هناك عدة طرق مطبقة علميا وأعظمها أهمية تلك الطرق التي بأتباعها تتحول المعادلة التفاضلية الجزئية إلى معادلات تفاضلية اعتيادية ومنها.

1 – فصل المتغيرات:

بهذه الطريقة يتم تحويل المعادلة التفاضلية الجزئية ذات n المتغيرات المستقلة إلى n من المعادلات التفاضلية الاعتيادية. ففي هذه الطريقة يكون من المفروض إمكانية التعبير عن الحل كحاصل ضرب دوال مجهولة كل منها يعتمد على متغير واحد فقط من المتغيرات. ونجاح هذه الطريقة يعتمد على إمكانية كتابة المعادلة الناتجة بحيث يعتمد أحد الطرفين على متغير واحد بينما يعتمد الطرف الأخر على باقي المتغيرات وبذلك يجب أن يكون كل طرف مساويا مقدار ثابتا وبتكرار هذه العملية يمكن تتعين الدوال المجهولة.

وتستخدم هذه الطريقة عادة متسلسلات فوريير وتكاملات فوريير ومتسلسلات لجندر.

2- سلاسل فوريير:

إن أهمية سلاسل فوريير في نظرية المعادلات التفاضلية الجزئية هي أن الدوال الدورية f(x) المعرفة على $(-\infty،\infty)$ أو الدوال المعرفة على فترة منتهية يمكن تمثيلها بسلسلة لانهاية من الجيوب و جيوب التمام و بهذه الطريقة يمكن تجزئة المسائل إلى أخرى مبسطة و يتعين بالصيغة....

$$\mathrm{f(x)} = \frac{a0}{2} + \sum_{\mathrm{n=1}}^{\infty} \mathrm{a_n \cos n\pi x + b_n \sin(n\pi x)}$$

حيث أن:

$$a_{\mathrm{n}=\frac{1}{\mathrm{L}}} \int_{-\mathrm{L}}^{\mathrm{L}} \mathrm{f\ (x) \cos \frac{n}{L}\ \ x\, dx}$$

$$b_{n\,=\,\frac{1}{L}} \int_{-L}^{L} f\ (x)\ \sin\frac{n}{L}\ \ x\ \ dx$$

3- دوال لجندر التفاضلية:

تنشا دوال لجندر كحلول للمعادلة التفاضلية:

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0$$

والتي تسمى بمعادلة لجندر التفاضلية حيث إن الحل العام للمعادلة أعلاه في الحالة التي فيها تعطى بالعلاقة:

$$y = c_1 p_n(x) + c_2 q_n(x)$$

حيث $p_n(x)$ كثيرات حدود تسمى كثيرات حدود لجندر، $q_n(x)$ تسمى دوال لجندر من النوع الثاني و هي غير محددة عندما $x = \pm 1$.

4- الطرائق العددية:

تتم في هذه الطريقة عمليه تحويل للمعادلة التفاضلية الجزئية إلى مجموعه من المعادلات الفرقيه التي يمكن حلها بعمليات حسابيه متكررة بواسطة الحاسبة الالكترونية ومنها .

طريقة العناصر المنتهية:

وهي طريقة تحليل عددي لايجاد الحلول التقريبية للمعادلات التفاضلية الجزئية، بالاضافة الى الحلول التكاملية ويعتمد الحل على الغاء المعادلات التفاضلية الجزئية نهائيا او تقربي المعادلات التفاضلية الجزئية الى معادلات تفاضلية عادية والتي يمكن حلها باستخدام عدة طرق كطريقة اويلر او رونكه كوتا.

5- المعادلات التكاملية:

حيث تحول المعادلة الجزئية المطلوبة إلى معادله تفاضلية تكاملية تم تحل المعادلة التكاملية بطريقه مختلفة ومن انواع المعادلات التكاملية:

1 – معادله فريدهولم التكامليه

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b k(x، t)\, u(t) dt$$

حيث

$$t \le b ، a \le x$$

a ، b ثوابت

2 – معادلة فولتيرا التكاملية

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x k(x، t)\, u(t) dt$$

8- التحويلات التكاملية:

حيث تحول المعادلة التفاضلية الجزئية ذات n من المتغيرات المستقلة الى معادله جزئيه ذات n-1 من المتغيرات المستقلة، وبالتالي تتحول المعادلة التفاضلية الجزئية ذات المتغيرين إلى معادله تفاضلية اعتيادية، وملخص القول ان التحويلات التكاملية تغير التفاضل الى ضرب وعليه تتحول المشتقات الجزئية الى مقادير جبرية، ويعرف التحويل التكاملي بانه تحويل يقرن لكل دالة $f(t)$ داله جديدة $F(s)$ بموجب صيغة معينه مثل:

$$F(s) = \int_{A}^{B} K(s، t) f(t) dt$$

ومن هذه التحويلات:

1- **تحويل فورير**

في متسلسلة فورير إذا كانت $L \to \infty$ في هذه الحالة تتحول متسلسلة فورير إلى تحويلات فورير حيث إن تحويلات فورير هي:

$$F\ (\mathcal{E}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{f(x)}\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathcal{E}\mathcal{X}}\, \mathrm{dx}$$

وتكمن أهمية تحويل فورير في تحويل التفاضل إلى ضرب وعليه تتحول المعادلة التفاضلية الى معادلة جبرية.

مثال:

اوجد جواب المعادلة التفاضلية التالية مستعينا بتحويلات فورير

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K\ \frac{\partial^2 u}{\partial\, x^2}$$

الشرائط الحدية

$$|u(x، t)| < m \quad ، \quad u(\mathrm{x}، \mathrm{u}) = \mathrm{f(x)}$$