F The Happy Prince and Other Tales

By黄霖

QQ: 2649020702

Blog: 空気力学の詩

Prob

- 给定一个长为n的序列 $\{a_n\}$,有m次询问
- 对于每次询问 (S_i, E_i, U_i) ,你需要找到区间 [l, r] ($S_i \leq l \leq r \leq E_i$),满足 $\sum_{j=l}^r a_j \leq U_i$,在此基础上最大化 $\sum_{j=l}^r a_j$ 的值
- $n < 2000, m < 2 \times 10^5$

Tutorial

- 这题本质上其实还是个三维偏序问题,我们把序列的每个子区间[l,r]的权值记为val,设三元组 (l_i,r_i,val_i) ,显然询问形式就是三维偏序
- 因此考虑先将一维定序,和E题的做法类似,要求 $val_i \leq U_i$,那我们就按照第三位从小到大排序后依次处理
- 而注意到*n*的范围很小,因此对于前两维的偏序限制可以用二维数据结构直接维护

Tutorial

- 这题出题人在写std的时候下意识地认为单点赋值,矩形询问 max是不能用二维树状数组的,因为max信息是不可差分的 (但赛中发现银牌 3 和武 3 都用二维树状数组秒了,研究了下发现确实可以)
- 因此只能考虑使用最泛用的二维线段树,像这种坐标范围较小的情况就不需要写成树套树那样的动态开点了
- 但很坏的一点是这题用二维线段树会爆内存! (原题范围会爆,但Lutece的特性是内存使用不到2000MB都不会挂),而且常数很大实现不够精巧的话大概率会TLE

Tutorial

- 但有一个神奇的方法可以同时挽救内存和时间均超限的问题 ——将内层的线段树换成分块
- 内层对应的操作就是一维的单点赋值和区间求 \max ,可以用分块O(1)修改, $O(\sqrt{n})$ 查询
- 因为本题修改次数远多于询问次数,因此复杂度取得了完美的 平衡
- 同时由于分块不用像线段树一样开四倍空间,因此也避免了MLE 的问题,十分优美
- 总复杂度 $O(n^2 \log n + m\sqrt{n} \log n)$

GL&HF