

一. 单项选择（每小题 3 分，总共 15 分）

- () 1. 命题表达式 $P \rightarrow Q$ 不等价于
- (A) $Q \rightarrow P$ (B) $\neg Q \rightarrow \neg P$
- (C) $\neg P \vee Q$ (D) $\neg (P \wedge \neg Q)$
- () 2. 下列等价式正确的是 ()
- (A) $\neg \exists x A(x) \Leftrightarrow \exists x \neg A(x)$
- (B) $\neg \forall x A(x) \Leftrightarrow \exists x \neg A(x)$
- (C) $\exists x \forall y A(x, y) \Leftrightarrow \forall y \exists x A(x, y)$
- (D) $\exists x (A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$
- () 3. 实数集上的函数 $f(x) = x^3 + x^2$ ，则
- (A) f 是内射不是满射 (B) f 是满射不是内射
- (C) f 是内射也是满射 (D) f 不是内射也不是满射
- () 4. Z 为整数集，下列哪一个集合不是可数集
- (A) Z (B) Z^2
- (C) Z^3 (D) 2^Z
- () 5. 实数集上的关系 $T = \{(a, b) | a < 2 - b\}$ 具有
- (A) 自反性 (B) 对称性
- (C) 反对称性 (D) 传递性

得分	评卷人

二. 填空（每小题 3 分，总共 15 分）

1. $\forall x (P(x) \rightarrow (Q(x) \vee R(x, y)))$ 中的自由变元为_____；
2. 用 $P(x, y)$ 表示 “ $x+2y = xy$ ”，其中 x, y 都是实数，逻辑表达式 $\forall x \exists y P(x, y)$ 的真值是_____；

3. 设 A, B 是集合 $|A|=2, |B|=3$, 则 A 到 B 的函数有_____个;
4. 集合 A 的基数是 3, 则 A 有_____个不同的划分;
5. 关系 $R=\{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 4)\}$ 的对称闭包是
_____;

得分	评卷人

三. 解答题 (总共 40 分)

1. 求表达式 $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge Q)$ 的主合取范式。
2. 构造命题表达式, 当且仅当 p, q, r 中有不多于一个为真时, 表达式为真。
3. 用谓词逻辑将下列命题符号化:
二〇三班没有学生选了李老师开设的所有课程。

4. Z 为整数集, $f: Z^2 \rightarrow Z, f(m, n)=m-n$, 试问: f 是否为内射, 是否为满射, 并说明理由。

5. 已知关系 R 的关系矩阵 $M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 画出相应的有向图, 确定它

是否是:

- (1)自反的, (2)对称的, (3)反对称的, 4)可传递的。

6. 求出关系 $R=\{(1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 4)\}$ 的传递闭包。

得分	评卷人
----	-----

--	--

四. 证明题（每小题 10 分，总共 30 分）

1. 证明 $R \wedge (P \vee Q)$ 是前提 $P \vee Q, Q \rightarrow R, P \rightarrow S, \neg S$ 的结论。

2. A, B 是非空有限集合, f 是 $A \rightarrow B$ 的函数; 其中: $|A|, |B|$ 均大于 1.

(1) $\forall b \in B, f^{-1}(b) = \{x | f(x) = b, x \in A\}$, 说明 f^{-1} 是 B 到 $P(A)$ 的函数

(2) f^{-1} 是否是单射、满射? 为什么?

(3) 如果 f 是满射, 所有集合 $\{f^{-1}(b) | b \in B\}$ 是否构成 A 的一个分划?

3. 假定 A 是所有正整数序对构成的集合, R 是 A 上的关系, 定义为:

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c.$$

(1) 证明 R 是 A 上等价关系;

(2) 计算等价类 $[(2, 4)]$.

附注: 这套样题里面缺少偏序的内容。 偏序也是要考虑的。