根据对称性，不妨设 $a \geq b \geq c$。注意到当 $a > b + c$ 时考虑的点集和 $a = b + c$ 相同，所以先将 $a$ 变为 $\min(a, b + c)$。

将不能同时染色的所有点对之间连边。得到的这张图是六边形网格的线图，线图的最大独立集和原图的最大匹配一一对应。六边形网格是三角形网格的对偶图，原图的匹配和对偶图的面匹配一一对应。

三角形网格的面匹配相当于把三角形网格划分为若干个菱形。菱形划分可以看作立方体的三个面，相当于在墙角堆若干个单位立方体使得三维最大坐标分别为 $x, y, z$，其中 $x = a + b - c, y = c + a - b, z = b + c - a$，当各个方向的立方体数量分别单调时，该立体图形的等轴侧投影和三角形网格的菱形划分一一对应。

在立方体上由 LGV 引理可以用行列式算出方案数。

如果仍然难以看出不交路径，可以继续做如下转化。任取一个面作为底面，在俯视图中的每个单位正方形上标出该列立方体的个数。此时转化为 $x \times y$ 的矩阵，每个元素在 $[0, z]$ 范围内，且每行单调不降，每列单调不降的方案数，和立方体放置方法一一对应。

对任意 $i \in [1, z]$ ，在矩阵内画出 $< i$ 和 $\geq i$ 的数字的分界线，将第 $i$ 条分界线沿 $(i, -i)$ 向量平移，即得到不交路径和矩阵的一一对应关系。

同时由这个转化可以算出最多能染多少点。

根据上面的，我们设立方体边长为$x,y,z(x \geq y \geq z)$，即可得到如下式子：

$$\text{方案数} = \begin{vmatrix} C_{x+y}^{x} & C_{x+y}^{x+1} & \cdots & C_{x+y}^{x+z-1} \\ C_{x+y}^{x-1} & C_{x+y}^{x} & \cdots & C_{x+y}^{x+z-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{x+y}^{x-z+2} & C_{x+y}^{x-z+3} & \cdots & C_{x+y}^{x+1} \\ C_{x+y}^{x-z+1} & C_{x+y}^{x-z+2} & \cdots & C_{x+y}^{x} \end{vmatrix}$$

将该式子化简可得到上述式子等于如下式子：

$$\frac{f(x+y+z) \times f(x) \times f(y) \times f(z)}{f(x+y) \times f(y+z) \times f(z+x)}$$

其中：

$$f(x) = \prod_{i=0}^{x-1} i!$$

最多染的点数显然为$xy + yz + zx$,所以预处理上述$f(x)$后可以$O(1)$回答。