

得分	评卷人

## 一. 单项选择（每小题 3 分，总共 15 分）

( ) 1. 5 个相同的球放入 10 个不同的盒子，每个盒子可放入多个球，总共有几种不同的放法：

(A)  $C(15, 5)$  (B)  $C(15, 10)$

(C)  $C(14, 5)$  (D)  $C(14, 10)$

( ) 2. 递推方程  $a_n = 2a_{n-2} + a_{n-4}$  的阶数是

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

( ) 3.  $N$  ( $N > 2$ ) 阶完全图一定是：

(A) 偶图(二部图) (B) 哈密顿图

(C) 欧拉图 (D) 平面图

( ) 4. 长为 7 的圈图（环）的色数是：

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

( ) 5. 高度为 5 的正则（完全）二元树的树叶数至少是

(A) 5 (B) 6 (C) 31 (D) 32

得分	评卷人

## 二. 填空（每小题 3 分，总共 15 分）

1. 方程  $x+y+z=10$ ，有\_\_\_\_\_组非负整数解；
2. 设有集合  $A$ 、 $B$ ， $|A|=4$ ， $|B|=3$ ，那么  $A$  到  $B$  的满射函数有\_\_\_\_\_个；
3. 一个 10 个顶点 7 条边的简单无环图的连通分支(分图)数是\_\_\_\_\_个；
4. 简单平面图的顶点数是 8，则其边数至多是\_\_\_\_\_；
5. 一个图有 16 条边，且每个顶点都是 2 度，则该图中有\_\_\_\_\_个顶点。

得分	评卷人
----	-----

--	--

### 三. 解答题（总共 40 分）

1. 有 12 名学生，其中 3 名特长生，现将他们平均分成 3 组，试求：（8 分）

（1）3 名特长生各在一组的分法有多少种？

（2）3 名特长生在同一组的分法有多少种？

2. 一棵树有 4 个度为 2 的结点，3 个度为 3 的结点，2 个度为 4 的结点，其它结点度均为 1，试求这棵树共有多少结点。（6 分）

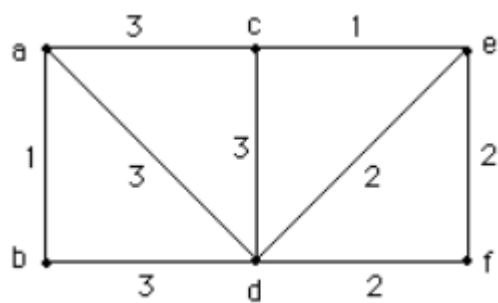
13 颗相同的糖分给 5 个人，每人得 2 颗或 3 颗，问有多少种分法？（要求学生用生成函数给出解答）（6 分）

13 颗相同的糖分给 5 个人，每人至少得 2 颗，问有多少种分法？（要求学生用生成函数给出解答）（6 分）

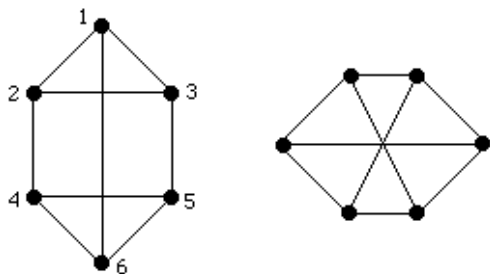
（

3. 求解递推关系 $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ ,  $a_0 = 2, a_1 = 6$ . (6分)

4. 求下图的最小生成树: (6分)



5. 判断下面两个图是否同构。如果不同构，说明理由；如果同构，请建立图之间的同构映射。（6分）



6. 构造一个图模型，用来表示华中科技大学所有学生跟所有的选修课之间的关系。这个图是否为偶图，为什么？从图中，如何统计一个人选修的课的数目？该图可能为多重图吗？存在单边弧（两端点相同的边）吗？（8分）

得分	评卷人

#### 四. 证明题（每小题 10 分，总共 30 分）

1. 证明：平面上 5 个坐标为整数的点中，必有两点，其中点的坐标也是整数。

2. 设简单图  $G$  有  $n$  个结点， $n+1$  条边，证明  $G$  中至少有一个结点的度  $\geq 3$ 。

3. 设偶图（二部图） $G$  是一颗树， $(V_1, V_2)$  是  $G$  的顶点集的一个二部划分，若  $|V_1| \geq |V_2|$ ，试证明： $V_1$  中至少有一个度为 1 的结点。