

Tarea 3

Algoritmos y Complejidad

2021-1

Camilo Contreras
201873063-7

12 de mayo de 2021

Concepto	Tiempo [min]
Investigación	5[h]
Desarrollo	3[h]
Informe	2[h]

1. Estime el error cometido al usar la regla de Simpson compuesta al calcular la integral siguiente para $x \geq 2$:

$$\text{Li}(x) = \int_2^x \frac{dt}{\ln t}$$

(50 puntos)

Para calcular el error, utilizamos la siguiente formula:

$$E = -\frac{(b-a)^5}{180n^4} \cdot f^{(4)}(e)$$

Donde:

- * a es el inicio del intervalo
- * b es el fin del intervalo
- * n es nuestro numero de divisiones (Siempre par)
- * $f^{(4)}(e)$ es la cuarta derivada de nuestra funcion, evaluada en el punto maximo de la funcion.

Sabemos que nuestra funcion es de creciente, por lo tanto nuestro maximo seria 2. Reemplazando los valores nos quedaria.

$$E = -\frac{(x-2)^5}{180n^4} \cdot f^{(4)}(2)$$

Calculamos la cuarta derivada y las evaluamos en (2), lo que nos da un valor aproximado de 24,031. Finalmente nos quedaria.

$$E = -\frac{(x-2)^5}{180n^4} \cdot 24,031$$

```
d4 = sp.diff(f,x,4)
d5 = sp.diff(f,x,5)
start = sp.simplify(d5).subs(x,a)
end = sp.simplify(d5).subs(x,b)
if start < end :
    der4 = float(sp.simplify(d4).subs(x,a))
else :
    der4 = float(sp.simplify(d4).subs(x,b))
```

En esta parte nuestra funcion se encarga de calcular las derivadas e identificar el maximo de la funcion.

2. Encuentre el valor de $\text{Li}(3)$ con 4 cifras significativas usando la regla de Simpson compuesta. Explique cómo elige el número de puntos a emplear, usando la respuesta a la pregunta 1.

(50 puntos)

Como queremos el valor con 4 cifras significativas, nuestro error tendría que ser de 0.0005. Al reemplazar este error en la función, nos dará un aproximado de el valor de segmentos en que tenemos que dividir el intervalo (n).

$$0,0005 = -\frac{(x-2)^5}{180n^4} \cdot 24,031$$

Al realizar el cálculo obtenemos que nuestro n tiene que ser aproximadamente 4.8, es decir que un n óptimo para este sería 4, ya que estos deben ser pares.

Ahora al tomar $a = 2$, $b = 3$, $n = 6$ podemos calcular el valor de la integral con su respectivo error en nuestro programa.

```
n = 6
a = 2
b = 3
f = '1/log(x)'

print("n,a,b,c =",n, a, b, f)
print(reglaDeSimpson(n, a, b, f))'
```

Output :

```
El error es: -0.000521514684247684
La expresion del error es: 0.133507759167407/n2**4
Resultado de la suma: 1.1185319193831424
El n apropiado es: 4
('Resultado: ', 1.1180104046988948)
```

Notamos que con los valores dados, el error se aproxima a -0.0005, el valor de la aproximación de la integral sería: 1.1185 y la suma del error con este último sería 1.1180, lo que con 4 cifras significativas sería 1.118.

Con nuestro programa podemos notar que cuando disminuimos el n , el error aumenta considerablemente, pero cuando el n aumenta el error disminuye. A partir del $n = 4$, las aproximaciones con 4 cifras significativas son iguales para todos los n .