

15 华中科技大学计算机科学与技术学院 2021~2022 第二
学期

“ 算法设计与分析 ” 考试试卷 (A 卷)

考试方式 闭卷 考试日期 2022-05-08 考试时长 150 分钟

专业班级 学 号 姓 名

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	核对人
分值	15	8	15	20	12	12	18	100	
得分									

分 数	
评卷人	

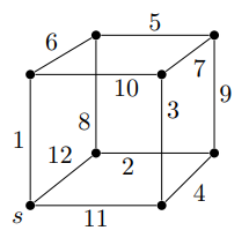
一、简答题（每小题 5 分，共 15 分）

解
答
内
容
不
得
超
过
装
订
线

1. 什么是最优子结构性？哪些算法策略设计时需要考虑问题的最优子结构性？

2. 设 $f(n)$ 、 $g(n)$ 和 $h(n)$ 都是渐近为正的函数，试证：若 $f(n)=O(g(n))$ ， $g(n)=O(h(n))$ ，则 $f(n)=O(h(n))$ 。

3、给定如下无向加权图，请按如下算法的执行顺序将加入到最小生成树中的权重按顺序写入。



a) Kruskal 算法:

b) Prim 算法

解答内容不得超过装订线

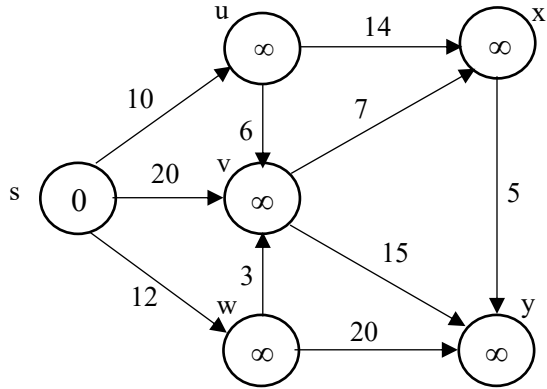
分 数	
评卷人	

二、(本题 8 分) 求解下列递归式，要求得到的解应该是紧确的。
要求：写出计算过程。

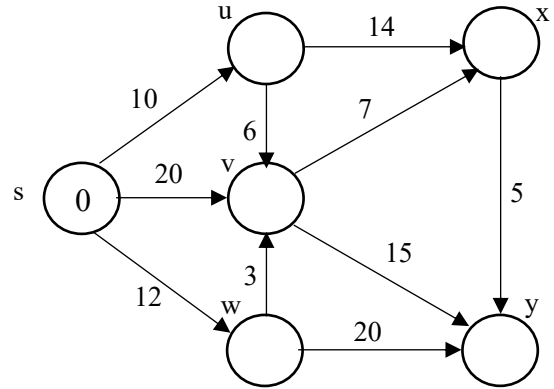
$$T(n) = 3T(\sqrt{n}) + \log n$$

分 数	
评卷人	

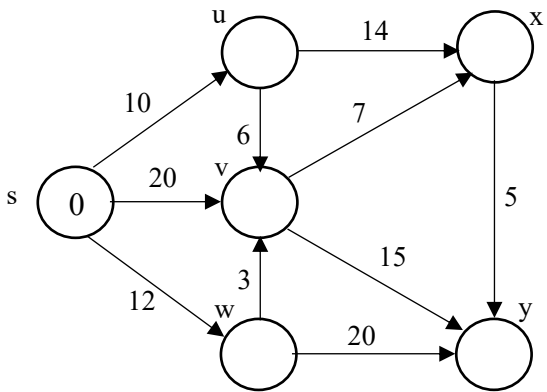
三、(本题 15 分) 已知有向图如下面图(a)所示。执行 Dijkstra 算法求从结点 s 到其它各个结点的最短路径。请在图(b)~图(f)中的各个结点内填写算法每次循环松弛操作后各结点的 d 值, 并推导各结点的前驱结点。



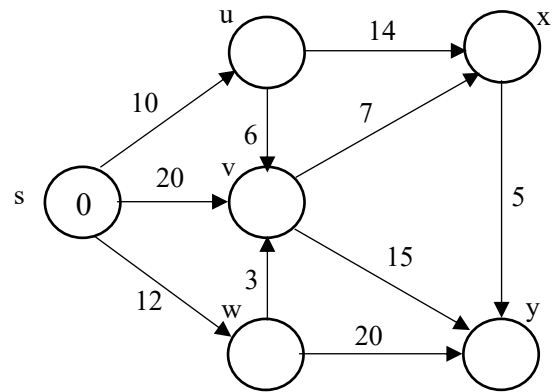
(a)



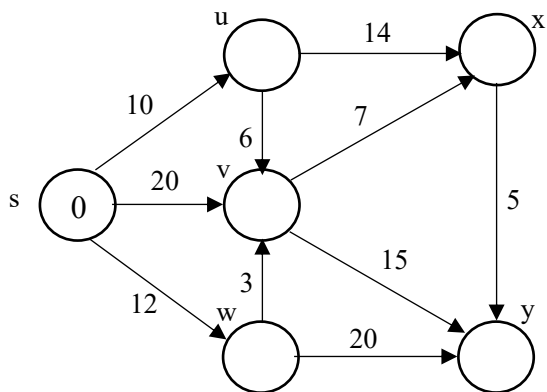
(b)



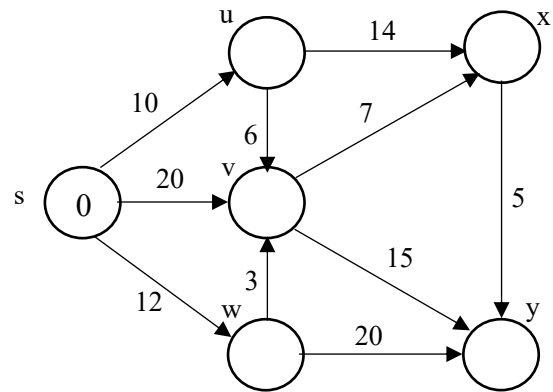
(c)



(d)



(e)

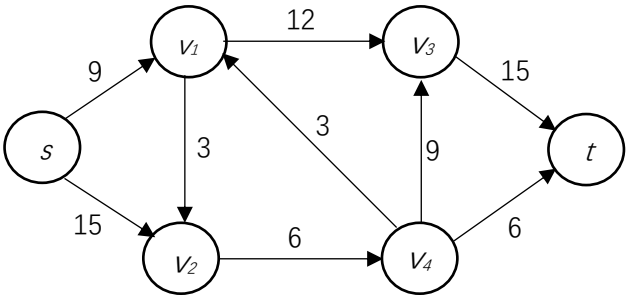


(f)

前驱结点: $u.\pi=$ _____, $v.\pi=$ _____, $w.\pi=$ _____, $x.\pi=$ _____, $y.\pi=$ _____。

分 数	
评卷人	

四、(本题 20 分) 某企业生产的产品要从产地 s 运往销地 t ，已知物流交通网络如下图所示，其中结点代表城市，边代表连接在两个城市之间的道路(注：边有方向性)，边上的数字代表该道路上的最大运输能力，并且中间城市没有储存能力。请帮助企业制定一个从 s 到 t 的具有最大输送能力的运输方案。用 Ford-Fulkerson 算法求解，写出每一步的残存网络和增广路径，最后求出网络中的最大输送能力和可行的运输方案。



解
答
内
容
不
得
超
过
装
订
线

分 数	
评卷人	

五、(本题 12 分) 有 n 个外观相似的螺帽和 n 个外观也相似的螺母, 若螺帽和螺母的螺纹数相同, 则二者可以装配到一起, 称为“配对”。现已知每个螺帽和螺母的螺纹数, 这里螺纹数是大于等于 1、小于等于 n 的整数, 并且每个螺帽的螺纹数互不相同, 螺母也是如此。记 n 个螺帽为 a_1, a_2, \dots, a_n , n 个螺母为 b_1, b_2, \dots, b_n 。一组配对的螺帽、螺母可以表示成为一个二元组 (a_i, b_j) , $1 \leq i, j \leq n$ 。若 $n \leq 50$, 请设计一个有效的算法尽快找出螺帽、螺母间的配对关系。给出算法的伪代码描述, 并分析你所设计的算法的时间复杂度。

分 数	
评卷人	

六、(本题 12 分)已知 n 个整型数的集合 $A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 和一个整数 X 。设计一个低时间复杂度的算法，检查 A 中是否存在这样的两个元素 a_i 和 a_j ，使得 $a_i + a_j = X$ ， $1 \leq i, j \leq n$ 。若存在这种情况，算法输出满足这一性质的元素对所在位置的下标：(i, j)，表示 $a_i + a_j = X$ ；若不存在，则输出“not exist.”。(若有多对满足该性质的元素，只要求输出其中之一即可)。要求：给出算法的伪代码描述，并证明你所设计算法关于时间复杂度的结论。

分 数	
评卷人	

七、(本题 18 分) 在一张 $n \times m$ 的棋盘上放有一些硬币。第 i 行第 j 列的单元格记为 (i, j) ，已知每个单元格中的硬币数 $C[i, j] \geq 0$ ， $1 \leq i \leq n$ ， $1 \leq j \leq m$ 。在棋盘的左上方有一个机器人沿着单元格向右-下方移动并需要收集尽可能多的硬币带到右下方的单元格。每一步，机器人可以从当前的位置向右移动一格或向下移动一格，直到移出棋盘为止。当机器人遇到一个有硬币的单元格时，就会将单元格中的硬币收集起来。设计一个动态规划算法找出机器人能收集到最大硬币数的路径。

- 1) 写出状态转移方程。
- 2) 给出算法的伪代码描述，要求能够计算并输出最后获得的最大硬币数及获得该最大硬币数的机器人所经过路径。
- 3) 分析算法的时间复杂度。