2016-2 期中试题

一、基本计算题（每题 6 分，共 60 分）

1. 已知微分方程 $y''+a(x)y'+b(x)y=f(x)$，$f(x)\neq 0$ 有三个解 $y_1=x, y_2=e^x, y_3=e^{3x}$，求此微分方程满足初始条件 $y(0)=2, y'(0)=3$ 的特解.

2. 设 $y=y(x)$ 在区间 $|x|<\dfrac{\pi}{2}$ 满足微分方程 $y''-(y')^2=1, y|_{x=0}=0, y'|_{x=0}=0$，求特解.

3. 求过点 $M(2,-2,3)$ 与直线 $L_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-4}{0}$ 垂直相交的直线 L 方程.

4. 设 $\begin{cases} x+y-z=1, \\ x^2+y^2+z^2=3 \end{cases}$，求其在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程和法平面方程.

5. 设 $z=f(xe^y)$，其中 f 有一阶导数，$f'(0)=2$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(0,1)$.

6. 设函数 $f(u,v,w)$ 有二阶偏导连续，$z=f\big(x,x+y,xy\big)$，求混合偏导函数 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

7. 计算 $I=\int_0^1 dy\int_y^{y^{1/3}} e^{x^2}dx$.

8. 计算二重积分 $I=\iint\limits_D (x^3\sin y+(x+y)^2)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D：$x^2+y^2\le 2y$.

9. 计算三重积分 $I=\iiint\limits_V xy^2z^3\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中 V 位于第一卦限，由曲面 $z=0, z=xy, y=x, y=1$ 围成.

10. 计算三重积分 $I=\iiint\limits_V (x+z)dv$，其中 $V:\sqrt{x^2+y^2}\le z\le\sqrt{2-x^2-y^2}$.

二、综合计算题（每题 8 分，共 40 分）

11. 设方程组 $\begin{cases} F(x+y,y-z)=0, \\ z=f(xy) \end{cases}$，其中 F, f 具有连续的一阶偏导，且 $F_1-yf'F_2\neq 0$，求 $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}y}$.

12. 在椭球面 $x^2+2y^2+2z^2=1$ 上求一点，使函数 $f(x,y,z)=x^2+y^2-z$ 在该点处沿方向

向

$\boldsymbol{n}=\{1,-2,3\}$ 的方向导数最大.

13．设函数 $f(x)$ 满足 $f'(x)+3f(x)+2x\int_0^1 f(xt)dt=e^{-x}$，且 $f(0)=1$，求 $f(x)$.

14．计算 $I=\iint\limits_D |x+y-1|dxdy$，其中 D 是圆域：$D:x^2+y^2\le 1$.

15． 设 $f(x,y)=x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$ 讨论 $f(x,y)$ 在原点 $(0,0)$ 处的（1）连续性，（2）偏导数存在性，（3）可微性，（4）沿方向 $\boldsymbol{n}=\{\cos\alpha,\sin\alpha\}$ 的方向导数的存在性，对存在情形计算出结果.