Matemática Aplicada I- Aula 8

Elidiel Dantas da Costa
elidieldantas@gmail.com

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

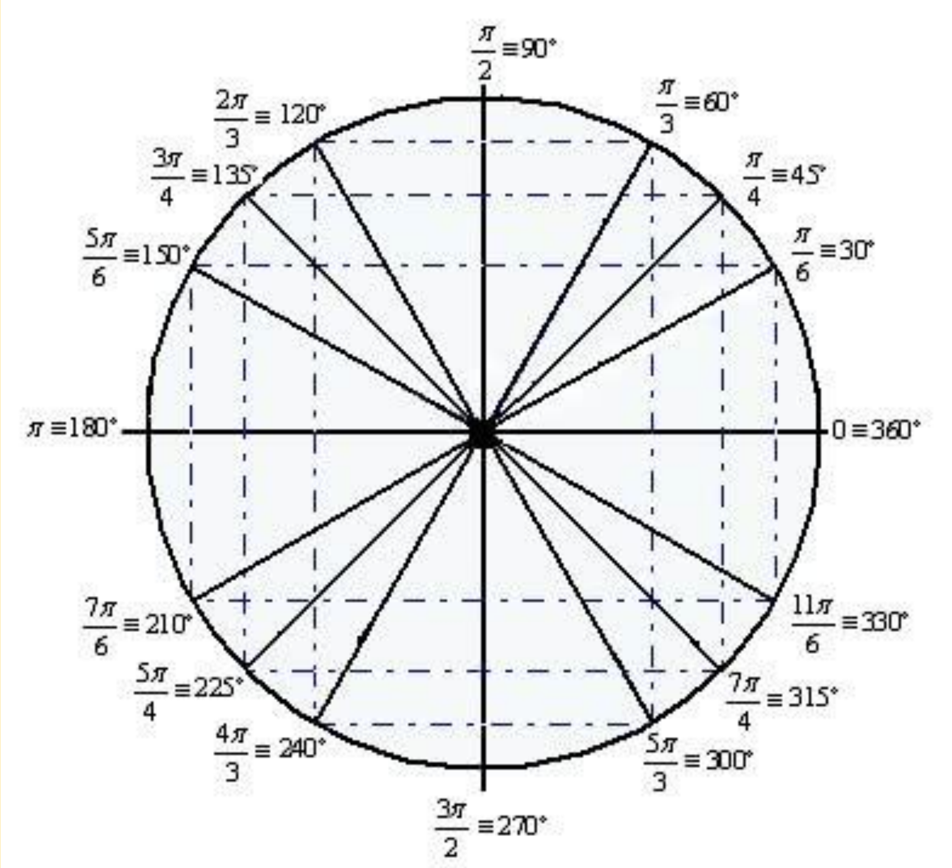
27 de Setembro de 2017

Funções Trigonométricas

- Quando observamos fenômenos que se repetem periodicamente, como temperatura média diária, parte do dia com luz, ordenação de folhas numa planta, etc., estes podem ser modelados por funções trigonométricas.

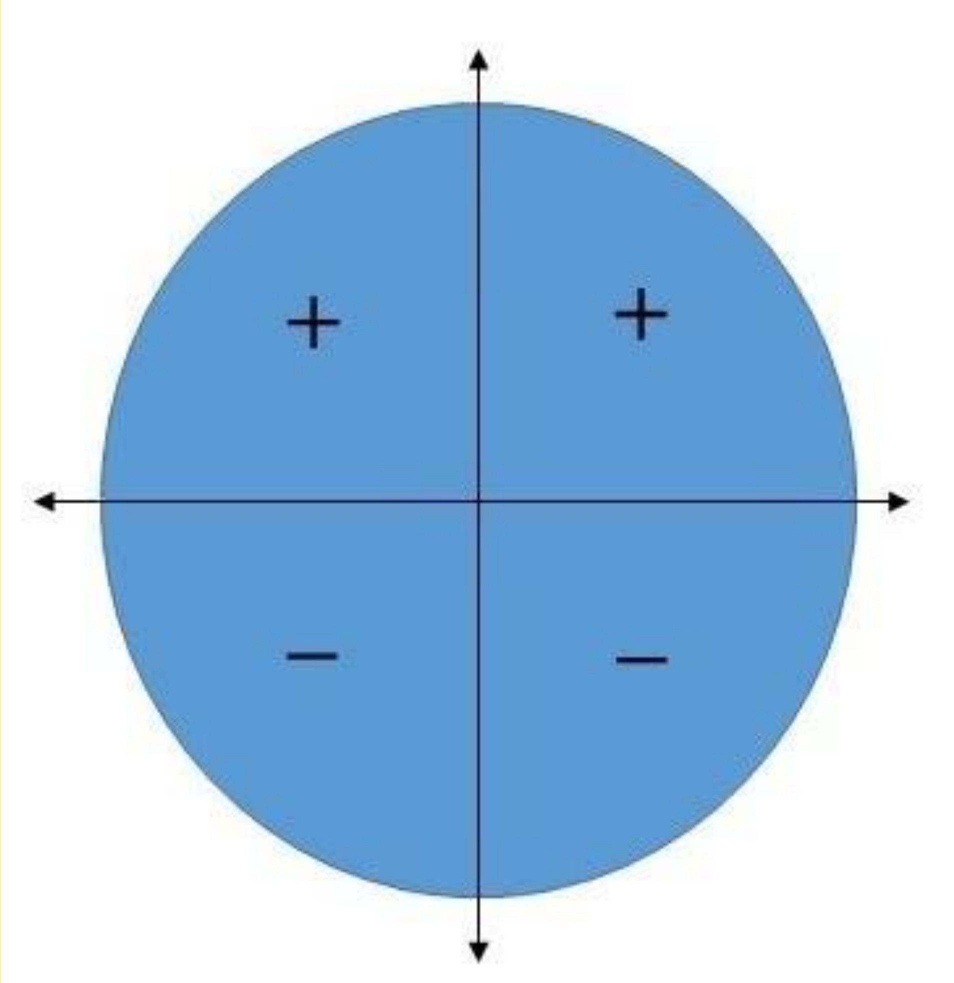
- As **principais funções trigonométricas** são:
- Função Seno
- Função Cosseno
- Função Tangente

- No **círculo trigonométrico** temos que cada número real está associado a um ponto da circunferência.



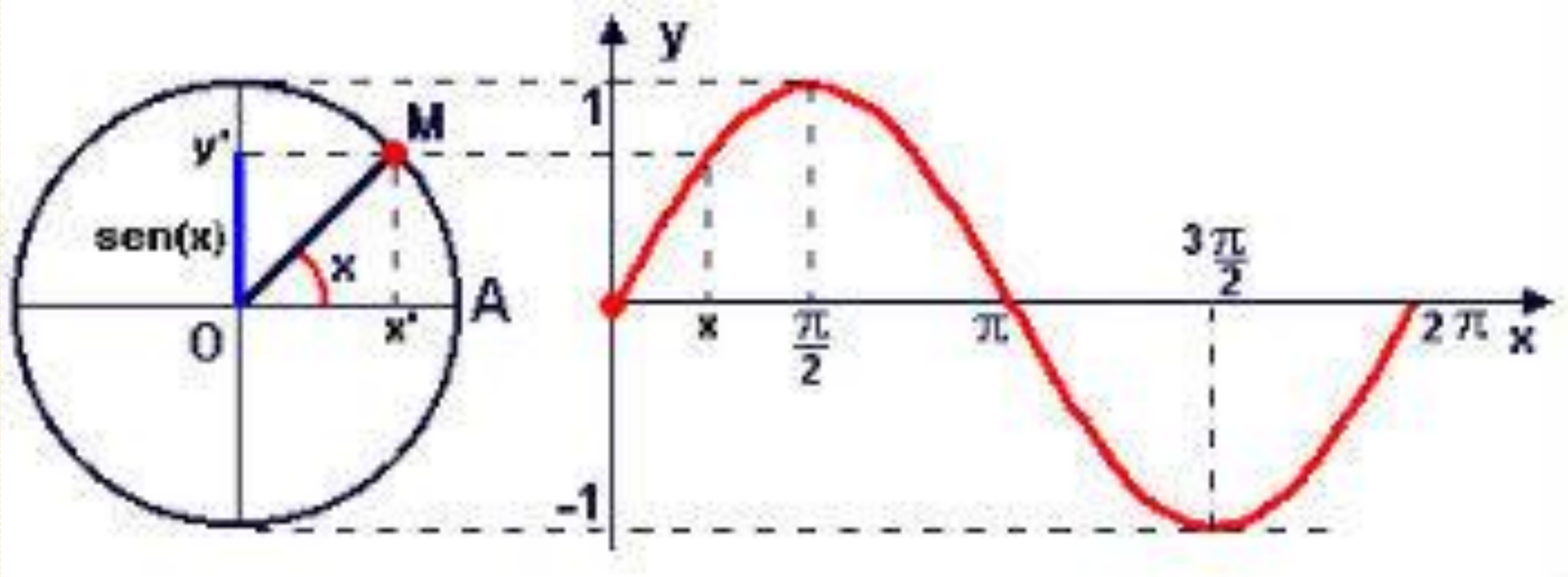
Função Seno

- A função seno é uma função periódica e seu período é **2π**. Ela é expressa por:
- **função $f(x) = \text{sen } x$**
- No círculo trigonométrico, o **sinal da função seno** é positivo quando *x* pertence ao primeiro e segundo quadrantes. Já no terceiro e quarto quadrantes, o sinal é negativo.



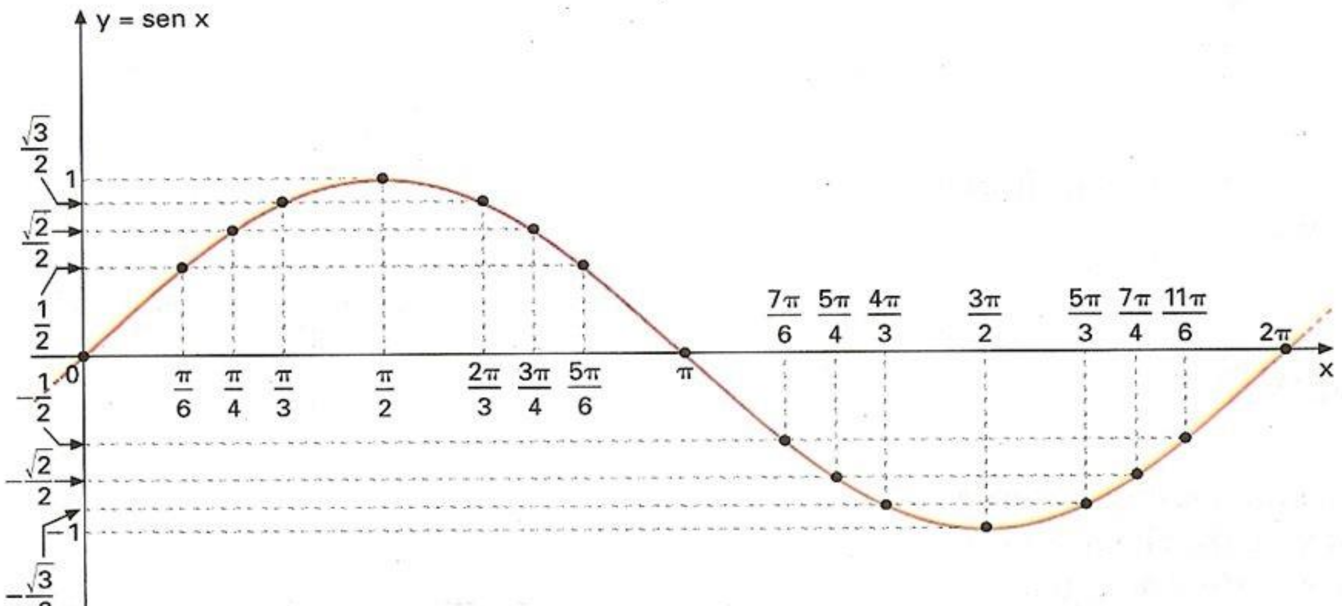
- Além disso, no primeiro e quarto quadrantes a função *f* é **crescente**. Já no segundo e terceiro quadrantes a função *f* é **decrescente**.
- O **domínio** e o **contradomínio** da função seno são iguais a R. Ou seja, ela está definida para todos os valores reais: Dom(sen)=R.
- Já o conjunto da **imagem da função** seno corresponde ao intervalo real [-1, 1]: $-1 \leq \text{sen } x \leq 1$.
- Em relação à simetria, a função seno é uma **função ímpar**: sen(-x) = - sen(x).

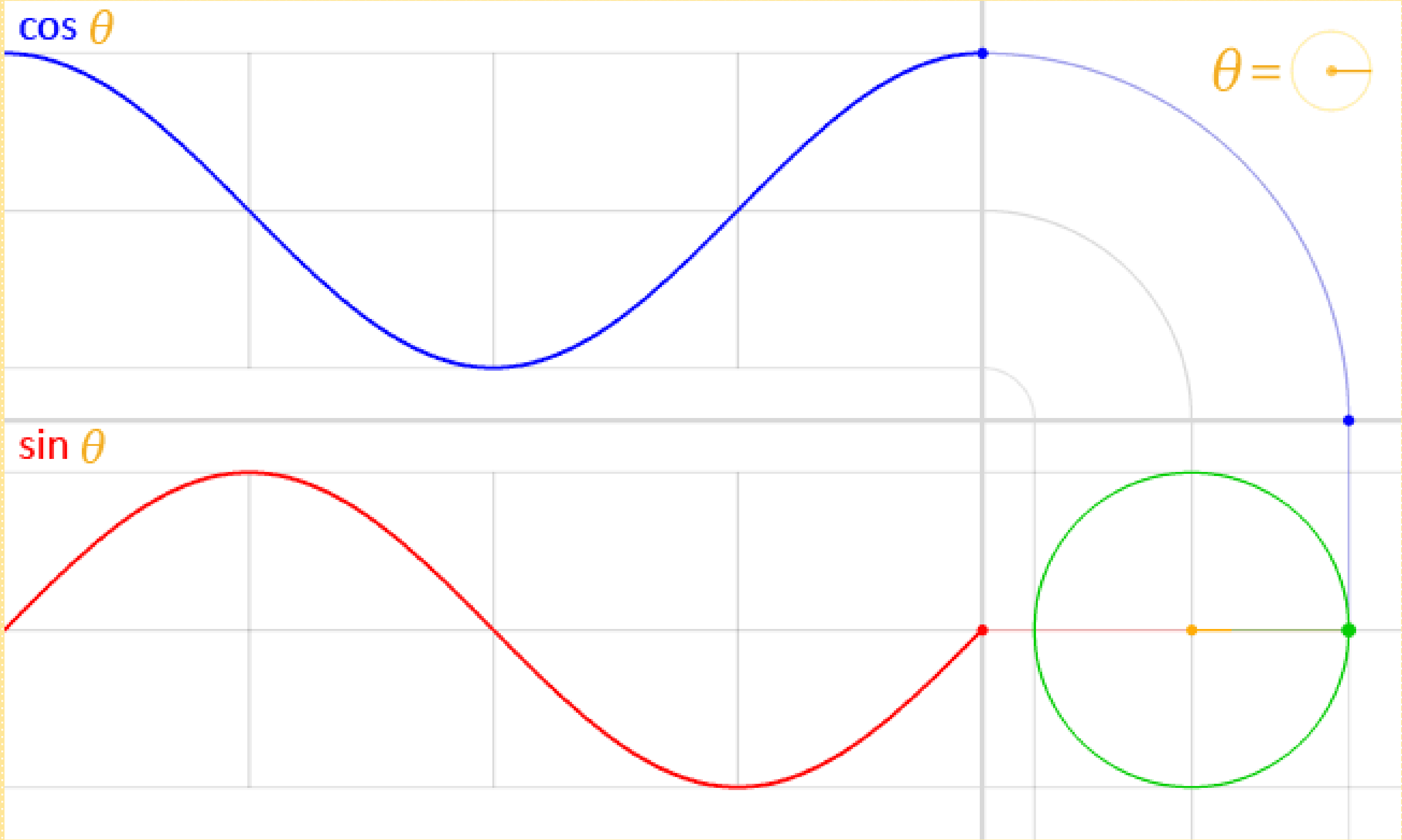
- O gráfico da função seno f(x) = sen x é uma curva chamada de **senoide**:



Colocando os pares (x, senx) dessa tabela em um sistema de coordenadas cartesianas e unindo esses pontos, temos uma parte do gráfico da função seno ou também chamada de senoide.

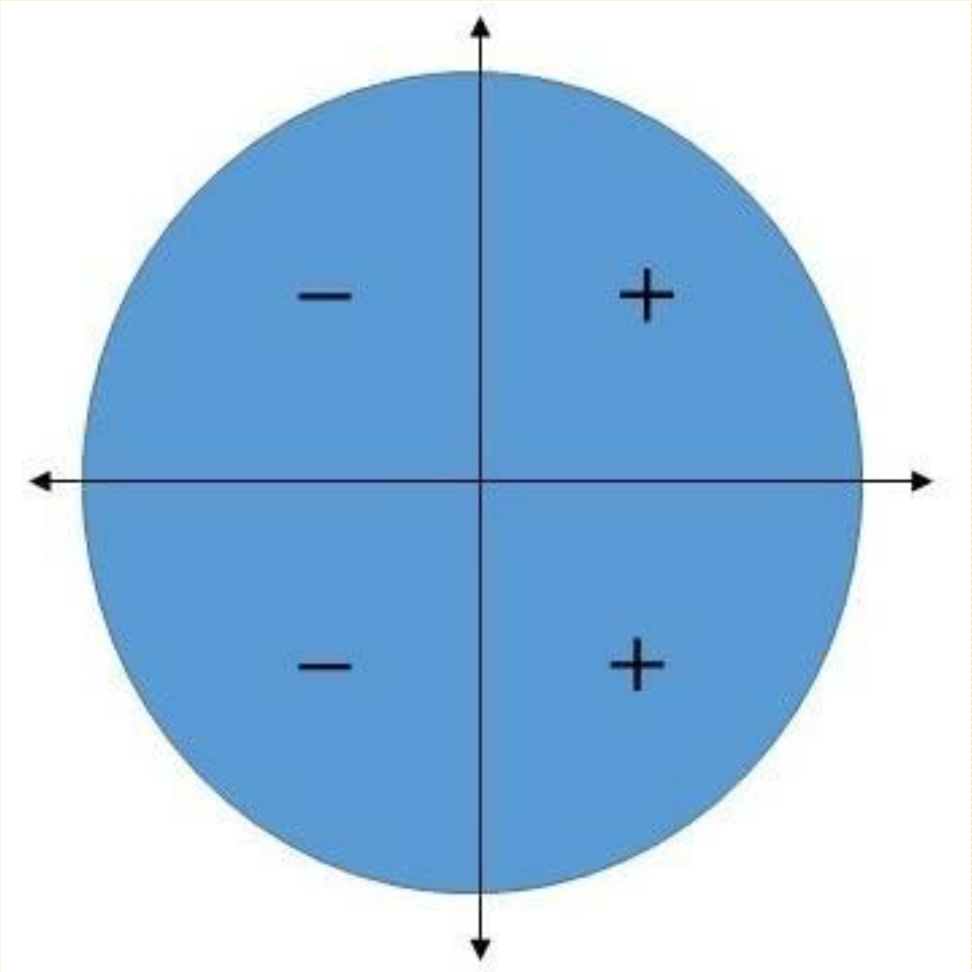
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
sen x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0




cos θ
$\theta =$
sin θ

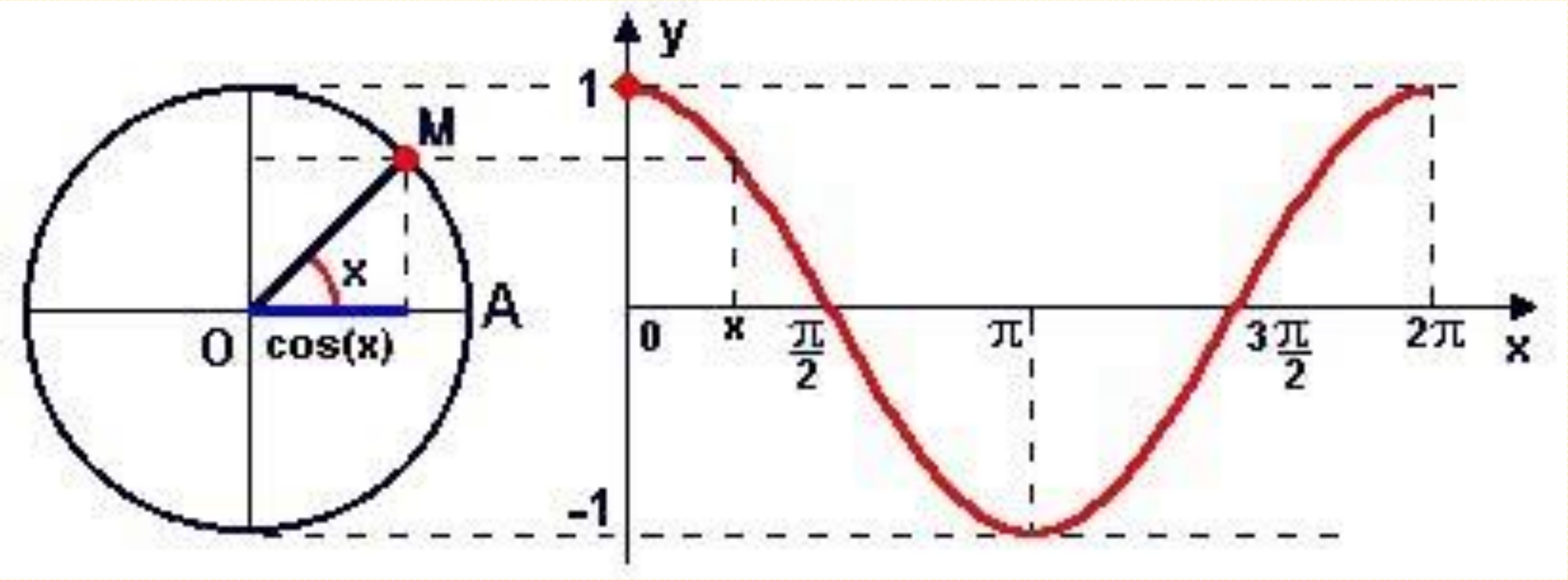
Função Cosseno

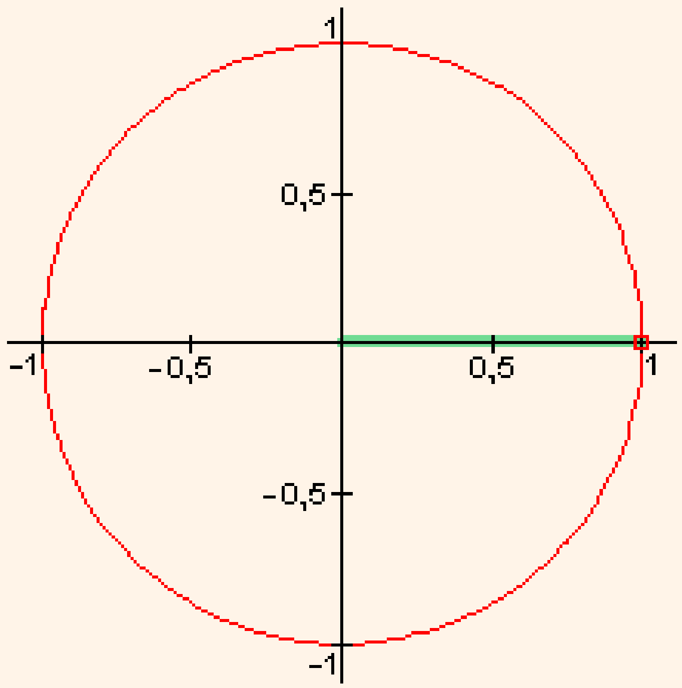
- A função cosseno é uma função periódica e seu período é **2π**. Ela é expressa por:
- **função f(x) = cos x**
- No círculo trigonométrico, o **sinal da função cosseno** é positivo quando *x* pertence ao primeiro e quarto quadrantes. Já no segundo e terceiro quadrantes, o sinal é negativo.

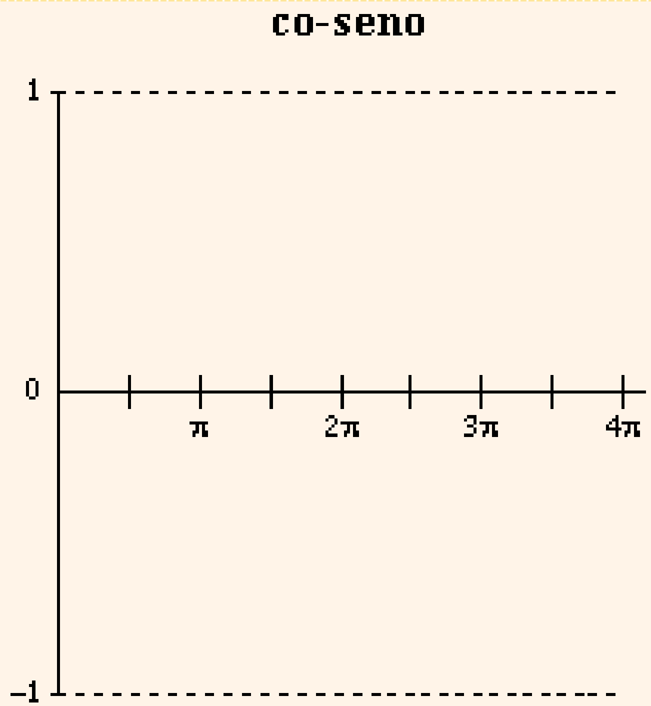


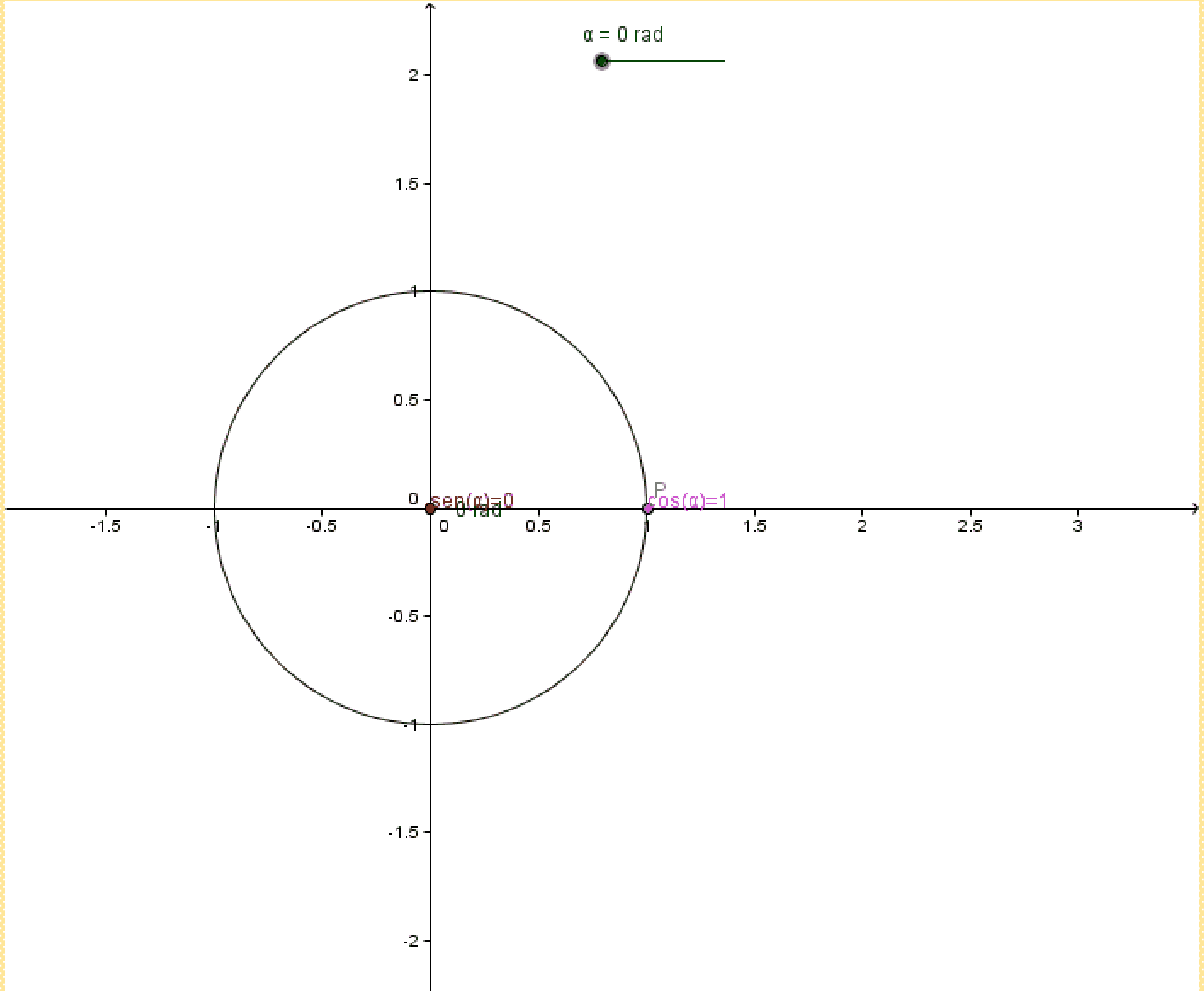
- Além disso, no primeiro e segundo quadrantes a função *f* é **decrescente**. Já no terceiro e quarto quadrantes a função *f* é **crescente**.
- O **domínio** e o **contradomínio** da função cosseno são iguais a R. Ou seja, ela está definida para todos os valores reais: Dom(cos)=R.
- Já o conjunto da **imagem da função** cosseno corresponde ao intervalo real [-1, 1]: $-1 \leq \cos x \leq 1$.
- Em relação à simetria, a função cosseno é uma **função par**: cos(-x) = cos(x).

- O gráfico da função cosseno f(x) = cos x é uma curva chamada de **cossenoide**:

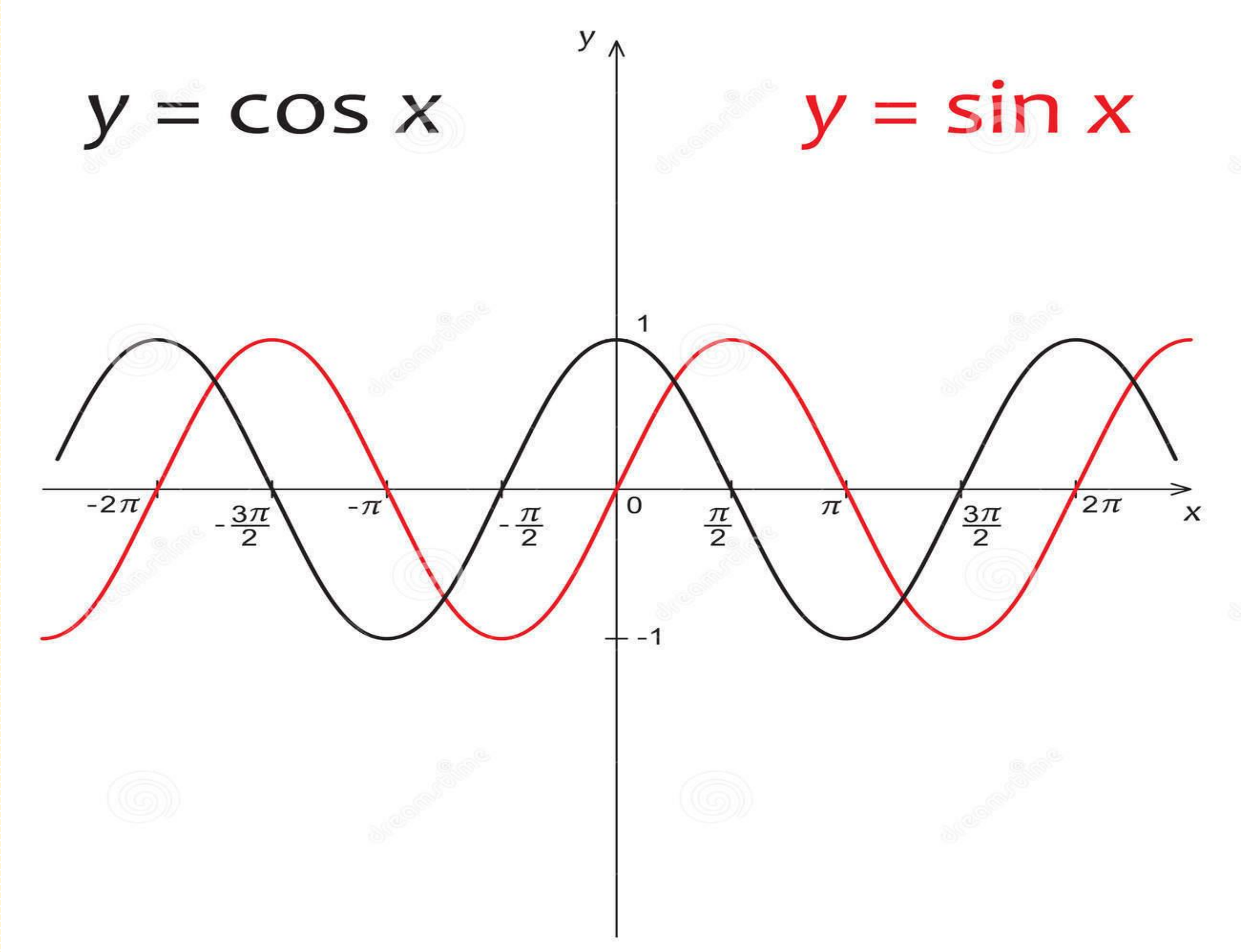



1
0,5
-1
-0,5
0,5
1
-0,5
-1


co-seno
1
0
-1
π
2π
3π
4π



α = 0 rad
sen(α)=0
0 rad
P
cos(α)=1



y
y = cos x
y = sin x
1
-1
-2π
-3π/2
-π
-π/2
0
π/2
π
3π/2
2π
x

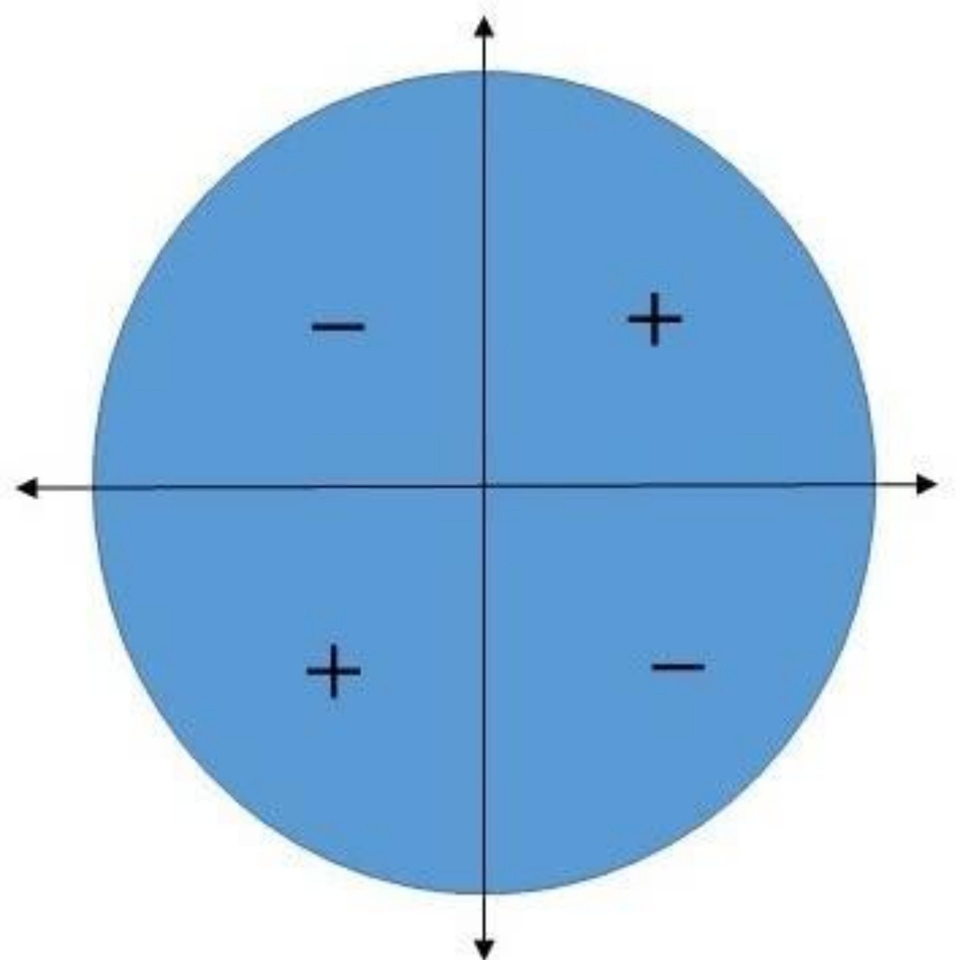
- A **amplitude** de uma oscilação é a metade da distancia entre os valores máximos e mínimos.
- O **período** de uma oscilação é o tempo necessário para a oscilação evoluir um ciclo completo.
- Em geral para descrever período e amplitude quaisquer, tem-se
- $f(x) = a\, sen\, bx \quad e \quad f(x) = a \cos bx$
- Sendo a a amplitude e $\frac{2\pi}{b}$ o período.

Exemplo

- A partir da função (a) $f(t) = 3\ sen\ 2t\ \ e\ (b)\ y = -5\ cos\,\frac{x}{2}$, encontre a amplitude e o período e esboce o gráfico.

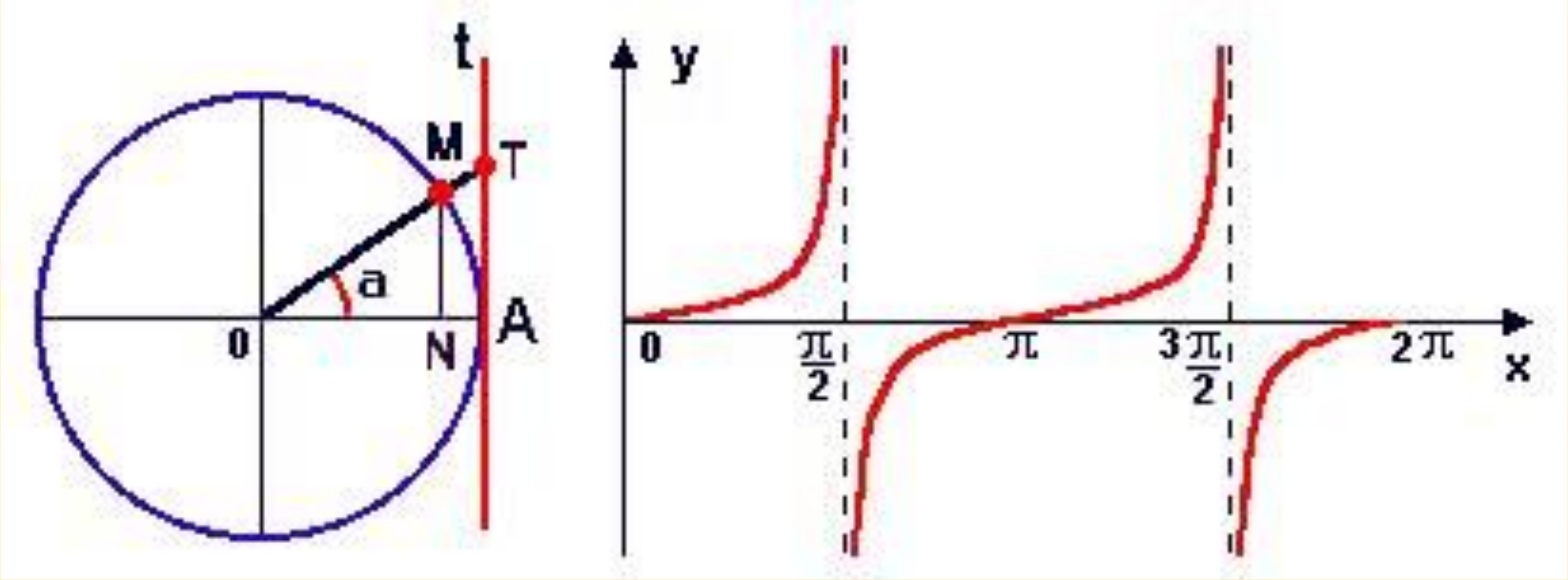
Função Tangente

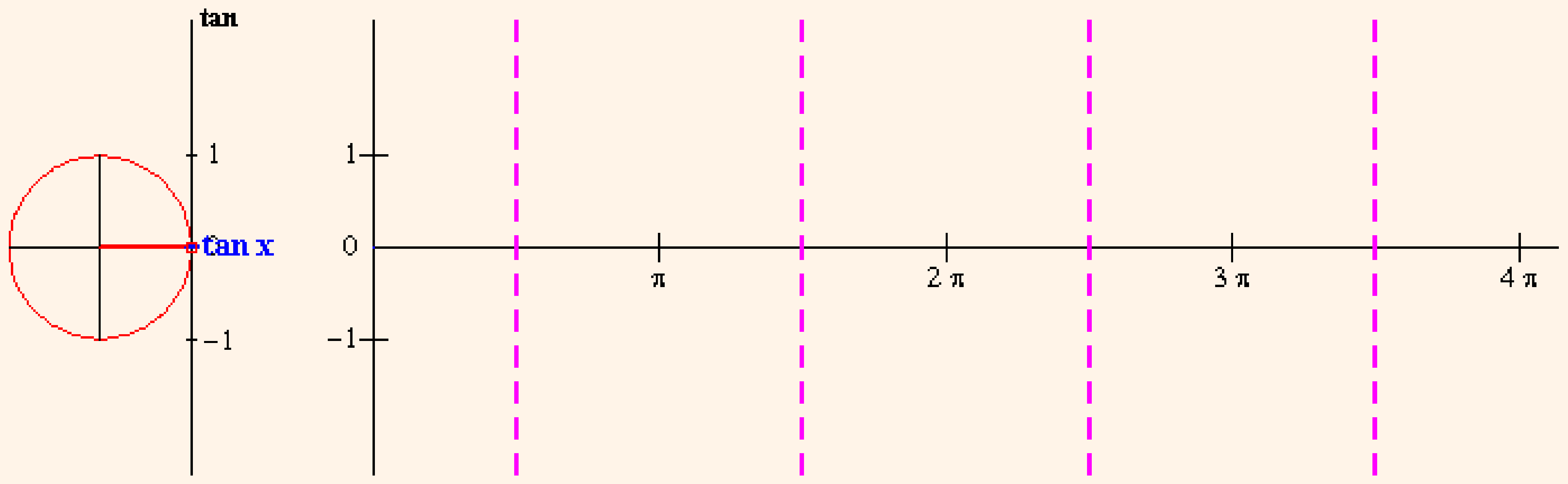
- A função tangente é uma função periódica e seu período é **π**. Ela é expressa por:
- **função f(x) = tg x**
- No círculo trigonométrico, o **sinal da função tangente** é positivo quando *x* pertence ao primeiro e terceiro quadrantes. Já no segundo e quarto quadrantes, o sinal é negativo.



- Além disso, a função *f* definida por $f(x) = tg\ x$ é sempre **crescente** em todos os quadrantes do círculo trigonométrico.
- O **domínio** da função tangente é: $Dom(tan)=\{x \in R | x \neq$ de $\pi/2 + k\pi; K \in Z\}$. Assim, não definimos tg x, se $x = \pi/2 + k\pi$.
- Já o conjunto da **imagem da função** tangente corresponde a R, ou seja, o conjunto dos números reais.
- Em relação à simetria, a função tangente é uma **função ímpar**: $tg(-x) = -tg(-x)$.

- O gráfico da função tangente f(x) = tg x é uma curva chamada de **tangentoide**:




tan
1
-1
tan x
0
π
2 π
3 π
4 π