентами робота являются манипуляционный механизм и автоматическая система управления, содержащая: микроЭВМ или комплекс микропроцессоров, а в ряде случаев и сенсорные устройства. Манипулятор робота состоит из звеньев, соединённых подвижными кинематическими парами (вращательными и поступательными). Звенья движутся по определённой программе с помощью управляемых приводов [2].

Манипулятор – управляемое устройство или машина для выполнения двигательных функций, аналогичных функциям руки человека при перемещении объектов в пространстве, оснащённое рабочим органом [2].

Рабочий орган – составная часть исполнительного устройства промышленного робота для непосредственного выполнения технологических операций и (или) вспомогательных переходов. Примерами рабочего органа служат сварочные клещи, окрасочный пистолет, сборочный инструмент, захватное устройство. Благодаря наличию нескольких степеней подвижности и гибкой системы управления, которая легко переналаживается на выполнение различных программ движения манипулятора, робот является многофункциональной машиной. Это отвечает требованиям гибкой перенастройки производства на различные технологические процессы. В этих целях целесообразно сочетать роботы с таким технологическим оборудованием, которое снабжено числовым программным управлением, также легко переналаживаемым [2].

Растущая потребность в снижении эксплуатационных расходов на предприятиях является основной движущей силой мирового рынка робототехники. Снижение расходов может быть достигнуто за счет уменьшения ошибок в производственном процессе, потерь сырья и количества несчастных случаев, повышения технологической гибкости и производительности предприятия, улучшения условий труда и степени безопасности сотрудников. И в этом всем помогают роботы, которые

используются в большинстве отраслей промышленности из-за их способности с высокой точностью выполнять сложные повторяющиеся задачи даже в опасных условиях.

Роботы-манипуляторы можно разделить по областям их применения в производстве, в порядке убывания их присутствия в промышленности: автомобильная промышленность, электротехника и электроника, металлообработка, машиностроение, химическая промышленность, медицина и фармацевтика, продовольствие и сельское хозяйство, образование [3].

По типу монтажа роботов разделяют:

Стационарные – наиболее распространенный на рынке тип манипуляторов. Возможен любой тип крепления, например, напольный, потолочный или настенный. Обладают высокой грузоподъемностью при широком радиусе действия, большом числе степеней свободы и универсальностью (рисунок 1).

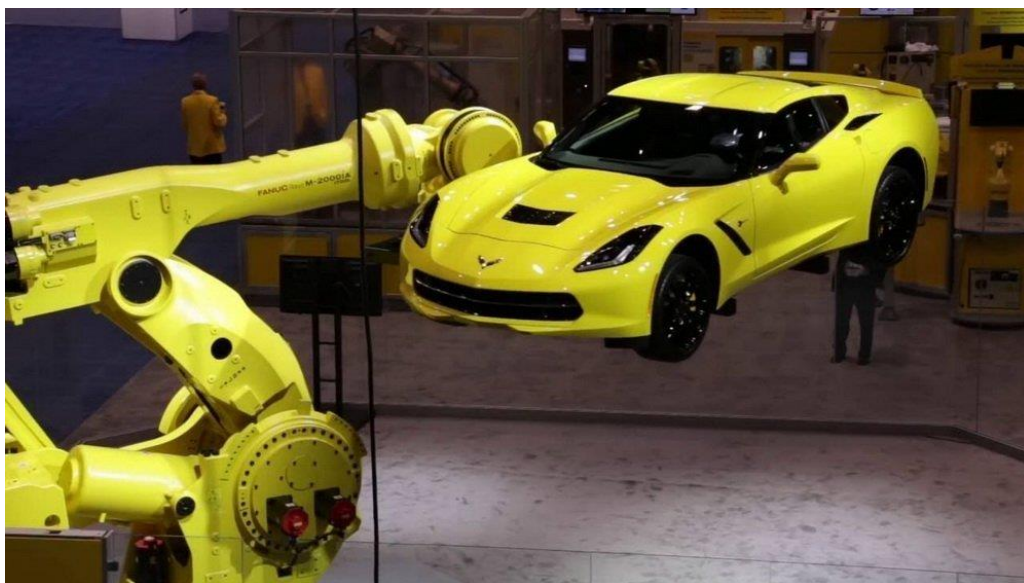


Рисунок 1 – Стационарный робот [4]

Мобильные – такие роботы не связаны с каким-то конкретным местом установки и могут выполнять задачи как в любой точке производства, так и на значительном удалении от него. Мобильные манипуляторы могут иметь как постоянное питание, так и автономное. Возможно всепогодное или

подводное исполнение устройств и эксплуатация в жестких или опасных условиях, например, для разминирования. Манипуляторы такого типа имеют малую массу и физические размеры, могут быть компактно уложены для транспортировки, рассчитаны на столкновения с препятствиями и переворачивания. Зачастую, такие роботы оснащаются системами искусственного интеллекта. К их недостаткам можно отнести высокую стоимость и малую полезную нагрузку (рисунок 2).

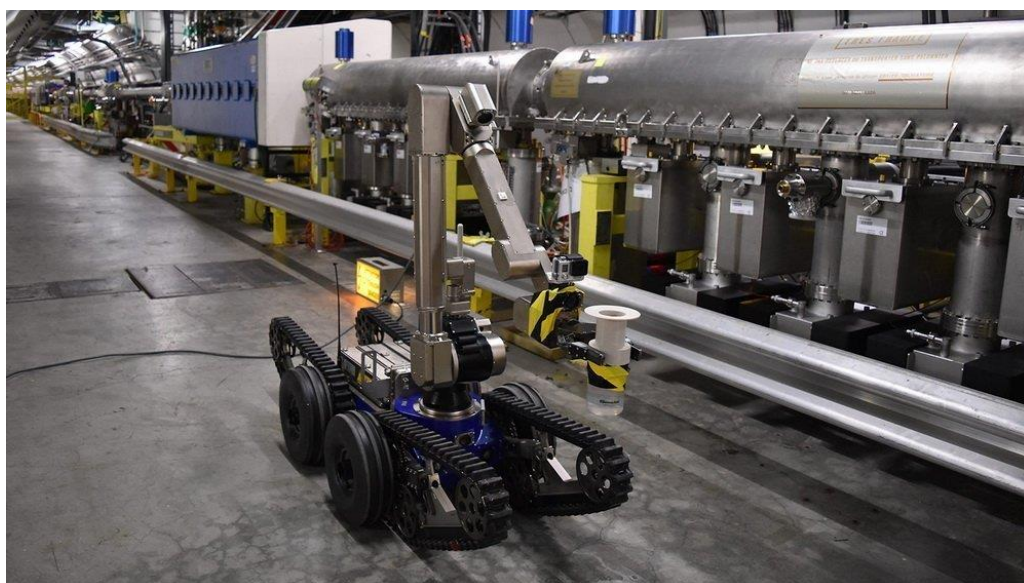


Рисунок 2 – Мобильные роботы [4]

Вертикальные (крепление на пол или потолок) – используется в случаях, когда пространство ограничено. При необходимости можно установить двух роботов, работающих на противоположных стенах. Основные движения настенных роботов – продольные и вертикальные. Размеры и конструкция могут быть подобраны в соответствии потребностями (рисунок 3).

Горизонтальные или порталные – используются когда нужно гибкое обслуживание для трёх или более машин – это наиболее экономичное решение. Длина троса для робота может составлять до 27 метров (рисунок 4).

По типу применения роботы делятся на автономных, работающих по заданной программе без участия человека, коллаборативных, работающих вместе с человеком и управляемых непосредственно оператором.

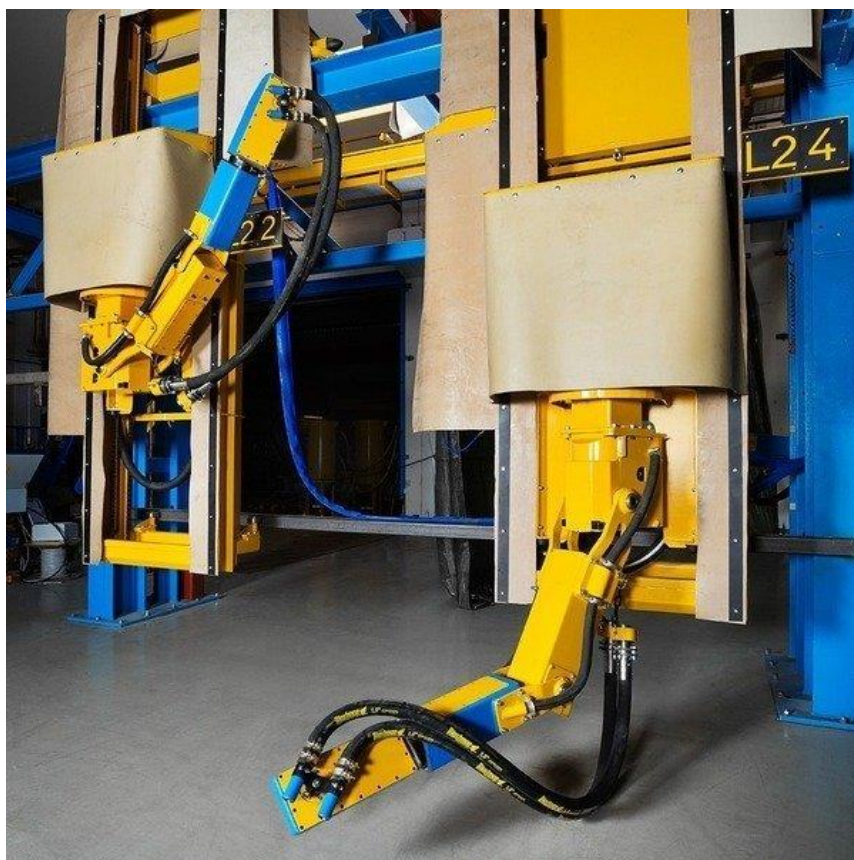


Рисунок 3 – Вертикальный робот [4]

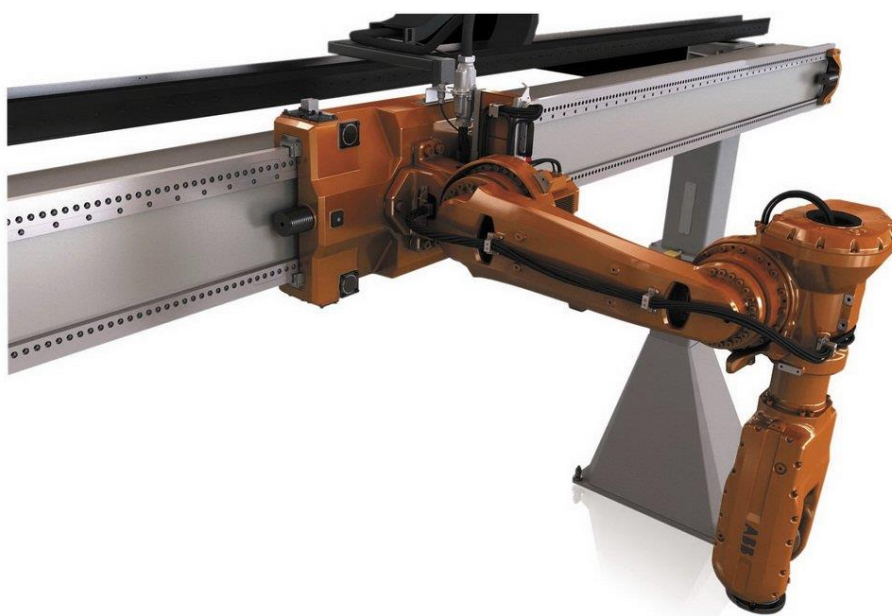


Рисунок 4 – Горизонтальный робот [4]

Также манипуляторы можно разделить по функционалу (зависимости от выполняемых функций): пайка и сварка; обработка материалов; сборка и разборка; очистка, покраска и дозирование; фрезерование и шлифование; резка и обработка; строительные.

Полезная нагрузка роботов делится на 0-20 кг; 20-80 кг; 80-300 кг; 300-1000 кг; 1000-3000 кг.

Среди ведущих производителей роботов-манипуляторов такие компании, как: FANUC, KUKA, HANWHA; также для производства и других областей бизнеса интересны коллаборативные модели Universal Robots, а в образовании будет очень полезна продукция UFactory.

2 Решение прямой задачи кинематики

Прямая задача кинематики – это вычисление положения рабочего органа в пространстве и его кинематической схеме и заданной ориентации его звеньев. Таким образом, целью прямой задачи кинематики является нахождения положения рабочего органа робота в пространстве.

В данной работе прямая и обратная задачи кинематики будут решены для робота-манипулятора с шестью степенями свободы PUMA 560.

2.1 Робот-манипулятор PUMA 560

В данной работе мы будем использовать манипулятор с 6 степенями свободы PUMA 560 (рисунок 5). Характеристики данного робота приведены в таблице 1.

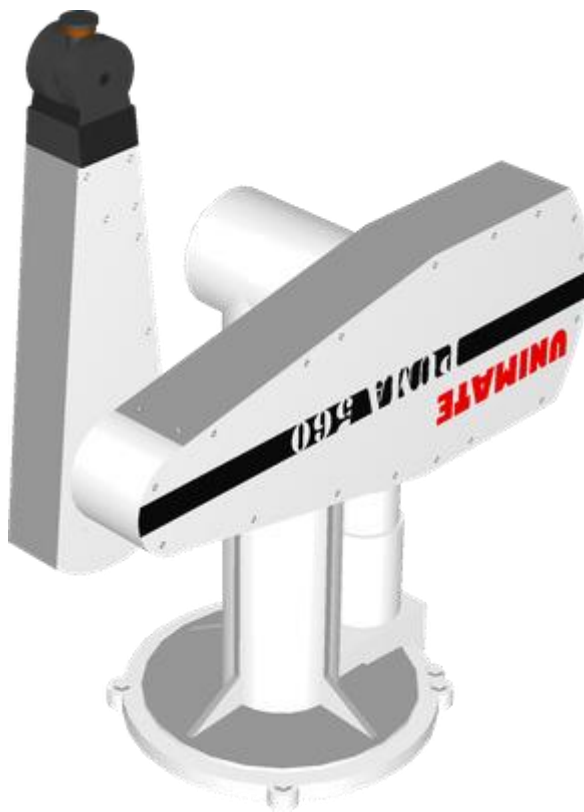


Рисунок 5 – Робот-манипулятор PUMA 560 [5]

PUMA (расшифровывается как Programmable Universal Machine for Assembly или Programmable Universal Manipulation Arm) — промышленный

робот-манипулятор, разработанный Виктором Шейнманом из фирмы Unimation.

Таблица 1 – Характеристики робота-манипулятора PUMA 560 [7]

Количество осей	6
Полезная нагрузка	2,5 кг
Радиус действия	864 мм
Рабочая зона	Сферическая, с радиусом 0,92
Масса робота	54 кг

2.2 Представление Денавита – Хартенберга манипулятора с шестью степенями свободы

Для описания связей между соседними звеньями Денавит и Хартенберг предложили матричный метод последовательного построения систем координат, связанных с каждым звеном кинематической цепи. Смысл представления состоит в формировании однородной матрицы преобразования, описывающей положение системы координат каждого звена относительно системы координат предыдущего звена.

Описание ориентации рабочего органа в пространстве с помощью представления Денавита-Хартенберга состоит из нескольких этапов:

1. Привязка системы координат к звеньям;
2. Определение параметров Денавита-Хартенберга;
3. Построение преобразований для каждой системы координат;
4. Нахождение общего преобразования, описывающего положение системы координат, связанной с рабочим органом, относительно базовой системы координат.

Преобразование Денавита – Хартенберга представляют собой описание твердых звеньев, зависящих от четырех геометрических параметров a_k , d_k , α_k и θ_k , соответствующих каждому звену (рисунок 6).

Параметр a_k – это расстояние по x_k от начала координат O_k до пересечения осей x_k и z_{k-1} , d_k – это расстояние по z_{k-1} , от O_{k-1} до

пересечения осей x_k и z_{k-1} , α_k - это угол оси z_{k-1} к оси z_k измеренный вокруг оси x_k и угол θ_k оси x_{k-1} к оси x_k измеренный вокруг оси z_{k-1} .

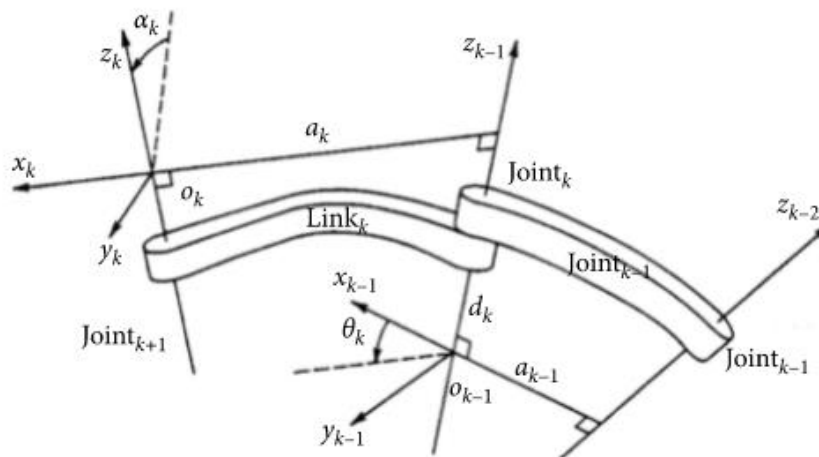


Рисунок 6 – Представление параметра Денавита – Хартенберга [6]

2.3 Привязка системы координат к звеньям и определение параметров Денавита-Хартенберга

Каждому суставу робота-манипулятора должна быть назначена декартова система координат (рисунок 7), чтобы каждому соединенному звену была назначена определенная координатная ось. Системы координат нумеруются в порядке возрастания от основания к схвату манипулятора (рисунок 7). Параметры Денавита-Хартенберга, полученные для робота PUMA 560, показаны в таблице 2.

Установка системы координат состоит из нескольких шагов:

Шаг 1. Формирование базовой системы координат. Сформировать правую ортонормированную систему координат (x_0, y_0, z_0) , связанную с основанием, ось z_0 вдоль оси 1-го сочленения к «плечу» манипулятора. Оси x_0 и y_0 выбираются произвольно при условии их перпендикулярности оси z_0 .

Шаг 2. Начало и цикл. Для всех i ($i = 1, 2, \dots, n - 1$) выполнить шаги 3-6.

Шаг 3. Формирование осей сочленения. Направить ось z_i вдоль оси движения (вращательного или поступательного) $i+1$ -го сочленения.

Шаг 4. Формирование начала i -й системы координат. Расположить начало i -й системы координат на пересечении осей z_i и z_{i-1} или на пересечении общей нормали к осям z_i и z_{i-1} с осью z_i .

Шаг 5. Формирование оси x_i . Выбрать единичный вектор x_i следующим образом: $x_i = \frac{\pm(z_{i-1} \cdot z_i)}{\|(z_{i-1} \cdot z_i)\|}$ или вдоль общего перпендикуляра к осям z_{i-1} и z_i , если они параллельны.

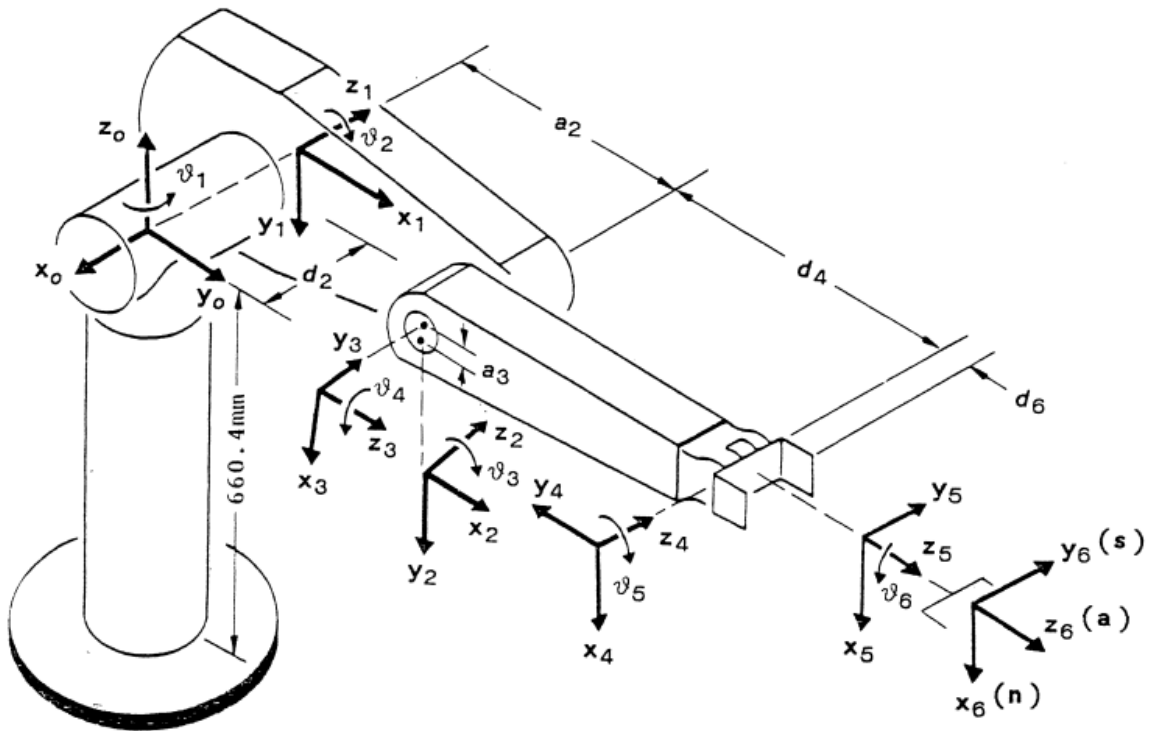


Рисунок 7 – Установка системы координат для PUMA 560 [7]

Шаг 6. Формирование оси y_i . Положить $y_i = \frac{+(z_i \cdot x_i)}{\|(z_i \cdot x_i)\|}$, получив тем самым правостороннюю систему координат.

Шаг 7. Формирование системы координат схвата. Как правило, n -е сочленение является вращательным. Сформировать ось z_n , направив ее вдоль оси z_{n-1} и от робота. Выбрать ось x_n так, чтобы она была перпендикулярна осям z_{n-1} и z_n .

Шаг 8. Определение параметров звеньев и сочленений. Для каждого i ($i = 1, 2, \dots, n - 1$) выполнить шаги 9 – 12.

Шаг 9. Определение d_i Расстояние d_i – от начала $(i-1)$ -й системы координат до пересечения оси z_{i-1} с осью x_i и началом i -й системы координат, отсчитываемой вдоль оси z_{i-1} .

Шаг 10. Определение оси a_i - расстояния между пересечением оси z_{i-1} с осью x_i и началом i -й системы координат, отсчитываемой вдоль оси x_i .

Шаг 11. Определение θ_i – угла поворота оси x_{i-1} вокруг оси z_{i-1} , чтобы она стала сонаправлена с осью x_i .

Шаг 12. Определение α_i – угла поворота оси z_{i-1} вокруг оси x_i , чтобы она стала сонаправлена с осью z_i .

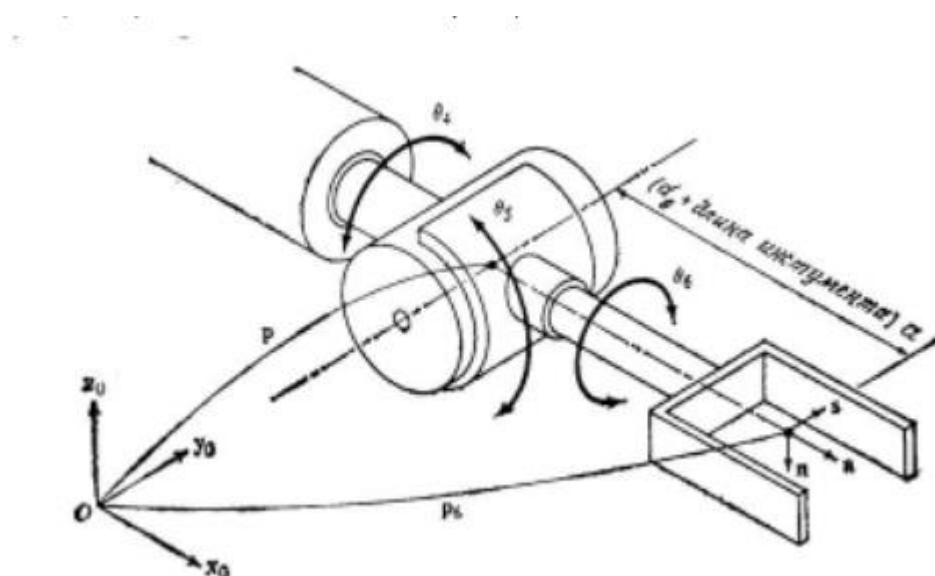


Рисунок 8 – Установка системы координат для схвата PUMA 560 [7]

Таблица 2 – Параметры Денавита – Хартенберга для PUMA 560

Звено i	α_i радиан)	a_i (мм)	d_i (мм)	Диапазон вращения углов
1	-90	0	0	-160 – +160
2	0	431.80	149.09	-225 – +45
3	90	-20.32	0	-45 – +225

Продолжение таблицы 2

Звено i	α_i (радиан)	a_i (мм)	d_i (мм)	Диапазон вращения углов
4	-90	0	433.07	-110 – +170
50	90	0	0	-100 - +100
6	0	0	56.25	-266 - +266

2.4 Построение преобразований для каждой системы координат

В представлении Денавита – Хартенберга каждая матрица задается произведением четырех фундаментальных преобразований, включающих повороты R и перемещение Tr , как можно наблюдать в (1) [7]. Мы используем s_{θ_k} для $\sin \theta_k$ и c_{θ_k} для $\cos \theta_k$:

$${}^{k-1}A_k = R_{z_k, \theta_k} \cdot Tr_{z_k, d_k} \cdot Tr_{x_k, a_k} \cdot R_{x_k, \alpha_k} =$$

$$= \begin{bmatrix} c_{\theta_k} & -s_{\theta_k} & 0 & 0 \\ s_{\theta_k} & c_{\theta_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_k \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\alpha_k} & -s_{\alpha_k} & 0 \\ 0 & s_{\alpha_k} & c_{\alpha_k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где R_{z_k, θ_k} представляет вращение θ_k вокруг оси z_k , Tr_{z_k, d_k} представляет собой перенос d_k по оси z_k , Tr_{x_k, a_k} представляет собой перенос a_k по оси x_k и R_{x_k, α_k} представляет собой вращение α_k вокруг оси x_k .

Эта операция приводит к матрице (2), которая определяет отображение координат между двумя последовательными звеньями манипулятора робота:

$${}^{k-1}A_k = \begin{bmatrix} c_{\theta_k} & -s_{\theta_k} c_{\alpha_k} & s_{\theta_k} s_{\alpha_k} & a_k c_{\theta_k} \\ s_{\theta_k} & c_{\theta_k} c_{\alpha_k} & -c_{\theta_k} s_{\alpha_k} & a_k s_{\theta_k} \\ 0 & s_{\alpha_k} & c_{\alpha_k} & d_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Два из четырех геометрических параметра θ_k и d_k , используемых в качестве эталона, имеют прямую связь с компонентом объединенных переменных. Для вращающихся соединений, переменной соединения

является угол θ_k , в то время как переменная соединения является расстоянием между звеньями d_k , если оно призматическое.

Тогда, для каждого звена матрица (2) имеет вид:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 0 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$${}^3A_4 = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_4 \\ -s_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_5 & c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$${}^5A_6 = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ s_6 & -c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

Умножая все матрицы преобразования, полученные с помощью алгоритма Денавита – Хартенберга, мы получаем однородную матрицу

преобразования T , которая идет от основания к конечному эффектору, то есть изменяя k от 0 до n . Полученную матрицу можно рассматривать как решение задачи прямой кинематики, где каждая матрица A_{ij} является матрицей Денавита – Хартенберга, определенной в (2).

$$T = A_{0n} = A_{01} \cdot A_{12} \cdot A_{23} \cdot \dots \cdot A_{(n-1)n} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & x \\ n_y & s_y & a_y & y \\ n_z & s_z & a_z & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

Однородная матрица (9) используется для описания векторов направления для осей x_2, y_2, z_2 и системы отсчета {2} (рисунок 9) в терминах векторов направления для осей x_1, y_1, z_1 и системы отсчета {1} [6].

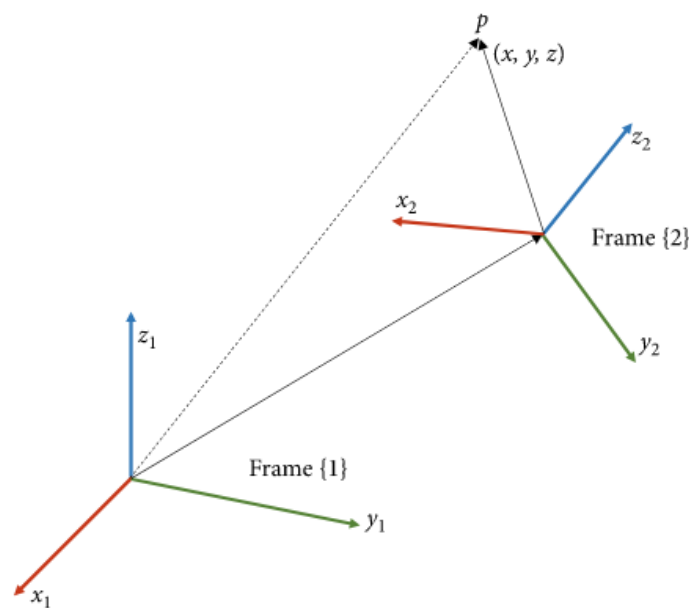


Рисунок 9 – Две системы координат смещены в одном и том же трехмерном пространстве [8]

Компоненты матрицы (9) представляют собой: $n = (n_x, n_y, n_z)$ – вектор нормали; $o = (o_x, o_y, o_z)$ – вектор ориентации; $a = (a_x, a_y, a_z)$ – вектор подхода; x, y, z – координаты положения; нижняя строка матрицы представляет собой перспективную вектор – строку размерностью 1×3 и матрицу масштабирования размерности 1×1 .

Компоненты матрицы T задаются формулами:

$$n_x = c_1[c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6] - s_1(s_4c_5c_6 + c_4s_6) \quad (10)$$

$$n_y = s_1[c_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - s_{23}s_5c_6 + c_1(s_4c_5c_6 + c_4s_6)] \quad (11)$$

$$n_z = -s_{23}(c_4c_5c_6 - s_4s_6) - c_{23}s_5c_6 \quad (12)$$

$$s_x = c_1[-c_{23}(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] - s_1(c_4c_6 - s_4c_5s_6) \quad (13)$$

$$s_y = s_1[-c_{23}(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + s_{23}s_5s_6] + c_1(c_4c_6 - s_4c_5s_6) \quad (14)$$

$$s_z = s_{23}(c_4c_5s_6 + s_4c_6) + c_{23}s_5s_6 \quad (15)$$

$$a_x = c_1(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) - s_1s_4s_5 \quad (16)$$

$$a_y = s_1(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) + c_1s_4s_5 \quad (17)$$

$$a_z = -s_{23}c_4s_5 + c_{23}c_5 \quad (18)$$

$$x = c_1[d_6(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) + s_{23}d_4 + a_3c_{23} + a_2c_2] - s_1(d_6s_4s_5 + d_2) \quad (19)$$

$$y = c_1[d_6(c_{23}c_4s_5 + s_{23}c_5) + s_{23}d_4 + a_3c_{23} + a_2c_2] + c_1(d_6s_4s_5 + d_2) \quad (20)$$

$$z = d_6(c_{23}c_{23} - s_{23}c_4s_5) + c_{23}d_4 - a_3s_{23} - a_2s_2 \quad (21)$$

3 Решение обратной задачи кинематики

С помощью обратной задачи кинематики можно рассчитать требуемые углы сочленения для целевого положения. Решение в закрытой форме и численное решение доступны для расчета. Из-за итеративного характера численного решения и медленных вычислений предпочтительным является решение в закрытой форме. Решение закрытой формы основано на аналитических выражениях или на решении полинома максимальной четвертой степени. Поэтому при проектировании манипуляторов робота необходимо обеспечить максимально возможное количество углов α_i 0 или $\pm 90^\circ$ за счет выравнивания осей, так что решение в закрытой форме также существует. Основой для расчета инверсной кинематики являются параметры Денавита-Хартенберга.

В этом разделе излагается геометрический подход к решению обратной задачи кинематики шестизвенного манипулятора PUMA 560 с вращательными сочленениями [8].

По аналогии с геометрией человеческой руки и в соответствии с расположением систем координат звеньев различные конфигурации манипулятора определяются с помощью трех индикаторов конфигурации (РУКА, ЛОКОТЬ, ЗАПЯСТЬЕ).

Два индикатора характеризуют взаимное расположение первых трех сочленений, а третий – расположение последних трех. Для шестизвенных манипуляторов существуют четыре различных решения обратной задачи кинематики первых трех сочленений и каждому из этих четырех решений соответствует по два допустимых решения для последних трех сочленений.

Решение производится в два этапа: I этап. Сначала вычисляется вектор, направленный от плеча к запястью. Проекции этого вектора на плоскость $x_{i-1}-y_{i-1}$ используются при нахождении присоединенного угла i -го сочленения ($i=1, 2, 3$) для первых трех сочленений. II этап. Использование предыдущего решения для решения последних трех сочленений, подматрицы

поворота матриц T_0^i и A_{i-1}^i ($i=4, 5, 6$) и проекции систем координат звеньев на плоскость $x_{i-1}-y_{i-1}$.

Последние три сустава решаются с использованием вычисленного решения для первых трех суставов, подматриц ориентации T_0^i и A_{i-1}^i ($i = 4, 5, 6$) и проекции систем координат схвата на плоскость $x_{i-1} - y_{i-1}$. Из геометрии можно легко последовательно найти решение для руки манипулятора.

3.1 Определение различных конфигураций манипулятора

Для манипуляторов типа PUMA и других манипуляторов с вращательными сочленениями возможны различные типы конфигурации, которые определяются по аналогии с геометрией руки человека.

Типы конфигурации манипулятора устанавливаются следующим образом (рисунок 10):

Правая рука: При неподвижном 3-м сочленении увеличение угла θ_2 приводит к увеличению координаты запястья по оси z_0 .

Левая рука: При неподвижном 3-м сочленении увеличение угла θ_2 приводит к уменьшению координаты запястья по оси z_0 .

Верхняя (локоть выше запястья) рука: Положение запястья {правой/левой} руки по отношению к системе координат плеча характеризуется {отрицательным/положительным} значением координаты по оси y_2 .

Нижняя (локоть ниже запястья) рука: Положение запястья {правой/левой} руки по отношению к системе координат плеча характеризуется {положительным/отрицательным} значением координаты по оси y_2 .

Кисть вниз: Скалярное произведение единичного вектора s системы координат схвата и единичного вектора y_5 системы координат (x_5, y_5, z_5) положительно.

Кисть верх: Скалярное произведение единичного вектора s системы координат схвата и единичного вектора y_5 системы координат (x_5, y_5, z_5) отрицательно.

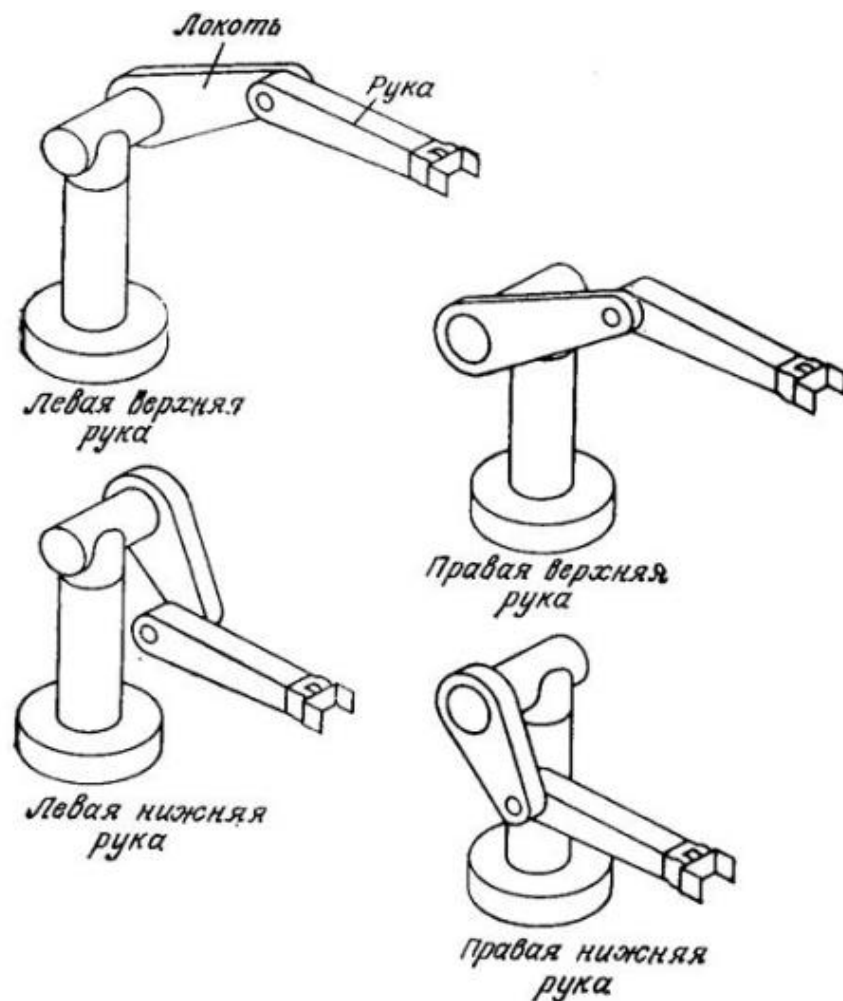


Рисунок 10 – Определение различных конфигураций манипулятора PUMA

560

Что касается приведенного выше определения различных конфигураций руки, для каждой конфигурации руки определены два индикатора конфигурации (РУКА и ЛОКОТЬ). Эти два индикатора объединяются, чтобы дать одно решение из четырех возможных совместных решений для первых трех суставов. Для каждой из наших конфигураций рук, определяемых этими двумя индикаторами, третий индикатор (ЗАПЯСТЬЕ)

дает одно из двух возможных суставных решений для последних трех суставов. Эти три показателя можно определить как:

$$\text{РУКА} = \begin{cases} +1, & \text{для правой руки} \\ -1, & \text{для левой руки} \end{cases} \quad (22)$$

$$\text{ЛОКОТЬ} = \begin{cases} +1, & \text{для верхней руки} \\ -1, & \text{для нижней руки} \end{cases} \quad (23)$$

$$\text{ЗАПЯСТЬЕ} = \begin{cases} +1, & \text{если кисть вниз} \\ -1, & \text{если кисть вверх} \end{cases} \quad (24)$$

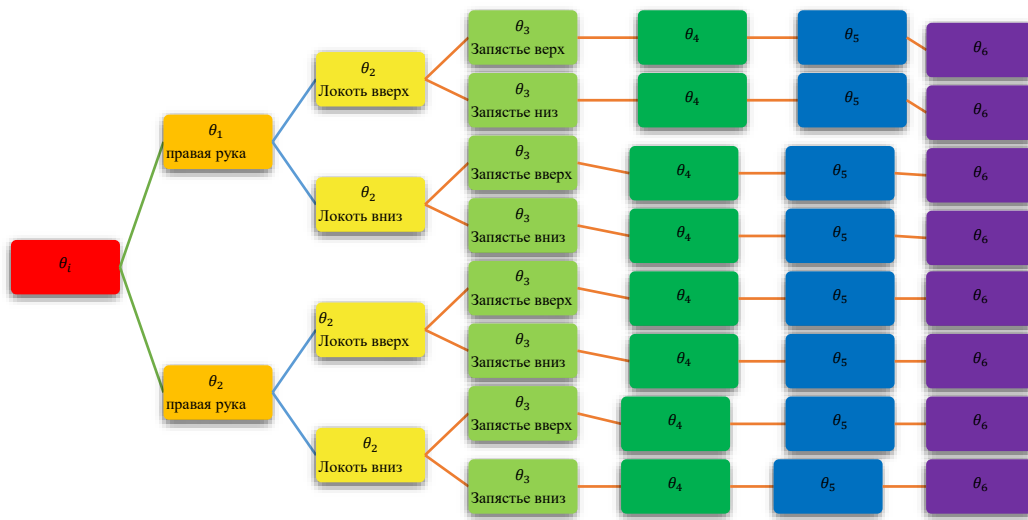


Рисунок 11 – Количество возможных конфигураций

На рисунке 11 продемонстрировано, что робот-манипулятор PUMA 560 с шестью степенями свободы всего имеет восемь различных конфигураций.

3.2 Решение для первых трех сочленений

Из кинематической схемы манипулятора PUMA 560 (рисунок 7) мы определяем вектор положения p , который указывает от начала системы координат плеча (x_0, y_0, z_0) до точки, где пересекаются оси трех последних суставов (рисунок 8):

$$p = p_6 - d_6 a = (p_x, p_y, p_z)^T, \quad (25)$$

что соответствует вектору положения T_0^4 ;

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1(a_2c_2 + a_3c_{23} + d_4s_{23}) - d_2s_1 \\ s_1(a_2c_2 + a_3c_{23} + d_4s_{23}) + d_2s_1 \\ d_4c_{23} - a_3s_{23} - a_2s_2 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

3.2.1 Решение для первого звена

Если спроецировать вектор положения p на плоскость $x_0 - y_0$ (рисунок 12), мы получим следующие уравнения для решения θ_1 :

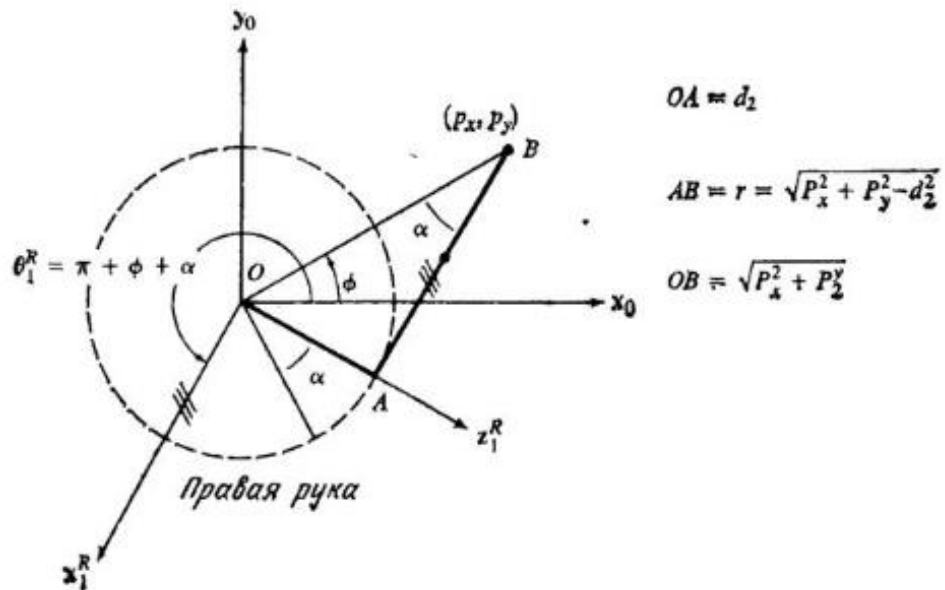
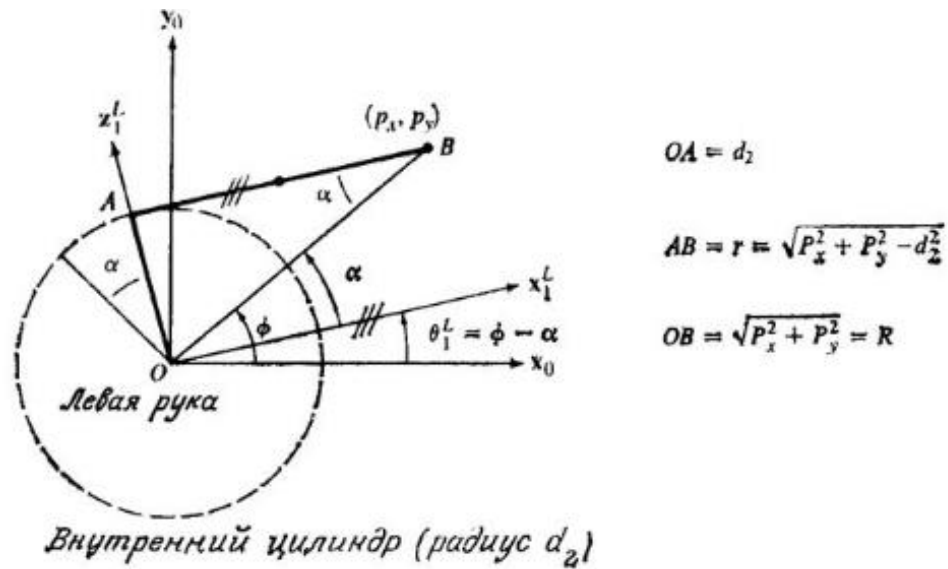


Рисунок 12 – Решение для первого угла [8]

$$\theta_1^L = \varphi - \alpha; \theta_1^R = \pi + \varphi + \alpha, \quad (27)$$

$$r = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2}; R = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \quad (28)$$

$$\sin \varphi = \frac{p_y}{R}; \cos \varphi = \frac{p_x}{R}, \quad (29)$$

$$\sin \alpha = \frac{d_2}{R}; \cos \alpha = \frac{r}{R}. \quad (30)$$

где верхний индекс L/R на углах сустава указывает на конфигурацию левой/правой руки. Из уравнения (27-30) мы получаем функции синуса и косинуса θ_1 для конфигурации левой/правой руки.

$$\sin \theta_1^L = \sin(\varphi - \alpha) = \sin \varphi \cos \alpha - \cos \varphi \sin \alpha = \frac{p_y r - p_x d_2}{R^2}, \quad (31)$$

$$\cos \theta_1^L = \cos(\varphi - \alpha) = \cos \varphi \cos \alpha + \sin \varphi \sin \alpha = \frac{p_x r - p_y d_2}{R^2}, \quad (32)$$

$$\sin \theta_1^R = \sin(\pi + \varphi + \alpha) = \frac{-p_y r - p_x d_2}{R^2}, \quad (33)$$

$$\cos \theta_1^R = \cos(\pi + \varphi + \alpha) = \frac{-p_x r + p_y d_2}{R^2}. \quad (34)$$

Комбинируя уравнения (31-34) и используя индикатор руки для указания конфигурации левой/правой руки, мы получаем функции синуса и косинуса θ_1 соответственно:

$$\theta_1 = \text{atan2} \left[\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} \right] = \text{atan2} \left[\frac{-\text{ARM} \cdot p_y \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} - p_x d_2}{-\text{ARM} \cdot p_x \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2} - p_y d_2} \right]; -\pi \leq \theta_1 \leq \pi. \quad (35)$$

3.2.2 Решение для второго звена

Чтобы найти θ_2 , спроецируем вектор положения p на плоскость $x_1 - y_1$ (рисунок 13). Из рисунка 13 имеем четыре различные конфигурации руки. Каждая конфигурация руки соответствует разным значениям второго звена.

Таблица 3 – Вариации конфигурации второго звена

Конфигурация руки	θ_2	ARM	ELBOW	K
Левая верхняя	$(\alpha - \beta)$	-1	+1	-1
Левая нижняя	$(\alpha + \beta)$	-1	-1	+1
Правая верхняя	$(\alpha + \beta)$	+1	+1	+1
Правая нижняя	$(\alpha - \beta)$	+1	-1	-1

В таблице 3 значения α и β изменяется пределах $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ и $0^\circ \leq \beta \leq 90^\circ$, а индикатор ARM соответствует индикатору РУКА, индикатору ELBOW – индикатору ЛОКОТЬ.

$$K = ARM \cdot ELBOW. \quad (36)$$

Как следует из таблицы 3, используя индикаторы конфигурации РУКА и ЛОКОТЬ, для θ_2 можно записать единое для всех возможных конфигураций манипулятора выражение:

$$\theta_2 = \alpha + (ARM \cdot ELBOW)\beta = \alpha + K \cdot \beta. \quad (37)$$

Геометрия манипулятора (рисунок 13) позволяет записать следующие соотношения:

$$R = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - d_2^2}; r = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 - d_2^2}, \quad (38)$$

$$\sin \alpha = -\frac{p_z}{R}; \cos \alpha = -\frac{ARM \cdot r}{R}, \quad (39)$$

$$\cos \beta = \frac{a_2^2 + R^2 - (d_4^2 + a_3^2)}{2a_2R}; \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta}, \quad (40)$$

$$\sin \theta_2 = \sin(\alpha + K \cdot \beta) = \sin \alpha \cos \beta + K \cos \alpha \sin \beta, \quad (41)$$

$$\cos \theta_2 = \cos(\alpha + K \cdot \beta) = \cos \alpha \cos \beta - K \sin \alpha \sin \beta, \quad (42)$$

$$\theta_2 = \text{atan2} \left[\frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2} \right]; -\pi \leq \theta_2 \leq \pi. \quad (43)$$

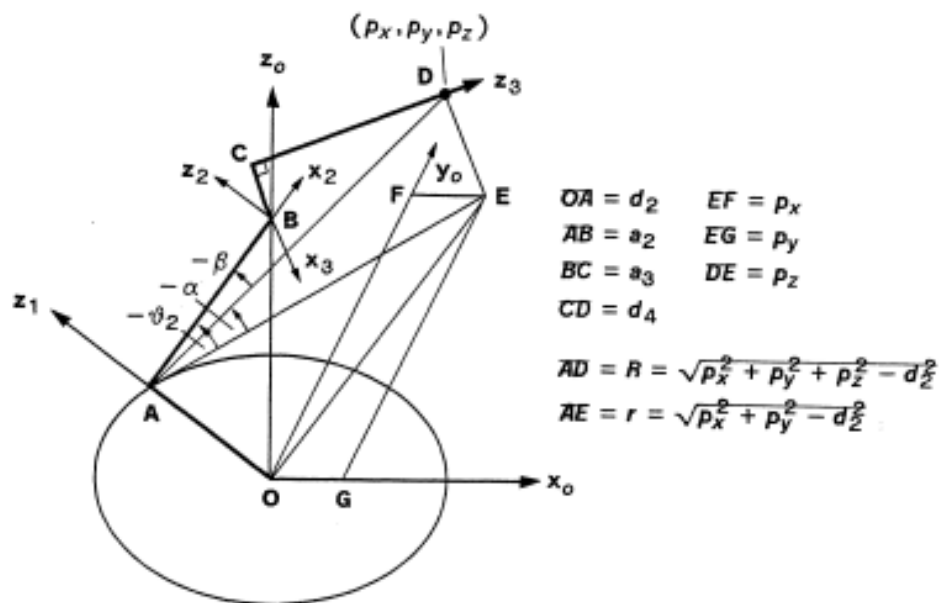


Рисунок 13 – Решение для второго угла [8]

3.2.3 Решение для третьего звена

Чтобы найти θ_3 , спроецируем вектор положения p на плоскость $x_2 - y_2$ (рисунок 14). Как и в предыдущем случае имеем четыре различные конфигурации руки. Каждая конфигурация руки соответствует разным значениям третьего звена (смотреть таблицу 4):

Таблица 4 – Вариации конфигурации третьего звена

Конфигурация руки	$(p_2^4)_y$	θ_3	ARM	ELBOW	K
Левая верхняя	≥ 0	$(\varphi - \beta)$	-1	+1	-1
Левая нижняя	≤ 0	$(\varphi - \beta)$	-1	-1	+1
Правая верхняя	≤ 0	$(\varphi - \beta)$	+1	+1	+1
Правая нижняя	≥ 0	$(\varphi - \beta)$	+1	-1	-1

Параметр $(p_2^4)_y$ представляет собой y -компоненту вектора, выходящего из начала системы координат (x_2, y_2, z_2) и заканчивающегося в точке пересечения осей последних трех сочленений.

Из рисунка 14 получаем следующие равенства, позволяющие определить θ_3 :

$$R = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - d_2^2}, \quad (44)$$

$$\cos \varphi = \frac{a_2^2 + (d_4^2 + a_3^2) - R^2}{2a_2\sqrt{d_4^2 + a_3^2}}; \quad \sin \varphi = K\sqrt{1 - \cos^2 \beta}, \quad (45)$$

$$\sin \beta = \frac{d_4}{\sqrt{d_4^2 + a_3^2}}; \quad \cos \beta = \frac{|a_3|}{\sqrt{d_4^2 + a_3^2}}. \quad (46)$$

Из таблицы 4, мы получаем уравнение для θ_3 :

$$\theta_3 = \varphi - \beta, \quad (47)$$

$$\sin \theta_3 = \sin(\varphi - \beta) = \sin \varphi \cos \beta - \cos \varphi \sin \beta, \quad (48)$$

$$\cos \theta_3 = \cos(\varphi - \beta) = \cos \varphi \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta, \quad (49)$$

$$\theta_3 = \text{atan2} \left[\frac{\sin \theta_3}{\cos \theta_3} \right]; \quad -\pi \leq \theta_3 \leq \pi. \quad (50)$$

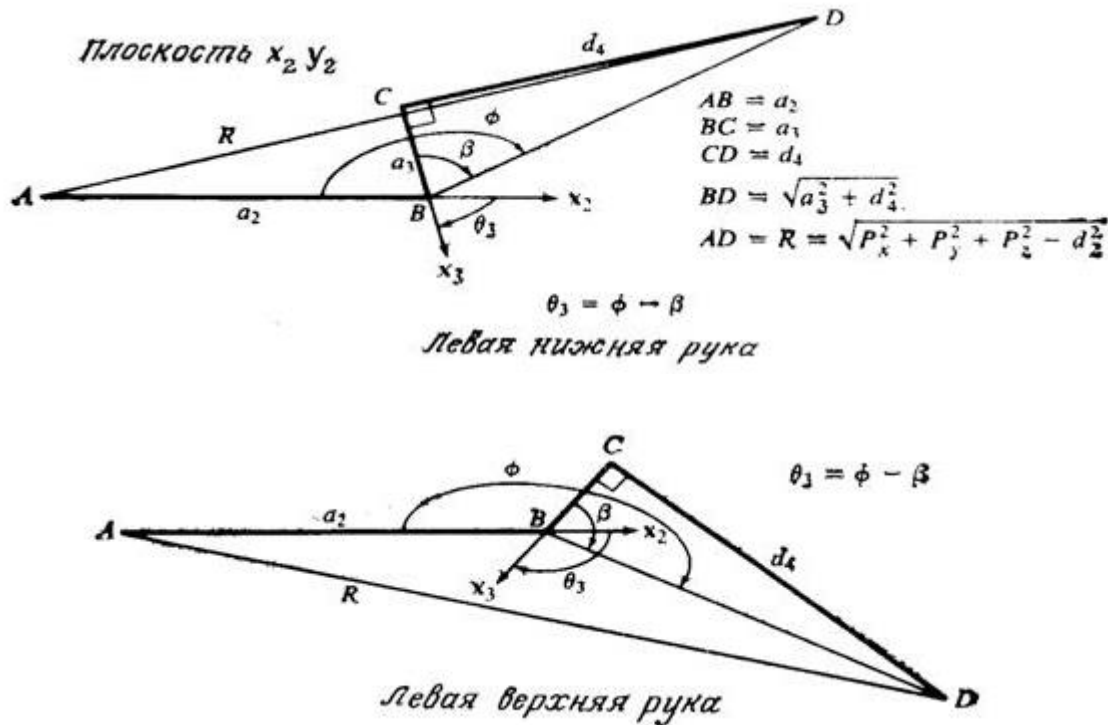


Рисунок 14 – Решение для третьего угла [8]

3.3 Решение для последних трех сочленений

Зная первые три угла, можно сформировать матрицу T_0^3 , часто используемую при решении обратной задачи кинематики для последних трех сочленений.

Для манипулятора PUMA это решение можно получить, приводя сочленения в соответствие со следующими требованиями:

1. Сочленение 4 должно быть установлено так, чтобы вращением в сочленении 5 можно было совместить ось вращения сочленения 6 с заданным вектором подхода (вектором a матрицы T).
2. Сочленение 5 должно быть установлено так, чтобы ось вращения сочленения 6 совпадала с вектором подхода.
3. Сочленение 6 должно быть установлено так, чтобы ось y_6 совпала с заданным касательным вектором схвата, определяющим его ориентацию.

Перечисленные условия соответственно записываются в следующем виде:

$$z_4 = \frac{\pm(z_3 \times a)}{\|z_3 \times a\|}; \text{ при заданном } a = (a_x a_y a_z)^T, \quad (52)$$

$$a = z_5; \text{ при заданном } a = (a_x a_y a_z)^T, \quad (53)$$

$$s = y_6; \text{ при заданном } n = (n_x n_y n_z)^T. \quad (54)$$

В равенстве (52) векторное произведение может быть, как положительным, так и отрицательным. Поэтому возможны два решения для θ_4 . При равенстве векторного произведения нулю (т.е. ось z_3 параллельна a) имеет место вырожденный случай. Это происходит, когда оси вращения 4-го и 6-го сочленений параллельны, и означает, что при данной конкретной конфигурации был бы достаточен пятиосный, а не шестиосный манипулятор.

3.3.1 Решение для четвертого звена

Обе возможные ориентации ЗАПЯСТЬЯ (ВВЕРХ и ВНИЗ) определяются ориентацией системы координат схвата (n, s, a) относительно системы координат (x_5, y_5, z_5) . Знак векторного произведения в равенстве (52) должен быть определен с учетом ориентации n или s по отношению к единичным векторам x_5 или y_5 соответственно, которые в свою очередь ориентированы определенным образом относительно единичного вектора z_4 в соответствии с правилами выбора систем координат.

Предположим, что векторное произведение в равенстве (52) имеет положительный знак. Признаком этого может служить индикатор ориентации Ω , определяемый следующим образом:

$$\Omega = \begin{cases} 0 ; \text{ в вырожденном случае} \\ s \cdot y_5 ; \text{ если } s \cdot y_5 \neq 0 \\ n \cdot y_5 ; \text{ если } s \cdot y_5 = 0 \end{cases} . \quad (55)$$

В соответствии с рисунком 2, $y_5 = z_4$, и используя равенство (52) можно представить индикатор ориентации Ω в следующем виде:

$$\Omega = \begin{cases} 0 ; \text{ в вырожденном случае} \\ s \cdot \frac{(z_3 \times a)}{\|z_3 \times a\|} ; \text{ если } s \cdot (z_3 \times a) \neq 0 \\ n \cdot \frac{(z_3 \times a)}{\|z_3 \times a\|} ; \text{ если } s \cdot (z_3 \times a) = 0 \end{cases} . \quad (56)$$

Различная ориентация запястья, возникающая в результате комбинации различных значений индикаторов ЗАПЯСТЬЕ и ориентации, представлена в таблице 5.

Таблица 5 – Вариации конфигурации четвертого звена

Конфигурация	$\Omega = s \cdot y_5$ или $n \cdot y_5$	WRIST	$M = WRIST \cdot SIGN(\Omega)$
Левая верхняя	≥ 0	+1	+1
Левая нижняя	< 0	-1	-1
Правая верхняя	≤ 0	+1	+1
Правая нижняя	< 0	-1	-1

В таблице 5 значения индикатор WRIST соответствует индикатору ЗАПЯСТЬЕ.

Проецируя систему координат (x_4, y_4, z_4) на плоскость $x_3 - y_3$ (рисунок 15) и используя таблицу 5, получаем следующие соотношения:

$$\sin \theta_4 = -M(z_4 \cdot x_3); \cos \theta_4 = M(z_4 \cdot y_3). \quad (57)$$

где x_3 и y_3 – соответственно первый и второй столбцы матрицы T_0^3 , $M = WRIST \cdot SIGN(\Omega)$, а функция $sign$ определяется выражением:

$$sign(x) = \begin{cases} +1; & \text{если } x \geq 0 \\ -1; & \text{если } x < 0 \end{cases} \quad (58)$$

Таким образом, с помощью индикатора ЗАПЯСТЬЕ и индикатора ориентации решение для θ_4 может быть представлено в виде:

$$\theta_4 = atan2 \left[\frac{\sin \theta_4}{\cos \theta_4} \right]; -\pi \leq \theta_4 \leq \pi. \quad (59)$$

В вырожденном случае переменной θ_4 может быть присвоено любое значение, согласующееся с ориентацией запястья (КИСТЬ ВВЕРХ/ВНИЗ). Это условие всегда удовлетворяется, если положить θ_4 равным текущему значению θ_4 .

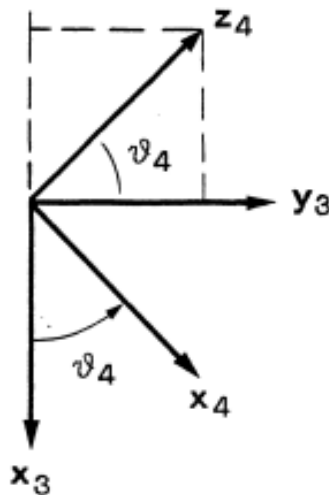


Рисунок 15 – Решение для четвертого угла [8]

3.3.2 Решение для пятого звена

Для определения θ_5 принимаем, что ось шестого сочленения совпадает с заданным вектором подхода ($a = z_5$). Проецируем систему координат (x_5, y_5, z_5) на плоскость $x_4 - y_4$ (рисунок 16) получаем следующее выражение:

$$\sin \theta_5 = a \cdot x_4; \quad \cos \theta_5 = -(a \cdot y_4). \quad (60)$$

где x_4 и y_4 – соответственно первый и второй столбцы матрицы T_0^4 , a – вектор подхода.

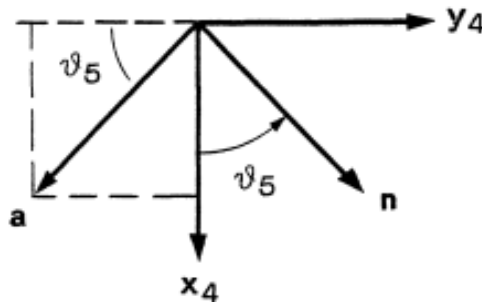


Рисунок 16 – Решение для пятого угла [8]

Таким образом, θ_5 может быть представлено в виде:

$$\theta_5 = \text{atan2} \left[\frac{\sin \theta_5}{\cos \theta_5} \right]; \quad -\pi \leq \theta_5 \leq \pi. \quad (61)$$

Если $\theta_5 \approx 0$, имеет место вырожденный случай.

3.3.3 Решение для шестого звена

Необходимо получить такую ориентацию схвата, чтобы поднять объект манипулирования. Для этого надо так расположить схват, чтобы $s = y_6$. Проецируя систему координат схвата (n, s, a) на плоскость $x_5 - y_5$ (рисунок 17) получаем следующее выражение:

$$\sin \theta_6 = n \cdot y_5; \quad \cos \theta_5 = -(s \cdot y_5). \quad (62)$$

где y_5 второй столбцы матрицы T_0^5 , а n и s – соответственно нормальный и касательный векторы матрицы T_0^6 .

Таким образом, θ_6 может быть представлено в виде:

$$\theta_6 = \text{atan2} \left[\frac{\sin \theta_6}{\cos \theta_6} \right]; -\pi \leq \theta_6 \leq \pi \quad (63)$$

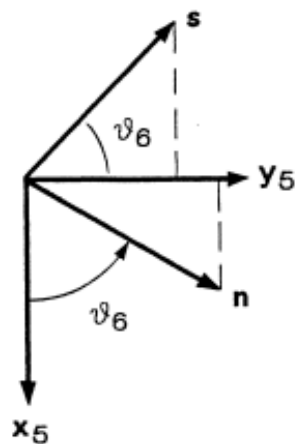


Рисунок 17 – Решение для шестого угла [8]

4 Результаты решения обратной задачи кинематики

Результаты решения прямой и обратной задач кинематики для робота-манипулятора PUMA 560 были приложены в таблице 6. Из таблицы видно, что решение прямой задачи совпадает с решением, полученным при решении обратной задачи.

Таблица 6 – Результаты решения ОЗК

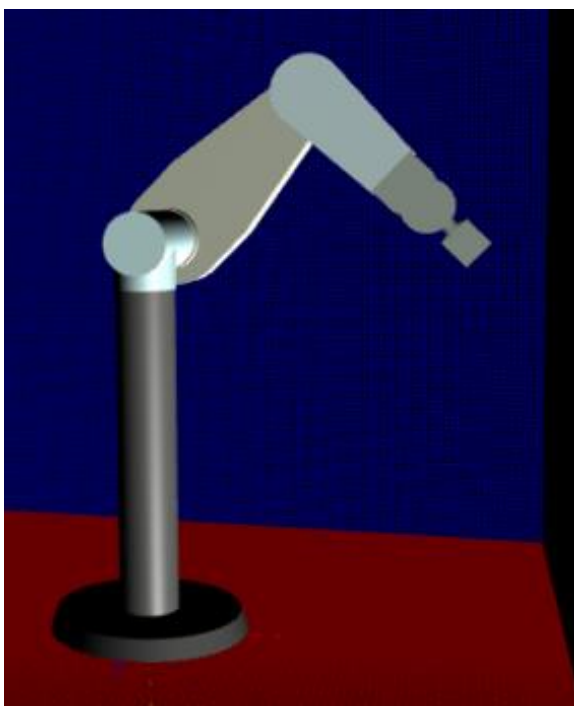
№	θ_i заданные, при решении ПЗК	Матрица вращения	Вектор положения	θ_i , полученные при решении ОЗК
1	$\theta_1 = 90^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2, 3$.	$\begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ -0.707 & 0 & 0.707 \\ -0.707 & 0 & -0.707 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -149.09 \\ 655.697 \\ -26.304 \end{matrix}$	$\theta_1 = 90.0$, $\theta_2 = -45.0$ $\theta_3 = 180.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.
2	$\theta_1 = 90^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2$.	$\begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ 0.707 & 0 & -0.707 \\ 0.707 & 0 & 0.707 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -149.09 \\ -55.041 \\ 636.962 \end{matrix}$	$\theta_1 = 90.0$, $\theta_2 = -45.0$ $\theta_3 = 0.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.
3	$\theta_1 = 90^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2, 3$.	$\begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ -0.707 & 0 & -0.707 \\ 0.707 & 0 & -0.707 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -149.09 \\ -26.304 \\ -655.697 \end{matrix}$	$\theta_1 = 90.0$, $\theta_2 = 45.0$, $\theta_3 = 180.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.

Продолжение таблицы 6

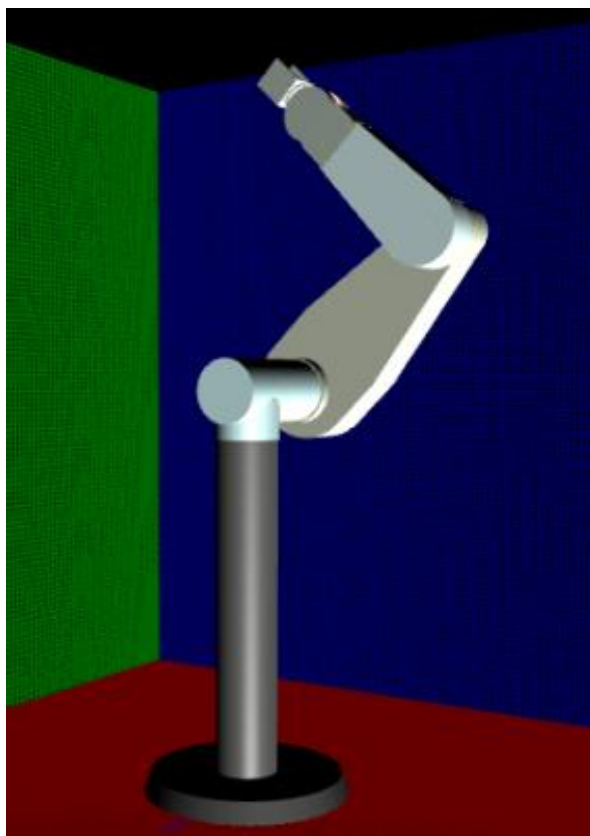
№	θ_i заданные, при решении ПЗК	Матрица вращения	Вектор положения	θ_i , полученные при решении ОЗК
4	$\theta_1 = -90^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2, 3.$	$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.707 & 0 & -0.707 \\ -0.707 & 0 & -0.707 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 149.09 \\ -655.699 \\ -26.304 \end{matrix}$	$\theta_1 = -90.0$, $\theta_2 = -45.0$, $\theta_3 = 180.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.
5	$\theta_1 = -90^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2.$	$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.707 & 0 & 0.707 \\ 0.707 & 0 & 0.707 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 149.09 \\ 55.041 \\ 636.962 \end{matrix}$	$\theta_1 = -90.0$, $\theta_2 = -45.0$, $\theta_3 = 0.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.
6	$\theta_1 = -90^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2, 3.$	$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0.707 & 0 & 0.707 \\ 0.707 & 0 & -0.707 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 149.09 \\ 26.304 \\ -655.699 \end{matrix}$	$\theta_1 = -90.0$, $\theta_2 = 45.0$, $\theta_3 = 180.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.
7	$\theta_1 = 90^\circ$, $\theta_3 = 90^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 3.$	$\begin{matrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -149.09 \\ 921.120 \\ 20.320 \end{matrix}$	$\theta_1 = 90.0$, $\theta_2 = 0.0$, $\theta_3 = 90.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.

Продолжение таблицы 6

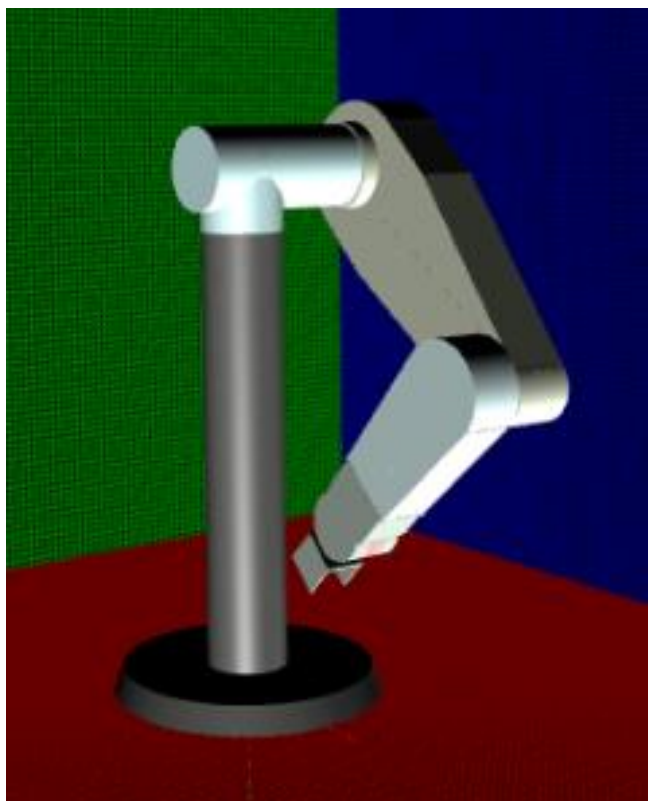
№	θ_i заданные, при решении ПЗК	Матрица вращения	Вектор положения	θ_i , полученные при решении ОЗК
8	$\theta_1 = 90^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2$.	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0.707 & 0 & 0.707 \\ -0.707 & 0 & 0.707 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -149.09 \\ 636.961 \\ 55.041 \end{bmatrix}$	$\theta_1 = 90.0$, $\theta_2 = 45.0$, $\theta_3 = 0.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.
9	$\theta_1 = -90^\circ$, $\theta_2 = 45^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2$.	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.707 & 0 & -0.707 \\ -0.707 & 0 & 0.707 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -149.09 \\ -636.961 \\ 55.041 \end{bmatrix}$	$\theta_1 = -90.0$, $\theta_2 = 45.0$, $\theta_3 = 45.0$, $\theta_4 = 0.0$, $\theta_5 = 0.0$, $\theta_6 = 0.0$.



Риснок 18 – Положение при $\theta_1 = 90^\circ$, $\theta_2 = -45^\circ$, $\theta_3 = 180^\circ$, $\theta_i = 0^\circ$, $i \neq 1, 2, 3$



Риснок 19 – Положение при $\theta_1 = 90^\circ, \theta_2 = -45^\circ, \theta_i = 0^\circ, i \neq 1, 2$



Риснок 20 – Положение при $\theta_1 = 90^\circ, \theta_2 = 45^\circ, \theta_3 = 180^\circ, \theta_i = 0^\circ, i \neq 1, 2, 3$



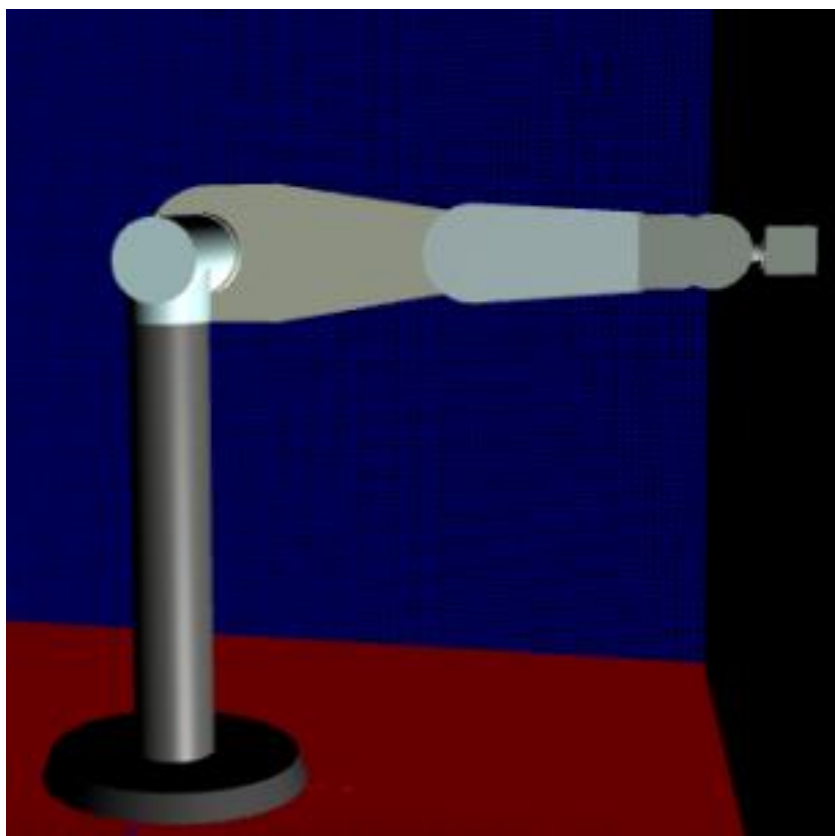
Риснок 21 – Положение при $\theta_1 = 90^\circ, \theta_2 = -45^\circ, \theta_i = 0^\circ, i \neq 1, 2$



Риснок 22 – Положение при $\theta_1 = -90^\circ, \theta_2 = -45^\circ, \theta_i = 0^\circ, i \neq 1, 2$



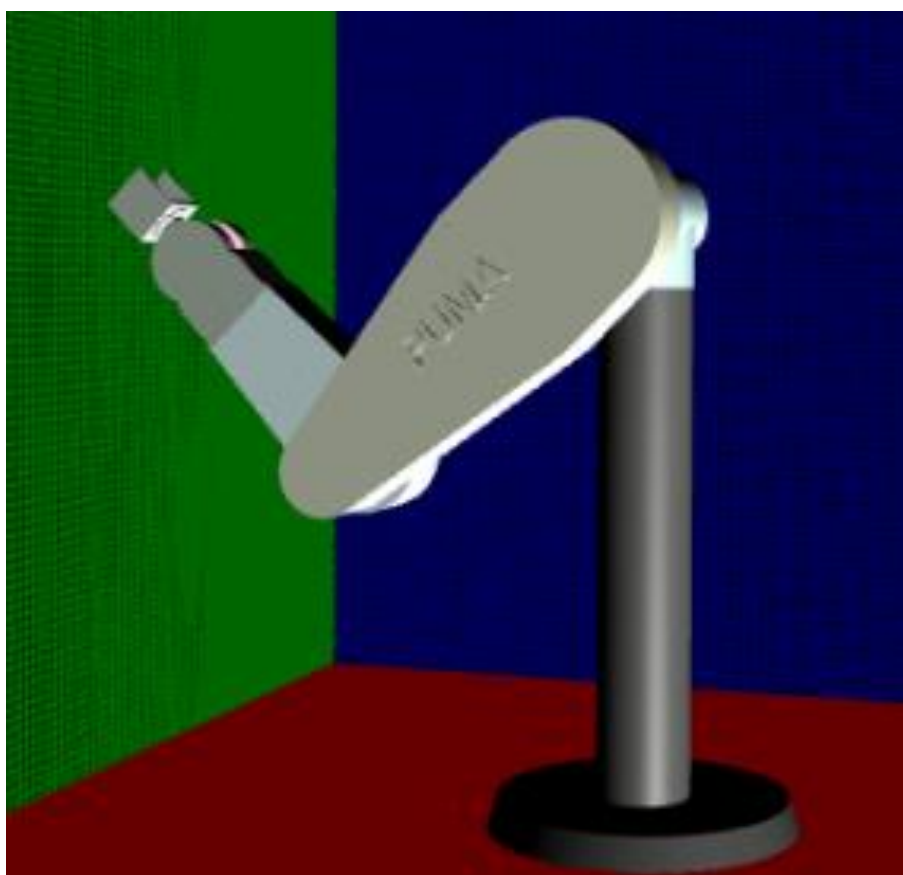
Риснок 23 – Положение при $\theta_1 = -90^\circ, \theta_2 = 45^\circ, \theta_3 = 180^\circ, \theta_i = 0^\circ, i \neq 1, 2,$



Риснок 24 – Положение при $\theta_1 = 90^\circ, \theta_3 = 90^\circ, \theta_i = 0^\circ, i \neq 1, 3$



Риснок 25 – Положение при $\theta_1 = 90^\circ, \theta_2 = 45^\circ, \theta_i = 0^\circ, i \neq 1, 2$



Риснок 26 – Положение при $\theta_1 = -90^\circ, \theta_2 = 45^\circ, \theta_i = 0^\circ, i \neq 1, 2$

Рисунки 18-26 [11] демонстрируют положения, которое занимает робот-манипулятор PUMA 560 в пространстве при определенной конфигурации поворота углов звеньев.

Для вычисления прямой и обратной задачи была написана расчетная программа на языке высокого уровня C++ (приложения А). Программирование производилось в среде программирования Microsoft Visual Studio.

В итоге было получено восемь различных конфигураций для положения рабочего органа в пространстве, а именно правая рука вверх, запястье вниз; правая рука вниз, запястье вверх; правая рука вверх, запястье вверх; правая рука вниз, запястье вниз; левая рука вверх, запястье вниз; левая рука вниз, запястье вверх; левая рука вверх, запястье вверх; левая рука вниз, запястье вниз (рисунок 11).

Из таблицы 6 видно, что решение прямой задачи, при использовании геометрического метода, совпадает с решением обратной задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе решались прямая и обратная кинематические задачи для робота манипулятора с шестью степенями свободы PUMA 560. В ходе работы была создана программа расчёта прямой задачи кинематики, также продемонстрированы различные положения, занимаемые роботом манипулятором в пространстве при различных конфигурациях звеньев. Для описания положения рабочего органа, что является целью решения прямой задачи кинематики, было рассмотрено представление Денавита-Хартенберга, заключающееся во введении для каждого сочленения робота четырех параметров, по которым можно отследить изменение положения системы координат, связанной с одной кинематической парой, относительно системы координат, связанной с предыдущей кинематической парой.

Решение обратной задачи производилось с помощью геометрического метода, используя три индикатора конфигурации руки (рука, локоть и запястье). Было продемонстрировано 8 конфигураций, которые может занять манипулятор в пространстве. При решении обратной задачи кинематики геометрическим методом, значения полученных углов совпадают со значениями заданных углов в прямой задаче кинематики.

В ходе работы был изучен необходимый для создания программы функционал языка программирования C++ и среды разработки Microsoft Visual Studio, где было получено решение прямой и обратной задач кинематики для робота-манипулятора PUMA 560.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лесков А.Г., К.В. Бажинова, Селиверстова Е.В. Кинематика и динамика исполнительных механизмов манипуляционных роботов: учебное пособие. Москва: Изд. МГТУ им. Баумана, 2017. 104 с.
2. Горбенко Т. И. Основы мехатроники и робототехники: учебно-методический комплекс / Т. И. Горбенко, М. В. Горбенко; Том. гос. ун-т, [Ин-т дистанционного образования]. - Томск: [ИДО ТГУ], 2011
3. Колпаков С. Г. Классификация роботов по использованию, передвижению и компонентам / С. Г. Колпаков, А. Д. Мячиков. – Текст: непосредственный // Молодой ученый. – 2017. – № 3 (137). – С. 241-244.
4. Роботы-манипуляторы, [Электронный ресурс] // 2019 – URL: <https://vektorus.ru/blog/robot-manipulyator.html> (дата обращения: 24.05.2022)
5. Робот-манипулятор PUMA 560, [Электронный ресурс] // 2020 – URL: <https://robodk.com/robot/PUMA/560> (дата обращения: 24.05.2022)
6. Серджио, Р. Х. Решение обратной задачи кинематики для последовательного избыточного манипулятора с 7 степенями свободы с использованием теории базисов Грёбнера / Р. Х. Серджио. – Текст: электронный // hindawi.com: [сайт]. – URL: <https://webthesis.biblio.polito.it/12467>.
7. Крейг, Д. Введение в робототехнику. Механика и управление / Д. Крейг. – М. : Институт компьютерных исследований, 2013. – 564 с.
8. Зиглер М. Геометрический подход к инверсной кинематике роботов Пума: дис. Энн- Арбор, Мичиган, 1983. – 86 с.
9. Лаборатория механизмов и робототехники, [Электронный ресурс] // 2020 – URL: <http://vlabs.iitkgp.ac.in/mr/exp3/inverse-kinematics-of-puma-560.html> (дата обращения: 25.05.2022)

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Код расчетной программы

Код создан в Microsoft Visual Studio и использован в разделе 2-3.

```
#include "pch.h"
#include <iostream>
#include <cmath>

using namespace std;

int sign_func(double x);

#define PI 3.1415926535

const double to_rad = PI / 180.0;
const double to_deg = 180.0 / PI;
const double a2 = 431.8, a3 = -20.32;
const double d2 = 149.09, d4 = 433.07, d6 = 56.25;

double nx, ny, nz, sx, sy, sz, ax, ay, az, px, py, pz;
double th1, th2, th3, th4, th5, th6;
double s_z4, n_z4;
double px4, py4, pz4;

double sin_th1, cos_th1, ic_th1;
double sin_al_th2, cos_al_th2, sin_bt_th2, cos_bt_th2, sin_th2, cos_th2, ic_th2;
double sin_fi_th3, cos_fi_th3, sin_bt_th3, cos_bt_th3, sin_th3, cos_th3, ic_th3;
double om_th4, m_th4, sin_th4, cos_th4, ic_th4;
double sin_th5, cos_th5, ic_th5;
double sin_th6, cos_th6, ic_th6;

double s_y5, n_y5, z4_x3, z4_y3;
double s_y6, n_y6, z4_x4, z4_y4;
double z5_x4, z5_y4;

int arm, elbow, wrist;

int main()
{
    // Forward kinematic

    th1 = 90.0 * to_rad;
    th2 = 0.0 * to_rad;
```

```

th3 = 90.0 * to_rad;
th4 = 0.0 * to_rad;
th5 = 0.0 * to_rad;
th6 = 0.0 * to_rad;

```

```

nx = cos(th1) * (cos(th2 + th3) * (cos(th4) * cos(th5) * cos(th6) - sin(th4) *
sin(th6)) - sin(th2 + th3) * sin(th5) * cos(th6)) - sin(th1) * (sin(th4) * cos(th5) *
cos(th6) + cos(th4) * sin(th6));

```

```

ny = sin(th1) * (cos(th2 + th3) * (cos(th4) * cos(th5) * cos(th6) - sin(th4) *
sin(th6)) - sin(th2 + th3) * sin(th5) * cos(th6)) + cos(th1) * (sin(th4) * cos(th5) *
cos(th6) + cos(th4) * sin(th6));

```

```

nz = -sin(th2 + th3) * (cos(th4) * cos(th5) * cos(th6) - sin(th4) * sin(th6)) -
cos(th2 + th3) * sin(th5) * cos(th6);

```

```

sx = cos(th1) * (-cos(th2 + th3) * (cos(th4) * cos(th5) * sin(th6) + sin(th4) *
cos(th6)) + sin(th2 + th3) * sin(th5) * sin(th6)) - sin(th1) * (-sin(th4) * cos(th5) *
sin(th6) + cos(th4) * cos(th6));

```

```

sy = sin(th1) * (-cos(th2 + th3) * (cos(th4) * cos(th5) * sin(th6) + sin(th4) *
cos(th6)) + sin(th2 + th3) * sin(th5) * sin(th6)) + cos(th1) * (-sin(th4) * cos(th5) *
sin(th6) + cos(th4) * cos(th6));

```

```

sz = sin(th2 + th3) * (cos(th4) * cos(th5) * sin(th6) + sin(th4) * cos(th6)) +
cos(th2 + th3) * sin(th5) * sin(th6);

```

```

ax = cos(th1) * (cos(th2 + th3) * cos(th4) * sin(th5) + sin(th2 + th3) *
cos(th5)) - sin(th1) * sin(th4) * sin(th5);

```

```

ay = sin(th1) * (cos(th2 + th3) * cos(th4) * sin(th5) + sin(th2 + th3) *
cos(th5)) + cos(th1) * sin(th4) * sin(th5);

```

```

az = -sin(th2 + th3) * cos(th4) * sin(th5) + cos(th2 + th3) * cos(th5);

```

```

px = cos(th1) * (d6 * (cos(th2 + th3) * cos(th4) * sin(th5) + sin(th2 + th3) *
cos(th5)) + sin(th2 + th3) * d4 + a3 * cos(th2 + th3) + a2 * cos(th2)) - sin(th1) *
(d6 * sin(th4) * sin(th5) + d2);

```

```

py = sin(th1) * (d6 * (cos(th2 + th3) * cos(th4) * sin(th5) + sin(th2 + th3) *
cos(th5)) + sin(th2 + th3) * d4 + a3 * cos(th2 + th3) + a2 * cos(th2)) + cos(th1) *
(d6 * sin(th4) * sin(th5) + d2);

```

```

pz = d6 * (cos(th2 + th3) * cos(th5) - sin(th2 + th3) * cos(th4) * sin(th5)) +
cos(th2 + th3) * d4 - a3 * sin(th2 + th3) - a2 * sin(th2);

```

```

// Inverse kinematic

```

```

px4 = cos(th1) * (a2 * cos(th2) + a3 * cos(th2 + th3) + d4 * sin(th2 + th3)) -
d2 * sin(th1);

```

```

py4 = sin(th1) * (a2 * cos(th2) + a3 * cos(th2 + th3) + d4 * sin(th2 + th3)) +
d2 * cos(th1);

```

```

pz4 = d4 * cos(th2 + th3) - a3 * sin(th2 + th3) - a2 * sin(th2);

```



```

s_z4 = sx * (-sin(th4) * (cos(th1) * cos(th2) * cos(th3) - cos(th1) * sin(th2) *
sin(th3)) - cos(th4) * sin(th1)) +
      sy * (cos(th1) * cos(th4) - sin(th4) * (cos(th2) * cos(th3) * sin(th1) -
sin(th1) * sin(th2) * sin(th3))) +
      sz * sin(th4) * (cos(th2) * sin(th3) + cos(th3) * sin(th2));

n_z4 = nx * (-sin(th4) * (cos(th1) * cos(th2) * cos(th3) - cos(th1) * sin(th2)
* sin(th3)) - cos(th4) * sin(th1)) +
      ny * (cos(th1) * cos(th4) - sin(th4) * (cos(th2) * cos(th3) * sin(th1) -
sin(th1) * sin(th2) * sin(th3))) +
      nz * sin(th4) * (cos(th2) * sin(th3) + cos(th3) * sin(th2));

arm = sign_func(-d4 * sin(th2 + th3) - a3 * cos(th2 + th3) - a2 * cos(th2));
elbow = arm * sign_func(d4 * cos(th3) - a3 * sin(th3));

if (s_z4 != 0) wrist = sign_func(s_z4);
if (s_z4 == 0) wrist = sign_func(n_z4);

// First joint:

sin_th1 = (-arm * py4 * sqrt(pow(px4, 2) + pow(py4, 2) - pow(d2, 2)) - px4
* d2) / (pow(px4, 2) + pow(py4, 2));
cos_th1 = (-arm * px4 * sqrt(pow(px4, 2) + pow(py4, 2) - pow(d2, 2)) + py4
* d2) / (pow(px4, 2) + pow(py4, 2));

ic_th1 = atan2(sin_th1, cos_th1);

// Second joint:

sin_al_th2 = -pz4 / sqrt(pow(px4, 2) + pow(py4, 2) + pow(pz4, 2) - pow(d2,
2));
cos_al_th2 = -arm * sqrt(pow(px4, 2) + pow(py4, 2) - pow(d2, 2)) /
sqrt(pow(px4, 2) + pow(py4, 2) + pow(pz4, 2) - pow(d2, 2));
cos_bt_th2 = (pow(px4, 2) + pow(py4, 2) + pow(pz4, 2) - pow(d2, 2) +
pow(a2, 2) - (pow(d4, 2) + pow(a3, 2))) / (2 * a2 * sqrt(pow(px4, 2) + pow(py4, 2)
+ pow(pz4, 2) - pow(d2, 2)));
sin_bt_th2 = sqrt(1 - pow(cos_bt_th2, 2));

sin_th2 = sin_al_th2 * cos_bt_th2 + (arm * elbow) * cos_al_th2 *
sin_bt_th2;
cos_th2 = cos_al_th2 * cos_bt_th2 - (arm * elbow) * sin_al_th2 *
sin_bt_th2;

ic_th2 = atan2(sin_th2, cos_th2);

```

// Third joint:

```
cos_fi_th3 = (pow(a2, 2) + (pow(d4, 2) + pow(a3, 2)) - (pow(px4, 2) +  
pow(py4, 2) + pow(pz4, 2) - pow(d2, 2))) / (2 * a2 * sqrt(pow(d4, 2) + pow(a3,  
2)));
```

```
sin_fi_th3 = arm * elbow * sqrt(1 - pow(cos_fi_th3, 2));
```

```
sin_bt_th3 = d4 / sqrt(pow(d4, 2) + pow(a3, 2));
```

```
cos_bt_th3 = abs(a3) / sqrt(pow(d4, 2) + pow(a3, 2));
```

```
sin_th3 = sin_fi_th3 * cos_bt_th3 - cos_fi_th3 * sin_bt_th3;
```

```
cos_th3 = cos_fi_th3 * cos_bt_th3 + sin_fi_th3 * sin_bt_th3;
```

```
ic_th3 = atan2(sin_th3, cos_th3);
```

// Fourth joint:

```
s_y5 = sx * (-sin(th4) * (cos(th1) * cos(th2) * cos(th3) - cos(th1) * sin(th2) *  
sin(th3)) - cos(th4) * sin(th1)) +  
sy * (cos(th1) * cos(th4) - sin(th4) * (cos(th2) * cos(th3) * sin(th1) -  
sin(th1) * sin(th2) * sin(th3))) +  
sz * (sin(th4) * (cos(th2) * sin(th3) + cos(th3) * sin(th2))));
```

```
n_y5 = nx * (-sin(th4) * (cos(th1) * cos(th2) * cos(th3) - cos(th1) * sin(th2) *  
sin(th3)) - cos(th4) * sin(th1)) +  
ny * (cos(th1) * cos(th4) - sin(th4) * (cos(th2) * cos(th3) * sin(th1) -  
sin(th1) * sin(th2) * sin(th3))) +  
nz * (sin(th4) * (cos(th2) * sin(th3) + cos(th3) * sin(th2))));
```

```
if (s_y5 != 0) om_th4 = s_y5;
```

```
if (s_z4 == 0) om_th4 = n_y5;
```

```
m_th4 = wrist * sign_func(om_th4);
```

```
z4_x3 = (-sin(th4) * (cos(th1) * cos(th2) * cos(th3) - cos(th1) * sin(th2) *  
sin(th3)) - cos(th4) * sin(th1)) * (cos(th1) * cos(th2) * cos(th3) - cos(th1) * sin(th2) *  
sin(th3)) +  
(cos(th1) * cos(th4) - sin(th4) * (cos(th2) * cos(th3) * sin(th1) -  
sin(th1) * sin(th2) * sin(th3))) * (cos(th2) * cos(th3) * sin(th1) - sin(th1) * sin(th2) *  
sin(th3)) +  
(sin(th4) * (cos(th2) * sin(th3) + cos(th3) * sin(th2))) * (cos(th1) *  
cos(th2) * sin(th3) + cos(th1) * cos(th3) * cos(th2)));
```

```
z4_y3 = (-sin(th4) * (cos(th1) * cos(th2) * cos(th3) - cos(th1) * sin(th2) *  
sin(th3)) - cos(th4) * sin(th1)) * (-sin(th1)) +
```

```

        (cos(th1) * cos(th4) - sin(th4) * (cos(th2) * cos(th3) * sin(th1) -
sin(th1) * sin(th2) * sin(th3))) +
        (sin(th4) * (cos(th2) * sin(th3) + cos(th3) * sin(th2))) *
(cos(th2) * sin(th1) * sin(th3) + cos(th3) * sin(th1) * sin(th2)));

```

```

sin_th4 = -m_th4 * z4_x3;

```

```

cos_th4 = m_th4 * z4_y3;

```

```

ic_th4 = atan2(sin_th4, cos_th4);

```

```

// Fifth joint:

```

```

sin_th5 = (cos(th1) * cos(th2 + th3) * cos(th4) - sin(th1) * sin(th4)) * ax +
(sin(th1) * cos(th2 + th3) * cos(th4) + cos(th1) * sin(th4)) * ay - cos(th4) * sin(th2
+ th3) * az;

```

```

cos_th5 = cos(th1) * sin(th2 + th3) * ax + sin(th1) * sin(th2 + th3) * ay +
cos(th2 + th3) * az;

```

```

ic_th5 = atan2(sin_th5, cos_th5);

```

```

// Sixth joint:

```

```

sin_th6 = (-sin(th1) * cos(th4) - cos(th1) * cos(th2 + th3) * sin(th4)) * nx +
(cos(th1) * cos(th4) - sin(th1) * cos(th2 + th3) * sin(th4)) * ny + (sin(th4) * sin(th2
+ th3)) * nz;

```

```

cos_th6 = (-sin(th1) * cos(th4) - cos(th1) * cos(th2 + th3) * sin(th4)) * sx +
(cos(th1) * cos(th4) - sin(th1) * cos(th2 + th3) * sin(th4)) * sy + (sin(th4) * sin(th2
+ th3)) * sz;

```

```

ic_th6 = atan2(sin_th6, cos_th6);

```

```

cout << fixed;

```

```

cout.precision(6);

```

```

cout << "nx = " << nx << " " << "ny = " << ny << " " << "nz = " << nz <<
endl;

```

```

cout << "sx = " << sx << " " << "sy = " << sy << " " << "sz = " << sz <<
endl;

```

```

cout << "ax = " << ax << " " << "ay = " << ay << " " << "az = " << az <<
endl;

```

```

cout << " " << endl;

```

```

cout << "px = " << px << " " << "py = " << py << " " << "pz = " << pz <<
endl;

```

```

    cout << " " << endl;

    cout << "arm = " << arm << " " << "elbow = " << elbow << " " << "wrist
= " << wrist << endl;
    cout << " " << endl;

    cout << "ic_th1 = " << ic_th1 * to_deg << endl;
    cout << "ic_th2 = " << ic_th2 * to_deg << endl;
    cout << "ic_th3 = " << ic_th3 * to_deg << endl;
    cout << "ic_th4 = " << ic_th4 * to_deg << endl;
    cout << "ic_th5 = " << ic_th5 * to_deg << endl;
    cout << "ic_th6 = " << ic_th6 * to_deg << endl;

    return 0;

}

int sign_func(double x) {
    if (x > 0) return 1;
    else if (x == 0) return 1;
    else return -1;
}

```

Введите текст:

...или загрузите файл:

2_5264972882273899898.docx

Выбрать файл...

Укажите год публикации:

2022

Выберите коллекции

- | | | |
|---|--|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> Все | <input checked="" type="checkbox"/> Википедия | <input checked="" type="checkbox"/> Российские журналы |
| <input checked="" type="checkbox"/> Рефераты | <input checked="" type="checkbox"/> Российские конференции | <input checked="" type="checkbox"/> Энциклопедии |
| <input checked="" type="checkbox"/> Авторефераты | <input checked="" type="checkbox"/> Иностранные журналы | <input checked="" type="checkbox"/> Англоязычная википедия |
| <input checked="" type="checkbox"/> Иностранные конференции | | |
| <input checked="" type="checkbox"/> PubMed | | |

Анализировать

Проверить по расширенному списку коллекций системы Руконтекст

Год публикации: 2022.

Оценка оригинальности документа - 96.95%

Процент условно корректных заимствований - 0.0%

Процент некорректных заимствований - 3.05%

Просмотр заимствований в документе

Время выполнения: 9 с.



Документы из базы

Источники заимствования

В списке
литературы

Источники
заимствования

1. Построение обобщенной математической модели манипулятора подвижного робота

Авторы: Лимаренко Денис Павлович.

Год публикации: 2013. Тип публикации: статья научного журнала.

<http://cyberleninka.ru/article/n/postroenie-obobschennoy-matematicheskoy-modeli-manipulyatora-podvizhnogo-robota>

Показать заимствования (3)

1.25%

2. ДИНАМИКА УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ РОБОТА-ТРИПОДА С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ ПОДВИЖНОСТИ

Авторы: Гапоненко Елена Владимировна.

Год публикации: 2014. Тип публикации: автореферат диссертации.

<http://vak2.ed.gov.ru/idcUploadAutoref/renderFile/178978>

Показать заимствования (3)

0.98%

Научный руководитель:

Автор работы:

Руководитель ооп:

Лимаренко Д.П.

Гапоненко Е.В.

Гапоненко Е.В.

1 Фрахов О.Н.

1 Анисимова К.Р.

1 Ширин С.Р.