K 重塑的记忆

题目大意

给定长为 n 的序列 $\{a\}$，以及常数 k 和 d。求最长的区间，满足将该区间所有元素按升序排序后，插入至多 k 个值，能得到一个公差为 d 的的等差数列。输出区间端点 l 和 r。如果有多个长度相同的满足条件的区间，输出使得 l 最小的区间。

K 重塑的记忆

题目大意

给定长为 n 的序列 $\{a\}$，以及常数 k 和 d。求最长的区间，满足将该区间所有元素按升序排序后，插入至多 k 个值，能得到一个公差为 d 的的等差数列。输出区间端点 l 和 r。如果有多个长度相同的满足条件的区间，输出使得 l 最小的区间。

对于一个数，我们总能拆成 $x = dq + p$ 的形式，其中 $0 \leq p < k$。一段区间能成为等差数列，一个必要条件是所有 x 对应的 p 都相同。所以我们每次只考虑一段极长的 p 相等的区间。其次，必须保证该区间所有 q 不相同，这可以用一个桶维护。

K 重塑的记忆

考虑枚举 R，算出以 R 为右端点的符合条件的最长区间。每次新加入 q_R，然后不断更新 L 的值，直到没有重复的 q。那么最后只剩下一个 k 的限制，我们将其形式化，得到

$$\max_{L \le i \le R} q_i - \min_{L \le i \le R} q_i + 1 \le (R - L + 1) + k$$

K 重塑的记忆

考虑枚举 R，算出以 R 为右端点的符合条件的最长区间。每次新加入 q_R，然后不断更新 L 的值，直到没有重复的 q。那么最后只剩下一个 k 的限制，我们将其形式化，得到

$$\max_{L \le i \le R} q_i - \min_{L \le i \le R} q_i + 1 \le (R - L + 1) + k$$

上式中，Max 和 Min 都是关于 L, R 的二元函数。由于我们枚举了 R，所以可将其看作常数，那么只有 L 是变量。考虑分离变量，得到

$$c(L) = L + Max(L, R) + Min(L, R) \le R + k$$

K 重塑的记忆

$$c(L) = L + Max(L, R) - Min(L, R) \leq R + k$$

如果能动态维护 $c(L)$ 的值，那么只需要查询最小的使得 $c(L)$ 小于等于给定常数 $R + k$ 的 L。

$$c(L) = L + Max(L, R) - Min(L, R) \leq R + k$$

如果能动态维护 $c(L)$ 的值，那么只需要查询最小的使得 $c(L)$ 小于等于给定常数 $R + k$ 的 L。
观察到 Min 和 Max 都是关于 L 单调的，每次加入新的 q_R 时，可以用单调栈来维护，同时用线段数做区间加减，更新 $c(L)$。
查询只需要维护区间 $c(L)$ 的最小值，均可以用线段树实现。

K 重塑的记忆

$$c(L) = L + Max(L, R) - Min(L, R) \leq R + k$$

如果能动态维护 $c(L)$ 的值，那么只需要查询最小的使得 $c(L)$ 小于等于给定常数 $R + k$ 的 L。
观察到 Min 和 Max 都是关于 L 单调的，每次加入新的 q_R 时，可以用单调栈来维护，同时用线段数做区间加减，更新 $c(L)$。
查询只需要维护区间 $c(L)$ 的最小值，均可以用线段树实现。
由于一个数只会入栈弹栈一次，故线段树只会有 $O(2n)$ 次修改，复杂度 $(n \log n)$。