

米奇妙妙程序

直接算概率比较困难，考虑对失败条件进行转化。

找不到 $a_i = 0$ 的位置 i ，相当于我们添加了两个位置 $i = 0$ 和 $i = n + 1$ ，并最后令 $a_0 = 1$ 或 $a_{n+1} = 1$ 了。进一步观察，会发现 0 和 $n + 1$ 这两个位置等价，我们将其合并。那么我们将问题转化到了一个有 $n + 1$ 个点的环上，答案即 $P(a_{n+1} = 0)$ 。

如果初始的 p 能选为 $n + 1$ 的话，那么所有点将等价（因为是在环上，且除了标号外点没有任何区别）。于是有

$$P'(a_1 = 0) = P'(a_2 = 0) = \cdots = P'(a_{n+1} = 0) = 1 - \frac{m}{n+1}$$

但这是在 p 能取 $n + 1$ 的前提下。我们通过一个转化，能求得 $P(a_{n+1} = 0)$ 。具体而言，我们计数 $a_{n+1} = 0$

的方案总数，然后除以总的情况数。 $a_{n+1} = 0$ 的情况有

$$\left(1 - \frac{m}{n+1}\right) \times (2n+2)^m$$

虽然 $2n + 2$ 蕴含了初始 p 可选 $n + 1$ ，但由于最终 $a_{n+1} = 0$ ，所以这个方案总数是排除了初始选 $p = n + 1$ 的，那么再除以原本的方案总数，就得到了答案

$$P(Fail = 0) = \left(1 - \frac{m}{n+1}\right) \times \left(1 + \frac{1}{n}\right)^m$$

复杂度 $O(T \log m)$ 。