

搜索与动态规划专题第二次讲座

UESTC-XCPC-2024-暑假前集训

UESTC XCPC 集训队

2024 年 6 月 1 日

1 Overview

2 Easy

3 Medium

4 Hard

Overview

本次专题一共有二十六道题目，所有题目均计入一血。

Overview

本次专题一共有二十六道题目，所有题目均计入一血。

截至今日早上十点（包括打星）：

- 一共有 76 名同学报名参加本次专题，有 48 名同学通过了其中至少一道题目

Overview

本次专题一共有二十六道题目，所有题目均计入一血。

截至今日早上十点（包括打星）：

- 一共有 76 名同学报名参加本次专题，有 48 名同学通过了其中至少一道题目
- 一共有 6 名同学抢到了一血

Overview

本次专题一共有二十六道题目，所有题目均计入一血。

截至今日早上十点（包括打星）：

- 一共有 76 名同学报名参加本次专题，有 48 名同学通过了其中至少一道题目
- 一共有 6 名同学抢到了一血（其中 lyc 同学抢了十一道题的一血）

Overview

本次专题一共有二十六道题目，所有题目均计入一血。

截至今日早上十点（包括打星）：

- 一共有 76 名同学报名参加本次专题，有 48 名同学通过了其中至少一道题目
- 一共有 6 名同学抢到了一血（其中 lyc 同学抢了十一道题的一血）
- 本次专题通过人数最高的题目是 X 题，一共有 38 人通过这道题目

1 Overview

2 Easy

3 Medium

4 Hard

G - 集合的并

题目大意

- 给定 n 个集合，每个集合里的数都是 $[1, m]$ 内的整数，且每个集合的大小均为 k 。
- 请你选出 n 个集合选出尽可能少的集合，使得这些集合的并集等于 $[1, m]$ 内的所有整数组成的集合，或者判断无法做到。

G - 集合的并

题目大意

- 给定 n 个集合，每个集合里的数都是 $[1, m]$ 内的整数，且每个集合的大小均为 k 。
- 请你选出 n 个集合选出尽可能少的集合，使得这些集合的并集等于 $[1, m]$ 内的所有整数组成的集合，或者判断无法做到。

- 一血：梁育诚
- 分享者：姜皓裕
- 知识点：状压 dp



X - 叠梯子

题目大意

有 n 个数，需要选出一些数使总和大于等于 h 且尽可能小。

X - 叠梯子

题目大意

有 n 个数，需要选出一些数使总和大于等于 h 且尽可能小。

- 一血：余天羽
- 分享者：余天羽
- 知识点：搜索或 dp



W - 围棋

题目大意

5×5 的棋盘上有黑子和白子，求有多少个大小为 7 的连通块使得白子的数量比黑子多。

W - 围棋

题目大意

5×5 的棋盘上有黑子和白子，求有多少个大小为 7 的连通块使得白子的数量比黑子多。

- 一血：余天羽
- 分享者：余天羽
- 知识点：搜索



Y - 虾头卷狗莫得情感 · 其二

题目大意

求满足以下条件的数组数量：

- $a.len = L$
- $A \leq a[i] \leq B$
- $\sum_{i=1}^L s[i] \equiv 0 \pmod{4}$

Y - 虾头卷狗莫得情感 · 其二

题目大意

求满足以下条件的数组数量：

- $a.len = L$
- $A \leq a[i] \leq B$
- $\sum_{i=1}^L s[i] \equiv 0 \pmod{4}$

- 一血：梁育诚
- 分享者：邱福平
- 知识点：dp 转移（矩阵快速幂）



I - 饮食计划

题目大意

共有 m 个数，每个数的范围在 0 和 a_i 之间，求满足这 m 个数的和为 n 的方案数

I - 饮食计划

题目大意

共有 m 个数，每个数的范围在 0 和 a_i 之间，求满足这 m 个数的和为 n 的方案数

- 一血：梁育诚
- 分享者：陈治臻
- 知识点：背包前缀和优化



F - 激流勇进

题目大意

给一个 $n \times m$ 的图，问存在多少长度至少为 k 的路径满足其高度是公差为 h 的等差数列

F - 激流勇进

题目大意

给一个 $n \times m$ 的图，问存在多少长度至少为 k 的路径满足其高度是公差为 h 的等差数列

- 一血：王彬丞
- 分享者：王彬丞
- 知识点：BFS+dp



H - 回忆与她皆失

题目大意

在一个二叉树上共删除 K 个点，每次只能删叶子结点，求剩余结点之和的最大值

H - 回忆与她皆失

题目大意

在一个二叉树上共删除 K 个点，每次只能删叶子结点，求剩余结点数的最大值

- 一血：王彬丞
- 分享者：王彬丞
- 知识点：树形 dp



1 Overview

2 Easy

3 Medium

4 Hard

A - 放晴

题目大意

n 个由 m 条双向道路相连的村庄，有人在这 n 个村庄中旅行 d 天，必须经过特定的 k 个村庄。我们把每天所在的村庄按顺序可以排成一个长度为 d 的序列，问有多少个合法的序列，起点可以任意。

$$n \leq 20, k \leq \min(7, n), d \leq 10^9$$

A - 放晴

题目大意

n 个由 m 条双向道路相连的村庄，有人在这 n 个村庄中旅行 d 天，必须经过特定的 k 个村庄。我们把每天所在的村庄按顺序可以排成一个长度为 d 的序列，问有多少个合法的序列，起点可以任意。

$n \leq 20, k \leq \min(7, n), d \leq 10^9$

- 一血：王彬丞
- 分享者：王彬丞
- 知识点：dp + 矩阵快速幂
+ 容斥原理



Q - 高木同学

题目大意

有 n 个木板，一共 m 分钟去给这 n 个木板涂色，对于第 i 分钟，可以什么都不做，或者给木板涂色。如果要涂色，在第 i 分钟有的限制是最多只能涂 L_i 个木板且涂过的不能再涂了，涂的每个木板得分 P_i ，必须包含编号为 S_i 的木板，问最大得分。

$n \leq 16000$, $m \leq 100$, 保证 S_i 互不相同。

Q - 高木同学

题目大意

有 n 个木板，一共 m 分钟去给这 n 个木板涂色，对于第 i 分钟，可以什么都不做，或者给木板涂色。如果要涂色，在第 i 分钟有的限制是最多只能涂 L_i 个木板且涂过的不能再涂了，涂的每个木板得分 P_i ，必须包含编号为 S_i 的木板，问最大得分。

$n \leq 16000$, $m \leq 100$, 保证 S_i 互不相同。

- 一血：梁育诚
- 分享者：梁育诚
- 知识点：单调队列优化



U - 辉夜的生日礼物

题目大意

我们称一个整数序列 x_1, x_2, \dots, x_k 为美丽的：

当且仅当对于所有的 i ，都有 $\text{MEX}(x_1, x_2, \dots, x_i) \geq x_i - 1$ 成立。其中 MEX 表示最小的不在集合 x_1, x_2, \dots, x_k 中出现的非负整数。

给出一个长度为 N 的数组，计算该数组 美丽的非空子序列个数。

$N \leq 5 \times 10^5, 0 \leq a_i \leq N$

U - 辉夜的生日礼物

题目大意

我们称一个整数序列 x_1, x_2, \dots, x_k 为美丽的：

当且仅当对于所有的 i ，都有 $\text{MEX}(x_1, x_2, \dots, x_i) \geq x_i - 1$ 成立。其中 MEX 表示最小的不在集合 x_1, x_2, \dots, x_k 中出现的非负整数。

给出一个长度为 N 的数组，计算该数组 美丽的非空子序列个数。

$N \leq 5 \times 10^5, 0 \leq a_i \leq N$

- 一血：梁育诚
- 分享者：梁育诚
- 知识点：线段树 DP



V - 游园会

题目大意

一个 $3 * N$ 的矩阵，每个格点有一个权值，在固定一条路径的起点和终点分别为左上角和右下角前提下，求路径覆盖的格点的权值和的最大值

V - 游园会

题目大意

一个 $3 * N$ 的矩阵，每个格点有一个权值，在固定一条路径的起点和终点分别为左上角和右下角前提下，求路径覆盖的格点的权值和的最大值

- 一血：余天羽
- 分享者：余天羽
- 知识点：插头 dp



Z - 高木同学 2

题目大意

初始时有 n 个木板，一共 m 种颜色，每个木板都被涂色为 c_i 。

只有一种涂色操作，选择一个区间和一种颜色 x ，确保当前区间没有颜色 x 然后将整个区间涂色颜色 x 。

问最少需要多少次操作能使得整个区间变为一种颜色。

$$1 \leq m \leq n \leq 200, 1 \leq c_i \leq m$$

Z - 高木同学 2

题目大意

初始时有 n 个木板，一共 m 种颜色，每个木板都被涂色为 c_i 。
只有一种涂色操作，选择一个区间和一种颜色 x ，确保当前区间没有颜色 x 然后将整个区间涂色颜色 x 。
问最少需要多少次操作能使得整个区间变为一种颜色。

$$1 \leq m \leq n \leq 200, 1 \leq c_i \leq m$$

- 一血：梁育诚
- 分享者：梁育诚
- 知识点：区间 dp



E - 虾头卷狗莫得情感

题目大意

在 Y 进制背景下给定两个数 A 和 B

求 $[A, B]$ 中总共有多少个数满足不同位数的个数等于 X

E - 虾头卷狗莫得情感

题目大意

在 Y 进制背景下给定两个数 A 和 B

求 $[A, B]$ 中总共有多少个数满足不同位数的个数等于 X

- 一血: 梁育诚
- 分享者: 梁育诚
- 知识点: 数位 dp



M - 公园漫步

题目大意

有一个 $n \times n$ 的方阵，方阵第 i 行第 j 列处有数字 $a_{i,j}$ 。

现在需要从 $(1,1)$ 走到 (n,n) ，每次行走时在不走出方阵的前提下只能从 (i,j) 走到 $i+1,j$ 或者 $i,j+1$ 。问有多少种方案使得路径上数字的异或和为 0。

$$n \leq 20, a_{i,j} \leq 2^{30}$$

M - 公园漫步

题目大意

有一个 $n \times n$ 的方阵，方阵第 i 行第 j 列处有数字 $a_{i,j}$ 。

现在需要从 $(1,1)$ 走到 (n,n) ，每次行走时在不走出方阵的前提下只能从 (i,j) 走到 $i+1,j$ 或者 $i,j+1$ 。问有多少种方案使得路径上数字的异或和为 0。

$n \leq 20, a_{i,j} \leq 2^{30}$

- 一血：余天羽
- 分享者：余天羽
- 知识点：meet in the middle



C - 幻想时间

题目大意

- 给一个 $n * m$ 的网格，网格上存在部分特殊点
- 求顶点和边都不覆盖特殊点，且边只能为水平/垂直/对角线方向的格点三角形（即等腰直角三角形）的数量

C - 幻想时间

题目大意

- 给一个 $n * m$ 的网格，网格上存在部分特殊点
- 求顶点和边都不覆盖特殊点，且边只能为水平/垂直/对角线方向的格点三角形（即等腰直角三角形）的数量

- 一血：林子豪
- 分享者：林子豪
- 知识点：dp 前缀和递推



D - 二重之虹

题目大意

定义一个长为 n 的序列 $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ 是一个 rainbow 序列当且仅当 $n \leq 2$ 或者 $\forall i = 2, 3, \dots, n-1, a_i - a_{i-1} > a_{i+1} - a_i$ 。

现在有一个长度为 n 的序列 $R = \langle r_1, r_2, \dots, r_n \rangle$ ，求出 R 的所有满足是 rainbow 的子序列长度的最大值。

D - 二重之虹

题目大意

定义一个长为 n 的序列 $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ 是一个 rainbow 序列当且仅当 $n \leq 2$ 或者 $\forall i = 2, 3, \dots, n-1, a_i - a_{i-1} > a_{i+1} - a_i$ 。

现在有一个长度为 n 的序列 $R = \langle r_1, r_2, \dots, r_n \rangle$ ，求出 R 的所有满足是 rainbow 的子序列长度的最大值。

- 一血：梁育诚
- 分享者：王东坡
- 知识点：排序、转移优化



B - 殊途同归

题目大意

给了一个图以及不超过 18 个点，问在限定步数内从起点到终点的路径最多可经过的约会地点数量。

B - 殊途同归

题目大意

给了一个图以及不超过 18 个点，问在限定步数内从起点到终点的路径最多可经过的约会地点数量。

- 一血：王彬丞
- 分享者：王彬丞
- 知识点：bfs+ 状压 dp



J - 分饼干

题目大意

有 n 袋饼干分给客人，每袋饼干装有 a_i 个饼干。当给第 i 个人分发饼干时，要遵循以下规则：

- 1 必须按顺序从剩下的第一袋饼干连续取 k 袋饼干分发给客人， k 为不超过当前袋数的正整数.
- 2 保证这 k 袋饼干的饼干总数能被 i 整除.
- 3 当所有饼干被分完后不接待客人 i ，并视为分配完成.

J - 分饼干

题目大意

有 n 袋饼干分给客人，每袋饼干装有 a_i 个饼干。当给第 i 个人分发饼干时，要遵循以下规则：

- 1 必须按顺序从剩下的第一袋饼干连续取 k 袋饼干分发给客人， k 为不超过当前袋数的正整数。
- 2 保证这 k 袋饼干的饼干总数能被 i 整除。
- 3 当所有饼干被分完后不接待客人 i ，并视为分配完成。

- 一血：林子豪
- 分享者：林子豪
- 知识点：前缀和优化



L - 满身工科味的我走路上带点浮夸

题目大意

某个事件完成共有 n 个阶段，每个阶段都有 p_i 的概率成功，若成功则进入下一阶段，反之从头开始，求完成该事件经历的阶段数期望

L - 满身工科味的我走路上带点浮夸

题目大意

某个事件完成共有 n 个阶段，每个阶段都有 p_i 的概率成功，若成功则进入下一阶段，反之从头开始，求完成该事件经历的阶段数期望

- 一血：傅若山
- 分享者：郑智馨
- 知识点：概率 dp、期望



P - 卡牌收集

题目大意

有 n 种 (每种卡牌有 $10^{10^{10}}$ 张), 每种卡牌都有一个抽到的权重。问在抽 k 次后恰好抽到其中 m 中卡牌的概率是多少。

P - 卡牌收集

题目大意

有 n 种 (每种卡牌有 $10^{10^{10}}$ 张), 每种卡牌都有一个抽到的权重。问在抽 k 次后恰好抽到其中 m 中卡牌的概率是多少。

- 一血: 梁育诚
- 分享者: 梁育诚
- 知识点: 概率 dp



T - 斗蛐蛐

题目大意

有 n 个不超过 x 的数，每个数每轮都会减去当前除本身外大于 0 的数的个数，求有多少种初始情况使得最后所有数都小于等于 0。

$n, x \leq 500$

T - 斗蛐蛐

题目大意

有 n 个不超过 x 的数，每个数每轮都会减去当前除本身外大于 0 的数的个数，求有多少种初始情况使得最后所有数都小于等于 0。

$n, x \leq 500$

- 一血：梁育诚
- 分享者：梁育诚
- 知识点：组合 + dp



O - 折叠 n 截棍

题目大意

将 n 条线段首位相接放在 x 轴上, 使得被覆盖的长度最短

O - 折叠 n 截棍

题目大意

将 n 条线段首位相接放在 x 轴上，使得被覆盖的长度最短

- 一血：余天羽
- 分享者：余天羽
- 知识点：状态设计



1 Overview

2 Easy

3 Medium

4 Hard

N - mex 与 mor

题目大意

对于一个长度为 n 的序列，请你选出任意个不相交的区间，使得这些区间的 mex 的 xor 最大。

N - mex 与 mor

题目大意

对于一个长度为 n 的序列，请你选出任意个不相交的区间，使得这些区间的 mex 的 xor 最大。

- 一血：王东坡
- 分享者：王东坡
- 知识点：区间 dp



K - 昏睡早八

题目大意

在接下来 n 天总共有 m 门课在早八，不能连续两天上早八，且头一天和最后一天必翘。如果翘课就会选择将同一门课全翘，同时课后花一定时间学习。问如何安排方案使课后自学时间最短

K - 昏睡早八

题目大意

在接下来 n 天总共有 m 门课在早八，不能连续两天上早八，且头一天和最后一天必翘。如果翘课就会选择将同一门课全翘，同时课后花一定时间学习。问如何安排方案使课后自学时间最短

- 一血：王彬丞
- 分享者：王彬丞
- 知识点：meet in the middle+ 状压



S - 平台跳跃

题目大意

N 个平台排成一行，每个平台有对应跳跃能力，求最少去掉几个平台的跳跃能力使得只有一种方案从 1 跳到 N 。

S - 平台跳跃

题目大意

N 个平台排成一行，每个平台有对应跳跃能力，求最少去掉几个平台的跳跃能力使得只有一种方案从 1 跳到 N 。

- 一血：林子豪
- 分享者：林子豪
- 知识点：状态设计



R - 奇怪的筛

题目大意

- 1 到 9 均为过筛的数，对于大于 9 的数，其他过筛的需要满足：1. $\lfloor x/10 \rfloor$ 是筛过的数；2. 若 $\lfloor x/10 \rfloor$ 是所有筛过的数中第 m 小的，则 $(x \bmod 10) < (m \bmod 11)$
- 现在给定一个数字串 s ，请你求出所有 s 的子串组成的正整数中，有多少个是过筛的。

R - 奇怪的筛

题目大意

- 1 到 9 均为过筛的数，对于大于 9 的数，其他过筛的需要满足：1. $\lfloor x/10 \rfloor$ 是筛过的数；2. 若 $\lfloor x/10 \rfloor$ 是所有筛过的数中第 m 小的，则 $(x \bmod 10) < (m \bmod 11)$
- 现在给定一个数字串 s ，请你求出所有 s 的子串组成的正整数中，有多少个是过筛的。

- 一血：梁育诚
- 分享者：梁育诚
- 知识点：状态设计



没啦！

要好好补题哦