题解

容斥，考虑钦定一些位置前缀最大值等于 $\{p\}$。

令 $\{p\}$ 的前缀最大值为 mxp，同理有 mxq。

设 f_i 表示考虑前 i 个位置且 $mxq_i = mxp_i$ 时的方案数，带上容斥系数。

答案就是 $-f_n$。

转移对于 f_i 分两种情况讨论：

若 $mxp_j = mxp_i$：

$$f_i \leftarrow -f_j\binom{mxp_i - j}{i - j}(i-j)! = -f_j\frac{(mxp_i - j)!}{(mxp_i - i)!}$$

否则 $mxp_j < mxp_i$：

$$f_i \leftarrow -f_j(i-j)!\binom{mxp_i - j - 1}{i - j - 1} = -f_j(i-j)\frac{(mxp_i - j - 1)!}{(mxp_i - i)!}$$

暴力是 $O(n^2)$ 的。

注意到随机排列的不同 mxp 期望只有 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} = O(\log n)$ 个。

所以对不同的 mxp，我们令 $g_j = f_j(mxp_i - j)!$ 或 $g_j = f_j(mxp_i - j - 1)!$。

转移就可以前缀和优化，复杂度 $O(n\log n)$。

写到这里，我突然发现可以更精细的分析：

实际上，我们的一次改变 mxp，只会更改前缀的所有 j，那么这个期望复杂度实际上变为 $O(\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}\times i) = O(n)$。

转移前缀和优化是每次 $O(1)$ 总共 $O(n)$。

所以总复杂度实际上是 $O(n)$ 的。