

B Witch On The Holy Night

By 黄霖

QQ: 2649020702

Blog: [空气力学の詩](#)

Prob

- 给定一个 n 个点， m 条边的无向图，每个点 i 存在激活区间 $[l_i, r_i]$
- 频率 x 能激活点 i ，当且仅当 $x \in [l_i, r_i]$
- 点 a 能到达点 b ，当且仅当存在一条 $a \rightarrow b$ 的路径，且选定某个频率 x 使得路径上所有点都处于激活状态
- 求从1号点能到达的所有点的编号
- $n \leq 2 \times 10^5, m \leq 4 \times 10^5$

Tutorial

- 首先考虑把点的激活区间转化到边上
- 具体地，对于一条边 $u \leftrightarrow v$ ，它的存在时间可以看作区间 $[\max(l_u, l_v), \min(r_u, r_v)]$
- 问题转化为一个无向图，每条边有一个存在时间的区间，询问某个时刻的连通性问题

Tutorial

- 这类问题的经典处理方法就是线段树分治，建立以时间为下标的线段树，这样每条边只会出现在 $O(\log n)$ 个线段树节点上
- 而连通性问题不难想到用可撤销并查集来维护（事实上，这两者一同出现几乎是这类题目的定式）
- 递归遍历线段树的过程中，先将当前节点上存在的边合并，然后递归子树，回溯的时候撤销当前节点上的合并操作即可
- 但现在的问题是在线段树的叶子节点我们怎么快速地把所有和1号点在一个连通块内的点加入答案

Tutorial

- 注意到按秩合并的并查集在撤销时，一定是把原来的祖先关系树从根开始向下拆解的
- 因此我们可以通过在1号点所在的连通块的根位置打上标记，然后在撤销过程中把标记下传即可
- 注意一个实现细节：在合并两个节点时，可能父节点的方向本来已经有标记了，此时子节点需要先减去已有的标记来消除影响
- 总复杂度 $O(m \log^2 n)$

GL&HF